



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра математической физики

## Отчет

о выполнении 1 зачетного задания на тему

«Решение интегрального уравнения Вольтерра II рода»

по Интерактивным Системам в Научных Вычислениях

**Выполнил:**

Магистрант 1 года обучения

Лытов Дмитрий Андреевич

501 группа

Москва, 2018

## 1. Исходное уравнение

$$y(x) = \lambda \int_a^x K(x, t) y(t) dt + f(x), \quad x \in [a, b]$$

где  $\lambda = 1$ ,  $a = 0$ ,  $b = \frac{\pi}{4}$ ,  $f(x) = x$ ,  $K(x, t) = 2 \sin(x - t)$

## 2. Аналитическое решение

$$y(x) = 2 \int_0^x \sin(x - t) y(t) dt + x, \quad x \in [0, \frac{\pi}{4}]$$

С одной стороны,

$$y(0) = 2 \int_0^0 \sin(0 - t) y(t) dt + 0 = 0,$$

А с другой, продифференцировав, получим:

$$y'(x) = 2 \int_0^x \cos(x - t) y(t) dt + 2 \sin(x - x) y(x) + 1 = 2 \int_0^x \cos(x - t) y(t) dt + 1$$

И опять же,

$$y'(0) = 2 \int_0^0 \cos(0 - t) y(t) dt + 1 = 1$$

Продифференцируем еще раз:

$$y''(x) = 2 \cos(x - x) y(x) - 2 \int_0^x \sin(x - t) y(t) dt = 2y(x) + (x - y(x)) = y(x) + x$$

Получили задачу Коши для линейного ОДУ II порядка относительно  $y(x)$ :

$$\begin{cases} y'' - y = x \\ y'(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Ответ может быть легко получен методами 2 курса бакалавриата:

$$y_{\text{точн}}(x) = e^x - e^{-x} - x$$

### 3. Мутация ядра

Найдем норму ядра  $K(x, t) = 2 \sin(x - t)$ :

$$\|K(x, t)\|_{C([0, \frac{\pi}{4}]^2)} = \max_{x, t \in [0, \frac{\pi}{4}]} |2 \sin(x - t)| = 2$$

Следовательно,  $\beta = \delta = 0,1 * 2 = 0,2$

### 4. Результаты работы

Решение исходного уравнения нашлось за 4 итерации, оптимальная степень интерполяционного полинома – 7, норма отклонения от точного решения в  $l_\infty$  – 0.0082

Случайная мутация ядра составила -0.179, решение мутированного уравнения нашлось за 3 итерации, оптимальная степень интерполяционного полинома – 5, норма отклонения от точного решения в  $l_\infty$  – 0.4059

Время работы программы составило: 0.229688 сек

