

**Интегрирование дробно-рациональных функций**

В начале предлагается послать студентам и разобрать на доске пример из приложенного файла "example.pdf". Стоит упомянуть про четвёртый тип простейших дробей с кратными комплексными корнями знаменателя, который мы не рассматриваем на практике. Оставшиеся задания предлагается решать уже с вовлечением студентов в процесс.

$$1. \int \frac{-2x^3+6x^2-4x+1}{x^2-3x+2} dx \quad (\text{первый тип})$$

$$\text{Ответ: } -x^2 - \ln|1-x| + \ln|2-x| + C$$

$$2. \int \frac{x^2-2x}{(x-1)^3} dx \quad (\text{первый, второй тип})$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2(x-1)^2} + \ln|x-1| + C$$

$$3. \int \frac{x-2}{x^2-4x+5} dx \quad (\text{третий тип})$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln|x^2-4x+5| + C$$

$$4. \int \frac{3x^4+12x^2-1}{x^2+4} dx \quad (\text{третий тип})$$

$$\text{Ответ: } x^3 - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

$$5. \int \frac{x^3+3x^2+2x}{(x+1)^4} dx \quad (\text{без неопределённых коэффициентов это решается быстрее: приведите числитель к виду } (x+1)^3 - (x+1))$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2(x+1)^2} + \ln|x+1| + C$$

В оставшихся задачах предлагается найти пример, который решается быстрее без разложения на простейшие (испытание за *баллы престижа*).

**Задачи для самостоятельного решения:**

$$6. \int \frac{x^2-2x+2}{(x-2)(x-1)x} dx \quad (\text{первый тип})$$

$$\text{Ответ: } -\ln|1-x| + \ln|2-x| + \ln|x| + C$$

$$7. \int \frac{x^2+x+1}{x(x+1)^2} dx \quad (\text{первый, второй тип})$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{x+1} + \ln|x| + C$$

$$8. \int \frac{-2x^3+x^2-x-1}{(x-1)(2x^2+1)} dx \quad (\text{первый, третий тип})$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{4} \ln|2x^2+1| - x - \ln|1-x| + \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan(\sqrt{2}x) + C$$

$$9. \int \frac{3x^2-3}{(x-2)(x+1)^2} dx \quad (\text{первый, второй тип})$$

$$\text{Ответ: } \ln|2-x| + 2\ln|1+x| + C$$