Задачи для практических занятий

Математический анализ (базовый уровень) — 2 семестр



Занятие 3. Интегрирование по частям

Составитель: Блинова И.В.

I. Интегралы вида:

$$\int P_n(x)\sin mx dx$$
 , $\int P_n(x)\cos mx dx$, $\int P_n(x)e^{ax}dx$, где $P_n(x)$ многочлен ($u=P_n(x)$)

1)
$$\int xe^{-x}dx$$
 OTBET: $-e^{-x}(x+1)+C$

2)
$$\int x \cos x dx$$
 OTBET: $x \sin x + \cos x + C$

3)
$$\int (2x+5)e^{\frac{x}{3}}dx$$
 OTBET: $(6x-3)e^{\frac{x}{3}}+C$

4)
$$\int x^2 \sin 4x dx$$
 Ответ: $\frac{x \sin 4x}{8} - \frac{x^2 \cos 4x}{4} + \frac{\cos 4x}{32} + C$

5)
$$\int x \operatorname{tg}^2 x dx$$
 OTBET: $x \operatorname{tg} x - \frac{x^2}{2} + \ln|\cos x| + C$

II. Интегралы вида:

$$\int P_n(x) \ln x dx, \int P_n(x) \arcsin x dx, \int P_n(x) \arccos x dx, \int P_n(x) \arctan x dx, \int P_n(x) \arctan x dx, \int P_n(x) \arctan x dx$$

1)
$$\int x \ln x dx$$
 OTBET: $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$

2)
$$\int \ln x dx$$
 OTBET: $x(\ln x - 1) + C$

3)
$$\int x \ln^2 x dx$$
 Other: $\frac{x^2 \ln^2 x}{2} - \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{4} + C$

4)
$$\int \arctan x dx$$
 OTBET: $x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$

5)
$$\int x^2 \operatorname{arcctg} x dx$$
 OTBET: $\frac{x^3}{3} \operatorname{arcctg} x + \frac{1}{6} (x^2 - \ln(x^2 + 1)) + C$

6)
$$\int \arcsin 3x dx \quad \text{Otbet: } x \arcsin 3x + \frac{1}{3} \sqrt{1 - 9x^2} + C$$

III. Интегралы вида: $\int e^{ax} \cos mx dx$, $\int e^{ax} \sin mx dx$ и другие

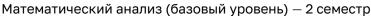
1)
$$\int e^x \sin x dx$$
 Otbet: $\frac{e^x (\sin x - \cos x)}{2} + C$

2)
$$\int \cos \ln 5x dx$$
 OTBET: $\frac{x}{2} (\cos \ln 5x + \sin \ln 5x) + C$

3)
$$\int \sqrt{x^2 + 1} dx$$
 Otbet: $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{2} \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right) + C$

4)
$$\int 4^x \cos(2x-1) dx$$
 OTBET: $\frac{4}{4+\ln^2 4} \left(\frac{4^x}{2} \sin(2x-1) + 4^{x-1} \ln 4 \cos(2x-1)\right) + C$

Задачи для практических занятий





Задачи для самостоятельного решения

1)
$$\int x 3^x dx$$
 OTBET: $\frac{3^x}{\ln^2 3} (x \ln 3 - 1) + C$

2)
$$\int (x^2 - 2x + 3)\cos x dx$$
 OTBET: $(x^2 - 2x + 1)\sin x + 2(x - 1)\cos x + C$

3)
$$\int x \arctan x dx$$
 OTBET: $\frac{1}{2}(x^2+1)\arctan x - \frac{x}{2} + C$

4)
$$\int \frac{\ln^2 x}{x^5} dx$$
 OTBET: $-\frac{1}{4x^4} \left(\ln^2 x + \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{8} \right) + C$