

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 126

Студент
Линейский Аким Евгеньевич
Р3115

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

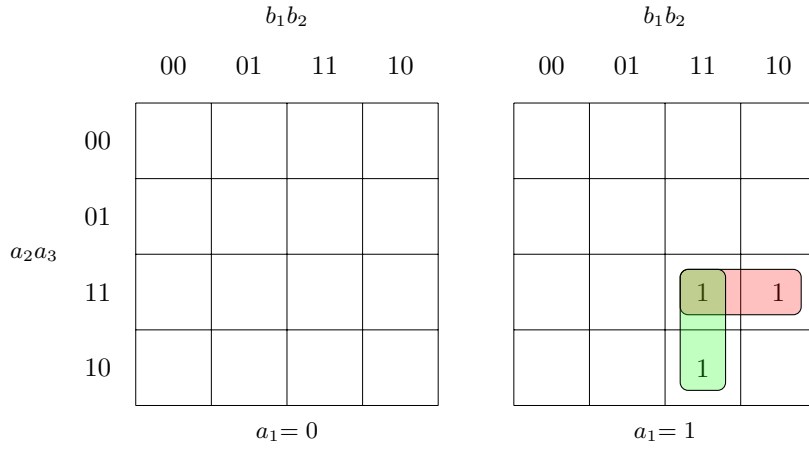
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = (A + B) \bmod 9$ (C — 4 бита, A — 3 бита, B — 2 бита). При переносе устанавливается бит e .

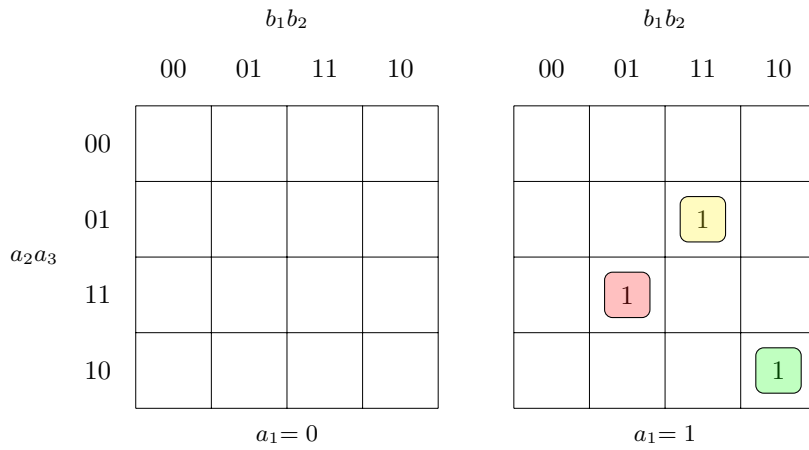
Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	c_5	c_1	c_2	c_3	c_4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
7	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
10	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
12	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
13	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
14	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
16	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
18	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1
20	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
21	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
22	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
23	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
24	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
25	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1
26	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
28	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
29	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0
30	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
31	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1

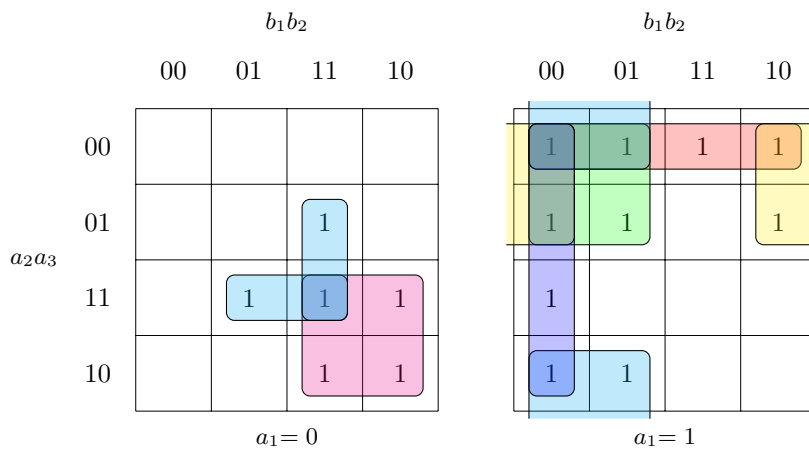
Минимизация булевых функций на картах Карно



$$c_5 = a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \quad (S_Q = 10)$$



$$c_1 = a_1 a_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 18)$$



$$c_2 = a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_2 \vee \bar{a}_1 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 34)$$

		$b_1 b_2$						$b_1 b_2$					
		00	01	11	10			00	01	11	10		
$a_2 a_3$	00	0	0					0	0				
	01	0		0				0		0			
	11		0		0				0	0	0		
	10			0	0					0	0		
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$					

$$c_3 = (a_2 \vee a_3 \vee b_1) (a_2 \vee b_1 \vee b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1}) (\overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee b_2) \\ (a_2 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee b_1 \vee \overline{b_2}) \quad (S_Q = 30)$$

		$b_1 b_2$						$b_1 b_2$					
		00	01	11	10			00	01	11	10		
$a_2 a_3$	00	0			0			0			0		
	01		0	0					0	0			
	11		0	0					0		0		
	10	0			0			0		0	0		
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$					

$$c_4 = (a_3 \vee b_2) (a_1 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2}) (a_2 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2}) (\overline{a_3} \vee b_1 \vee \overline{b_2}) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee b_2) \quad (S_Q = 25)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\left\{ \begin{array}{l} c_5 = a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \quad (S_Q^{c_5} = 10) \\ c_1 = a_1 a_2 a_3 \overline{b_1} b_2 \vee a_1 a_2 \overline{a_3} b_1 \overline{b_2} \vee a_1 \overline{a_2} a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^{c_1} = 18) \\ c_2 = a_1 \overline{a_2} \overline{a_3} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_2} \vee a_1 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 \vee \overline{a_1} a_2 a_3 b_2 \vee \\ \vee \overline{a_1} a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^{c_2} = 34) \\ c_3 = a_2 \vee a_3 \vee b_1 a_2 \vee b_1 \vee b_2 \overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee b_2 \wedge \\ \wedge a_2 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2} \overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee b_1 \vee \overline{b_2} \quad (S_Q^{c_3} = 30) \\ c_4 = a_3 \vee b_2 a_1 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2} a_2 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2} \overline{a_3} \vee b_1 \vee \overline{b_2} \overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \wedge \\ \wedge \overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee b_2 \quad (S_Q^{c_4} = 25) \end{array} \right. \quad (S_Q = 117)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} c_5 = a_1 a_2 b_1 (a_3 \vee b_2) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ c_1 = a_1 (a_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 \vee a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 a_3 b_1 b_2) & (S_Q^{c_1} = 17) \\ c_2 = a_1 \bar{b}_1 (\bar{a}_3 \vee \bar{b}_2) \vee a_1 \bar{a}_2 (\bar{a}_3 \vee \bar{b}_1 \vee \bar{b}_2) \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee \bar{a}_1 a_3 b_2 (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_2} = 24) \\ c_3 = (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_1 \vee a_3 b_2 \bar{a}_1) (a_2 \vee b_1 \vee a_3 b_2) (a_2 \vee \bar{a}_3 \vee \bar{b}_1 \vee \bar{b}_2) (\bar{a}_2 \vee \bar{a}_3 \vee b_1 \vee \bar{b}_2) & (S_Q^{c_3} = 23) \\ c_4 = (a_3 \vee b_2) (\bar{a}_3 \vee \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 b_1) (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1 \vee a_3 b_2) & (S_Q^{c_4} = 17) \end{cases} \quad (S_Q = 87)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= a_3 b_2, \quad \bar{\varphi}_0 = \bar{a}_3 \vee \bar{b}_2 \\ \begin{cases} \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = a_1 a_2 b_1 (a_3 \vee b_2) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ c_1 = a_1 (\varphi_0 a_2 \bar{b}_1 \vee \varphi_0 \bar{a}_2 b_1 \vee a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2) & (S_Q^{c_1} = 15) \\ c_2 = \varphi_0 \bar{a}_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\bar{\varphi}_0 \vee \bar{b}_1) \vee \bar{\varphi}_0 a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = (\varphi_0 \vee a_2 \vee b_1) (\bar{\varphi}_0 \vee a_2 \vee \bar{b}_1) (\bar{\varphi}_0 \vee \bar{a}_2 \vee b_1) (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_1 \vee \varphi_0 \bar{a}_1) & (S_Q^{c_3} = 18) \\ c_4 = (a_3 \vee b_2) (\bar{\varphi}_0 \vee a_1 a_2 b_1) (\varphi_0 \vee \bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1) & (S_Q^{c_4} = 14) \end{cases} \end{aligned} \quad (S_Q = 76)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= (\bar{\varphi}_0 \vee a_2 \vee \bar{b}_1) (\bar{\varphi}_0 \vee \bar{a}_2 \vee b_1), \quad \bar{\varphi}_1 = \varphi_0 \bar{a}_2 b_1 \vee \varphi_0 a_2 \bar{b}_1 \\ \begin{cases} \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = a_1 a_2 b_1 (a_3 \vee b_2) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ c_2 = \varphi_0 \bar{a}_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\bar{\varphi}_0 \vee \bar{b}_1) \vee \bar{\varphi}_0 a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_4 = (a_3 \vee b_2) (\bar{\varphi}_0 \vee a_1 a_2 b_1) (\varphi_0 \vee \bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1) & (S_Q^{c_4} = 14) \\ \varphi_1 = (\bar{\varphi}_0 \vee a_2 \vee \bar{b}_1) (\bar{\varphi}_0 \vee \bar{a}_2 \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ c_1 = a_1 (\bar{\varphi}_1 \vee a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2) & (S_Q^{c_1} = 8) \\ c_3 = \varphi_1 (\varphi_0 \vee a_2 \vee b_1) (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_1 \vee \varphi_0 \bar{a}_1) & (S_Q^{c_3} = 11) \end{cases} \end{aligned} \quad (S_Q = 71)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= a_1 a_2 b_1, \quad \bar{\varphi}_2 = \bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1 \\ \begin{cases} \varphi_2 = a_1 a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = \varphi_2 (a_3 \vee b_2) & (S_Q^{c_5} = 4) \\ c_2 = \varphi_0 \bar{a}_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\bar{\varphi}_0 \vee \bar{b}_1) \vee \bar{\varphi}_0 a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_4 = (a_3 \vee b_2) (\bar{\varphi}_0 \vee \varphi_2) (\varphi_0 \vee \bar{\varphi}_2) & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_1 = (\bar{\varphi}_0 \vee a_2 \vee \bar{b}_1) (\bar{\varphi}_0 \vee \bar{a}_2 \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ c_1 = a_1 (\bar{\varphi}_1 \vee a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2) & (S_Q^{c_1} = 8) \\ c_3 = \varphi_1 (\varphi_0 \vee a_2 \vee b_1) (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_1 \vee \varphi_0 \bar{a}_1) & (S_Q^{c_3} = 11) \end{cases} \end{aligned} \quad (S_Q = 68)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \overline{a_3} \overline{b_2}, \quad \overline{\varphi_3} = a_3 \vee b_2$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_3 = \overline{a_3} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = a_1 a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = \varphi_2 \overline{\varphi_3} & (S_Q^{c_5} = 2) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{a_1} (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_4 = \overline{\varphi_3} (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_2}) (\overline{\varphi_0} \vee \varphi_2) & (S_Q^{c_4} = 7) \\ \varphi_1 = (\overline{\varphi_0} \vee a_2 \vee \overline{b_1}) (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_2} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ c_1 = a_1 (\overline{\varphi_1} \vee \varphi_3 a_2 b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_3 = \varphi_1 (\varphi_0 \vee a_2 \vee b_1) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \varphi_0 \overline{a_1}) & (S_Q^{c_3} = 11) \end{array} \right. (S_Q = 66)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_4 = \varphi_0 \overline{a_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_3 = \overline{a_3} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = a_1 a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = \varphi_2 \overline{\varphi_3} & (S_Q^{c_5} = 2) \\ c_4 = \overline{\varphi_3} (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_2}) (\overline{\varphi_0} \vee \varphi_2) & (S_Q^{c_4} = 7) \\ \varphi_1 = (\overline{\varphi_0} \vee a_2 \vee \overline{b_1}) (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_2} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ c_1 = a_1 (\overline{\varphi_1} \vee \varphi_3 a_2 b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ \varphi_4 = \varphi_0 \overline{a_1} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_2 = \varphi_4 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 19) \\ c_3 = \varphi_1 (\varphi_0 \vee a_2 \vee b_1) (\varphi_4 \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 9) \end{array} \right. (S_Q = 65)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_5 = a_2 \vee b_1$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_5 = a_2 \vee b_1 & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ \varphi_3 = \overline{a_3} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = a_1 a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = \varphi_2 \overline{\varphi_3} & (S_Q^{c_5} = 2) \\ c_4 = \overline{\varphi_3} (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_2}) (\overline{\varphi_0} \vee \varphi_2) & (S_Q^{c_4} = 7) \\ \varphi_1 = (\overline{\varphi_0} \vee a_2 \vee \overline{b_1}) (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_2} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ c_1 = a_1 (\overline{\varphi_1} \vee \varphi_3 a_2 b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ \varphi_4 = \varphi_0 \overline{a_1} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_2 = \varphi_4 \varphi_5 \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 17) \\ c_3 = \varphi_1 (\varphi_0 \vee \varphi_5) (\varphi_4 \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 8) \end{array} \right. (S_Q = 64)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_6 = a_2 b_1, \quad \overline{\varphi_6} = \overline{a_2} \vee \overline{b_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_6 = a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_6} = 2) \\ \varphi_5 = a_2 \vee b_1 & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ \varphi_3 = \overline{a_3} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = \varphi_6 a_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = \varphi_2 \overline{\varphi_3} & (S_Q^{c_5} = 2) \\ c_4 = \overline{\varphi_3} (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_2}) (\overline{\varphi_0} \vee \varphi_2) & (S_Q^{c_4} = 7) \\ \varphi_1 = (\overline{\varphi_0} \vee a_2 \vee \overline{b_1}) (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_2} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ c_1 = a_1 (\overline{\varphi_1} \vee \varphi_3 \varphi_6) & (S_Q^{c_1} = 6) \\ \varphi_4 = \varphi_0 \overline{a_1} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_2 = \varphi_4 \varphi_5 \vee \varphi_6 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} & (S_Q^{c_2} = 16) \\ c_3 = \varphi_1 (\varphi_0 \vee \varphi_5) (\varphi_4 \vee \overline{\varphi_6}) & (S_Q^{c_3} = 7) \end{array} \right.$$

$$(S_Q = 63)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_7 = \overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_6 = a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_6} = 2) \\ \varphi_5 = a_2 \vee b_1 & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ \varphi_3 = \overline{a_3} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = \varphi_6 a_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_5 = \varphi_2 \overline{\varphi_3} & (S_Q^{c_5} = 2) \\ c_4 = \overline{\varphi_3} (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_2}) (\overline{\varphi_0} \vee \varphi_2) & (S_Q^{c_4} = 7) \\ \varphi_4 = \varphi_0 \overline{a_1} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ \varphi_7 = \overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1} & (S_Q^{\varphi_7} = 2) \\ \varphi_1 = (\varphi_7 \vee a_2) (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_2} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 7) \\ c_1 = a_1 (\overline{\varphi_1} \vee \varphi_3 \varphi_6) & (S_Q^{c_1} = 6) \\ c_2 = \varphi_4 \varphi_5 \vee \varphi_6 \overline{a_1} \vee \varphi_7 a_1 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} & (S_Q^{c_2} = 14) \\ c_3 = \varphi_1 (\varphi_0 \vee \varphi_5) (\varphi_4 \vee \overline{\varphi_6}) & (S_Q^{c_3} = 7) \end{array} \right.$$

$$(S_Q = 62)$$

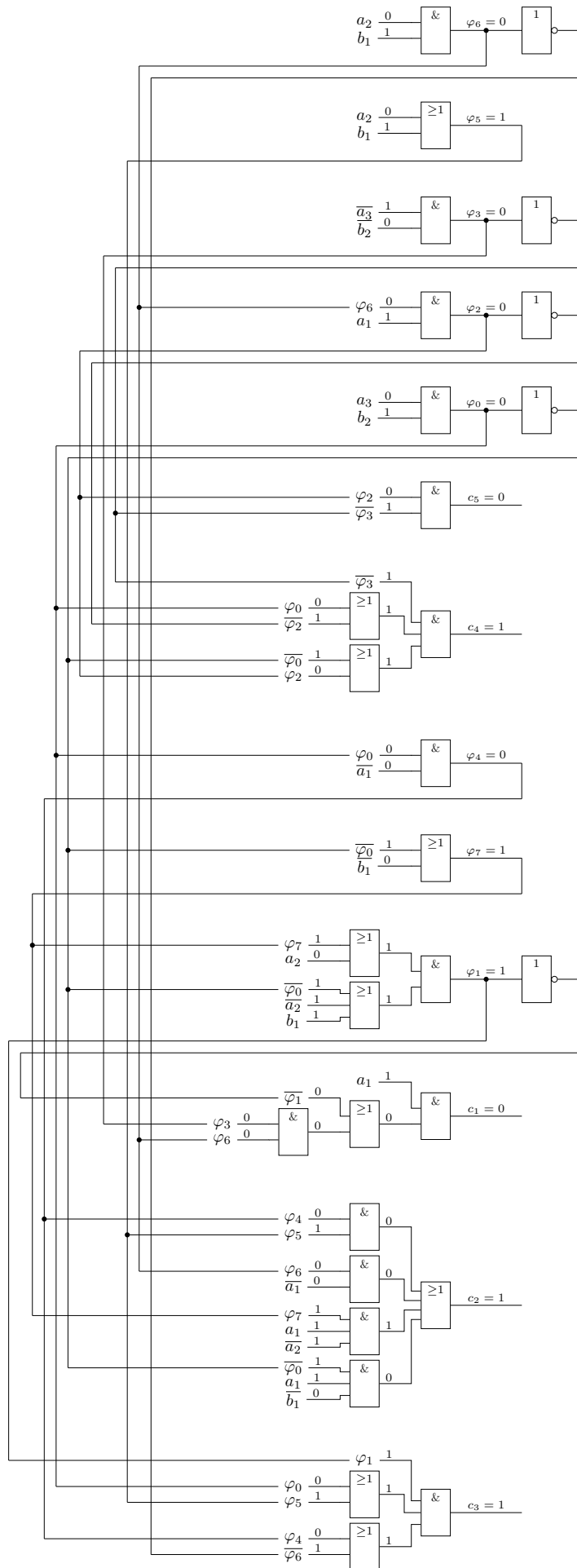
Синтез комбинационной схемы в булемах базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 0, b_1 = 1, b_2 = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_5 = 0, c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 62$. Задержка схемы: $T = 8\tau$.