Университет ИТМО

Факультет информационных технологий и программирования Направление прикладной математики и информатики

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

курса «Методы оптимизации»

Выполнили студенты:

Мозжевилов Данил, Кучма Андрей

Группы: М3238, М3239

Содержание

Лабораторная работа 1

Методы многомерной оптимизации

1.1. Постановка задачи и цель работы

- 1. Реализовать алгоритмы:
 - Метод градиентного спуска
 - Метод наискорейшего спуска
 - Метод сопряженных градиентов

Оценить как меняется скорость сходимости, если для поиска величины шага используются различные методы одномерного поиска.

- 2. Проанализировать траектории методов для нескольких квадратичных функций: придумайте две-три квадратичные двумерные функции, на которых работа каждого из методов будет отличаться. Нарисовать графики с линиями уровня функций и траекториями методов.
- 3. Исследовать, как зависит число итераций, необходимое методам для сходимости, от следующих двух параметров:
 - ullet числа обусловленности $k\geq 1$ оптимизируемой функции
 - \bullet размерности пространства n оптимизируемых переменных

Сгенерировать от заданных параметров k и n квадратичную задачу размерности n с числом обусловленности k и запустить на ней методы многомерной оптимизации с некоторой заданной точностью. Замерить число итераций T(n,k), которое потребовалось сделать методу до сходимости.

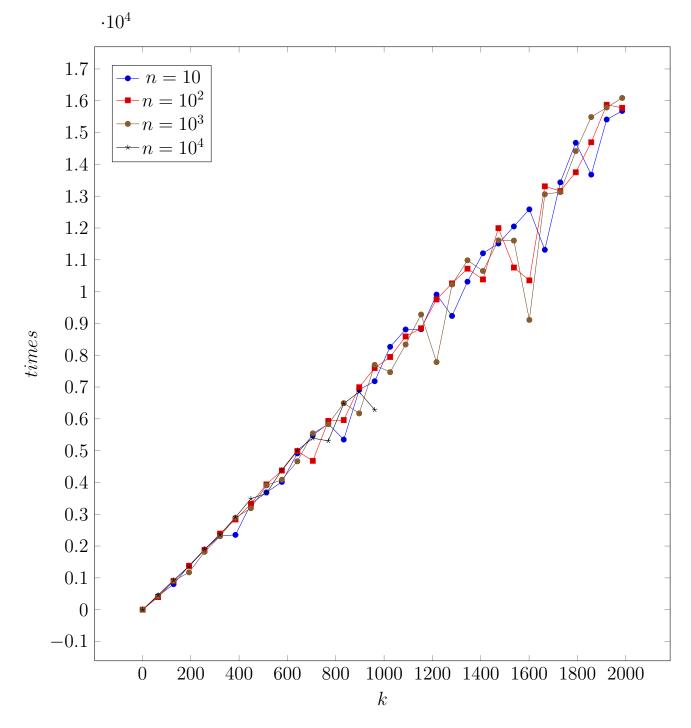
1.2. Иллуюстрации работы градиентных методов на двумерных квадратичных функцкиях

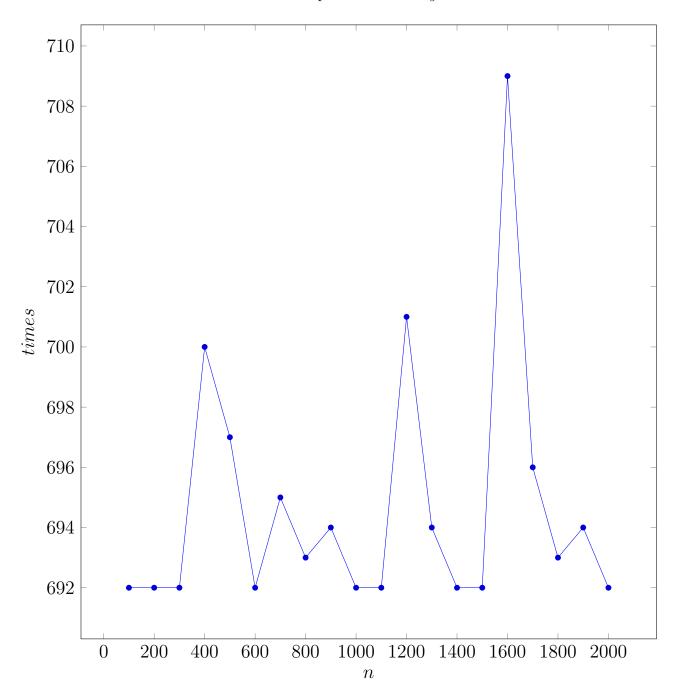
Рассмотрим функцию $f(x,y)=x^2-xy+4y^2+2x+y$. В матричном виде ее вид f(x)=1/2*(Ax,x)+b*x, где $A=\begin{pmatrix}2&-1\\-1&8\end{pmatrix}$ и $b=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$. $det(A-\lambda E)=\begin{vmatrix}2-\lambda&-1\\-1&8-\lambda\end{vmatrix}=(2-\lambda)*(8-\lambda)-1=15-10*\lambda+\lambda^2=(5+\sqrt{10}-\lambda)*(5+\sqrt{10}-\lambda)$. Собственные значение матрицы A положительны,

следовательно квадратичная форма f положительно определенная, а следовательно выпукла вниз. Таким образом к этой квадратчной форме можно применить алгоритмы минимизации. Для начала найдем точку минимума функции аналитически.

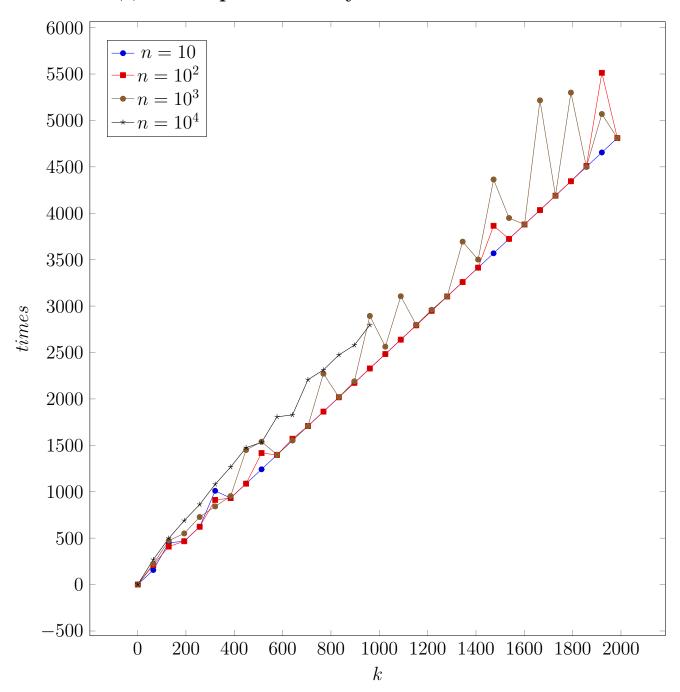
Надем точку, в которой градиент данной функции обращается в ноль. Это и будет точка минимума функции. $grad\ f=\left(2*x-y+2\right.$ $-x+8y+1\right)^T=(0\ 0)^T$ Решив систему линейных уравнений, получаем x=-17/15,y=-4/15 и min(f(x,y))=-19/15

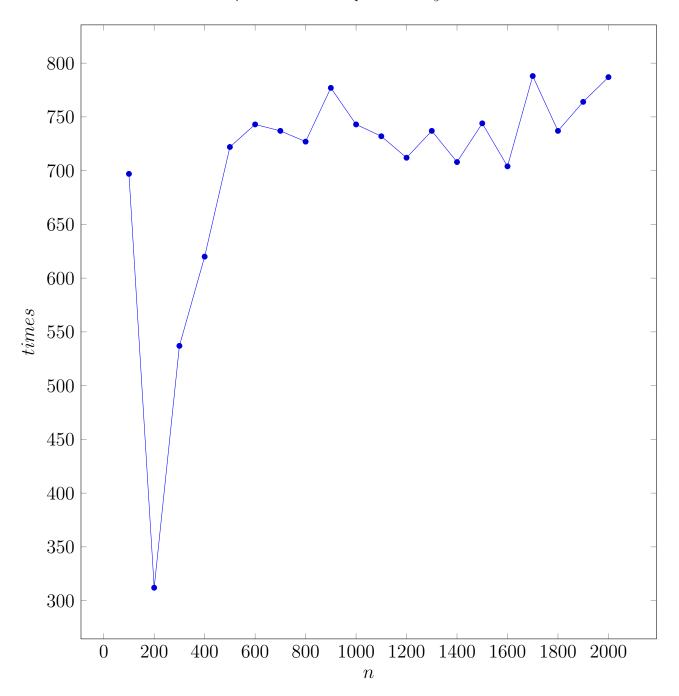
1.3. Метод градиентного спуска





1.4. Метод наискорейшего спуска





1.5. Метод сопряженных градиентов

