

Занятие 2. Внесение под знак дифференциала

Составитель: Блинова И.В.

Важно обращать внимание, что внесение под знак дифференциала – это фактически замена переменной

I. Найти интегралы. В задачах 1-2 проверить ответ дифференцированием

- 1) $\int \sin^3 x \cos x dx$ Ответ: $\frac{\sin^4 x}{4} + C$
- 2) $\int \operatorname{ctg} x dx$ Ответ: $-\ln|\sin x| + C$
- 3) $\int \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x+7}} dx$ Ответ: $2\sqrt{2x^2+5x+7} + C$
- 4) $\int \frac{\ln^5 x}{x} dx$ Ответ: $\frac{\ln^6 x}{6} + C$
- 5) $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+1} dx$ Ответ: $\frac{\operatorname{arctg}^2 x}{2} + C$
- 6) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ Ответ: $\frac{2}{3} \operatorname{tg}^{\frac{3}{2}} x + C$
- 7) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$ Ответ: $\ln|\arcsin x| + C$
- 8) $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ Ответ: $e^{\operatorname{tg} x} + C$
- 9) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+9} dx$ Ответ: $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{3} + C$

II. Под интегралом функция и почти ее производная (умножение на константу)

- 1) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{\operatorname{ctg}^3 x}}$ Ответ: $2 \operatorname{ctg}^{-\frac{1}{2}} x + C$
- 2) $\int \frac{\sin x dx}{\cos x + 1}$ Ответ: $-\ln|\cos x + 1| + C$
- 3) $\int e^{x^3} x^2 dx$ Ответ: $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$
- 4) $\int \frac{x^2}{x^3+1} dx$ Ответ: $\frac{1}{3} \ln|x^3+1| + C$
- 5) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{9-2x^3}}$ Ответ: $-\frac{1}{4} (9-2x^3)^{\frac{2}{3}} + C$
- 6) $\int \frac{7^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ Ответ: $\frac{2}{\ln 7} 7^{\sqrt{x}} + C$
- 7) $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^6}} dx$ Ответ: $\frac{1}{3} \arcsin \frac{x^3}{2} + C$

III. «Двухшаговые» размышления

- 1) $\int e^{\cos 2x} \sin 2x dx$ Ответ: $-\frac{1}{2} e^{\cos 2x} + C$
- 2) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^7 3x} dx}{1+9x^2}$ Ответ: $\frac{2}{27} \operatorname{arctg}^{\frac{9}{2}} 3x + C$
- 3) $\int \frac{\ln \arcsin x}{\arcsin x \sqrt{1-x^2}} dx$ Ответ: $\frac{\ln^2(\arcsin x)}{2} + C$

Задачи для самостоятельного решения

- 1) $\int \sqrt[3]{1+\cos x} \sin x dx$ Ответ: $-\frac{3}{4} (1+\cos x)^{\frac{4}{3}} + C$
- 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} e^{\arcsin x}}$ Ответ: $-\frac{1}{e^{\arcsin x}} + C$
- 3) $\int \frac{\sqrt{\ln^7(x+1)} dx}{x+1}$ Ответ: $\frac{2}{9} (\ln(x+1))^{\frac{9}{2}} + C$
- 4) $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$ Ответ: $-\operatorname{arctg}(\cos x) + C$
- 5) $\int \frac{2x+3}{(x^2+3x-1)^4} dx$ Ответ: $-\frac{1}{3(x^2+3x-1)^3} x + C$
- 6) $\int \frac{2^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$ Ответ: $\frac{2^{\operatorname{arctg} x}}{\ln 2} + C$
- 7) $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ Ответ: $-e^{\frac{1}{x}} + C$
- 8) $\int x^3 \sqrt[5]{(5x^4-3)^7} dx$ Ответ: $\frac{1}{48} (5x^4-3)^{\frac{12}{5}} + C$
- 9) $\int \frac{(x+1) dx}{x^2+2x+10}$ Ответ: $\frac{\ln|x^2+2x+10|}{2} + C$
- 10) $\int \frac{\arccos^3 2x dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ Ответ: $-\frac{1}{8} \arccos^4 2x + C$
- 11) $\int \frac{dx}{(2x+1) \sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}}$ Ответ: $\frac{3}{2} (\ln(2x+1))^{\frac{1}{3}} + C$