Линейная алгебра. Двухсеместровый курс. КР-2 (Вариант 1)

Демо-вариант

Задача 1

Найти 5 решений системы на пять неизвестных:

$$\begin{cases} \xi^1 - 2\xi^2 - 3\xi^4 - 4\xi^5 = 119 \\ -\xi^1 + 3\xi^2 - \xi^3 + 5\xi^4 + 7\xi^5 = -194 \\ \xi^1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 - 6\xi^4 - 9\xi^5 = 227 \\ 3\xi^1 - 8\xi^2 + 2\xi^3 - 13\xi^4 - 18\xi^5 = 507 \\ 4\xi^1 - 11\xi^2 + 4\xi^3 - 19\xi^4 - 27\xi^5 = 734 \end{cases}$$

Решения не должны лежать на одной прямой. Каждое решение введите на отдельной строке
Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33, 4.44, 5.55] [0, 3, 42, 1, -4] [0, 3, 42, 1, -4] [0, 3, 42, 1, -4] [0, 3, 42, 1, -4]

Задача 2

Найти частное решение системы на пять неизвестных:

$$\begin{cases} \xi^1 - \xi^2 + 3\xi^3 - 3\xi^4 + 3\xi^5 = 3 \\ \xi^2 - 2\xi^3 = -9 \\ -\xi^2 + 3\xi^3 - \xi^4 = 11 \\ \xi^1 + 2\xi^2 - 5\xi^3 - \xi^4 + 3\xi^5 = -28 \\ \xi^1 + 2\xi^2 - 5\xi^3 - \xi^4 + 3\xi^5 = -28 \end{cases}$$

Для решения

$$\begin{pmatrix} 1.11 \\ 2.22 \\ 3.33 \\ 4.44 \\ 5.55 \end{pmatrix}$$

Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33, 4.44, 5.55]

Задача 3

Найти базис суммы подпространств, натянутых на системы векторов

$$L_1: \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \\ 0 \\ 21 \end{bmatrix} L_2: \quad u_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Пример ввода: [3.57, 2.71, 3.28; 7.81, 8.95, 1.44]

Задача 4

Найти вектор $\vec{v}$ такой, чтобы набор векторов $[\vec{v},\ \vec{g},\ \vec{f}]$ образовывал базис в R^3.
$\vec{f}\,(-3,4,-1)$ и $\vec{g}\,(-8,8,-1)$.
В ответе укажите координаты вектора $\vec{v}$, как показано ниже
Пример ввода: [1.23, 4.56, 7.89]

Задача 5

Найти координаты вектора x в базисе векторов

$$\tilde{e}_0 = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ -23 \end{pmatrix} \quad \tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} 21 \\ -32 \\ -61 \end{pmatrix} \quad \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

если вектор x имеет координаты

$$x = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

в базисе векторов

$$e_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad e_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Ответу

$$x = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

соответствует
Пример ввода: $[-1, 2, 0]$

Задача 6

Найти фундаментальную систему решений системы уравнений:

$$\begin{cases} \xi^1 - \xi^2 - \xi^3 - 3\xi^5 = 0 \\ \xi^2 + \xi^3 - \xi^4 = 0 \\ \xi^1 - \xi^2 - 3\xi^5 = 0 \\ -\xi^2 + \xi^4 = 0 \\ -\xi^1 + 3\xi^2 + 2\xi^3 - 2\xi^4 + 3\xi^5 = 0 \end{cases}$$

и записать векторы ФСР в матрицу по строкам.
Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33, 4.44; 5.55, 6.66, 7.77, 8.88]

Задача 7

Найти базис пересечения подпространств, натянутых на системы векторов

$$L_1: \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} L_2: \quad u_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Пример ввода: [3.57, 2.71, 3.28; 7.81, 8.95, 1.44]

Задача 8

Найти размерность линейной оболочки натянутой на векторы

$$e_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad e_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \\ -8 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ -3 \\ 15 \\ -19 \end{bmatrix}, \quad e_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \\ -10 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad e_4 = \begin{bmatrix} -8 \\ 11 \\ 6 \\ -28 \\ 35 \end{bmatrix}.$$

Пример ввода: 2