

## Занятие 1. Таблица интегралов. Простейшие примеры интегрирования

Составитель: Блинова И.В.

### I. Найти интегралы и проверить ответ дифференцированием:

1)  $\int \frac{dx}{x^3}$  Ответ:  $-\frac{1}{2x^2} + C$

2)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$  Ответ:  $-2x^{-\frac{1}{2}} + C$

3)  $\int \frac{dx}{x}$  Ответ:  $\ln|x| + C$

4)  $\int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$  Ответ:  $\arcsin \frac{x}{\sqrt{3}} + C$

5)  $\int \frac{dx}{x^2+9}$  Ответ:  $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$

### II. Найти интегралы, используя свойство линейности:

1)  $\int (3\cos x - 2e^x + 7x - 3)dx$  Ответ:  $3\sin x - 2e^x + \frac{7}{2}x^2 - 3x$

2)  $\int \frac{x^2 - 3x + 5}{\sqrt{x}} dx$  Ответ:  $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + 6x^{-\frac{1}{2}} + 10x^{\frac{1}{2}} + C$

3)  $\int \frac{2^x + 5^x}{10^x} dx$  Ответ:  $-\frac{\ln 5}{5^x} - \frac{\ln 2}{2^x} + C$

### III. Найти интегралы, используя тригонометрические формулы и алгебраические приемы:

1)  $\int 2\sin^2 \frac{x}{2} dx$  Ответ:  $x - \sin x + C$

2)  $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$  Ответ:  $-\operatorname{ctg} x - x + C$

3)  $\int \frac{5 + \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$  Ответ:  $-5\operatorname{ctg} x - \cos x + C$

4)  $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$  Ответ:  $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C$

5)  $\int \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8} dx$  Ответ:  $x - \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln \left| \frac{x - 2\sqrt{2}}{x + 2\sqrt{2}} \right| + C$

**IV. Найти интегралы, учитывая линейное преобразование переменной:**

- 1)  $\int \frac{4x+1}{x-5} dx$  Ответ:  $4x + 21 \ln|x-5| + C$
- 2)  $\int \frac{dx}{x^2+4x-5}$  Ответ:  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-1}{x+5} \right| + C$
- 3)  $\int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}$  Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{3} \arcsin \frac{(x+1)\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + C$
- 4)  $\int (9x+17)^2 dx$  Ответ:  $\frac{1}{27} (9x+17)^3 + C$
- 5)  $\int \sqrt{3x+4} dx$  Ответ:  $\frac{2}{9} (3x+4)^{\frac{3}{2}} + C$
- 6)  $\int \frac{dx}{8x-1}$  Ответ:  $\frac{1}{8} \ln|8x-1| + C$
- 7)  $\int 4^{3-5x} dx$  Ответ:  $-\frac{1}{5 \ln 4} 4^{3-5x} + C$
- 8)  $\int \cos 3x dx$  Ответ:  $\frac{1}{3} \sin 3x + C$

**Задачи для самостоятельного решения**

- 1)  $\int \frac{3+\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{4-x^2}} dx$  Ответ:  $3 \arcsin \frac{x}{2} + x + C$
- 2)  $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx$  Ответ:  $3x - \frac{2(1,5)^x}{\ln 1,5} + C$
- 3)  $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x} dx$  Ответ:  $\frac{1}{2} (\operatorname{tg} x + x) + C$
- 4)  $\int (\arcsin x + \arccos x) dx$  Ответ:  $\frac{\pi}{2} x + C$
- 5)  $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$  Ответ:  $\frac{2x^2-12x-6}{3\sqrt{x}} + C$
- 6)  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx$  Ответ:  $2x - \operatorname{tg} x + C$
- 7)  $\int \frac{(x+1)^2}{x(1+x^2)} dx$  Ответ:  $\ln|x| + 2 \operatorname{arctg} x + C$
- 8)  $\int \frac{dx}{x^2-6x+11}$  Ответ:  $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x-3}{\sqrt{2}} + C$
- 9)  $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$  Ответ:  $\operatorname{tg} x + C$