

АННОТАЦИЯ

ABSTRACT

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ. . . . .	4
1 АНАЛИЗ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ АВТОМОБИЛЕМ . . . . .	6
1.1 Обзор применяемого аппаратного обеспечения . . . . .	6
1.2 Обзор общей структуры системы управления беспилотными автомобилями . . . . .	9
1.3 Обзор методов планирования движения . . . . .	14
1.3.1 Формулирование задачи планирования движения . . . . .	15
1.3.2 Методы поиска на графах . . . . .	16
1.3.3 Hybryd A* . . . . .	18
1.3.4 State Lattice . . . . .	19
1.3.5 Случайные методы . . . . .	21
1.3.6 Методы интерполяции кривыми. . . . .	26
1.4 Обзор некоторых систем управления беспилотными автомобилями . . . . .	28
1.4.1 Команда Junior в Darpa Urban Challenge . . . . .	28
1.4.2 Команда BOSS в Darpa Urban Challenge . . . . .	29
1.4.3 Команда Talos в Darpa Urban Challenge. . . . .	31
1.4.4 Команда AnnieWAY в Darpa Urban Challenge. . . . .	31
2 ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ БЕСПИЛОТНОГО АВТОМОБИЛЯ . . . . .	33
2.1 Формулирование требований к разрабатываемой системе . . . . .	33
2.2 Проектирование общей архитектуры системы управления движением . . . . .	34
2.3 Проектирование подсистемы планирования локальной траектории . . . . .	38
2.3.1 A* . . . . .	39
2.3.2 Метод интерполяции кривых . . . . .	39
2.3.3 Планирование на несколько шагов . . . . .	53
3 РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ БЕСПИЛОТНОГО АВТОМОБИЛЯ . . . . .	61
3.1 Использование ROS в качестве основы для системы управления. . . . .	61

3.2 Постройка мобильной платформы . . . . .	61
3.3 Реализация управления приводами мобильной платформы . . . . .	61
3.4 Реализация подсистемы распознавание препятствий . . . . .	61
3.5 Реализация подсистемы планирования траектории . . . . .	61
3.6 Реализация подсистемы следования траектории . . . . .	61
4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ . . . . .	62
4.1 ??? . . . . .	62
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .	63

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно ведутся исследования и разработки в области беспилотных транспортных средств, в частности, беспилотных автомобилей. Беспилотные транспортные средства являются очень перспективной технологией, на которую делают ставку многие крупные автопроизводители и IT-компании. В частности, исследованиями и разработками в этой области занимаются такие компании как Waymo (Google), Tesla, Audi [25], Яндекс [35], GM, Apple, Uber, Intel совместно с BMW и ряд других. Наибольших успехов в этом достигли Waymo, которая запустила тестовый коммерческий сервис беспилотного такси для ограниченного круга испытателей в нескольких городах штата Аризона, Яндекс, запустивший беспилотное такси в Иннополисе и технопарке Сколково, и компания Tesla, выпускающая серийные автомобили с ограниченными функциями автопилота. **добавить источники**

Массовое применение беспилотных автомобилей на дорогах общего пользования может привести к ряду положительных изменений, таких как

- уменьшение человеческого фактора, что уменьшит количество ДТП и увеличит безопасность на дорогах;
- увеличению пропускной способности дорог и уменьшение пробок, потому что беспилотные автомобили смогут поддерживать меньшее расстояние друг с другом, быстрее реагировать на изменения дорожной ситуации;
- увеличение плотности парковок и иных инфраструктурных объектов по тем же причинам, что позволит сэкономить площадь;
- уменьшение количества личных автомобилей, по причине того, что, согласно анализу, один общественный беспилотный автомобиль может заменить девять–тринадцать личных автомобилей без компромиссов в текущих сценариях использования [11], что еще больше сократит нагрузку на инфраструктуру, уменьшит пробки и сократит вредные выбросы.

Эти и ряд других возможностей делают беспилотные транспортные

средства крайне полезными и перспективными в будущем.

И вот как-то надо перейти к тому, какого хера мы это делаем

Поэтому актуальной задачей является сделать вид, что мы тоже не лохи и изобразить какое-то подобие беспилотного автомобиля, чтобы потом еще десять лет показывать на каких-нибудь выставках и днях открытых дверей.

Целью данной диссертационной работы является разработка и реализация методов управления движением беспилотного автомобиля. Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) анализ существующих подходов к задаче управления беспилотными автомобилями в целом, выделение типичных подсистем,
- 2) проектирование подсистем управления движением беспилотным автомобилем,
- 3) реализация подсистем управления движением,
- 4) проведение экспериментов и оценка результатов работы.

В первой главе настоящей работы приведен обзор и анализ существующих подходов к построению систем управления беспилотными автомобилями в целом, анализ возможных структур систем управления, выделение типичных подсистем.

Во второй главе рассматривается проектирование подсистем, отвечающих за управление движением автономного автомобиля.

В третьей главе рассматривается реализация рассмотренных подсистем, а также методика их применения для управления беспилотным автомобилем.

В четвертой главе рассматриваются экспериментальная часть работы, связанная с использованием разработанной системы для проведения исследования движений автомобиля.

В разделе "Выводы" подводятся итоги создания подсистемы управления беспилотным автомобилем и рассматриваются результаты экспериментов.

Научная новизна и актуальность. Хотя, актуальность вроде расписал, но не сказал явно это слово, надо сказать

## 1 АНАЛИЗ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ АВТОМОБИЛЕМ

В этой главе рассматривается обзор существующих систем управления беспилотными автомобилями. Определены основные принципы и выделены основные подсистемы системы управления. Произведен обзор способов построения траекторий движения и способов удержания этой траектории.

### 1.1 Обзор применяемого аппаратного обеспечения

Беспилотные автомобили должны функционировать в условиях сложной окружающей среды с большим количеством различных неподвижных и движущихся препятствий различных конфигураций, в окружении других участников дорожного движения, пешеходов и т.п. Для обеспечения высокого уровня безопасности для пассажиров и других представителей дорожного движения беспилотный автомобиль должен оперативно и адекватно реагировать на изменяющиеся условия окружения, для этого автомобиль должен быть оснащен различными датчиками и реализовывать надежные и эффективные алгоритмы обработки данных.

Важным этапом в развитии беспилотных автомобилей были соревнования Darpa Grand Challenge (2004г, 2005г) и Darpa Urban Challenge (2007г), в ходе которых команды соревновались в разработке и постройке беспилотного автомобиля, который сможет самостоятельно проехать в трассу в загородных условиях (2004г, 2005г) и в городских условиях (2007г). Некоторые команды опубликовали ряд работ, в которых описаны подходы, использованные ими при разработке беспилотного автомобиля.

Главным датчиком большинства беспилотных автомобилей является 3D LIDAR (Light Identification Detection and Ranging) — вращающийся многолучевой лазерный дальномер, позволяющий получать данные о конфигурации окружающего пространства в трехмерном пространстве на большом расстоянии. Так, например, ЛИДАР Velodyne HDL-64E способен обнаруживать объекты с высокой отражающей способностью (например, автомобили)

на расстоянии до 120 м, а объекты с низкой отражающей способностью на расстоянии до 50 метров [14]. ЛИДАР позволяет получить большое количество информации об окружающем пространстве и с его помощью значительно легче и надежнее реализовать такие задачи, как обнаружение препятствий, определение дороги и т.п. Из рассмотренных команд, участвовавших в Darpa Urban Challenge: Junior (Стэнфордский университет) [16], Talos (Массачусетский технологический институт)[1], BOSS (несколько участников из университета Карнеги-Меллона, компаний General Motors, Caterpillar, Continental, Intel) [8], AnnieWAY (технологический институт Карлсруэ) [33] все команды использовали шестидесятилучевой лучевой ЛИДАР Velodyne HDL-64E в качестве основного источника информации об окружающем пространстве. Дополнительно применялись однолучевые 2D-ЛИДАРЫ в различных конфигурациях, для того, чтобы получить лучшее покрытие слепых зон, расположенные по бокам, на переднем и/или заднем бамперах, на крыше. ЛИДАРЫ не лишены недостатков. Главным их недостатком является высокая стоимость, что делает их не лучшим кандидатом для применения в массовых коммерческих автомобилях, так например шестнадцатилучевой ЛИДАР Velodyne VLP-16 стоит дороже ряда бюджетных автомобилей. [ССЫЛКА](#). Помимо этого, работа ЛИДАРа затруднена или вовсе невозможна в дождь, снег, туман.

Несмотря на большой объем и сравнительно высокую точность данных, получаемых с помощью ЛИДАРа, одного ЛИДАРа не достаточно для построения системы компьютерного зрения беспилотного автомобиля. В дополнение к ЛИДАРАм, все системы комплектуются одной, но чаще несколькими, цветными и/или черно-белыми камерами, а также радаром.

Камеры, наряду с ЛИДАРОм, являются важнейшими датчиками системы компьютерного зрения беспилотного автомобиля. С помощью камер производится распознавание дорожных знаков, светофоров, дорожной разметки. В настоящее время, в связи со значительным прогрессом в области искусственных нейронных сетей, можно с высокой точностью производить детектирование различных объектов (автомобилей, пешеходов, велосипедистов и других классов объектов), а также сегментацию, т.е. определять, какие пиксели изображения относятся к тем и или иным к классам, таким образом можно детектировать дорогу и ровное пространство, доступное для

движения. Тут можно накидать ссылок на какие-нибудь статьи про это дело, тысячи их. Прогресс в этой области делает возможным реализацию системы компьютерного зрения для беспилотного автомобиля без использования ЛИДАРа, что существенно снижает сложность и стоимость такой системы, что важно для серийных автомобилей. В настоящее время автомобили Tesla, оснащенные автопилотом с ограниченной функциональностью, используют только камеры. пружф. Тем не менее, использование ЛИДАРа значительно увеличивает точность и надежность системы, и ЛИДАРЫ используются во всех пружф проектах беспилотных автомобилей. Комбинируя данные с ЛИДАРа и камер (так называемая задача sensor fusion), можно существенно повысить точность таких задач, как распознавание и отслеживание препятствий, определение дороги и т.п. Тут можно кинуть ссылки на статьи про fusion на нейронках.

Другим важным датчиком, применяемым в беспилотных автомобилях, является радар. За последние годы применение радаров в автотранспорте (automotive radar) активно развивалось. Применение радаров не ограничивается полностью беспилотными автомобилями, они находят место и в обычных автомобилях в системах помощи водителю (advanced driver-assistance system, ADAS) и в системах активной безопасности [7], [6]. Радары обладают рядом возможностей, недоступных другим датчикам, таких как возможность работы вне зависимости от погодных условий и уровня освещенности, большая (до 200м) пружф дальность, возможность определять положение объектов и непосредственно определять их скорость с помощью эффекта Доплера.

Например, команда BOSS [8] в Darpa Urban Challenge применяла радар совместно с ЛИДАРОм для отслеживания объектов. Объекты отслеживались независимо, используя особенности датчиков (непосредственное измерение скорости объектов с помощью радара играло важную роль в алгоритме отслеживания) и затем результаты объединялись.

В таблице 1 приведено сравнение основных свойств и областей применения рассмотренных выше датчиков.

Источники про влияние, дальность итп

TODO: Написать не только про сенсоры, но и про управление



Таблица 1 – Сравнение применяемых датчиков

Датчик	Получаемая информации	Дальность	Влияние освещенности	Влияние погодных условий
Камера	Цветное или ч/б изображение	Не позволяет определить расстояние	Да	Да
Стереокамера	Облако точек	???	Да	Да
3D ЛИДАР	Облако точек 360°	до 120 м	Малое	Да
2D ЛИДАР	Положение препятствий (2D)	???	Малое	Да
Радар	Положение и скорость препятствий (2D)	до 200 м	Нет	Нет

## 1.2 Обзор общей структуры системы управления беспилотными автомобилями

Несмотря на то, что было представлено большое количество различных систем управления беспилотными автомобилями, все они обладают схожей структурой. В общем виде, систему управления беспилотным автомобилем можно разделить на следующие подсистемы:

- интерфейс сенсоров, позволяющий получать данные от сенсоров;
- подсистема восприятия (perception), осуществляющая построение комплексной информации об окружающем пространстве, на основе данных от сенсоров, определяя положение автомобиля, дорогу, статические и динамические препятствия, распознавания дорожные знаки, светофоры, разметку, и формирующая в конечном итоге цифровую карту окружающего пространства, которая в дальнейшем используются другими подсистемами;
- подсистема управления движением, осуществляющая принятие решений и построение безопасной и достижимой траектории и осуществляющая движение по траектории, формирования управляющих сигналов, таких как угол поворота руля, газ, тормоз.

Подобная высокоуровневая архитектура применена как командами Darpa Urban Challenge [16], [1], [8], [33], так и описана в более современных статьях, таких как [10], [29], [4].

Архитектура обобщенной системы управления автономным автомобилем, построенная на основе анализа ряда работ [3], представлена на рисунке 1.

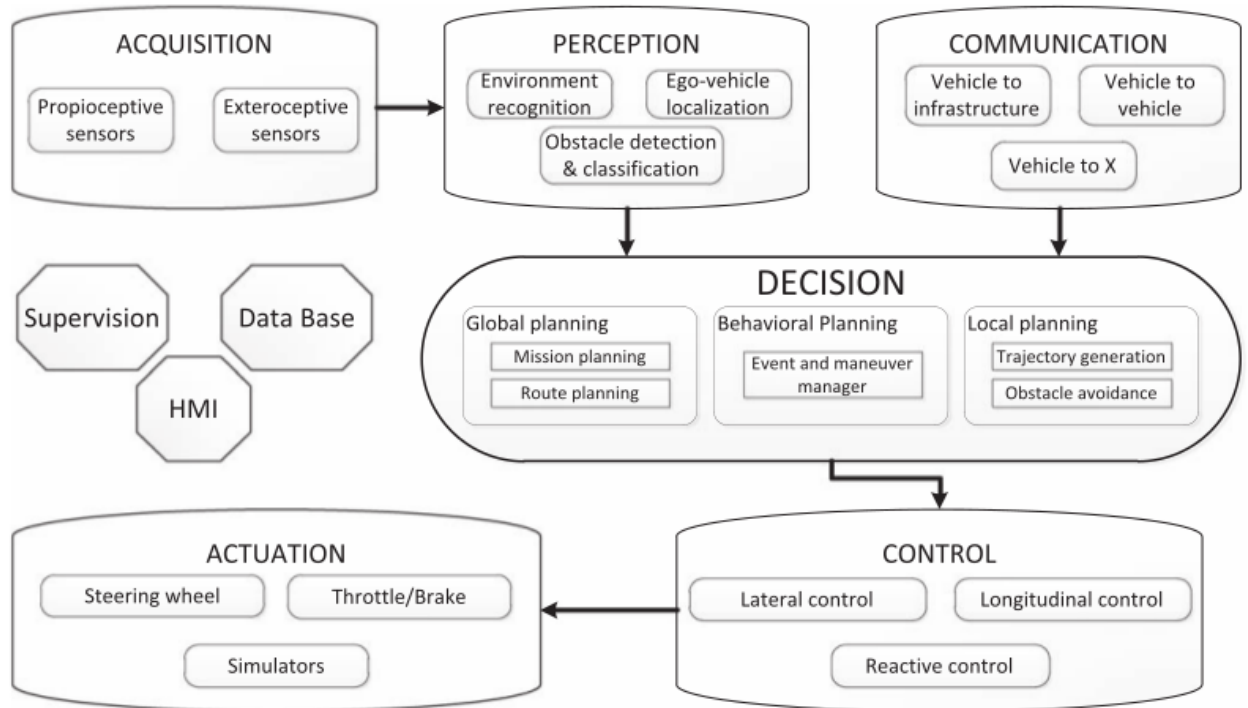


Рисунок 1 – Обобщенная абстракция архитектуры управления автономными автомобилями [3]

Подсистема восприятия обычно состоит из следующих компонентов, состав и взаимодействие которых, в прочем, могут отличаться в зависимости от назначения и уровня автономности беспилотного автомобиля:

- подсистема локализации, осуществляющая определения положения автомобиля с помощью GPS и системы одновременной картографии и навигации (SLAM),
- подсистема выделения дороги (ground detection/road detection), определяющая, какие области пространства вокруг доступны для передвижения,
- подсистема детектирования (object detection) и отслеживания (object tracking) объектов, позволяющая определять положение динамических препятствий вокруг автомобиля и их скорость и направление

движения,

- подсистемы распознавания дорожных знаков, светофоров, дорожной разметки и т.п.

Процесс планирования движения и принятия решений в современных беспилотных автомобилях обычно представлен в виде иерархии: планирование маршрута (route planning), принятие решений (behaviour planning, decision making), локально планирование (local motion planning) и управление с обратной связью [30]. Точное разделение на уровни обычно размыто и может отличаться в различных работах, но общая структура сохраняется. Пример того, как разделяются задачи по уровням иерархии представлен на рисунке 2.

На верхнем уровне осуществляется планирование маршрута по дорожной сети. Затем следуют уровень планирования поведения, который принимает решения и формирует локальные навигационные задачи, которые приближают автомобиль к выполнению высокоуровневой задачи и удовлетворяют правилам дорожного движения. Затем локальный планировщик формирует непрерывный путь в окружающем пространстве, который выполняет локальную навигационную задачу. Система управления с обратной связью осуществляет выполнение запланированного движения и коррекцию ошибок.

Система планирования маршрута должна выбирать как можно более оптимальный путь по дорожной сети от текущего положения к точке назначения. Типичным решением является представление дорожной сети как ориентированного графа, ребрам которого назначаются веса, соответствующие стоимости движения по данному сегменту дороги (в простейшем случае — расстояние). Тогда задача построения маршрутка может быть сформулирована как задача нахождения пути на графе с наименьшей стоимостью. Участники Darpa Urban Challenge решали эту задачу самостоятельно, используя хорошо известные алгоритмы, такие как алгоритмы Дейкстры,  $A^*$  или их модификации. Это было возможно, потому что область проведения Darpa Urban Challenge была небольшая. В реальных сценариях применение простейших алгоритмов невозможно, потому что дорожная сеть может содержать миллионы узлов. Но это и не требуется, потому что в настоящее время существует большое количество картографических сервисов, реализующих эффективные алгоритмы построения маршрутов вплоть

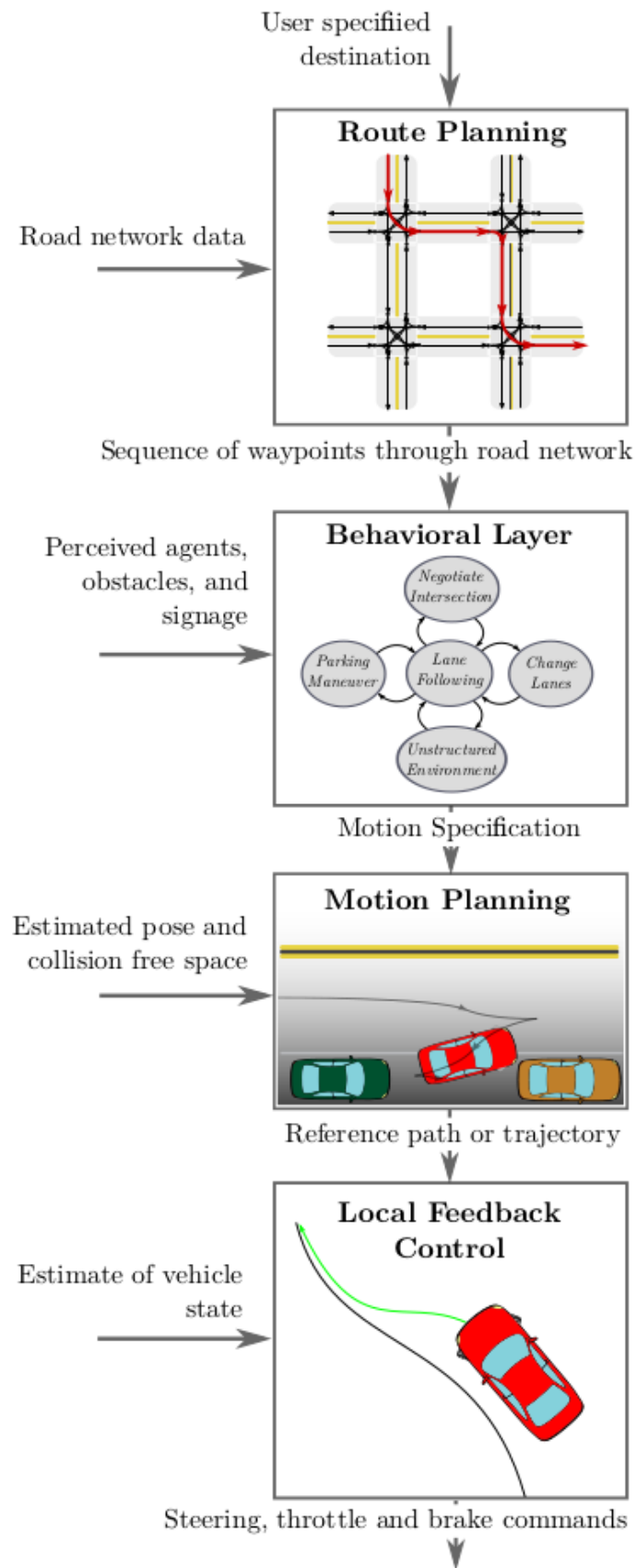


Рисунок 2 – Иерархия системы управления

до континентального масштаба и предоставляющих подобную функциональность в виде API. Поэтому в данной работе не рассматривается глобальное планирование маршрута, так как реализовывать его самостоятельно не имеет смысла.

После того, как глобальный маршрут был построен, автономный автомобиль должен уметь двигаться по этому маршруту и взаимодействовать с другими участниками дорожного движения в соответствии с правилами дорожного движения. Планировщик поведения отвечает за выбор подходящего поведения в каждый момент времени, основываясь на наблюдаемой дорожной ситуации. Например, когда автомобиль достигает стоп-линии, планировщик поведения формирует команду остановки. Правила дорожного движения определяют правильное поведение в различных ситуациях. Варианты поведения и возможные дорожные ситуации представляют собой конечные множества, поэтому естественным будет представление планировщика движения в виде конечного автомата. Большинство участников DARPA Urban Challenge применяли конечные автоматы для задачи принятия решений.

Основной проблемой является неопределенность намерений остальных участников дорожного движения. Проблема предсказания намерений участников движения активно изучается и существуют различные подходы, от простой линейно экстраполяции [27] движения до предсказания движения с помощью Deep Learning [ссылка](#), что является наиболее перспективным способом в настоящее время. Неопределенность поведения участников дорожного движения часто учитывается в планировании поведения с помощью вероятностного формализма, например, применяя марковский процесс принятия решений [ссылку бы](#).

После того, как планировщик поведения определил поведение, которое должно выполняться в данной дорожной ситуации, например, удерживать полосу, выполнит обгон или остановиться на светофоре, выбранное поведение должно быть представлено в виде пути или траектории, которые, в свою очередь, могут быть выполнены низкоуровневым регулятором с обратной связью. Эта траектория должна избегать препятствий, быть достижимой для автомобиля согласно его кинематике и динамике и, наконец, быть комфортной для пассажиров. Эта задача соответствует стандартной задаче планирования движения (motion planning) в робототехнике.

И, наконец, регулятор с обратной связью отвечает за то, чтобы сформировать управляющие сигналы, такие как поворот руля, газ и торможение, чтобы точно следовать программной траектории.

### 1.3 Обзор методов планирования движения

Локальный планировщик движения отвечает за формирование безопасной, достижимой и комфортной для пассажиров траектории из текущего положения автомобиля до следующей цели, определенной планировщиком поведения. В зависимости от ситуации, это могут быть различные цели, такие как удержание полосы, следование на заданном расстоянии от впереди идущего автомобиля, остановка и др. Планировщик движения учитывает информацию о статических и динамических препятствиях, чтобы сгенерировать траекторию, которая будет избегать препятствий и будет выполняема с точки зрения кинематики и/или динамики автомобиля. В некоторых подходах рассматривается формирование оптимальной по отношению к некой целевой функции траектории.

Получаемое программное движение может представлено в виде пути или траектории. В случае планирования пути, результатом будет путь в конфигурационном пространстве автомобиля,

Задача планирования движения (motion planning) в робототехнике — процесс разбиения требуемого движения на дискретные действия, которые удовлетворяют ограничениям. Планирование движения является важной задачей робототехники и активно исследуется и разрабатывается в течении последних десятилетий. Разработано большое количество алгоритмов планирования движения, как для решения задачи в общем случае, так и для конкретных приложений. В этом разделе дается обзор методов, позволяющих осуществить задачу локального планирования беспилотного движения автономного автомобиля.

Существует большое количество методов, позволяющих решить данную задачу, такие как методы поиска на графах, случайные методы поиска (sample-based motion planning), методы интерполяции движения кривыми, методы численной оптимизации и другие. Обзор методов планирования движения в приложении к беспилотным автомобилям рассмотрен в работах

[motion\_planning\_survey], [3], [38], [39], [30].

Различные способы планирования движения имеют свои преимущества и недостатки. Например, одни методы позволяют более полно решать задачу планирования движения, но являются более вычислительно сложными, что затрудняет их применение в реальном времени на дорогах с быстро меняющейся ситуацией. Чтобы решить эту проблему, многие команды в DARPA Urban Challenge не ограничивались одним способом планирования движения. Распространенным подходом было применять один планировщик движения при движении по дорогам, а другой - при движении в неструктурированном окружении, например, при задаче парковки.

Задача планирования движения в применении к автомобилю в общем виде является нетривиальной, потому что динамика автомобиля описывается сложными дифференциальными уравнениями, имеющими, что немаловажно, не голономные связи [37]. Многие исследователи применяют различные упрощенные модели динамики автомобиля [31]. Очень распространенной является "велосипедная" модель динамики автомобиля, которая применяется в ряде работ [22], [26], [36].

### 1.3.1 Формулирование задачи планирования движения

Перед рассмотрением алгоритмов планирования движения необходимо определить несколько понятий, которые применяются в теории автоматизированного управления и сформулировать задачу планирования движения.

Конфигурационное пространство  $\mathcal{C}$  системы — это совокупность всех ее обобщенных координат.

Дано:

- пространство конфигураций  $\mathcal{C}$  робота;
- множество конфигураций, соответствующее препятствиям  $\mathcal{C}_o \in \mathcal{C}$ , соответственно множество свободных конфигураций  $\mathcal{C}_{free} = \mathcal{C} \setminus \mathcal{C}_o$ ;
- начальные и конечные конфигурации  $q_s, q_g$ .

Задача планирования движения может быть сформулирована как планирование пути или планирование траектории. В первом случае, требуется найти функцию  $\tau(\alpha) : [0, 1] \rightarrow \mathcal{C}_{free}$ , представляющую путь робота в конфигурационном пространстве, где  $\tau(0) = q_s, \tau(1) = q_g$ . В этом случае, решение

не определяет, как этот пройден автомобилем. Планировщик движения может выбрать профиль скорости для этого пути, как это сделано в [8], или делегировать эту задачу нижележащим подсистемам.

В случае планирования траектории, явно учитывается время движение. В таком случае требуется найти функцию  $\pi(t) : [0, T] \rightarrow C$ , где  $T$  - горизонт планирования. В отличие от планирования пути, планирование траектории явно указывает, как должна меняться конфигурация с течением времени.

Требуется это более внятно и корректно сформулировать. Спросить Горобцова. И буквы  $W$ ,  $C$ , должны быть "гнутыми" но я не знаю, как они называются

### 1.3.2 Методы поиска на графах

Для решения задачи планирования движения можно применять алгоритмы поиска на графах, такие как алгоритм Дейкстры, алгоритм  $A^*$  или их модификации. Для применения алгоритмов поиска на графах к задаче планирования движения необходимо сначала представить конфигурационное пространство в виде графа.

В данном методе большую роль играет способ построения графа, а именно выбор опорных точек и ребер, которые их соединяют.

Простейшими, но крайне широко распространенными вариантами представления конфигурационного пространства в виде графа являются методы клеточной декомпозиции. Наиболее распространенным вариантом является приближенная клеточная декомпозиция, когда пространство разбивается с помощью равномерной сетки (grid map) [38]. Преимуществом этого метода является то, что его легко реализовать и легко представить конфигурацию окружающего пространства в виде сетки. Этот метод широко применяется в ряде существующих реализаций поиска пути, таких как navigation stack в ROS [ссылка](#). Недостатком этого метода является существенное увеличение размера графа при уменьшении шага дискретизации, увеличении области, в которой осуществляется планирование и, особенно, при увеличении размерности конфигурационного пространства. Подобные методы в основном применяются для геометрического планирования на плоскости, с увеличени-



ем числа степеней свободы (повороты, трехмерное пространство, трехмерное пространство с поворотами) количество вершин в графе становится слишком большим для эффективного применения данного метода.

Другим способом выбора опорных точек графа является использование диаграммы видимости. [38] Диаграмма видимости определяется как неориентированный граф, вершины которого включают множество вершин препятствий, а ребра соединяют некоторые вершины таким образом, что никакое ребро не пересекается с препятствиями. Для использования диаграммы видимости необходимо, чтобы препятствия имели форму многоугольника или многогранника. Поскольку путь строится по вершинам препятствий, и часть пути совпадает с краями препятствий, существует определенная опасность столкновения с препятствиями. Кроме того, при увеличении количества препятствий возрастает сложность графа, причем этот рост очень быстрый. Подобный подход редко применяется для беспилотных автомобилей **пруф**.

Еще одним методом построение графа, который сильно распространен в задачах планирования [36], [38], являются диаграммы Вороного. Диаграмма Вороного конечного множества точек на плоскости представляет собой разбиение плоскости таким образом, что каждая область образует геометрическое место точек (локус), каждая из которых более близка к одному элементу множества, чем к другому. Преимуществом диаграмм Вороного для планирования движения является то, что с их помощью можно построить путь, наиболее удаленный от всех препятствий, и, следовательно, наиболее безопасный.

Команда "BOSS" Darpa Urban Challenge применяла метод поиска на графах для планирования движения [8], [12], [9]. Для графа они применяют т.н. решетку состояний (state lattice). Узлы графа представляют собой дискретизированные состояния в пространстве конфигураций, а каждое ребро графа представляет достижимый путь. В отличие от более распространенных подходов, применяющих сетки, клетки которых просто имеют 4 или 8 соединенных соседей, в этом подходе гарантируется, что полученный путь будет достижимым.

Наиболее применительны методы поиска на графах для планирования движения в неструктурированном окружении.

Далее будут рассмотрены некоторые модификации известных алго-

ритмов поиска пути на графах, ориентированные на нахождение кинематически и динамически достижимых путей.

### 1.3.3 Hybrid A\*

Из-за нелинейной динамики автомобиля, путь, построенный с помощью поиска на регулярной прямоугольной дискретной сетке будет кинематически и динамически недостижим для автомобиля. Было предложено много вариантов решения этой проблемы, так например, алгоритм Hybrid A\* [5], предложенный командой "Junior"DUC [16]. В отличие от алгоритма A\*, примененного к регулярной сетке, имеющий 4 или 8 дискретных соединений между соседними ячейками, Hybrid A\* формирует набор траекторий, учитывающих нелинейную динамику и непрерывную природу движения автомобиля (рисунок 3).

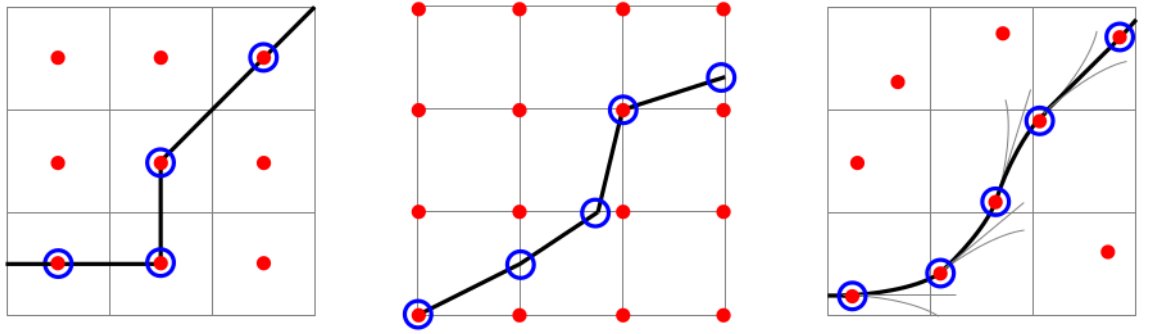


Рисунок 3 – Hybrid A\* в сравнении с A\* [16]

Алгоритм работает с дискретными сетками в трехмерном пространстве состояний  $x, y, \theta$ , где  $x, y$  - положение автомобиля, а  $\theta$  - ориентация. Рассмотрим работу алгоритма. Допустим, что в некий момент времени состояние автомобиля  $\langle x, y, \theta \rangle$  и оно соответствует ячейке  $c_i$  в дискретизированном пространстве состояний. Сопоставим с этой ячейкой непрерывные координаты:  $x_i = x, y_i = y, \theta_i = \theta$ . Далее решаем задачу прямой динамики, интегрируя движение автомобиля при подаче управления  $u$  в течении заданного времени  $t$ . Конечным состоянием будет  $\langle x', y', \theta' \rangle$ , попадающее в дискретную клетку  $c_j$ . Аналогичным образом сопоставим непрерывные координаты с этой клеткой:  $x_j = x', y_j = y', \theta_j = \theta'$ . Это позволяет гарантировать, что мы имеем непрерывную траекторию из клетки  $c_i$  и  $c_j$ , для которой гарантируется кинематическая и динамическая достижимость (разумеется,

при использовании достаточно точной динамической модели), а также соответствующее управление  $u$ , что не гарантируется для обычного  $A^*$  алгоритма. Дальнейший поиск по этому графу осуществляется аналогично обычному алгоритму  $A^*$ .

#### 1.3.4 State Lattice

Другой широко распространенной модификацией графовых алгоритмов является семейство алгоритмов, называемых в англоязычной литературе "State Lattice" (решетка состояний). Алгоритм был предложен в работе [28] и близок по своей идее к алгоритму Hybrid  $A^*$ , рассмотренному ранее. В работе представлено пространство поиска, называемое решеткой состояний, позволяющее представить планирование неголономного движения как задачу поиска на графе.

Решетка состояний представляет собой дискретное множество всех достижимых конфигураций системы. Ее построение осуществляется путем дискретизирования пространства состояний в виде многомерной решетки, состоящих из достижимых состояний, и попытки соединить начальное состояние со всеми узлами решетки с помощью достижимых путей в качестве ребер. В общем случае, решетка состояний содержит все достижимые пути (с заданной дискретизацией), что подразумевает, что если автомобиль можете переместиться из одного состояния в другое, то решетка состояний содержит последовательность путей для осуществления этого маневра.

Подобно обычной сетке, решетка состояний преобразует задачу планирования в непрерывном пространстве в задачу формирования последовательности выбора из нескольких дискретных альтернативных состояний, но в отличие от обычной сетки, решетка состояний строится таким образом, что ее связи являются достижимыми путями.

Построение решетки состояний требует решение обратной задачи для нахождения достижимого пути между двумя заданными состояниями. Существует ряд методов, позволяющих решить эту задачу. Несмотря на то, что метод решетки состояний по-прежнему требует решения обратной задачи, что, как было замечено выше, является нетривиальной задачей, этот метод существенно упрощает задачу планирования движения, потому что позволя-

ет осуществлять планирование движения в виде графа в условиях наличия различных препятствий, позволяя формировать сложную траекторию, что существенно более затруднено при применении чисто математических методов решения этой задачи. В данном случае требуется решать обратную задачу лишь для некоего ограниченного множества возможных комбинаций начальных и конечных состояний.

Другим немаловажным свойством этого метода является то, что в силу использования регулярной сетки, можно выделить набор состояний, инвариантный к пространственному перемещению (рисунок 4). Это позволяет заранее рассчитать ограниченный набор состояний и соответствующих траекторий и управлений с помощью точных моделей и ресурсозатратных алгоритмов, а в процессе планирования движения в реальном времени пользоваться этой заранее рассчитанной таблицей. Этот подход широко применяется в ряде разработок, например, в автомобиле "BOSS"DUC [8].

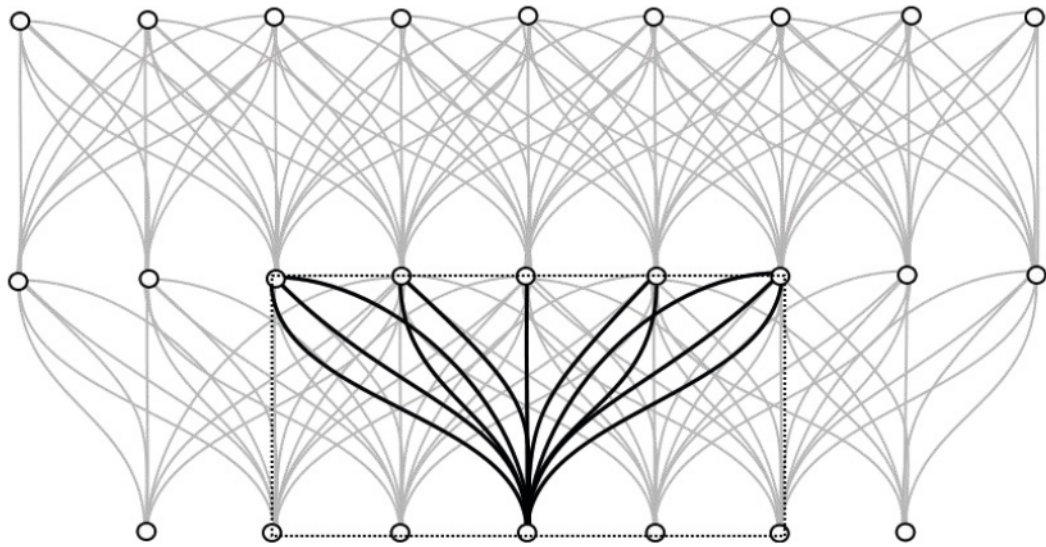


Рисунок 4 – Пример регулярной решетки состояний. Базовое множество управлений и результирующих путей (черный) не зависит расположения и может быть продублирован. Это позволяет очень эффективно представлять множество траекторий и решать проблему планирования движения [13]

Важным понятием в этом методе является понятие эквивалентности путей. Путь  $\tau_1$  считается эквивалентным пути  $\tau_2$ , если  $\tau_1$  содержится в определенном регионе  $Q$  вокруг  $\tau_2$  (рисунок 5). Все пути, являющиеся эквивалентными, представляются одним путем.

Для достижения эффективности, как было сказано выше, возможно дублирование некоего базового набора состояний и траекторий для разных на-

чальных состояний, таким образом позволяя возможность эффективно конструировать граф необходимого размера в реальном времени. Для реализации такой возможности во всем множестве путей, которое представляет собой решетка состояний, необходимо выделить базовое множество. Например, для обычной регулярной сетки, каждая ячейка которой соединена с четырьмя соседними, базовым множеством путей будет движение на одну клетку вперед, назад, влево и вправо. Этого простого набора путей достаточно, чтобы описать любые перемещения в этом пространстве состояний. Для решетки состояний применяется подобная идея. Любой путь через решетку может быть декомпозирован в последовательность путей из некоего минимального набора таким образом, что эта последовательность будет эквивалентной исходному пути.

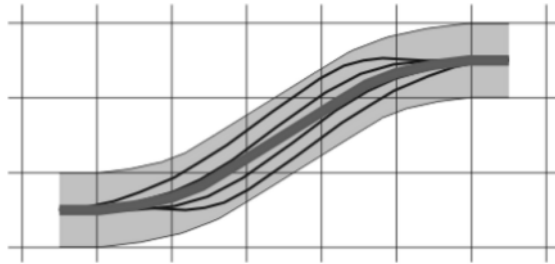


Рисунок 5 – Эквивалентность путей. Множество различных путей (черные линии), которые содержатся в пределах заданного региона (серая область), считаются эквивалентными

### 1.3.5 Случайные методы

При решении задач планирования движения в пространствах высоких размерностей, которые часто возникают в современной робототехнике (например, планирование движения твердого тела в трехмерном пространстве с шестью степенями свободы или планирование движения многозвенового манипулятора), классические методы, такие как методы поиска на графах, обладают очень большой вычислительной сложностью. Для решения таких задач перспективными являются случайные (sample-based) методы, такие как Probabilistic roadmap, Rapidly-exploring random graph (RRG), Rapidly-exploring random tree (RRT) [19], Optimal Rapidly-exploring random tree (RRT\*)[17].

Идея метода заключается в том, что начиная из начального состояния строится дерево, которое может достичь конечного состояния, путем выбора случайных точек в конфигурационном пространстве. Алгоритм RRT представлен в листинге 1, а иллюстрация метода *EXTEND* на рисунке 6.

---

**Algorithm 1** Rapidly-exploring random tree

---

```

function RRT( $x_{init}$ )
   $\tau.init(x_{init})$ 
  for  $k = 1$  to  $K$  do
     $x_{rand} \leftarrow RANDOM\_STATE()$ 
    EXTEND( $\tau, x_{rand}$ )
  end for
end function
function EXTEND( $\tau, x$ )
   $x_{near} \leftarrow NEAREST\_NEIGHBOUR(x, \tau)$ 
  if  $NOT\_COLLIDED(x, x_{near}, x_{new})$  then
     $\tau.add\_vertex(x_{new})$ 
     $\tau.add\_edge(x_{near}, x_{new}, u_{new})$ 
    if  $x_{new} = x$  then
      return REACHED
    else
      return ADVANCED
    end if
  end if return TRAPPED
end function

```

---

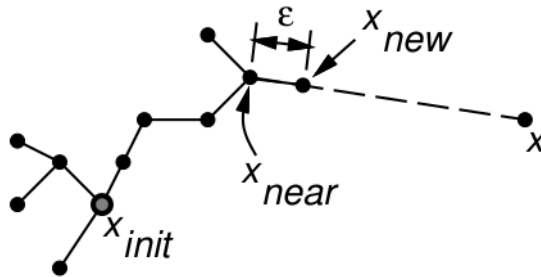


Рисунок 6 – Пример работы метода *EXTEND* алгоритма RRT

Особенность этого семейства алгоритмов, как и многих других итерационных методов, является их сходимость в пределе **я встречал более правильный термин, но потерял**, т.е. решение будет получено при количестве итераций стремящемся к бесконечности. Тем не менее, практическое использование этого семейства алгоритмов позволяет быстро находить решение для

высоких размерностей. Это свойство является преимуществом для систем реального времени, которым является беспилотный автомобиль. Для систем реального времени ключевой является способность выполнять работу в строго определенный интервал времени. К примеру, под планирование локальной траектории вперед на заданный горизонт планирования отводится 0.5 секунды, и превышение этого времени может привести к нарушению функционирования беспилотного автомобиля, что может создать опасную ситуацию. В случае с RRT алгоритмами, указывается максимальное время работы, после которого итерационный процесс прекращается. В этом случае, полное решение может быть не найдено, но планирование может быть повторено через некоторое время, чтобы построить недостающий участок пути.

Для применения этого алгоритма достаточно определить процедуру проверки на пересечение с препятствием *NOT\_COLLIDED*.

Существует большое количество модификаций алгоритма RRT, особенно необходимо отметить алгоритм RRT\* [17], являющийся асимптотически-оптимальной версией алгоритма RRT. Он основан на алгоритме rapidly-exploring random graph (RRG) и имеет отличающуюся процедуру добавления новой точки в граф. В отличие от алгоритма RRT, который прекращает свою работу, когда решение было найдено, алгоритм RRT\* продолжает работу, постепенно находя все более оптимальные решения.

Отдельно стоит выделить направление под названием кинодинамическое планирование (kinodynamic planning), которое является актуальным в последнее время. В этом случае планирование осуществляется не в конфигурационном пространстве, а в пространстве состояний (фазовом пространстве) [18], которое определяется следующим образом. Пусть  $\mathcal{C}$  — конфигурационное пространство, каждая конфигурация  $q \in \mathcal{C}$  представляет положение робота в пространстве. Обозначим пространство состояний как  $\mathcal{X}$ , в котором состояние  $x \in \mathcal{X}$  определяется как  $x = (q, \dot{q})$ . (Состояние может определяться и с использованием производных высших порядков).

Это позволяет осуществлять планирование не только с учетом кинематической модели автомобиля, но и с учетом динамической модели с дифференциальными ограничениями и неголономными связями. Таким образом, результирующие пути будут достижимы с точки зрения динамики автомоби-

ля, что не всегда возможно для других методов планирования, что приводит к необходимости вводить различные искусственные ограничения. Результатом такого метода планирования может быть не только траектория в пространстве состояний, которая подается на вход низкоуровневого регулятора с обратной связью, но и непосредственно последовательность управляющих сигналов, которые приведут систему к движению с такой траекторией.

Для реализации этих алгоритмов необходимо определить функции *PROPAGATE* и *STEER*. Функция *PROPAGATE* (1) формирует следующее состояние системы после применения к ней заданного управляющего воздействия, например, путем численного интегрирования.

$$x_{i+1} = PROPAGATE(x_i, u_i, \Delta t) \quad (1)$$

где  $x_i$  — текущее состояние,  
 $u_i$  — управление,  
 $\Delta t$  — время интегрирования.

Функция *STEER* (2) значительно сложнее. Согласно алгоритму RRT необходимо осуществлять шаг из некоего состояния по направлению к случайно выбранному состоянию, то в случае с кинодинамическим планированием это невозможно сделать напрямую, так как для перехода между состояниями используется функция *PROPAGATE*, реализующая динамическую модель. Для этого потребуется определить, какие управляющие сигналы могут привести в требуемое состояние, т.е. решить обратную задачу динамики. В общем случае это невозможно. В зависимости от задачи и модели, может выбираться различная функция *STEER*, реализующая обратную задачу с той или иной точностью. Благодаря итерационному алгоритму, решение может быть найдено даже с использованием приближенной функции. В простейшем случае, в качестве функции *STEER*, может использоваться сэмплирование случайного управляющего вектора. В этом случае, сходимость алгоритма существенно ухудшается и потребуется очень много итераций, чтобы прийти к решению.

$$u^* = STEER(x_{near}, x, \Delta t) \quad (2)$$



где  $x$  — случайно выбранное состояние,  
 $x_{newar}$  — состояние, близкое к случайному,  
 $u^*$  — примерное управление,  
 $\Delta t$  — время интегрирования.

Интересное решение этой проблемы было предложено командой MIT Darpa Urban Challenge [1], [23], [24], [24]. Они применяли RRT для планирования системы модель автомобиль-регулятор с обратной связью, т.е. использовали модель управления по замкнутому контуру для планирования движений, в то время как в большинстве решений применяется управление по открытому контуру, т.е. учитывается только модель автомобиля.

Таким образом, sample-based методы планирования движения являются очень перспективными и способными к решению сложных задач планирования движения, где не справляются другие методы. Тем не менее, эти методы не лишены ряда существенных недостатков, главным из которых является высокая вычислительная сложность. В зависимости от сложности модели, размерности пространства, конфигурации препятствий, могут потребоваться десятки или сотни тысяч итераций, чтобы найти решение, что может не укладываться в жесткие временные рамки для системы управления беспилотным автомобилем. При типичном применении кинодинамического RRT, происходит выбор (сэмплирование) точек в пространстве управления автомобилем, т.е. входов для органов управления автомобилем. В этом подходе применяется сэмплирование входов для регулятора с обратной связью. Алгоритм RRT формирует дерево со сравнительно низкой плотностью сэмплированных точек, затем происходит моделирование системы автомобиль-регулятор, формируя реальную траекторию автомобиля (рисунок 7). Этот подход позволяет уменьшить количество вершин дерева, которое приходится открывать алгоритму RRT, тем самым уменьшив вычислительную сложность.

Существует Open-Source библиотека The Open Motion Planning Library [32], которая реализует sample-based алгоритмы поиска, таких как RRT, RRT\* и ряд других, основанных на них, как для планирования в пространстве конфигураций, так и для планирования в пространстве состояний (kinodynamic planning). Библиотека легко интегрируется с любой задачей планирования движения, поскольку не имеет никаких ограничений на тип задачи, способы представления препятствий, используемые динамиче-

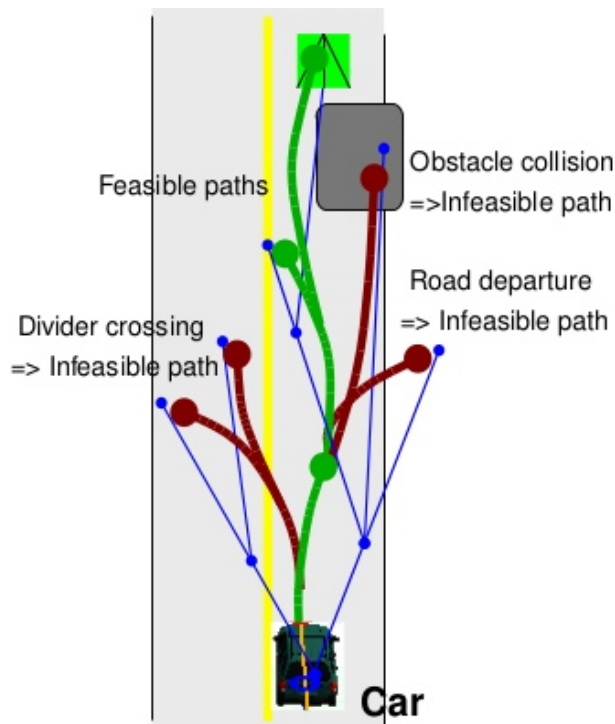


Рисунок 7 – Планирование движения с помощью RRT и регулятора с обратной связью

ские модели. Программисту достаточно определить вышеназванные функции *NOT\_COLLIDED*, *PROPAGATE*, *STEER* в соответствии с используемым способом представления препятствий и моделью робота. Библиотека имеет ряд готовых реализаций для широко распространенных пространств конфигурации, состояний и управления, таких как  $SO(2)$ ,  $SO(3)$ ,  $SE(2)$ ,  $SE(3)$ , но возможно определить и свои.

Возможно, куда-то надо написать еще про Dubins и про потенциалы

### 1.3.6 Методы интерполяции кривыми

Следующей группой методов, применяемых для реализации задачи планирования движения беспилотного автомобиля, является интерполяция траектории движения с помощью каких-либо кривых или иных линий.

Эти алгоритмы принимают набор точек (например, данный набор точек пути, описывающих глобальную дорожную карту), генерируя новый набор данных (более плавный путь) удовлетворяющий требованиям на непрерывность траектории, ограничения транспортного средства и учитывая динамическую среду, в которой движется автомобиль.

В отличие от методов, рассмотренных ранее, которые являются уни-

версальными и могут применяться к решению различных задач планирования движения, применительно к беспилотному автомобилю, это задача движения в неструктурированном окружении, эти методы широко применяются для построения траектории при движении по дороге.

Планировщики интерполяционных кривых реализуют различные методы сглаживания траектории и генерации кривых. Могут применяться различные кривые для интерполяции, такие как линии и окружности, клотоиды, кривые Безье или полиномы. Полиномы зачастую применяются для того, чтобы построить участок траектории, удовлетворяющий граничным условиям (например, положению и скорости).

Так в работах [34], [27], опубликованных по результатам участия команды Стэндфордского университета в *Darpa Urban Challenge*, рассматривается планирование траектории с помощью полиномов пятого порядка в подвижной системе координат, связанной с желаемой траекторией, основанной на трехграннике Френе. В этой работе осуществляется независимое формирование продольной и поперечных траекторий, обе представлены в форме полиномов пятого порядка. Алгоритм генерирует набор кривых путем варьирования конечных условий, а затем осуществляется выбор оптимальной траектории с использованием различных функций стоимости.

Стоит отметить, что формирование большого набора траекторий с последующим выбором оптимальной является распространенным подходом в решении задачи планирования движения.

В работе [2] представлен похожий подход, отличающийся тем, что после нахождения оптимальной траектории из набора дискретных траекторий, осуществляется дополнительная процедура оптимизации параметров полиномов с целью получить более оптимальную траекторию.

В работе [21] применяются кривые Безье пятого порядка для формирования траектории движения автомобиля с моделью Аккермана. Алгоритм получает на вход набор путевых точек и формирует путь, проходящий через них с помощью набора кривых Безье. Каждый сегмент определяется положением точки, первой и второй производной, т.е. скоростью и ускорением автомобиля. Полученная кривая имеет гладкие стыки между сегментами. Затем осуществляется оптимизация кривой путем изменения положений и первых производных в опорных точках, чтобы оптимизировать длину пути.

## 1.4 Обзор некоторых систем управления беспилотными автомобилями

В этом разделе будут более детально рассмотрены некоторые решения в области планирования движения беспилотных автомобилей, в основном, на основе публикаций участников Darpa Urban Challenge.

### 1.4.1 Команда Junior в Darpa Urban Challenge

В работах [34], [27], опубликованных по результатам участия команды Стэнфордского университета в Darpa Urban Challenge, рассматривается планирование траектории с помощью полиномов пятого порядка в подвижной системе координат, связанной с желаемой траекторией, основанной на трехграннике Френе. Иллюстрация этого способа представлена на рисунке 8, где  $s(t)$  — длина дуги, пройденная автомобилем,  $\vec{t}_r$  — направляющий вектор системы координат,  $\vec{n}_r$  — нормальный вектор системы координат,  $\vec{x}(s, d)$ ,  $\vec{n}_x$ ,  $\vec{t}_x$  — положение и направляющие векторы локальной системы координат автомобиля соответственно и  $d(t)$  — отклонение автомобиля от желаемой траектории.

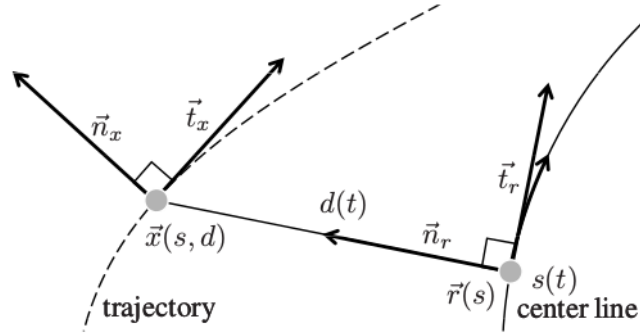


Рисунок 8 – Система координат для планирование траектории

Планирование осуществляется независимо для продольного и поперечного движения, а затем полученные полиномы объединяются в траекторию и переводятся в декартову систему координат. Выбирается оптимальная траектория, минимизирующая функцию стоимости. За основу функции стоимости взят интеграл третьей производной, рывка (jerk):

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \ddot{p}^2 d\tau \quad (3)$$

где  $p$  — положение (продольное или поперечное),

$t_0, t_1$  — время совершения маневра.

Полиномы пятого порядка выбраны по причине того, что оптимальным решением для минимизации этого интеграла.

Так как при планировании движения требуется учитывать препятствия, задача оптимизации для нахождения коэффициентов полинома, минимизирующего стоимость крайне затруднительно. Вместо этого в работе предложен другой подход, являющийся типичным для подомных методов. Формируется набор траекторий путем варьирования конечных условий, а затем из них выбирается траектория, которая лучше всего минимизирует функцию стоимости и, при этом, удовлетворяет ограничениям, например:

$$D_0 = [d_0, \dot{d}_0, \ddot{d}_0] \quad (4)$$

$$D_{1_{ij}} = [d_i, 0, 0, T_j] \quad (5)$$

где  $D_0, D_1$  — начальное и конечное состояние,

$d_0, \dot{d}_0, \ddot{d}_0$  — текущие поперечные положение, скорость и ускорение автомобиля,

$d_i$  — конечное поперечное положение,

$T_j$  — время выполнения маневра.

Пример планирования поперечных и продольных траекторий представлены на рисунке 9 и 10 соответственно.

#### 1.4.2 Команда BOSS в Darpa Urban Challenge

Команда BOSS университета Карнеги-Меллона использовала [8], [12], [9] несколько иной подход, основанный на методе решеток состояния (state lattice). Планировщик траектории формирует набор траекторий-кандидатов, из которых затем выбирается лучшая, удовлетворяющая ограничениям и функции стоимости.

Каждая траектория-кандидат рассчитывается с помощью MPC (Model Predictive Control) генератора [15], который формирует динамически достижимый путь между начальным и конечным состояниями. Этот алгоритм может быть использован для формирования набора параметризованных после-

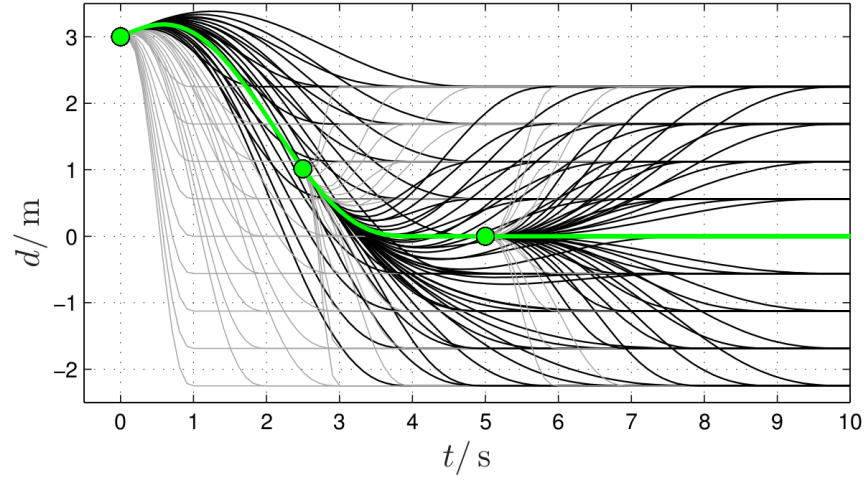


Рисунок 9 – Планирование поперечного движения, зеленая — оптимальная траектория, черная — валидные траектории, серые — невалидные траектории

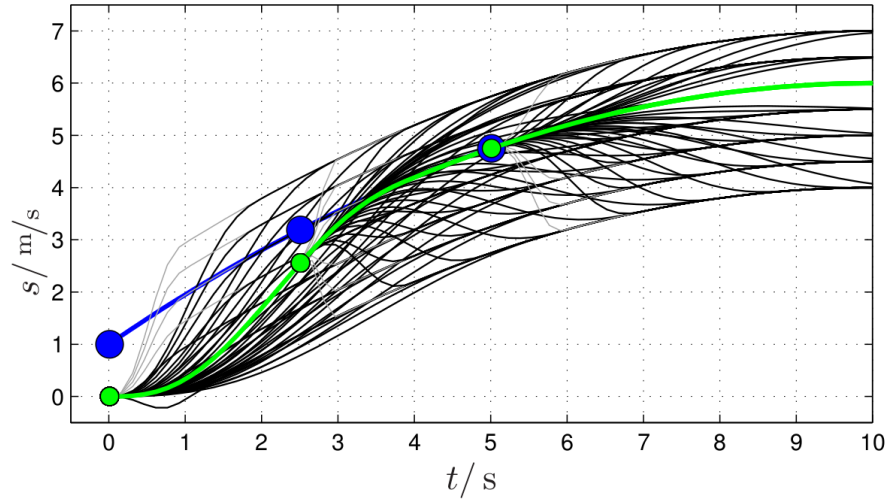


Рисунок 10 – Планирование продольного движения

довательностей управления  $[u(p, x)]$ , которые удовлетворяют набору ограничений в виде дифференциальных уравнений вида:

$$\dot{x}(x, p) = f(x, u(p, x)) \quad (6)$$

где  $x$  - состояние автомобиля (положение  $x, y$ , ориентация  $\theta$ , кривизна траектории  $k$ , скорость  $v$ ),  $p$  - набор параметров.

Авторы вводят набор ограничений, которые описываются как разница между целевым состоянием  $X_c$  и конечной точкой траектории, получаемой

путем интегрирования уравнений динамики автомобиля:

$$x_c = \langle x_c, y_c, \theta_c \rangle^T \quad (7)$$

$$x_f(p, x) = x_i + \int_0^{t_1} \dot{x}(x, p) dt \quad (8)$$

$$C(x, p) = x_c - x_f(p, x) \quad (9)$$

Путем минимизации ошибки  $C(x, p)$  находятся такие коэффициенты  $p$ , что полученная траектория как можно ближе подходит к заданному конечному состоянию.

Траектории определяются функцией скорости  $v(p, t)$  и функцией кривизны  $k(p, s)$ , где  $s$  - покрытая длина дуги. В работе применен ряд различных функций, реализующих различные профили скорости, принимаемые в разных ситуациях (рисунок 11a). Функция кривизны определяется в виде сплайна второго порядка и задается набором трех опорных точек (рисунок 11b). Каждая траектория определяется набором параметров, которые подбираются в процессе оптимизации.

Траектории рассчитываются заранее и формируют lookip-таблицу, с помощью которой определяются подходящие параметры траектории для состояния, близкого к текущему состоянию автомобиля. Это существенно ускоряет операцию планирования движения.

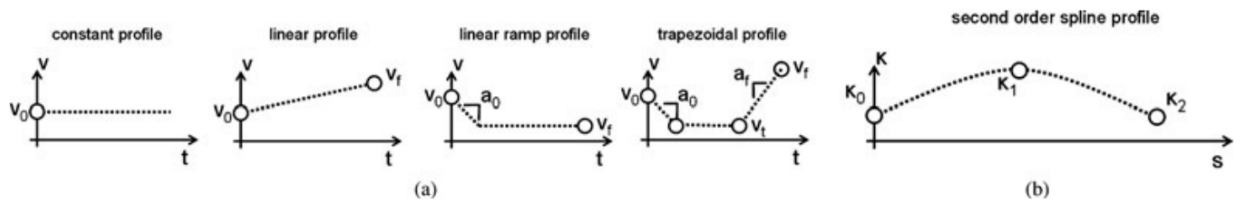


Рисунок 11 – Профили скорости автомобиля BOSS

#### 1.4.3 Команда Talos в Darpa Urban Challenge

#### 1.4.4 Команда AnnieWAY в Darpa Urban Challenge

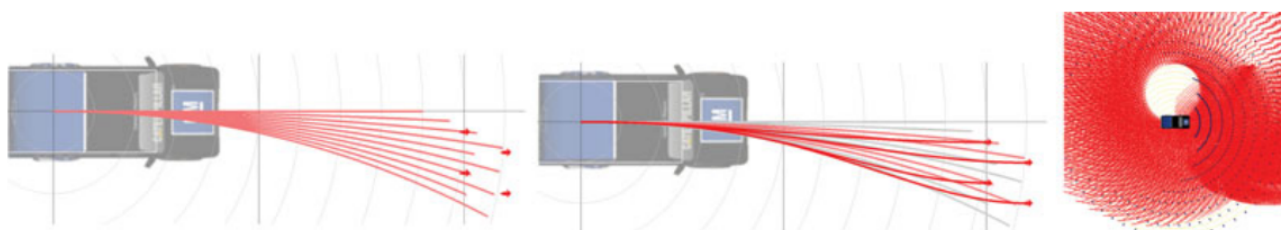


Рисунок 12 – Предварительно рассчитанные траектории автомобиля BOSS



## 2 ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ БЕСПИЛОТНОГО АВТОМОБИЛЯ

В данной главе рассматривается этап проектирования структуры и алгоритмов системы управления движением беспилотного автомобиля. Проектирование системы основано на анализе рассмотренных архитектурных решений и алгоритмов.

### 2.1 Формулирование требований к разрабатываемой системе

Система управления беспилотным автомобилем должна выполнять большое количество функций, необходимых для эффективного и безопасного движения в сложных условиях, среди которых

- распознавание других участников дорожного движения (автомобилей, пешеходов, велосипедистов и т.п.);
- отслеживать других участников дорожного движения в течении некоторого времени для определения характеристик их движения и уменьшения ошибок распознавания;
- определять положение, скорость, ускорение и предсказывать будущие действия других участников дорожного движения;
- распознавать дорожные знаки, светофоры;
- распознавать дорожную разметку;
- на основании всей собранной информации осуществлять планирование безопасного и эффективного движения;
- выполнять запланированное движение и реагировать на изменения в дорожной ситуации.

Исходя из требуемой функциональности, а так же критериев безопасности, система управления беспилотным автомобилем обладает высочайшей сложностью. Разработку такой системы невозможно осуществить в полной мере сразу, по "водопадной" модели. Различные компоненты системы должны разрабатываться и улучшаться независимо, чтобы наращивать функциональность и увеличивать безопасность и эффективность системы управления.

Поэтому главным требованием к системе управления беспилотным автомобилем является высокая модульность, что позволит разрабатывать и тестировать отдельные системы и подсистемы независимо.

Другим требованием, также приводящим к необходимости модульной системы, является необходимость иметь возможность тестирования компонентов системы управления беспилотным автомобилем на небольших моделях и с использованием различных симуляторов и иных средств моделирования, что позволит быстрее приступить к разработке системы, не завися от реализации системы управления органами управления реального автомобиля.

В связи с очень большим объемом работ, требуемом для разработки полной системы управления беспилотного автомобиля, в рамках данной работы будет осуществляться разработка небольшой части требуемой функциональности:

- осуществление движения по заданной траектории с обратной связью;
- осуществление локального планирования, чтобы формировать оптимальные или близкие к ним траектории движения, позволяющие достичь поставленной локальной цели;
- прототип системы распознавание препятствий, способный распознавать простейшие статические препятствия, для того, чтобы экспериментально проверить предыдущие две возможности;
- управление исполнительными органами мобильной платформы для выполнения запланированных движений.

## 2.2 Проектирование общей архитектуры системы управления движением

Разрабатываемую в рамках данной работы систему управления можно разделить на несколько частей: драйвер автомобиля, система распознавания препятствий, система планирования локальной траектории и система следования по траектории.

Для отработки и тестирования системы управления необходимо построить небольшую мобильную платформу, которая будет использоваться

для проведения экспериментов. Мобильная платформа должна быть оснащена датчиками, используемыми для распознавания препятствий и определения собственного положения в локальной системе координат, необходимого для реализации движения по траектории с обратной связью. Платформа должна быть оснащена встраиваемым компьютером достаточной производительности. Помимо этого, разумеется, необходимо осуществлять управление приводами платформы.

Для осуществления управления беспилотным автомобилем необходим ряд сенсоров, обеспечивающих систему управления необходимой информацией об окружающей обстановке. Беспилотные автомобили, разрабатываемые крупными компаниями оснащены множеством сенсоров, описанных в первой главе. Основными типами сенсоров являются камеры, LiDAR, радары, GPS и другие.

Система компьютерного зрения является одним из самых сложных и критичных компонентов системы управления беспилотного автомобиля, от надежности и работы которой зависит безопасность автомобиля и других участников дорожного движения. Разработка системы компьютерного зрения, которая в полной мере удовлетворяет этим требованиям — крайне сложная и ресурсоемкая задача, над решением которой в течении многих лет работают ведущие компании-разработчики беспилотных автомобилей и, тем не менее, эта задача далека от полного решения.

Все современные, *start-of-the-art*, системы компьютерного зрения используют глубокие нейронные сети для решения таких задач, как детектирование объектов, детектирование дороги (области доступной для движения), детектирования дорожной разметки, детектирования светофоров и дорожных знаков, предсказания намерений других участников движения. В этих задачах глубокие нейронные сети давно являются стандартом де-факто и существенно превосходят по точности распознавания любые классические алгоритмы. Тем не менее, использование технологий машинного обучения, в частности, глубоких нейронных сетей, приводит к дополнительным трудностям. Помимо разработки архитектуры нейронной сети, поиска ее параметров, крайне важную роль играют данные, используемые для обучения нейронной сети. Именно данные играют критическую роль в том, как система компьютерного зрения будет выполнять свою работу, особенно в сложных

условиях и редких ситуациях. Добиться правильного поведения нейросетевого алгоритма в тех ситуациях, когда он ошибается, можно только с помощью предоставления дополнительных обучающих данных, покрывающих этот случай. Крупные компании, обладающие доступом к огромным массивам данных имеют значительное преимущество в этой области. Так, например, компания Tesla, располагает парком из сотен тысяч автомобилей, которые предоставляют телеметрию, позволяя определять ситуации, в которых работа автопилота была некорректна, собирать похожие ситуации, записанные автомобилями по всему миру, и оперативно дообучать используемые нейронные сети.

В связи с высокой сложностью разработки системы компьютерного зрения, в данной работе не рассматривается разработка полноценной системы компьютерного зрения. Тем не менее, с целью отладки алгоритмов планирования движения и движения по траектории, необходимо разработать простую систему компьютерного зрения, которая бы решала следующие задачи:

- определение положения и ориентации модели автомобиля с точностью, достаточной для работы регулятора с обратной связью для точного движения по траектории;
- определение статических препятствий, с целью проверки системы объезда препятствий.

Для реализации первой задачи было решено применять алгоритм одновременной картографии и навигации (SLAM) на основе стереозрения. SLAM-алгоритмы не позволяют получать глобальное положение автомобиля и подвержены накоплению ошибок при передвижении на большие расстояния, но для проверки задачи локального планирования движения они хорошо подходят, потому что обеспечивают высокую точность позиционирования и частоту обновления данных.

Для определения препятствий было решено использовать шестнадцатилучевой LiDAR Velodyne VLP-16, который был приобретен для проекта беспилотного автомобиля и предполагался для установки на полноразмерный автомобиль. LiDAR позволяет получить трехмерное облако точек, представляющее окружающую обстановку, обладающее сравнительно большой детализацией, обнаруживая препятствия на расстояниях до ста метров. Использование LiDAR для малой мобильной платформы кажется избыточным, но

качественное облако точек, которое он предоставляет, существенно облегчает задачу обнаружения препятствий.

Диаграмма компонентов системы управления беспилотным автомобилем представлена на рисунке 1. Все компоненты можно разделить на следующие группы:

- драйверы сенсоров, осуществляющие работу с сенсорами, такими как LiDAR и камеры, и предоставляющие API для удобного получения данных другими компонентам системы управления;
- основные компоненты системы управления, осуществляющие основную работу по восприятию окружающей обстановки, планированию и управлению движением;
- драйверы исполнительных устройств автомобиля, позволяющие исполнять сформированные последовательности команд непосредственно аппаратным оборудованием автомобиля.

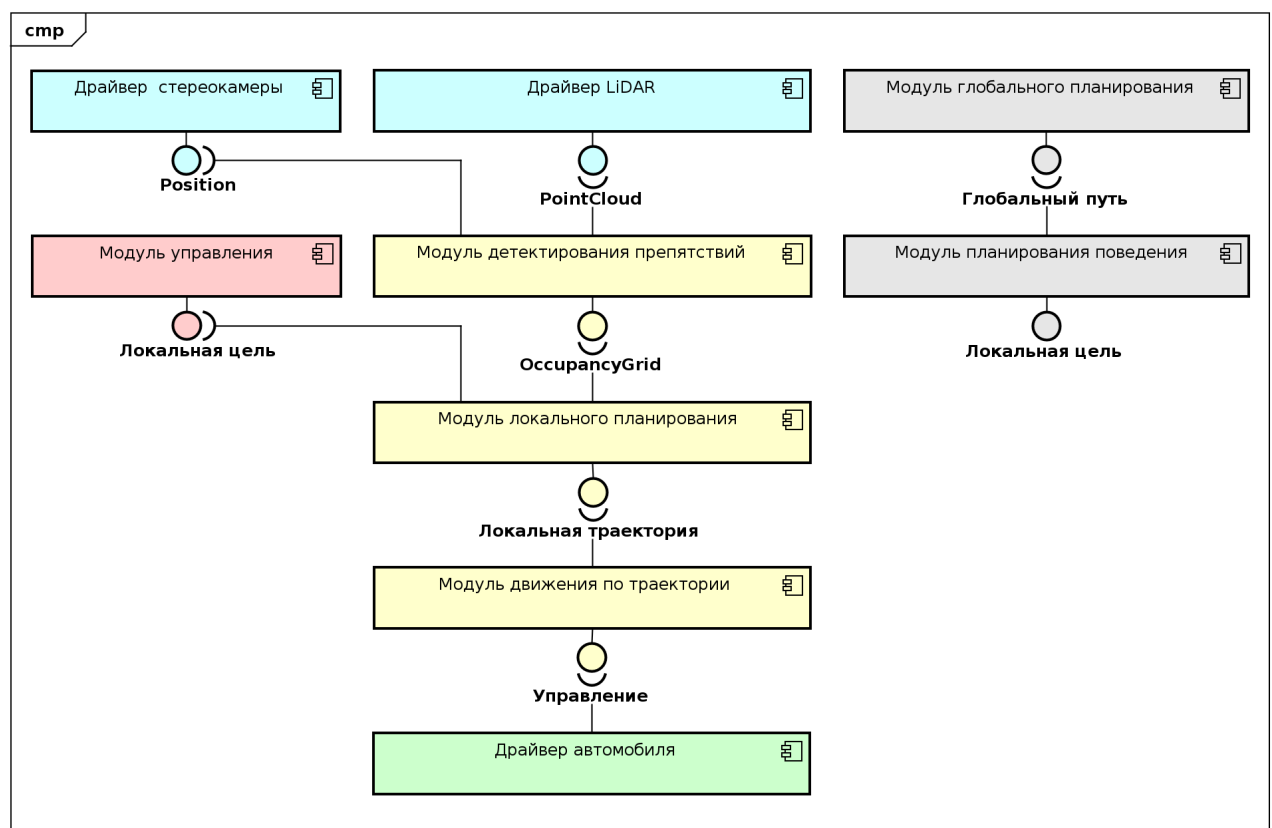


Рисунок 1 – Диаграмма компонентов системы управления беспилотным автомобилем

Драйвер стереокамеры реализует работу со стереокамерой и алгоритм SLAM. Этот модуль предоставляет данные о текущем положении и ориен-

тации автомобиля в локальной системе координат. Драйвер LiDAR предоставляет облако точек, полученное с LiDAR. Модуль детектирования препятствий осуществляет базовое детектирование препятствий в полученном облаке точек и представляет информацию о них в виде т.н. Occupancy Grid. Occupancy Grid - это распространенный способ представления информации о препятствиях в виде регулярной двумерной сетки, каждая ячейка которой может быть в одном из трех состояний: свободно, препятствие или неизвестно. Система управления беспилотным автомобилем в общем виде имеет модули глобального планирования и планирования поведения, которые отвечают за построение глобальной траектории по дорожной сети и принятие решений в соответствии с окружающей обстановкой и правилами дорожного движения, как было рассмотрено в первой главе 1. В рамках данной работы эти модули не рассматриваются и заменяются пользовательским интерфейсом оператора, с помощью которого можно вручную указать локальную цель, вместо того, чтобы она задавалась планировщиком поведения. На основании локальной цели, текущего положения автомобиля, полученного от модуля SLAM, и информации о препятствиях, полученных от модуля распознавания препятствий, модуль планирования локальной траектории осуществляет планирование локальной траектории, которая позволит автомобилю достичь (если это возможно), поставленной локальной цели. Сформированный локальным планировщиком путь поступает на вход регулятора с обратной связью, который осуществляет управление исполнительными механизмами автомобиля, чтобы удерживать автомобиль на заданной траектории, получая в качестве обратной связи текущее положение, ориентацию и скорость от модуля SLAM.

Разные этапы планирования требуют разное время и выполняются с различной частотой. **TODO?**

## 2.3 Проектирование подсистемы планирования локальной траектории

Основной системой, разрабатываемой в рамках этой работы, является система планирования локальной траектории. Эта система получает очередную цель от системы планирования поведения и осуществляет формирование оптимальной или близкой к нему достижимой траектории для достижения этой цели. Достижимость подразумевает, что полученная траектория не при-

ведет к столкновению с известными препятствиями, с учетом габаритов препятствий и автомобиля, а также выполняема для автомобиля с точки зрения его кинематики и динамики движения.

Существует большое количество различных алгоритмов планирования движения, ряд из которых был рассмотрен и проанализирован в первой главе. Наиболее распространенными группами методов являются методы поиска на графах, включая различные модификации, направленные на планирование достижимых для автомобиля путей, такие как методы решетки состояний (state lattice), и методы интерполяции кривых. Первые являются более универсальными, и применяются в том числе для планирования в неструктурированном окружении. Вторые больше ориентированы на планирование движения по дорогам, что накладывает ряд ограничений, упрощающих задачу планирования движения.

В данной рамках данной работы реализуется метод планирования движения по дороге. Ну и почему?

### 2.3.1 $A^*$

TODO: написать про  $A^*$ , что он не учитывал возможности машинки, что он прыгал туда-сюда, потом подвести к полиномам, сказать, что у них непрерывные производные, и поэтому круто. Также сказать, что не самый топ, но сойдет.

### 2.3.2 Метод интерполяции кривых

Первоначально был выбран подход и использованием интерполяции траектории кривыми. За основу для проектирования системы планирования локальной траектории был выбран метод, предложенный командой "Junior" Darpa Urban Challenge 8, который был кратко рассмотрен в главе 1.

Где-то надо написать, что метод трюб динамику не учитывает, упрощенный, но все равно пойдет

Для работы методы необходимы следующие входные данные:

- опорная (реферсная) траектория;

- локальная цель, описывающая требуемое положение и скорость автомобиля, эта точка должна лежать на опорной траектории;
- текущее состояние автомобиля (положение, скорость, ускорение);
- карта препятствий в формате Occupancy Grid.

Таким образом, планировщик поведения или, в случае данной работы, графический интерфейс оператора, должны предоставлять опорную траекторию, помимо требуемого целевого состояния. Это требует дополнительной работы от планировщика поведения и не позволяет сделать интерфейс локального планировщика полностью абстрактным, не зависящим от его реализации, потому что не всем возможным реализациям требуется опорная траектория (например, алгоритмам на основе RRT она не требуется). Тем не менее, это не является значительным препятствием. Опорная траектория при движении по непрерывному сегменту дороги может быть реализована как центральная линия текущей полосы, по которой движется автомобиль. Это может быть определено с помощью системы компьютерного зрения. Для более сложных ситуаций, например, перекрестков, подобная траектория может быть реализована в виде сплайна, соединяющего соответствующие полосы двух пересекающихся дорог.

Планирование траектории осуществляется независимо для продольного движения вдоль опорной траектории и поперечного движения. Планирование осуществляется в подвижной системе координат, движущейся по опорной траектории вместе с автомобилем, как показано на рисунке 2.

Опорная траектория (изображена на рисунке красной линией) представлена натурально параметризованная кривая, где  $s(t)$  — покрытая длина дуги в момент времени  $t$ . Положение автомобиля в глобальной системе координат обозначено радиус-вектором  $\vec{x}$ . Этому положению автомобиля соответствует подвижная система координат  $\vec{r}(s)$ , представляющая собой ортонормированный репер Френе, где  $\vec{t}_r$  и  $\vec{n}_r$  — касательный и нормальный вектора к опорной траектории соответственно. Таким образом, положение автомобиля в глобальной декартовой системе координат  $(x, y)$  может быть представлено в подвижной системе координат как  $(s, d)$ , где  $d$  - расстояние между автомобилем и опорной траекторией.

Продольная и поперечная траектории движения ищутся в форме полиномов пятого порядка, соединяющие начальное состояние (текущее состо-



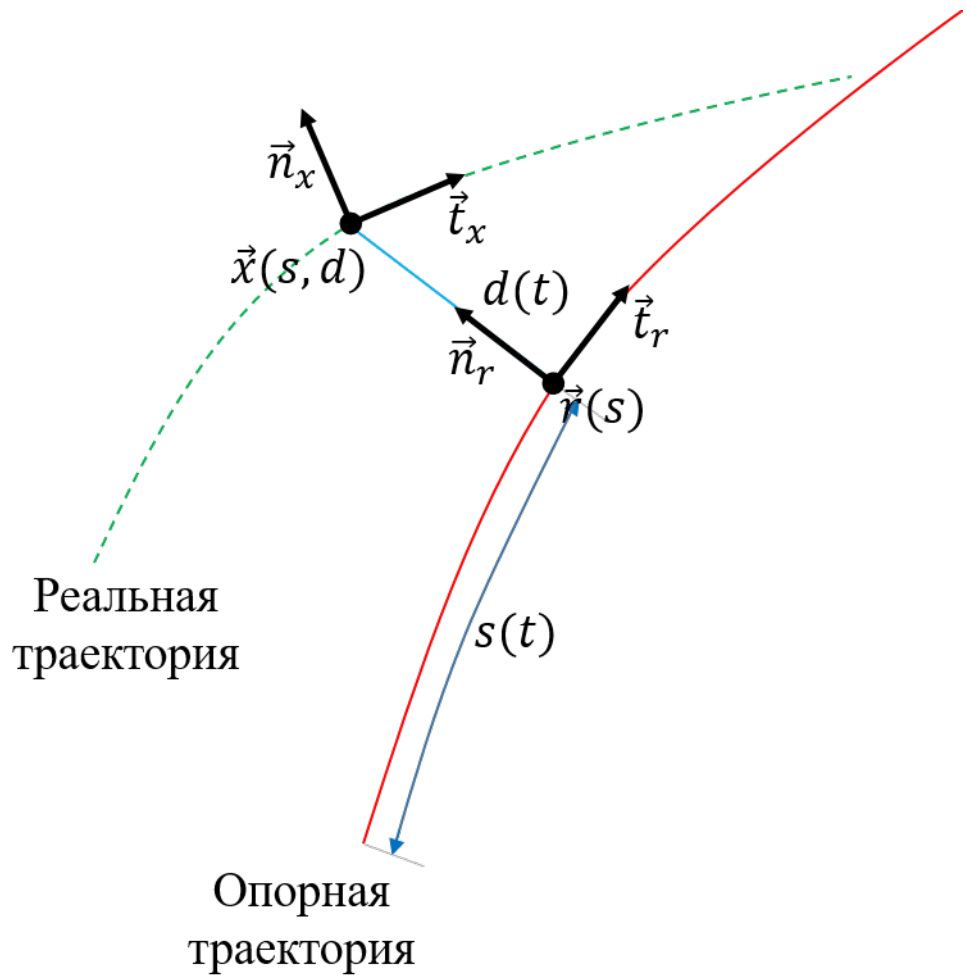


Рисунок 2 – Диаграмма компонентов системы управления беспилотным автомобилем

яние автомобиля, полученное от сенсоров) и целевое состояние (полученное от планировщика поведения или графического интерфейса оператора). Первые и вторые производные этих полиномов представляют собой зависимость скорости и ускорения автомобиля от времени, которые затем подаются в регулятор с обратной связью наряду с пространственной траекторией движения, т.е. этот метод позволяет планировать не только траекторию перемещения автомобиля, но и профиль скорости.

Задача состоит в том чтобы найти коэффициенты полинома, которые минимизируют некую функцию стоимости, используемую для оценки траекторий. За основу для функции стоимости взят интеграл производной ускорения по времени  $\ddot{s}$ , называемая рывок (jerk). Это является распространенным выбором функции стоимости во многих алгоритмов планирования движения автомобилей. Ниже представлены интегралы для продольного и поперечного

движения соответственно:

$$J_s = \int_{t_0}^{t_1} \ddot{s}(t)^2 dt \quad (1)$$

$$J_d = \int_{t_0}^{t_1} \ddot{d}(t)^2 dt \quad (2)$$

где  $s(t), d(t)$  — функция продольной и поперечной траекторий соответственно,

$t_0, t_1$  — начальное и конечное время маневра соответственно.

Такой выбор функционала стоимости обоснован следующим:

- минимизация количества и резкости маневров, совершаемых автомобилем (резкая траектория с большим количеством маневров может быть получена в результате других алгоритмов планирования, таких как RRT), что повышает безопасность и экономичность движения;
- обеспечение комфорта пассажиров

В соответствии [20] оптимальное решение, минимизирующее рывок, может быть найдено в форме полиномов пятого порядка:

$$s(t) = a_0 t^5 + a_1 t^4 + a_2 t^3 + a_3 t^2 + a_4 t + a_5 \quad (3)$$

$$\dot{s}(t) = 5a_0 t^4 + 4a_1 t^3 + 3a_2 t^2 + 2a_3 t + a_4 \quad (4)$$

$$\ddot{s}(t) = 20a_0 t^3 + 12a_1 t^2 + 6a_2 t + 2a_3 \quad (5)$$

Помимо рывка, функционал стоимости должен содержать ряд других членов:

- отклонение конечной точки поперечной траектории от опорной траектории — эта функция стоимости ухудшает оценку поперечных траекторий, которые не достигают заданной цели;
- отклонение конечной точки продольной траектории от покрытой длины дуги целевой точки — эта функция стоимости ухудшает оценку продольных траекторий, которые не достигают заданной цели;
- отклонение первой производной продольной траектории от требуемой скорости — эта функция стоимости ухудшает оценку продольных траекторий, которые не достигают заданной скорости;

- общее время совершения маневра — эта функция стоимости ухудшает оценку слишком долгих траекторий.

Полный функционал стоимости для поперечных траекторий:

$$C_d = K_{dj} \int_0^T \ddot{d}(t)^2 dt + K_d d(T)^2 + K_{dt} T \quad (6)$$

Полный функционал стоимости для продольных траекторий:

$$C_s = K_{sj} \int_0^T \ddot{s}(t)^2 dt + K_s (s(T) - S_1)^2 + K_v (\dot{s}(T) - \dot{S}_1)^2 + K_{st} T \quad (7)$$

где  $K_{dj}, K_d, K_{dt}, K_{sj}, K_s, K_v, K_{st}$  — весовые коэффициенты,  
 $S_1$  — конечное (целевое) продольное состояние,  
 $T$  — время выполнения маневра.

Итоговый функционал стоимости для траектории представляет собой взвешенную сумму стоимостей продольного и поперечного движения:

$$C_{tot} = K_{lon} + C_s + K_{lat} + C_d \quad (8)$$

Проблема заключается в том, что при оптимизации коэффициентов полинома необходимо учитывать ограничения. На траекторию накладываются следующие ограничения:

- максимальная продольная скорость,
- максимальное продольное ускорение (и замедление),
- максимальное поперечное ускорение,
- минимальная кривизна траектории,
- отсутствие пересечения с препятствиями.

Осуществление оптимизации коэффициентов полинома с учетом необходимости проверки на отсутствие пересечений с препятствиями, которые представлены в виде Occupancy Grid. Поэтому вместо применения методов оптимизации применяется широко распространенный в задачах планирования движения прием — генерируется большой набор траекторий путем варьирования конечного состояния  $S_1(T) = \langle s(t), \dot{s}(T), \ddot{s}(T) \rangle$  и времени  $T$  в некотором диапазоне, а затем производится выбор траектории с наименьшим

значением функции стоимости среди тех, которые удовлетворяют ограничениями.

Имея начальное состояние  $< s(0), \dot{s}(0), \ddot{s}(0) >$ , конечное состояние  $< \dot{s}(T), \ddot{s}(T), \ddot{s}(T) >$  и время совершения маневра  $T$ , можно рассчитать коэффициенты полинома, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} a_5 = s(0) \\ a_4 = \dot{s}(0) \\ 2a_3 = \ddot{s}(0) \\ a_0T^5 + a_1T^4 + a_2T^3 + a_3T^2 + a_4T + a_5 = s(T) \\ 5a_0T^4 + 4a_1T^3 + 3a_2T^2 + 2a_3T + a_4 = \dot{s}(T) \\ 20a_0T^3 + 12a_1T^2 + 6a_2T + 2a_3 = \ddot{s}(T) \end{cases} \quad (9)$$

На рисунке 3 представлены графики примера продольной траектории, полученные путем решения системы 9. В этом примере автомобиль тормозит с начальной скорости 15 м/с до полной остановки за 7 секунд, преодолевая 60 метров.

Набор граничных условий, необходимый для формирования набора траекторий-кандидатов, формируется следующим образом. Начальное продольное состояние:

$$S_0 = < s_c, \dot{s}_c, 0 > \quad (10)$$

где  $s_c$  — текущее положение автомобиля вдоль опорной траектории, полученное от системы SLAM,

$\dot{s}_c$  — текущая продольная скорость автомобиля, полученная от системы SLAM.

Начальное поперечное состояние:

$$D_0 = < d_c, \dot{d}_c, 0 > \quad (11)$$

где  $d_c$  — текущее поперечное отклонение автомобиля от опорной траектории, полученное от системы SLAM,

$\dot{d}_c$  — скорость изменения поперечного отклонения, полученная от системы SLAM.

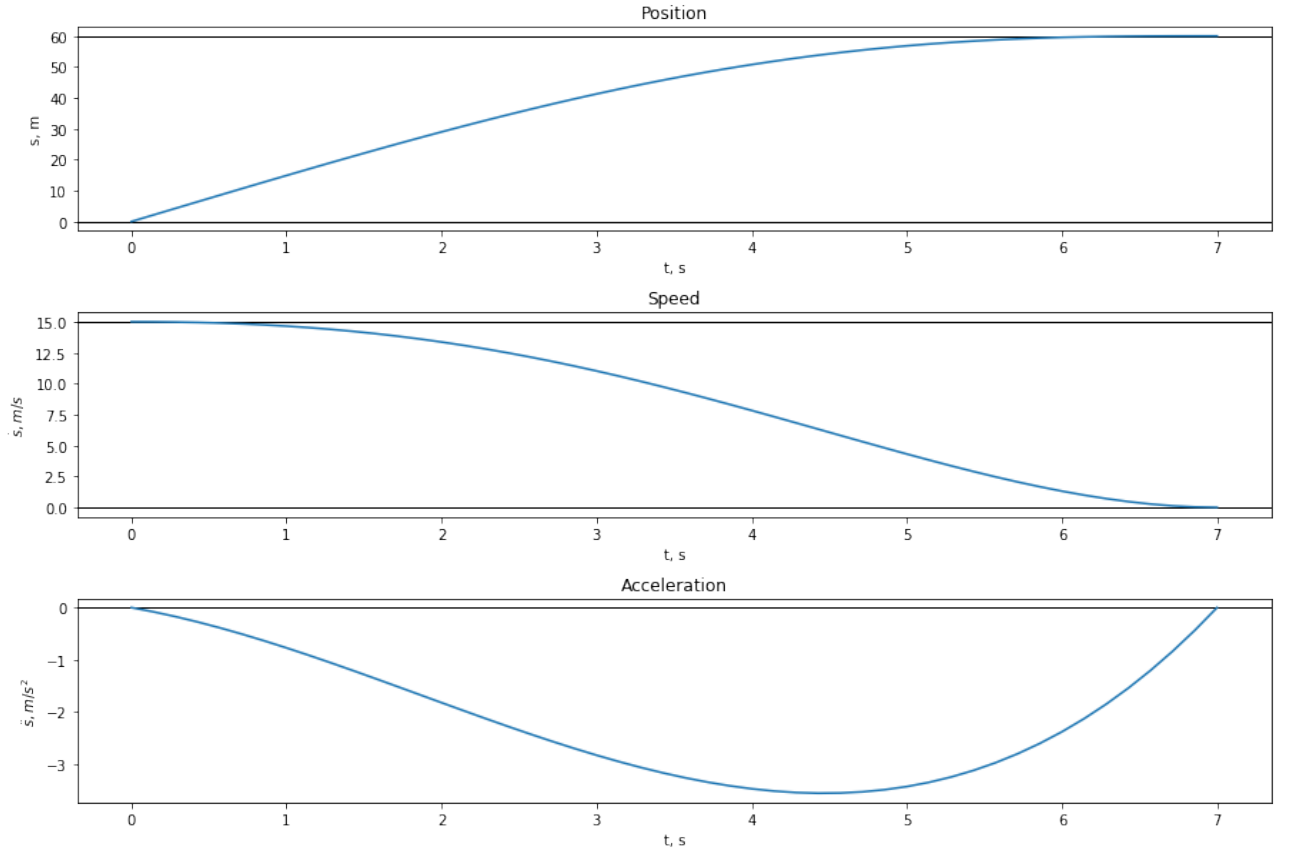


Рисунок 3 – Пример траектории, описываемой полиномом пятого порядка

Стоит заметить, что поперечная скорость  $\dot{d}_c$  в общем случае не является скоростью бокового скольжения автомобиля и может быть отличной от нуля даже в том случае, если автомобиль движется без бокового скольжения. Если вектор продольной скорости автомобиля не параллелен касательной к опорной траектории, вектор продольной скорости будет разложен в пару векторов  $\dot{s}_c$  и  $\dot{d}_c$ .

Конечное продольное состояние:

$$\begin{aligned}
 S_{1_{ij}} &= \langle s_i, v_j, 0 \rangle \\
 s_i &= s_1 + i\Delta s \\
 v_j &= \dot{s}_1 + i\Delta v
 \end{aligned} \tag{12}$$

где  $s_1$  — требуемое положение автомобиля вдоль опорной траектории, получаемое от планировщиков высокого уровня,  
 $\dot{s}_1$  — требуемая продольная скорость автомобиля, получаемая от планировщиков высокого уровня,  
 $\Delta s$  — шаг перебора продольных положений,  
 $\Delta v$  — шаг перебора продольных скоростей.  
 Конечное поперечное состояние:

$$\begin{aligned} D_{1ij} &= \langle d_i, 0, 0 \rangle \\ d_i &= i\Delta d \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\Delta d$  — шаг перебора поперечных положений.

Для перебора конечных состояний поперечных траекторий принимается, что требуемое поперечное положение (отклонение автомобиля от опорной траектории) всегда равно нулю, т.е. автомобиль должен двигаться ровно по опорной траектории. В том случае, когда это невозможно, в силу наличия препятствий, или существует более оптимальная траектория (например, обгон медленно движущегося спереди автомобиля), поперечное движение автомобиля в пределах полосы или выход за ее пределы осуществляется путем варьирования конечных поперечных состояний в локальном планировщике движения, а не за счет передачи соответствующих целевых положений планировщиками движения более высокого уровня. Планировщик движения более высокого уровня, такой как планировщик поведения, может дать команду на смену полосы движения, путем указания новой опорной траектории, а требуемое поперечное отклонение от новой траектории по прежнему будет нулевым.

Значения требуемых поперечных скоростей и ускорения полагаются всегда равными нулю, т.е. ожидается, что после завершения маневра автомобиль будет двигаться параллельно опорной траектории.

Для расчета коэффициентов полинома, описывающего траекторию, требуется определение начального и конечного состояний, как было описано выше. В качестве начального состояния принимается текущее состояние автомобиля, получаемое от системы одновременной картографии и навигации (SLAM). Как было сказа-

но выше, система SLAM, позволяет получить текущее положение  $\langle x, y, z \rangle$  и ориентацию в виде кватерниона углов Эйлера  $\langle \psi, \theta, \varphi \rangle$  где  $\psi$  — рыскание (yaw), вращение вокруг оси  $z$ ,  
 $\theta$  — тангаж (pitch), вращение вокруг  $y$ ,  
 $\varphi$  — крен (roll), вращение вокруг оси  $x$ .

Углы Эйлера и соответствующие оси изображены на рисунке 4.

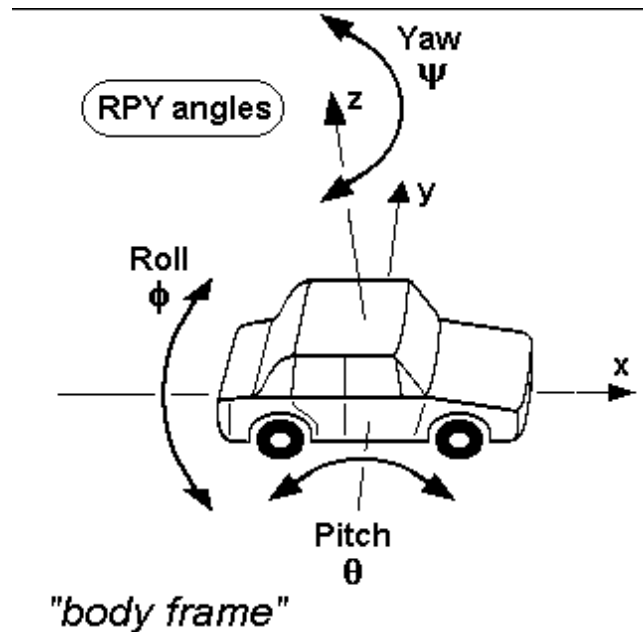


Рисунок 4 – Описание вращения с помощью углов Эйлера

Таким образом, для автомобиля, движущегося на плоскости, состояние может быть задано следующим образом:  $\langle x, y, \psi, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\psi} \rangle$ . Принимая, что боковое скольжение отсутствует, состояние автомобиля можно записать в виде  $\langle x, y, \psi, v, \dot{\psi}, a, \ddot{\psi} \rangle$ , где  $v$  — продольная скорость,  $a$  — продольное ускорение.

Для применения рассматриваемого алгоритма планирования движения, требуется перевести состояние автомобиля из глобальной декартовой системы координат в подвижную систему координат Френе. **Написать про перевод, либо здесь, либо в реализации.**

**TODO: написать, что время тоже надо варьировать**

Помимо начального  $\langle s_0, \dot{s}_0, \ddot{s}_0 \rangle$ , и конечного  $\langle s_1, \dot{s}_1, \ddot{s}_1 \rangle$  состояний, для расчета коэффициентов полинома, согласно 9 требуется задать требуемое время маневра  $T$ . С точки зрения определения движения автомобиля, явное задание скорости, пройденного расстояния и требуемого для этого времени, является избыточным. В большинстве случаев требуется монотонное измене-

ние скорости автомобиля (например, ускорение или замедление). Например, рассмотрим пример, приведенный на рисунке 3, где автомобиль ормозит с начальной скорости 15 м/с до полной остановки за 7 секунд, преодолевая 60 метров. Для определения этой траектории достаточно двух параметров: начальная скорость и требуемый тормозной путь позволяют рассчитать требуемое время, а начальная скорость и требуемое время до полной остановки позволяют рассчитать требуемый тормозной путь. Существенное превышение или уменьшение времени маневра  $T$  по сравнению с необходимым для совершения этого маневра, не позволит получить монотонную гладкую траекторию.

На рисунке 5 представлены три траектории: голубая с близкой к оптимальной длительности маневра, оранжевая со слишком малой длительностью маневра и зеленая, со слишком большой длительностью маневра. Видно, что при оптимальной длительности маневра положение автомобиля монотонно возрастает, а скорость — монотонно убывает. При слишком малой длительности маневра первоначально происходит ускорение и лишь потом замедление до требуемой скорости. При слишком большой длительности маневра автомобиль сначала проезжает мимо целевого положения, а затем возвращается, т.е. имеете место участок с отрицательной скоростью (движение назад).

Варьирование времени маневра  $T$  может быть применено для получения различных профилей скорости. Так, например, первоначальное ускорение с последующим замедлением может быть использовано при маневрах обгона. В работе [8], посвященной автомобилю "BOSS" Darpa Urban Challenge применяются несколько явно заданных профилей скорости. С одной стороны, явное параметрическое задание профиля скорости позволяет более точно и задавать требуемый профиль скорости и иметь большее число вариантов профиля скорости, в отличие от примененного в этой работе метода, в котором профиль скорости задается неявно путем варьирования одного параметра — длительности маневра  $T$ . С другой стороны, метод, применяемый в автомобиле BOSS, обладает следующим недостатком: форма траектории и профиль скорости выбираются независимо, в то время как в методе, реализуемым в данной работе, профили скорости и ускорения являются производными траектории, таким образом, этот метод лучше учитывает динамические характеристики автомобиля.



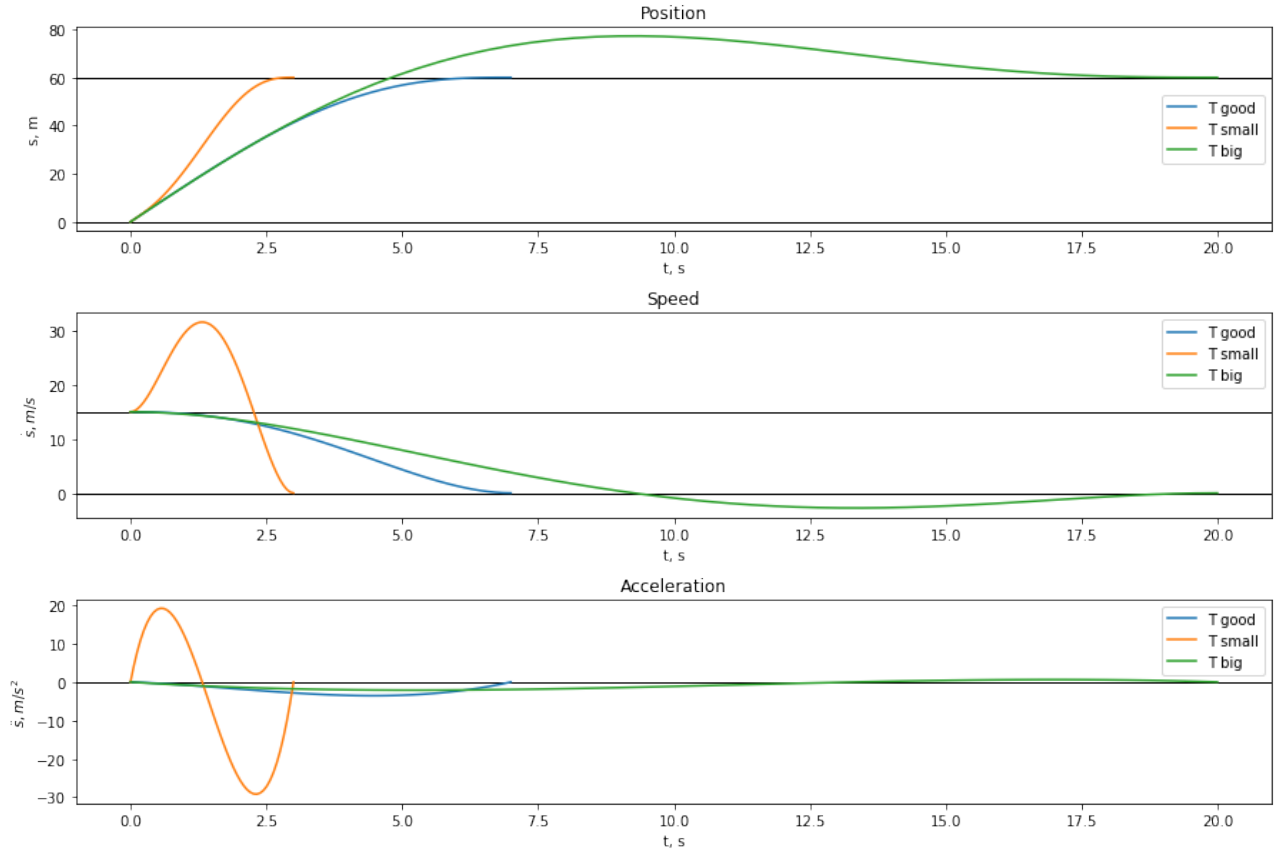


Рисунок 5 – Зависимость траектории от времени совершения маневра

Таким образом, аналогично с варьированием конечных состояний, требуется варьировать длительность маневра:

$$T_k = T_e + k\Delta T \quad (14)$$

где  $T_e$  — начальная оценка длительности маневра,

$\Delta T$  — шаг перебора длительностей маневра.

Можно было бы задать в качестве начальной оценки заранее определенное константное значение времени либо перебирать все значения от 0 до некоего заданного  $T_{max}$ . Но это было бы неоптимально, потому что в таком случае было бы сгенерировано большое количество траекторий со слишком малой или слишком большой длительностью маневра. Эти траектории не повлияют на итоговый результат планирования движения, т.к. в любом случае будет выбираться оптимальная траектория, минимизирующая функционал стоимости, но расчет большого количества избыточных траекторий серьезно увеличит вычислительные затраты и время работы алгоритма.

Чтобы избежать этого был предложен метод приблизительной оценки

требуемой длительности маневра  $T_e$ . В качестве оценки требуемого времени совершения маневра принимается время совершения маневра с такими же начальными и конечными условиями, но для случая равноускоренного движения:

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = \dot{s}_0 + aT_e \\ s_1 = s_0 + \dot{s}_0 T_e + \frac{aT_e^2}{2} \end{cases} \quad (15)$$

Решая эту систему получим формулу расчет оценки времени маневра:

$$T_e = 2 \frac{s_0 - s_1}{\dot{s}_0 + \dot{s}_1} \quad (16)$$

На рисунке 6 приведен пример оценки длительности маневра. Пунктирная линия — траектория равноускоренного движения, сплошные линии — траектории, полученные путем варьирования длительности маневра при одинаковых начальных и конечных условиях. Данная оценка не является точной, потому что траектория движения ищется в форме полиномов пятого порядка, соответственно, профиль скорости описывается полиномами четвертого порядка, а предложенный метод оценивает необходимое время исходя из предположения о том, что ускорение неизменно и скорость представлена в виде линейной функции. Тем не менее, эксперименты показали, что эта оценка подходит для практического использования, т.к. после нахождения начального приближения длительности маневра формируется ряд траекторий-кандидатов путем варьирования в том числе длительности маневра, из которых затем будет выбрана траектория, минимизирующая функционал стоимости, поэтому даже если начальное приближение было не оптимальным, может быть выбрана более оптимальная траектория. Варьирование длительности маневра создает при прочих неизменных параметрах создает набор траекторий-кандидатов, отличающихся профилем скорости. Различные профили скорости играют роль при взаимодействии с препятствиями, когда в результате совокупного влияния различных функционалов стоимости, оптимальный выбор может отличаться от случая движения без помех, для которого оптимальным вариантом будет выбор траектории, наиболее приближенной к начальной оценке. Для такого случая можно было бы дать точную оценку длительности маневра, которое минимизирует функционал стоимости, но в более общем случае преимущества такой оценки сходят на нет. Преиму-

ществом предложенной оценки является ее крайне низкая вычислительная сложность, что немаловажно, т.к. в процессе планирования движения требуется рассчитывать большое количество траекторий и осуществлять перепланирование как можно чаще.

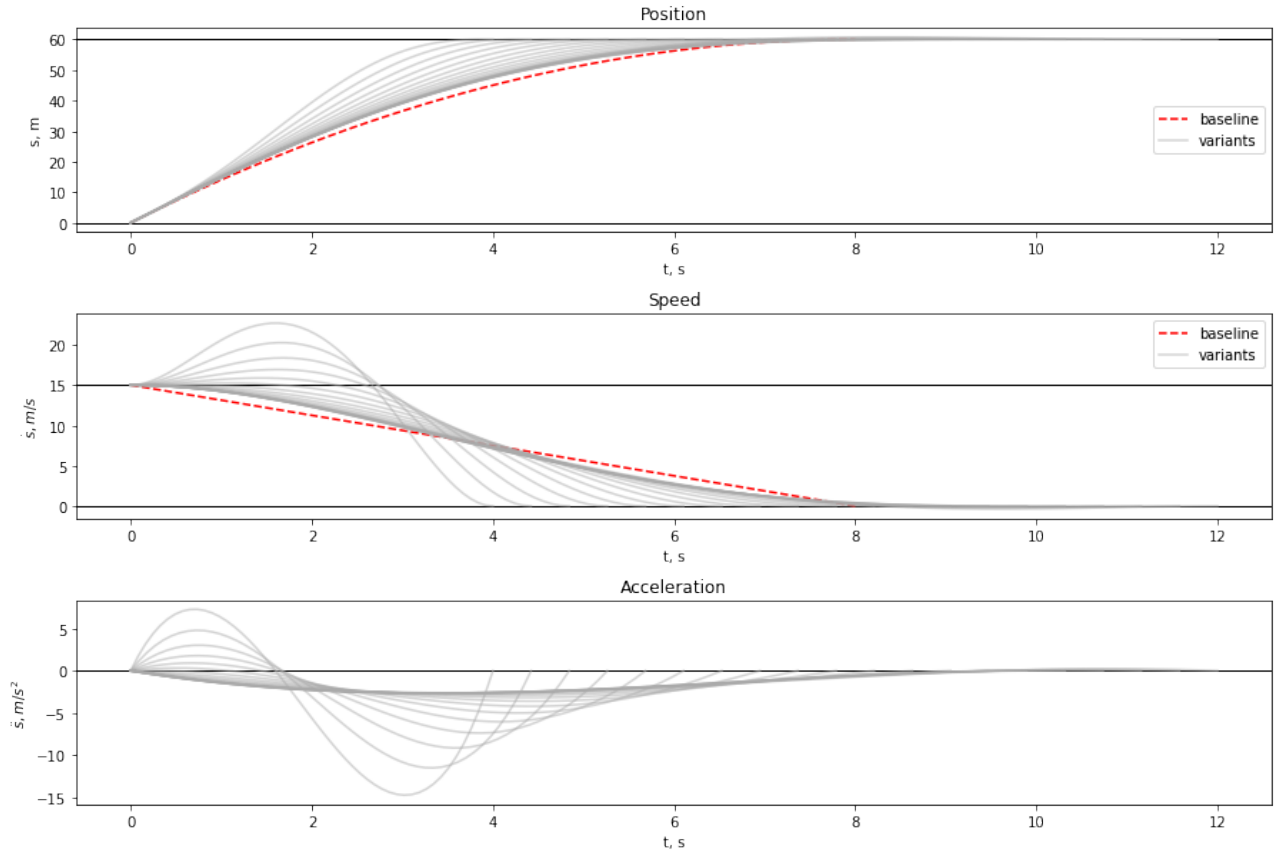


Рисунок 6 – Пример оценки длительности маневра с помощью равноускоренного движения. Пунктирная линия — траектория равноускоренного движения, сплошные линии - траектории, полученные путем варьирования длительности маневра при одинаковых начальных и конечных условиях.

Блок-схема рассмотренного алгоритма приведена на рисунке 7.

На вход алгоритма подаются состояние автомобиля, полученное от системы SLAM, карта препятствий и локальная цель. Вначале происходит преобразование начального состояния и целевого состояния в подвижную систему координат Френе, заданную опорной траекторией. На основе заданных  $s_0$ ,  $\dot{s}_0$ ,  $s_1$ ,  $\dot{s}_1$ , происходит расчет оценочного времени маневра  $T_e$ .

Далее осуществляется перебор значение  $t_i$ ,  $s_i$  и  $v_i$  во вложенных циклах. Для того, чтобы было возможно совместить продольные и поперечные траектории необходимо, чтобы эти коэффициенты этих траекторий были рассчитаны для одинаковой длительности маневра  $t_i$  и значения этих функций

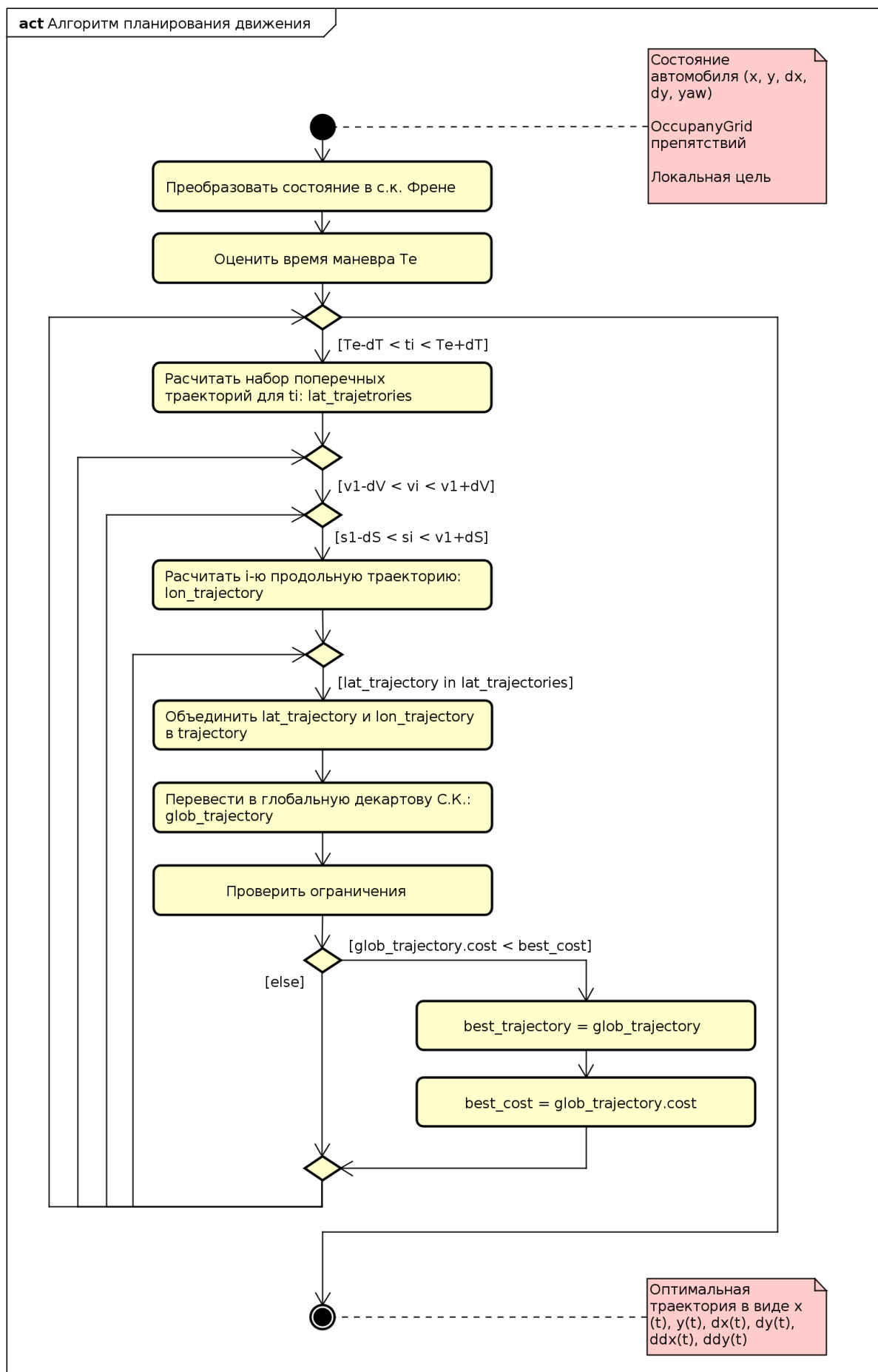


Рисунок 7 – Блок-схема алгоритма планирования движения

табулированы одинаковыми набором значений  $t$ .

Так как расчет продольных и поперечных траекторий независим, алгоритм можно оптимизировать, рассчитывая набор траекторий один раз для каждого  $t_i$ , а затем объединяя их. Таким образом, на соответствующем шаге алгоритма для каждого  $t_i$  генерируется и сохраняется набор поперечных траекторий, а затем для каждой  $s_i$  и  $v_i$  генерируется очередная продольная траектория, которая объединяется со всеми предварительно рассчитанными поперечными траекториями. Полученная траектория переводится обратно в глобальную систему координат и проверяется на удовлетворение ограничениям, таким как минимальная кривизна и отсутствие пересечений с препятствиями.

На рисунке 8 представлен пример набора траекторий, сформированных алгоритмом путем варьирования целевого продольного положения, целевого поперечного положения и длительности маневра. Параметры работы алгоритма выбраны для большей наглядности полученного изображения, и отличаются от реальных параметров, которые необходимо использовать при работе алгоритма. На рисунке представлены набор поперечных (слева) и продольных (справа) траекторий, включая их первые и вторые производные, а также объединенные траектории. Цветом обозначается результат проверки ограничений. Серым обозначены траектории, которые не удовлетворяют ограничениям, красным - траектории, которые удовлетворяют ограничениям.

### 2.3.3 Планирование на несколько шагов

Приведенный выше алгоритм был реализован и испытан на мобильной платформе с использованием обнаружения препятствий с помощью LiDAR. Результаты испытания алгоритма показали, что алгоритм обладает недостатком, приводящим в определенных ситуациях к тому, что он не может найти допустимую траекторию и автомобиль не может продолжать движение. Иллюстрация такой ситуации приведена на рисунке 9.

На рисунке изображена смоделированная ситуация. Автомобиль движется по дороге с постоянной скоростью, имеется локальная цель с продольной координатой 40 м. Препятствие в форме окружности радиусом 1.5 м имеет продольную координату 30 м. Для наглядности изображения осуществ-

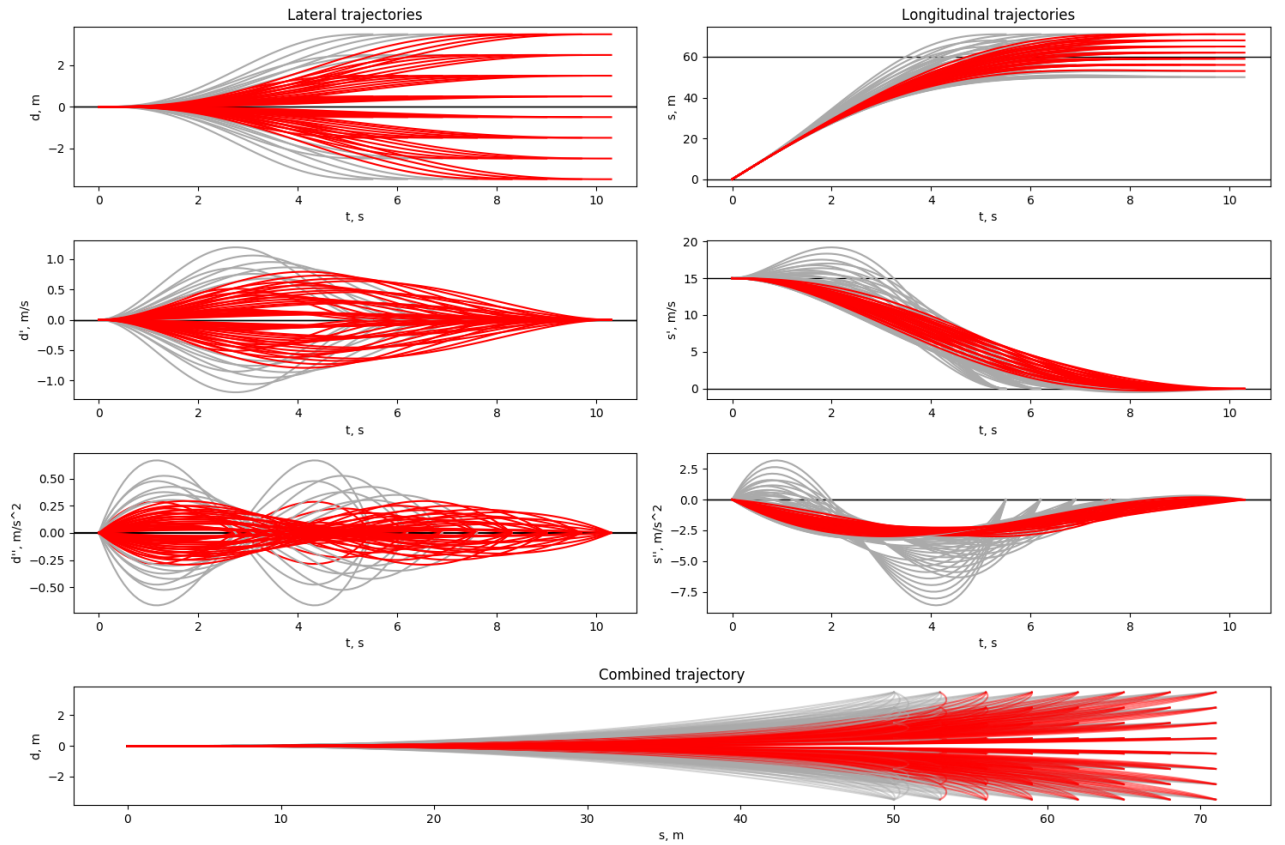


Рисунок 8 – Пример формирования набора траекторий кандидатов. Серым обозначены траектории, которые не удовлетворяют ограничениям, красным - траектории, которые удовлетворяют ограничениям **TODO: Что-то мутно как-то**

лялось варьирование только продольных и поперечных координат конечного состояния, скорость и время маневра не изменялись. На рисунке изображены два результата планирования с различными весовыми коэффициентами в функционале стоимости.

Для того, чтобы объехать препятствие, автомобиль должен отклониться от опорной траектории. Этот маневр приведет к следующим изменениям в функционале стоимости 7:

- отклонение  $d$  от опорной траектории увеличиться, что приведет к увеличению члена  $K_d d(T)^2$ ;
- совершенные маневры приведут к увеличению  $K_{dj} \int_{t_0}^{t_1} \ddot{s}(t)^2 dt$ ;
- общее время маневра приведет к увеличению члена  $K_{st} T$ ;
- автомобиль будет ближе к продольной цели, что приведет к уменьшению  $K_s (s(T) - S_1)^2$

Итоговое значение функционала стоимости и принятое решение зависит от соотношения весовых коэффициентов  $K_d$ ,  $K_{dj}$ ,  $K_{st}$ ,  $K_s$ .

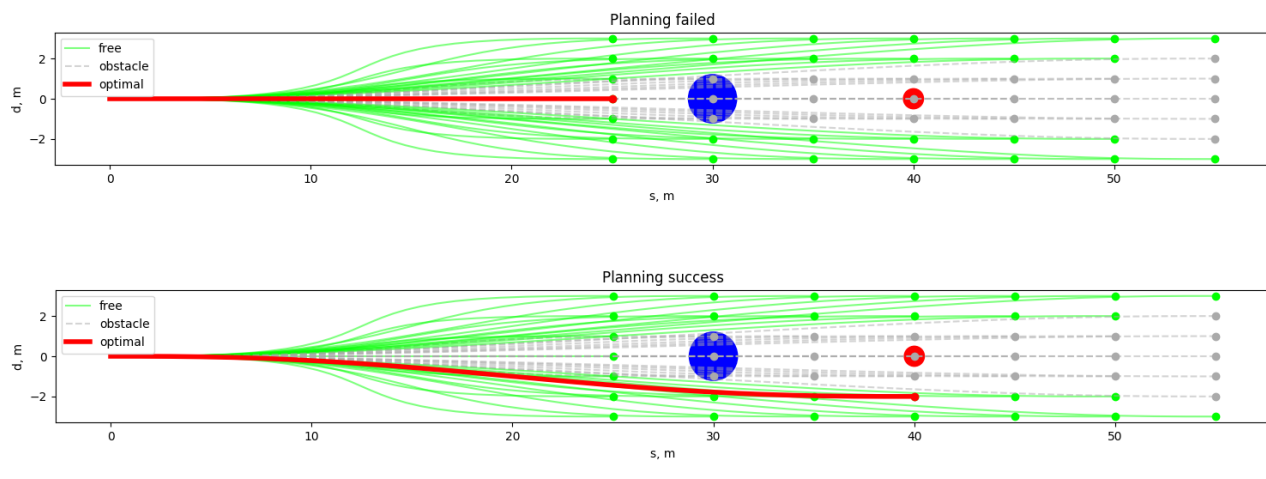


Рисунок 9 – Пример планирования траектории с учетом препятствия при различных весовых коэффициентах. Подходящая траектория не была найдена (сверху), подходящая траектория была найдена (снизу).

Эту проблему можно решить, если модифицировать алгоритм планирования движения путем осуществления нескольких шагов планирования, т.е. рекурсивно запустить планирование повторно из каждого конечного состояния. Такой метод существенно увеличит вычислительную сложность алгоритма, но позволит осуществлять планирование с большим горизонтом и осуществлять более сложные маневры.

Для реализации этого алгоритма было решено совместить рассмотренный выше алгоритм с механизмом решетки состояний (state lattice) [28]. Как было рассмотрено в первой главе, эквивалентные траектории можно представить в виде последовательности элементарных траекторий. В данном случае, требуется заменить рекурсивный вызов планирования из каждой конечной точки построением графа, куда каждая начальная и конечная точка входит только один раз. Дело в том, что из-за того, что конечные состояния представлены в виде регулярной решетки, попасть в некое конечное состояние можно несколькими способами, и осуществлять планирование отрезка траектории, начинающегося из этого состояния несколько раз не требуется. Это позволит существенно уменьшить вычислительную сложность алгоритма.

Помимо реализации планирования на несколько шагов вперед, в алгоритм добавлена еще одна модификация. В предыдущей версии алгоритма оценка длительности времени маневра осуществляется на основе целевого положения, а затем используется при всех перебираемых значениях конечного

положения и скорости. В новой версии алгоритма оценка времени осуществляется для каждой пары начальное состояние-конечное состояние. Сравнение двух методов формирования траекторий приведено на рисунке 10. При оценке времени маневра для каждой пары состояний, все полученные траектории удовлетворяют требованию монотонности, т.е. в рассматриваемом примере торможения автомобиля не происходит ни ускорений, ни возврата назад, как это происходит в первом варианте. Для получения различных профилей скорости, применяется варьирование длительности маневра уже после оценки.

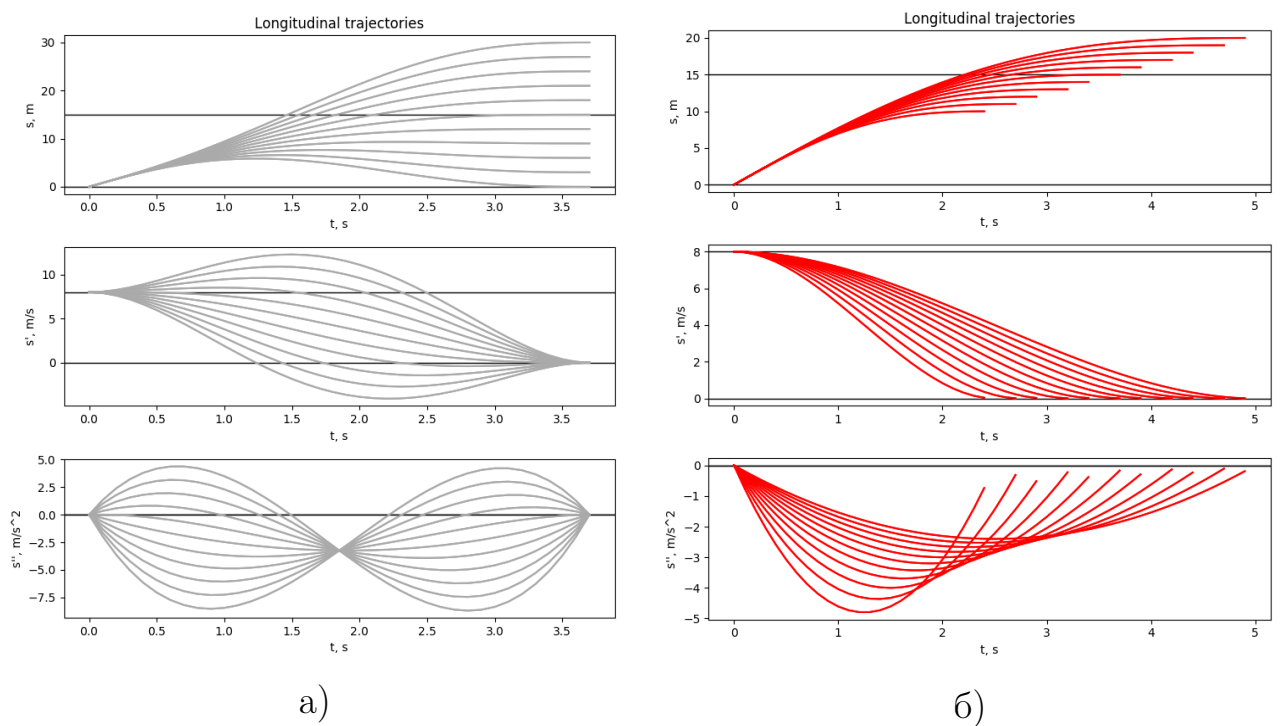


Рисунок 10 – Сравнение получаемых траекторий при оценке времени: а) при оценке времени один раз на основе цели, б) при оценке времени для каждой пары "начальное состояние-конечное состояние"

Планирование траекторий осуществляется путем построения графа возможных траекторий и нахождении оптимальной траектории с помощью алгоритма Дейкстры.

Алгоритм Дейкстры является хорошо известным алгоритмом, для решения т.н. задачи "Single-source Shortest Path т.е. нахождение кратчайших путей на графе до всех вершин от заданной. В отличие от этой задачи, в задаче планирования движения требуется не только найти кратчайший путь на графе, но и выбрать конечную вершину, которая даст оптимальную траекторию движения. Исходя из функционала стоимости 8, применяемого для



оценки траекторий кандидатов, можно сказать, что оценка траектории складывается из двух компонент: стоимости траектории, определяемой резкостью совершаемых маневров, и стоимостью конечного состояния, определяемого его удаленности от цели. С учетом этого, можно переписать функционал стоимости следующим образом, просто перегруппировав члены и разделив его на функционал стоимости движения и функционал стоимости состояния:

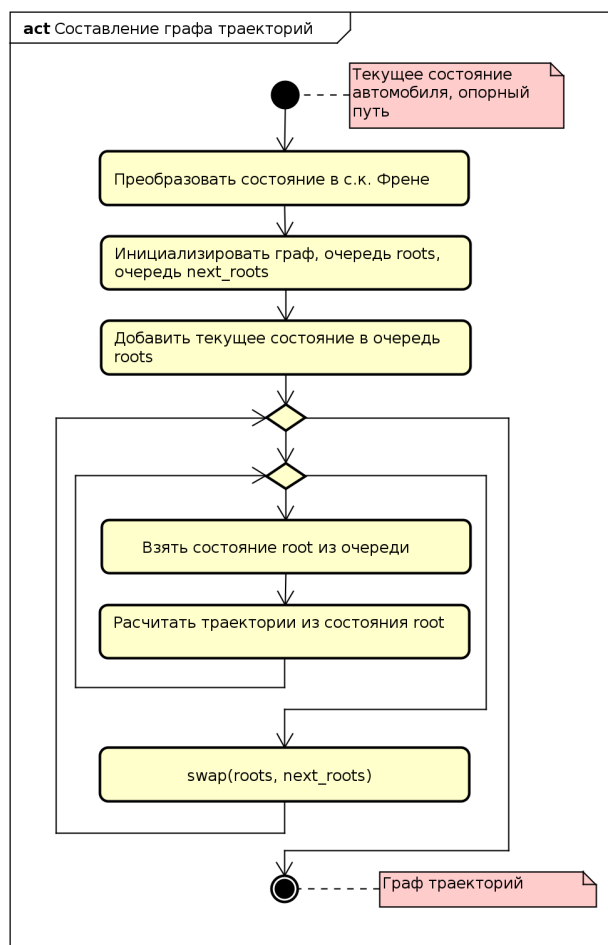
$$C_{move} = K_{lon}K_{sj} \int_0^T \dot{s}(t)^2 dt + K_{lat}K_{dj} \int_0^T \ddot{d}(t)^2 dt \quad (17)$$

$$C_{state} = K_{lon} \left[ K_s (s(T) - S_1)^2 + K_v (\dot{s}(T) - \dot{S}_1)^2 + K_{st} T \right] + K_{lat} \left[ K_d d(T)^2 + K_{dt} T \right] \quad (18)$$

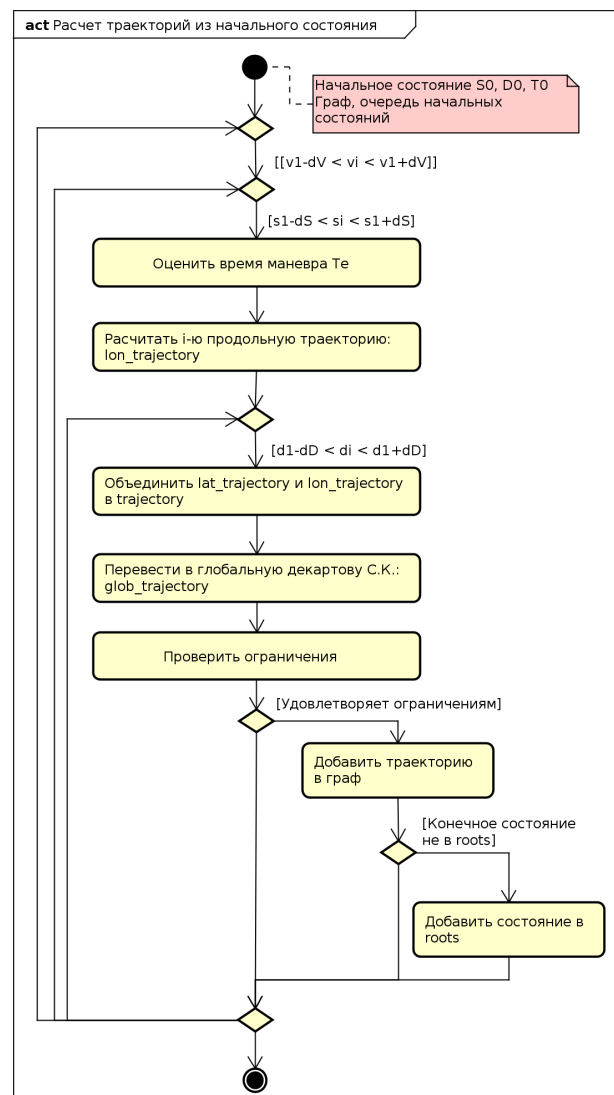
Алгоритм планирования движения состоит из трех стадий: на первой осуществляется построение графа состояний с расчетом траекторий, являющихся ребрами, на второй осуществляется нахождением минимальной стоимости движения (т.е. учитывается только резкость маневров) до каждого конечного состояния с помощью алгоритма Дейкстры, на третьей осуществляется выбор оптимального конечного состояния с учетом стоимости движения и его удаленности от цели.

Блок-схема формирования набора траекторий приведена на рисунке 11.

На вход подаются состояние автомобиля, полученное от системы SLAM, карта препятствий и локальная цель. Вначале происходит преобразование начального состояния и целевого состояния в подвижную систему координат Френе, заданную опорной траекторией. Инициализируются пустой граф и две пустых очереди для хранения новых состояний, из которых для которых осуществляется формирование траекторий. В качестве первого начального состояния в очередь помещается текущее состояние автомобиля в системе координат Френе. Алгоритм работает до тех пор, пока не будет построено необходимое количество слоев графа. При заполнении каждого слоя из очереди извлекается очередное состояние и осуществляется формирование набора траекторий, начинающихся из этого состояний. Конечные состояния этих траекторий помещаются в очередь, чтобы быть использованы для фор-



а)



б)

Рисунок 11 – а) блок-схема алгоритма построения графа, б) блок схема шага расчета набора траекторий из заданного начального состояния.

мирования нового слоя. В алгоритме используется две очереди состояний, которые переключаются после заполнения каждого слоя. Это сделано потому что в случае применения одной очереди, она бы постоянно пополнялась в процессе расчета траекторий. В данном случае, когда одна очередь становится пустой, это означает, что из всех состояний текущего слоя были построены траектории, и происходит переключение на другую очередь, которая хранит начальные состояния для другого слоя.

Следующим этапом алгоритма планирования траектории является нахождение кратчайших путей до всех вершин с помощью алгоритма Дейкстры. Блок схема алгоритма изображена на рисунке 12.

Вначале алгоритма стоимость пути до всех путей, кроме началь-

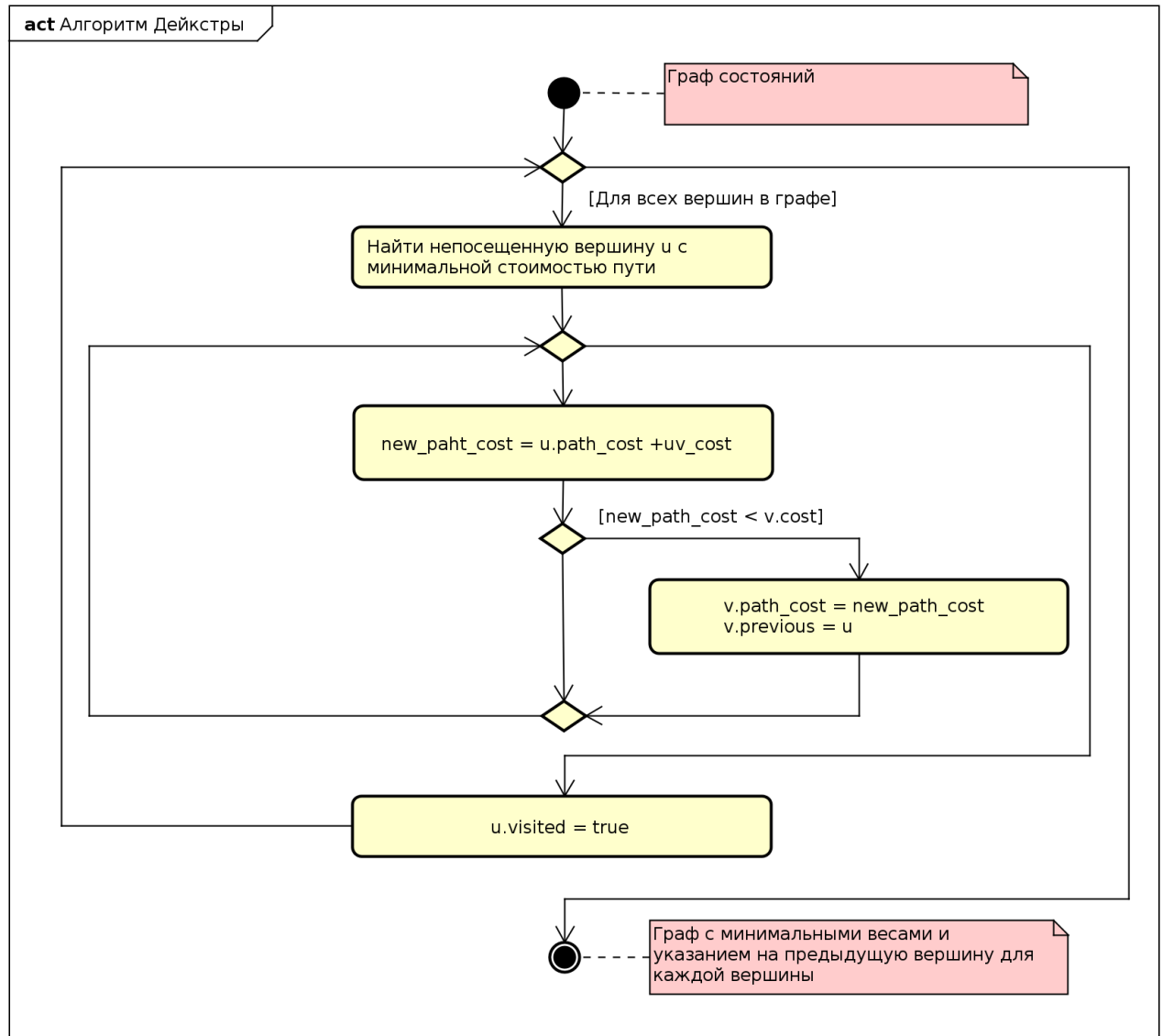


Рисунок 12 – Алгоритм Дейкстры

ной, инициализируется равной бесконечности. Все вершины отмечаются, как непосещенные. Алгоритм Дейкстры состоит из количества итераций, равному количеству вершин в графе. На каждой итерации алгоритма выбирается вершина  $u$  с минимальной стоимостью пути из начальной до нее. Это может быть сделано простым перебором за  $O(N)$ , использование различных структур данных может сократить асимптотическую оценку, например, использование двоичной кучи позволяет находить вершину за  $O(\log N)$ . Более того, за счет того, что граф имеет регулярную структуру и проходится слой за слоем, можно ограничить диапазон поиска вершины с минимальной стоимостью пути. Затем перебираются все вершины  $v$ , связанные ребром с  $u$ . Рассчитывается, какая стоимость пути будет до вершин  $v$ , если двигаться к ней через вершину  $u$ :  $new\_path\_cost = u.path\_cost + uv\_edge\_cost$ , и если эта сто-

имость меньше, чем та, которая сохранена в вершине  $v$ , значение стоимости пути до вершины  $v$  обновляется. Для того, чтобы в дальнейшем можно было восстановить кратчайший маршрут, а не только получить его стоимость, для вершины  $v$  обновляется предыдущая вершина кратчайшего маршрута — вершина  $u$ . После обработки всех связанных вершин, вершина  $u$  отмечается как посещенная, и после этого алгоритм переходит к следующей итерации.

Финальным этапом алгоритма является выбор оптимального конечного состояния, которое обладает минимальным суммарным весом  $C = C_{move} + C_{state}$ , где  $C_{move}$  получен в результате алгоритма Дейкстры, а  $C_{state}$  для каждой вершины рассчитан при формировании графа.

Пример формирования набора траекторий представлен на рисунке 13. Для наглядности осуществлялось варьирование только поперечных конечных состояний.

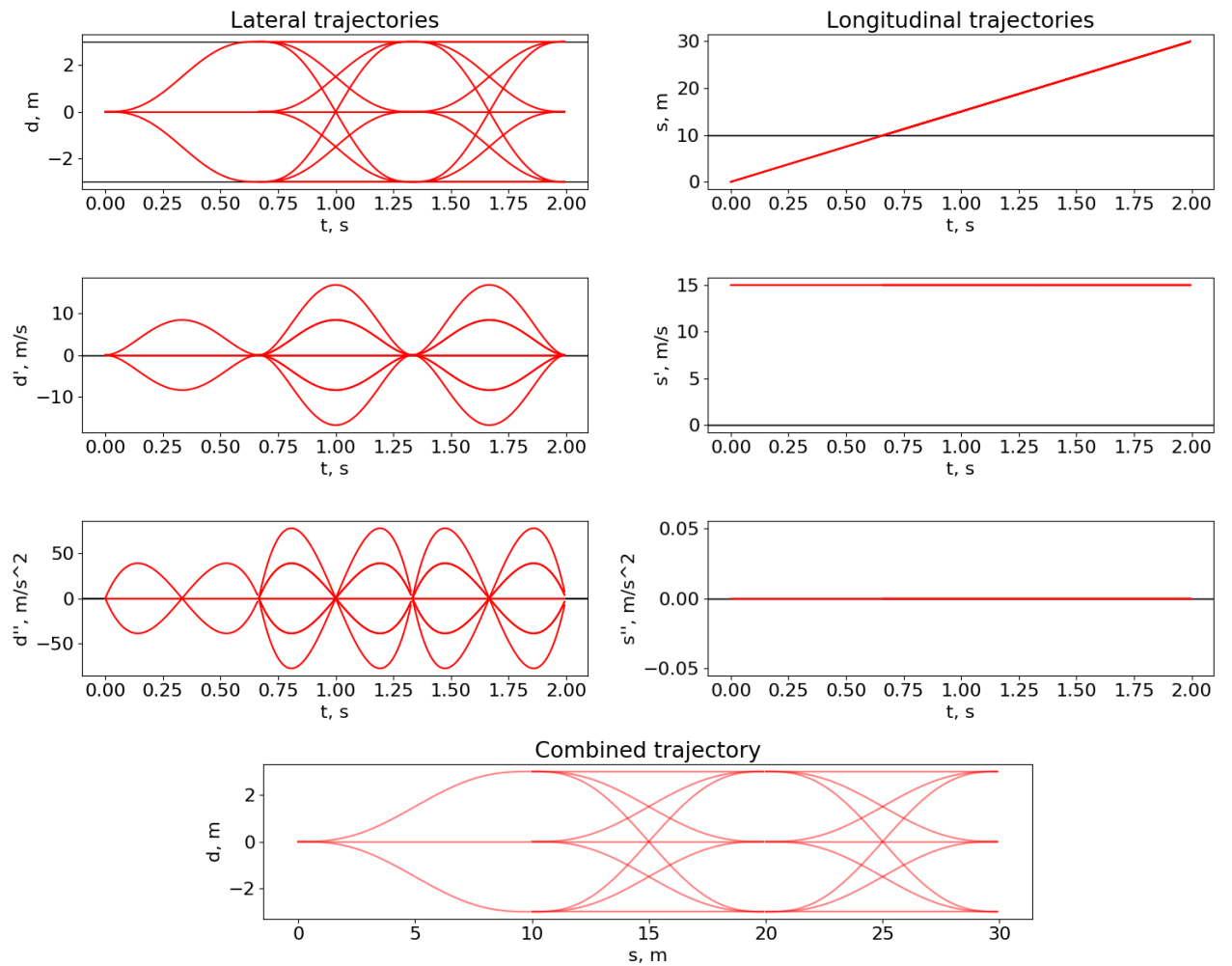


Рисунок 13 – Пример формирования набора траекторий

### 3 РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ БЕСПИЛОТНОГО АВТОМОБИЛЯ

3.1 Использование ROS в качестве основы для системы управления

3.2 Постройка мобильной платформы

3.3 Реализация управления приводами мобильной платформы

3.4 Реализация подсистемы распознавание препятствий

3.5 Реализация подсистемы планирования траектории

3.6 Реализация подсистемы следования траектории

## 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

### 4.1 ???

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

## Список литературы

1. A Perception-Driven Autonomous Urban Vehicle / J. J. Leonard [и др.] // Journal of Field Robotics. — 2008. — Окт. — Т. 25. — С. 727—774. — DOI: 10.1002/rob.20262.
2. A real-time motion planner with trajectory optimization for autonomous vehicles / Wenda Xu [и др.] // 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation. — 05.2012. — С. 2061—2067. — DOI: 10.1109/ICRA.2012.6225063.
3. A Review of Motion Planning Techniques for Automated Vehicles / D. Gonzalez Bautista [и др.] // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. — 2015. — Нояб. — С. 1—11. — DOI: 10.1109/TITS.2015.2498841.
4. An Automated Electric Vehicle Prototype Showing New Trends in Automotive Architectures / M. Buechel [и др.] //. 2015—October. — 2015. — С. 1274—1279. — DOI: 10.1109/ITSC.2015.209. — URL: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84950299857&doi=10.1109%2fITSC.2015.209&partnerID=40&md5=05b753f90c370fcc42beca54c13cc704> ; cited By 20.
5. Application of Hybrid A\* to an Autonomous Mobile Robot for Path Planning in Unstructured Outdoor Environments / J. Petereit [и др.] // ROBOTIK 2012; 7th German Conference on Robotics. — 05.2012. — С. 1—6.
6. Automotive radar the key technology for autonomous driving: From detection and ranging to environmental understanding / J. Dickmann [и др.] //. — 2016. — DOI: 10.1109/RADAR.2016.7485214. — URL: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84978224598&doi=10.1109%2fRADAR.2016.7485214&partnerID=40&md5=f4ceac54185166a514a6173971a58cd3> ; cited By 18.



7. Automotive Radars: A review of signal processing techniques / S. Patole [и др.] // IEEE Signal Processing Magazine. — 2017. — Т. 34, № 2. — С. 22—35. — DOI: 10.1109/MSP.2016.2628914. — URL: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85032778479&doi=10.1109%2fMSP.2016.2628914&partnerID=40&md5=49e42c43a5bd6911f206182ffb5ac4ba>; cited By 35.
8. Autonomous driving in urban environments: Boss and the Urban Challenge // Journal of Field Robotics Special Issue on the 2007 DARPA Urban Challenge, Part I. — 2008. — ИЮНЬ. — Т. 25, № 8. — С. 425—466.
9. Brock O., Trinkle J., Ramos F. Planning Long Dynamically-Feasible Maneuvers for Autonomous Vehicles // Robotics: Science and Systems IV. — MITP, 2009. — ISBN 9780262258623. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6284856>.
10. Development of autonomous car-part i: Distributed system architecture and development process / K. Jo [и др.] // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2014. — Т. 61, № 12. — С. 7131—7140. — DOI: 10.1109/TIE.2014.2321342. — URL: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84907478492&doi=10.1109%2fTIE.2014.2321342&partnerID=40&md5=0c8d2b4994d7dab581f8c5318fc29c7a>; cited By 64.
11. Fagnant D. J., Kockelman K. M. The travel and environmental implications of shared autonomous vehicles, using agent-based model scenarios // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. — 2014. — Т. 40. — С. 1—13. — ISSN 0968-090X. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2013.12.001>.
12. Ferguson D., Howard T. M., Likhachev M. Motion Planning in Urban Environments // The DARPA Urban Challenge. — 2009.
13. González-Sieira A., Mucientes M., Bugarín A. A State Lattice Approach for Motion Planning under Control and Sensor Uncertainty //. Т. 253. — 11.2013. — DOI: 10.1007/978-3-319-03653-3\_19.
14. HDL-64E user's manual / Velodyne. — URL: <https://www.velodynelidar.com/lidar/products/manual/HDL-64E%20Manual.pdf>.

15. *Howard T. M., Kelly A.* Optimal Rough Terrain Trajectory Generation for Wheeled Mobile Robots // The International Journal of Robotics Research. — 2007. — Т. 26, № 2. — С. 141—166. — DOI: 10.1177/0278364906075328.
16. Junior: The Stanford Entry in the Urban Challenge / M. Montemerlo [и др.] // Journal of Field Robotics. — 2008. — Сент. — Т. 25. — С. 569—597. — DOI: 10.1002/rob.20258.
17. *LaValle S. M., Kuffner J. J.* Randomized kinodynamic planning // Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C). Т. 1. — 05.1999. — 473—479 vol.1. — DOI: 10.1109/ROBOT.1999.770022.
18. *LaValle S. M., Kuffner J. J.* Randomized kinodynamic planning // Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C). Т. 1. — 05.1999. — 473—479 vol.1. — DOI: 10.1109/ROBOT.1999.770022.
19. *LaValle S. M.* Rapidly-Exploring Random Trees: A New Tool for Path Planning //. — 1998.
20. Local Path Planning And Motion Control For Agv In Positioning / A. Takahashi [и др.] // Proceedings. IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems '. (IROS '89) 'The Autonomous Mobile Robots and Its Applications. — 09.1989. — С. 392—397. — DOI: 10.1109/IROS.1989.637936.
21. *M. Gloderer A. H.* SplinesParametersTrajectoryExperimentalResultsSpline-basedTrajectoryOptimizationforAutonomousVehicleswithAckermann drive. — 2010. — URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Spline-based-Trajectory-Optimization-for-Autonomous-Gloderer-Hertle/09489079e1fb794258ae3da691c2b368e43e3943>.
22. Model-predictive active steering and obstacle avoidance for autonomous ground vehicles / Y. Yoon [и др.] // Control Engineering Practice. — 2009. — Т. 17, № 7. — С. 741—750. — ISSN 0967-0661. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2008.12.001>. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066108002025>.

23. Motion planning for urban driving using RRT / Y. Kuwata [и др.] // 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. — 09.2008. — С. 1681—1686. — DOI: 10.1109/IR0S.2008.4651075.
24. Motion planning in complex environments using closed-loop prediction / Y. Kuwata [и др.] // Proc. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf. and Exhibit. — 2008.
25. *Nagendran N., Kolhe A.* Security and safety with facial recognition feature for next generation automobiles // International Journal of Recent Technology and Engineering. — 2019. — Т. 7, № 4. — С. 289—294.
26. Obstacle avoidance of autonomous vehicles based on model predictive control / J.-M. Park [и др.] // Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part D-journal of Automobile Engineering - PROC INST MECH ENG D-J AUTO. — 2009. — Дек. — Т. 223. — С. 1499—1516. — DOI: 10.1243/09544070JAUTO1149.
27. Optimal Trajectory Generation for Dynamic Street Scenarios in a Frenet Frame / M. Werling [и др.] //. — 06.2010. — С. 987—993. — DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509799.
28. *Pivtoraiko M., Kelly A.* Efficient constrained path planning via search in state lattices // The 8th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space. — 09.2005.
29. PROUD-Public Road Urban Driverless-Car Test / A. Broggi [и др.] // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. — 2015. — Т. 16, № 6. — С. 3508—3519. — DOI: 10.1109/TITS.2015.2477556. — URL: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-8495948888&doi=10.1109%2fTITS.2015.2477556&partnerID=40&md5=55565198a5552f02df98a9cdb0ef1f72> ; cited By 21.
30. Real-time motion planning methods for autonomous on-road driving: State-of-the-art and future research directions / C. Katrakazas [и др.] // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. — 2015. — Ноябрь. — Т. 60. — С. 416—442. — DOI: 10.1016/j.trc.2015.09.011.

31. *Shiller Z., Gwo Y.-R.* Dynamic motion planning of autonomous vehicles // Robotics and Automation, IEEE Transactions on. — 1991. — Май. — Т. 7. — С. 241—249. — DOI: 10.1109/70.75906.
32. *Şucan I. A., Moll M., Kavraki L. E.* The Open Motion Planning Library // IEEE Robotics & Automation Magazine. — 2012. — Дек. — Т. 19, № 4. — С. 72—82. — DOI: 10.1109/MRA.2012.2205651. — <http://ompl.kavrakilab.org>.
33. Team AnnieWAY's autonomous system for the 2007 DARPA Urban Challenge / S. Kammel [и др.] // Journal of Field Robotics. — 2008. — Т. 25, № 9. — С. 615—639. — DOI: 10.1002/rob.20252. — eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/rob.20252>.
34. Towards fully autonomous driving: Systems and algorithms / J. Levinson [и др.] // 2011 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). — 06.2011. — С. 163—168. — DOI: 10.1109/IVS.2011.5940562.
35. Yandex Self-Driving Car project / Yandex. — URL: <https://yandex.ru/promo/taxi/sdc>.
36. *Ziegler J., Werling M., Schröder J.* Navigating car-like robots in unstructured environments using an obstacle sensitive cost function //. — 2008. — С. 787—791. — DOI: 10.1109/IVS.2008.4621302. — URL: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-57749196757&doi=10.1109%2fIVS.2008.4621302&partnerID=40&md5=11accfcd3da5016fd0cbe4e4919fd9b7> ; cited By 30.
37. *А.С. Г. Фрундование машинки.*
38. *В. Л. МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ПУТИ В СРЕДЕ С ПРЕПЯТСТВИЯМИ (ОБЗОР) // МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.* — 2018. — № 1. — С. 15—58. — DOI: 10.24108/mathm.0118.0000098. — URL: <https://www.mathmelpub.ru/jour/article/view/98#>.
39. *Казаков К.А. С. В.* Обзор современных методов планирования движения // Труды Института системного программирования РАН. — 2016.