СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

Комп'ютерний практикум №1 Багаторозрядна арифметика ФБ-23 Моісеєнко Дмитро

Мета роботи:

Отримання практичних навичок програмної реалізації багаторозрядної арифметики; ознайомлення з прийомами ефективної реалізації критичних по часу ділянок програмного коду та методами оцінки їх ефективності.

Завдання до комп'ютерного практикуму:

А) Згідно варіанту розробити клас чи бібліотеку функцій для роботи з mбітними цілими числами.

Бібліотека повинна підтримувати числа довжини до 2048 біт.

Повинні бути реалізовані такі операції:

- 1) переведення малих констант у формат великого числа (зокрема, 0 та 1);
- 2) додавання чисел;
- 3) віднімання чисел;
- 4) множення чисел, піднесення чисел до квадрату;
- 5) ділення чисел, знаходження остачі від ділення;
- 6) піднесення числа до багаторозрядного степеня;
- 7) конвертування (переведення) числа в символьну строку та обернене перетворення

символьної строки у число; обов'язкова підтримка шістнадцяткового представлення, бажана —

десяткового та двійкового.

Бажано реалізувати такі операції:

- 1) визначення номеру старшого ненульового біта числа;
- 2) бітові зсуви (вправо та вліво), які відповідають діленню та множенню на степені двійки.

Б) Проконтролювати коректність реалізації алгоритмів; наприклад, для декількох багаторозрядних а,b,c,n перевірити тотожності:

Продумати та реалізувати свої тести на коректність.

В) Обчислити середній час виконання реалізованих арифметичних операцій. Підрахувати кількість тактів процесора (або інших одиниць виміру часу) на кожну операцію.

Результати подати у вигляді таблиць або діаграм.

Хід роботи:

Напишемо бібліотеку класу bignum.py і створю файл тестування для перевірки коректності цієї роботи. Також порівняємо значення обрахування за допомогою бібліотеки bignum і без неї і комутативність операцій.

Результати роботи:

```
### Path or 1,512 (canh., mw. 6 2042, 4022113) [CCC 11.4.0]
Type 'copyright', 'credits' or 'license' for more information
Type 'copyright' or 'license' for mo
```

32891910961217625249792669769137439266780476611111075016116891213354579272741994888604668854170944658738999203310291503106760977790150628894765334648463860608685151918565530922538183488960333337181068266562752951042958982510914091977198225945258080643526628490381799086340245774284072099619743988161160975668223456583286046009697152656734197623987732509312956273584480301988762455211329626151453103973599054447753487878787878787878787878787878787878787
In [7]: A 1819489989074838377819279202662294209733276547254506816836217582323923013670413650032312568354145262518135028156365767311924910156997122098905128644296370384249635468905226341083646943991016511216
328919109612176252497920697691374392667804766111110759181168921315457927274199488860466885417044058738999203310291593196769977391596288947053340484638608068515191856553832253838348896033333718106826566525931049295898251991499197719822594525088864352652849838179988634024577428407209961974398816116097566822345658328064600969715265673419762398773250931295627358448030198876245521132962615145318397359905444275553778093
1 (8): her (A) 8. **04.1767ef5559f4c6181d68844fd7168c63d0366eeb4d4270c1b9b71585209bc3cb3cd184f31a578bd8d14b934059862cfaeaae8f62862794464b5f1a31893fde08992c9200df7ed5ec8c82278fb600180d4e43ce745b197cce92bf460561c2eca84
8 0X10192E139314C018100884410 1,108C039304900602b08273-1350269904.C0189101.1350269904.C0189101.1350269904.C0189101.1350269904.001890490510804904905108
10 [9]: Abn. baseN(10) 179 PEFSS9F4C6181D68844FD7168C63D0366EE84D4270C189871S8S2098C3C83CD184F31A5788D8D14B934059862CFAEAAE8F6286279446485F1A31893FDE88992C9200DF7ED5EC8C82270FB600180D4E43CE7458197CCE928F460561C2ECA84DD
\$4FF2A3F3BA82457BA806A84CE476A3AC\$75\$504990066280B2A7278313BE347F4B315EF93293706C613008D5DC650085A951A0889520280F88E008FCA6680EE65FE08BC3F2C1E5C2BFC9AB68FC2181A8CFE0043F6FDC8879337368BC\$950817BD446C36AF8A A884338E83A6008874E27D07332C98384D68E88ED7738954354DC87284A9ADC1840B7DCC3C1834AD8356872197E505432B80E3906D23D'
In [10]: bin(A) 100 bin(A) 10
110011011011100010101100001010100000000
1111001100110010000010011001111001100000
6.1000110011111110000011001100000111111101111
1001000111101' In [11]: Abn.baseN(:)
1 1011000001111100111101111010101010101
BORITIO18080010000011000100110010100010000100
61116061116061116111111610611161111116111111
101011001110100110000000000000000011011
in (12): A+B
2 10230494500882426423016344602168141023302663170997800020877285452427064197059223800988087006527527053555206585861704801058095402281314219883693482114705402609342715737294314543303988344427955293889170523260535150042262070670542208999812704320523982701757204641870566133851411963494052194852751352750632875094398737575198497350998377457518849728093753365285942201301352100623892060962276
53796810791009
11 '101110001111101111011110111010101010
001110111000101100001100011000111001110011100111001111
11110110100000000000000001100001101011101100100101
10101000001111011100001101011000011001111
0000109101010011011011000001100001100101101
[[12]: A+B 12 10230494560082426423016344062168141023362663170997880020877285452427064197269223806908686700652575276253555266585861704861058495402281314219083643948211470540269034217673729329144164330390834444;
95529888917652326653515084226297667054229689912764326523982071757246418705601538514119634940521948547641270938275618568762222429439332483998037745761884752009397533652855942261301352100023892065062276 99945348473672982777157996453564062525596447117588189872459350612820038567067643134438255867153933755249280705895389057818416587849873599958004646472737313920835663875152548082905592612872330440042601347 53796816791009
in [13]; (Abn-Bbn).base10()
3 - 9866596652-27458747452-48882.7635682.764160678615469786555198641935962.72795945351416759622-2746981746223749928769954589551398673513378891889889106781821935215046349110772.389769846969274749941696511422
65245745230823 (n [14]: (Abn-Bbn).base10()
14 102304945000824264230163440621081410233026631799978809288772834524278041972692238090808677005237527623555260558580170480155804594022831342198836439462114765402699432776737293291441043130398834444218016984955402881342198836439462114765402699432776737293291441043130398834444218016984954974017498374761801698495401749761801801801801801801801801801801801801801
9904514817367298277715799645356406252559644711758818987245035001282003856706764313443825586715393375524928070599538905781841658784987359995806464672737313920835603875152548082966529261287233044004266194753796810791009
1 15 - A-B 15 - 98665965622674587474524888216356821814160078615469786575100419359622795945351410769022242469817462237499282609545885513986735133708818898001026182193521964634191071238926840609274349416006311427 15 15 15 15 15 15 15 1
86539477965081186274975178058124417336546285388882864172773990635551989412210828714514307069521701560115636014578731848616477157318526670433267099970874722666118767814754795591944263336056942423209546383665245745230823
10 [16]: A*B 11 16 18283228653320211960725251791566795579049763845117162693485686546235843310583883794034647938981710785570259691662227674915717759926827893519554754097939466798473744166619392691444713632775188306
2e4-424713364376796234651468876962751273699983331612731809136121206133860603339622223419789760277103455037922719952649527192318178364608433860681897105061199451833710822249053176205420797636422740978769642797696427976964279769642797696427976964279769642797676964279767696427976769642797676964279767696427976769642797696427976769642797676964279767696427976769642797676964279767696427976769642797676964279767696427976769642797676964279767696427976964776964776769647696476
239968499879568954095409066341444014738343874554754737746474499645825414756897426490850730884334979880534777154488822714829553049886645047249972161854883865611596231688728516175609655150370602963830270996354757165366726549726174502825260085054168592899787260242311005846252609816147630336854813859864911654255994282771009442457844184563085493365998867986855337635031938455009326996345037590619971229319908404813497188
in (37): 8bn / Abn
10 [18]: 8 // A
56 18 55 TO
[: [3]: 8 % A
3110297117150902290133506091141295442753317834066543562924759646677694473894426345768857081429903429785728994190772163756388778170716732283094178989491137818154374246547712439237682625356361890069427785728991907721637563887781707167322830941789949113781815437424654771243978092429785349789462634576885708947978918197819781978197819781978197819781
39452613810 [n [4]: Bbn > Abn
5 True
6 dough method bn.rshift of 3146061201163867765,1516771417681796653,13623289857478937719,15541780241778227150,1816602327517787468,11340695557178023965,17542262653952221132,2440155623470477238,60711831140796654,6767891597664462139,1075241878043225141,1090689951088592550,99386516782205542,0069238283479517218,50638472109747491539,6752304643784488692,14070972085177181847,15926478402806759728,4506
[7]
in [8]: Abn.base(10)
TypeError Traceback (most recent call last) 4.python_Unput-8-997389404a28> in <module>> 1 Abase(18)</module>
TypeError: 'int' object is not callable

19 Abn. basci0()
9 170180230371856889837651525949827761218256211117868767875238663993278901656559684806599688749193859016494404551538314518856733094788034871648056087000884199993998387478477196465588613966161587305
27170180222814080690914411965224946554413756153552440946559655973615302344090656925338674471218366725287304525181255029150969987324359609927691329240946559658934727891379806998440986736640478
690241953447492694139489234892342320690497726912548782216744104866294201602290546268993798233048478213378399637715899946038082219118992515679546578084653434403081597044516885186025684618921192841938

```
dmitry@dmitry-virtual-machine: ~/laba1
                                                                                                                                                      dmitry@dmitry-virtual-machine: ~/laba1
     [9]: Abn.base10()
9 1170180236371856889837651525949827761218256211117868767875230663903278901656559684806509608749393859016494404551538314515856
733694788834871648855087000084190993998387478477196465586139661615873057703242814680694914419065249466544317561535524400405596552073
636302344090656925538674471218368725287304525181295029150096898732435960592694347027497163292840046505605893422837857431798696984400
867366404781690241953447492694139489236892842320690497726912548782167744104866294201602290546268989379829304847821337839963771589994
 5038082219113899251567954657086453434403081597044510585186025684618921192841938
  229279621260897390017527187526309685624496087024123895495668644254960330532263379587717160755957890458295099237979851375126748922523
011344482528330289230835772255740226652282664119154696609405280853886237685216983446092863529012514533001841694636830447437092807625
271052001494278200610452341466918590386529013225215780539660171494427420032770716938000715795709059181196657764944168074988678621873
313690069347309351611498583033951669825096299907640955787063302644341287276310
11 531229615392203808715706807869172465702474806522413794787244139029684496375640812650881833242691513266743512529940846199133 370134287662714267044342310438280319259920813170769655894000476186111424033102071171509022916335066911412954542533178340605435629247
504666769447389446263457688570014309900970785272894109672163750388778170716732283694178904911378181543742465477124393237028626350266189006034274601629947276727337527357771073615690002232385888482474716397803028263587377133942227995321933177866406407574123842009634
201303596746779281108560229721827313555733281128793446244613063214753064194049606393439452613810
    [12]: B << 65
12 195989135190302800218061739726839831824353915165421079696246003319236038192247668974360799144899609830461920824015816760752
12 1959891351903028002180017397208398318243539151054210790902400033192300381392247608974500799144899009830401920824015816700752
076981323773936594772816970287760842832982949511982164474565129872973610375656805297316140940812326215980638295747070493988085047011
944348617713749780539721694433855457627267928658245474516215393041688203713712831909218610578203423048530560815601107181919938430249
151537689041453637294387224935793881082408732504538078553779221039249075837292890839695368345732375994193978008606106226526307787323
64647354553594673244013647737781067234992378519275645019687955651896389486757822580692003528777585741696828618833920
     [13]: (bn(3) ** Dbn).base10()
     [14]: 3**D
   ipython3
httry@dmitry-virtual-machine:~/laba1$
[4]+ Stopped
```

Результати роботи Test.py там містить тести на правильність:

```
dmitry@dmitry-virtual-machine:~/laba1$ python3 Test.py
[*] Checking the correctness of the convertion...
A == Abn: True
A16== Abn16: True
A2 == Abn2: True
[!] Convertion to common bases seeems right
[*] Checking addition...
Abn + Bbn == Bbn + Abn: True
A + B == Abn + Bbn: True
(A + B) + C == Abn + (Bbn + Cbn): True
D + A == Dbn + Abn, where D is negative number: True
[!] Addition seems right checking subtraction...
Abn - Bbn == Bbn - Abn: True
A - B == Abn - Bbn: True
(A - B) - C == Abn - (Bbn - Cbn): True
D - A == Dbn - Abn, where D is negative number: True
[!] Subtraction seems right
[*] Checking multiplication...
Abn - Bbn == Bbn - Abn: True
A - B == Abn - Bbn: True
(A - B) - C == Abn - (Bbn - Cbn): True
Abn * 123 = Abn+Abn...+Abn times 123: True
(Abn+Bbn)*Cbn == Abn*Cbn + Bbn*Cbn: True
[!] Multiplication seems right
[*] Checking division...
Abn > Bbn: True
Abn // Bbn == A // B: True
Abn < Bbn: False
Bbn // Abn == B // A: True
```

```
[!] Addition seems right checking subtraction...
Abn - Bbn == Bbn - Abn: True
A - B == Abn - Bbn: True
(A - B) - C == Abn - (Bbn - Cbn): True
D - A == Dbn - Abn, where D is negative number: True
[!] Subtraction seems right
[*] Checking multiplication...
Abn - Bbn == Bbn - Abn: True
A - B == Abn - Bbn: True
(A - B) - C == Abn - (Bbn - Cbn): True
Abn * 123 = Abn+Abn...+Abn times 123: True
(Abn+Bbn)*Cbn == Abn*Cbn + Bbn*Cbn: True
[!] Multiplication seems right
[*] Checking division...
Abn > Bbn: True
Abn // Bbn == A // B: True
Abn < Bbn: False
Bbn // Abn == B // A: True
Abn % Bbn == A % B: True
[!] Division seems right
[*] Checking power...
base**Bbn == base**B: True
[!] Seems right
[*] Starting time tests
Average addition time: 0.000000221915 seconds
Average subtraction time: 0.000000362042 seconds
Average multiplication time: 0.000007993334 seconds
Average division time: 0.000001240298 seconds
Average powering time: 0.000016302200 seconds
```

Тепер результати Test1.1.py

Додавання:

```
dmitry@dmitry-virtual-machine:~/laba1$ python3 Test1.1.py
            108 function calls in 0.000 seconds
    Ordered by: standard name
    ncalls tottime percall cumtime percall filename:lineno(function)
                  0.000
                              0.000
                                           0.000
                                                       0.000 <string>:1(<module>)
                                                       0.000 Test1.1.py:9(add)
0.000 bignum.py:12(__init__)
0.000 bignum.py:57(__add__)
0.000 convtypes.py:15(convert)
                  0.000
                              0.000
                                           0.000
                              0.000
                                           0.000
                  0.000
                 0.000
                              0.000
                                           0.000
                 0.000
                              0.000
                                           0.000
                                                       0.000 {built-in method builtins.exec}
0.000 {built-in method builtins.isinstance}
0.000 {built-in method builtins.len}
0.000 {built-in method builtins.max}
                              0.000
                                           0.000
                 0.000
                 0.000
                              0.000
                                           0.000
         65
                  0.000
                              0.000
                                           0.000
                  0.000
                              0.000
                                           0.000
                                                       0.000 {method 'append' of 'list' objects}
0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
         33
                  0.000
                              0.000
                                           0.000
                  0.000
                              0.000
                                           0.000
            108 function calls in 0.000 seconds
```

Віднімання:

```
Ordered by: standard name
ncalls tottime percall cumtime percall filename:lineno(function)
                                         0.000 <string>:1(<module>)
           0.000
                     0.000
                               0.000
                                          0.000 Test1.1.py:11(sub)
           0.000
                     0.000
                                0.000
                                         0.000 bignum.py:12(__init_
0.000 bignum.py:82(sub_s)
           0.000
                     0.000
                               0.000
     1
           0.000
                               0.000
                     0.000
           0.000
                     0.000
                                0.000
                                          0.000 bignum.py:98(__sub__)
           0.000
                     0.000
                               0.000
                                         0.000 convtypes.py:15(convert)
                               0.000
                                         0.000 {built-in method builtins.exec}
           0.000
                     0.000
           0.000
                     0.000
                               0.000
                                        0.000 {built-in method builtins.isinstance}
                                         0.000 {built-in method builtins.len}
0.000 {built-in method builtins.max}
0.000 {method 'append' of 'list' objects}
           0.000
                     0.000
                               0.000
    65
                               0.000
           0.000
                     0.000
    32
           0.000
                     0.000
                                0.000
                                         0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
           0.000
                               0.000
                     0.000
      107990 function calls (105644 primitive calls) in 0.098 seconds
```

Множення:

```
Ordered by: standard name
ncalls tottime percall cumtime percall filename:lineno(function)
                                               0.097 <string>:1(<module>)
0.097 Test1.1.py:13(mul)
            0.000
0.000
                        0.000
                                    0.097
                                    0.097
                        0.000
 10562
             0.020
                        0.000
                                    0.039
                                                0.000 bignum.py:12(__init_
                                                0.000 bignum.py:158(mulStep)
0.097 bignum.py:171(__mul__)
   783
             0.002
                        0.000
                                    0.002
1174/1
                                    0.097
             0.005
                        0.000
                                                0.097 bignum.py:270(karatsubaStep)
0.000 bignum.py:28(base10)
            0.012
1174/1
                        0.000
                                    0.097
  2737
                        0.000
                                    0.003
  1565
             0.001
                        0.000
                                    0.001
                                                0.000 bignum.py:310(shiftLeft)
                                                0.000 bignum.py:57(__add_
0.000 bignum.py:82(sub_s)
  3129
             0.020
                        0.000
                                    0.036
             0.005
                        0.000
                                    0.007
   782
                                                0.000 bignum.py:98(__sub__)
0.000 convtypes.py:15(convert)
             0.002
0.013
                        0.000
                                    0.012
   782
 10562
                        0.000
                                    0.017
  1174
             0.001
                        0.000
                                    0.001
                                                0.000 convtypes.py:3(getDigits)
                                                0.098 {built-in method builtins.exec}
0.000 {built-in method builtins.isinstance}
             0.000
                        0.000
                                    0.098
 19950
                        0.000
                                    0.003
             0.003
                                                0.000 {built-in method builtins.len}
0.000 {built-in method builtins.max}
             0.005
0.003
 33866
                        0.000
                                    0.005
  5476
                        0.000
                                    0.003
                                                0.000 {method 'append' of 'list' objects}
0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
 14270
             0.002
                        0.000
                                     0.002
             0.000
                        0.000
                                    0.000
       5914317 function calls in 6.775 seconds
```

Ділення:

```
5914317 function calls in 6.775 seconds
 Ordered by: standard name
                    percall
 ncalls
          tottime
                                cumtime percall filename:lineno(function)
            0.000
                                  6.775
                                             6.775 <string>:1(<module>)
                       0.000
      1
             0.000
                        0.000
                                   6.775
                                              6.775 Test1.1.py:15(div)
                                              0.000 bignum.py:12(__init_
0.000 bignum.py:139(__lt__
             0.026
   3905
                        0.000
                                   0.239
             0.000
                        0.000
                                   0.000
   1924
             0.031
                        0.000
                                   0.048
                                              0.000 bignum.py:146(__eq__)
0.000 bignum.py:147(<listcomp>)
             0.007
                        0.000
   1924
                                   0.007
                                              0.000 bignum.py:148(<listcomp>)
   1924
             0.001
                        0.000
                                   0.001
             0.044
                        0.044
                                   6.775
                                              6.775 bignum.py:225(divMod)
                                             6.775 bignum.py:254(__truediv__)
0.000 bignum.py:262(lshift)
             0.000
                        0.000
                                   6.775
   1921
             0.002
                        0.000
                                   0.723
             0.006
   3843
                        0.000
                                   1.800
                                              0.000 bignum.py:266(rshift)
   7686
             1.270
                        0.000
                                   1.270
                                              0.000 bignum.py:28(base10)
                                              0.000 bignum.py:316(lshiftBits)
0.000 bignum.py:334(rshiftBits)
   1921
             0.719
                        0.000
                                   0.721
   3843
             1.791
                        0.000
                                   1.794
                                   0.073
2.580
    989
             0.047
                        0.000
                                              0.000 bignum.py:57(__add__)
    990
             1.943
                        0.002
                                              0.003 bignum.py:82(sub_s)
                                              0.003 bignum.py:98(__sub__)
    989
             0.008
                        0.000
                                   2.795
                                              0.000 convtypes.py:15(convert)
             0.206
                                   0.211
   3905
                        0.000
             0.002
                                   0.002
                                              0.000 convtypes.py:3(getDigits)
   1925
                        0.000
             0.000
                        0.000
                                   6.775
                                              6.775 {built-in method builtins.exec}
                                              0.000 {built-in method builtins.isinstance}
   5885
             0.003
                        0.000
                                   0.003
                                              0.000 {built-in method builtins.len}
3906428
             0.440
                        0.000
                                   0.440
                                             0.000 {built-in method builtins.max}
0.000 {method 'append' of 'list' objects}
0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
0.000 {method 'pop' of 'list' objects}
             0.006
                        0.000
   1979
                                   0.006
1932569
             0.215
                        0.000
                                   0.215
             0.000
                                   0.000
                        0.000
  29760
             0.005
                        0.000
                                   0.005
```

Піднесення до степеня:

```
dmitry@dmitry-virtual-machine: ~/laba1
                                                                                                                dmitry@dmitry-virtual-machin
  29760
                         0.005
         622101 function calls (608967 primitive calls) in 0.561 seconds
 Ordered by: standard name
 ncalls tottime
                        percall cumtime percall filename:lineno(function)
                                                    0.561 <string>:1(<module>)
              0.000
                                       0.561
                           0.000
                                        0.561
                                                    0.561 Test1.1.py:17(pow)
        1
              0.000
                           0.000
                                                    0.000 bignum.py:12(_init__)
0.000 bignum.py:146(_eq__)
0.000 bignum.py:147(<listcomp>)
0.000 bignum.py:148(<listcomp>)
  59170
                           0.000
              0.117
                                        0.224
              0.000
                           0.000
                                        0.000
                           0.000
               0.000
                                        0.000
               0.000
                           0.000
                                        0.000
   4390
               0.011
                           0.000
                                        0.013
                                                    0.000 bignum.py:158(mulStep)
                                                    0.047 bignum.py:171(__mul__
6579/12
                           0.000
                                        0.561
               0.031
                                                    0.561 bignum.py:199(__pow__)
0.047 bignum.py:270(karatsubaStep)
               0.000
                           0.000
                                        0.561
6579/12
               0.067
                           0.000
                                        0.561
                                                    0.000 bignum.py:28(base10)
  15323
              0.018
                           0.000
                                        0.018
                                                    0.000 bignum.py:310(shiftLeft)
   8768
              0.007
                           0.000
                                        0.007
                           0.000
                                        0.000
                                                    0.000 bignum.py:34(baseN)
              0.000
                                                    0.000 bignum.py:57(__add__)
0.000 bignum.py:57(__add__)
0.000 bignum.py:98(_sub__)
0.000 convtypes.py:15(convert)
  17524
                           0.000
              0.123
                                        0.226
                           0.000
0.000
   4378
              0.026
                                        0.034
   4378
              0.008
                                        0.060
  59170
               0.073
                           0.000
                                        0.096
                                                    0.000 convtypes.py:3(getDigits)
0.561 {built-in method builtins.exec}
0.000 {built-in method builtins.isinstance}
   6584
               0.004
                           0.000
                                        0.004
                           0.000
               0.000
                                        0.561
 111756
               0.019
                                        0.019
                           0.000
                                                    0.000 {built-in method builtins.len}
 204669
               0.028
                           0.000
                                        0.028
                                                    0.000 {built-in method builtins.len}
0.000 {built-in method builtins.max}
0.000 {built-in method math.log}
0.000 {method 'append' of 'list' objects}
0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
0.000 {method 'find' of 'str' objects}
0.000 {method 'lstrip' of 'str' objects}
  30670
               0.016
                           0.000
                                        0.016
                           0.000
                                        0.000
               0.000
                           0.000
  82145
              0.013
                                        0.013
                           0.000
              0.000
                                        0.000
               0.000
                           0.000
                                        0.000
                           0.000
                                        0.000
               0.000
```