МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра ОМП

Звіт

до розрахунково-графічної роботи **№ 2**

з дисципліни: “**Алгебра і геометрія**.”

Варіант № 11

Виконав:

ст. гр. ПП-12

Кирилюк Дмитро

Перевірив:

доцент каф. ОМП

Пахолок Б. Б.

Львів-2023

<u>Завдання 1.</u> Довести, що $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ (вказати N(є))

1.11. $a_n = \dfrac{1-2n^2}{n^2+3}$, $a = -2$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1-2n^2}{n^2+3} = \left\{\frac{\infty}{\infty}\right\} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}-2}{1+\frac{3}{n^2}} =$$

$$= \frac{0-2}{1+0} = -2$$

Відповідь: **-2**.

<u>Завдання 2.</u> Обчислити границі числових послідовностей

2.11.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[4]{11n}+\sqrt{25n^4-81}}{(n-7\sqrt{n})\sqrt{n^2-n+1}} = \left\{\frac{\infty}{\infty}\right\} =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[4]{11n}+\overbrace{\sqrt{25n^4-81}}^{5n^2}}{\sqrt{\underbrace{(n-7\sqrt{n})^2}_{n^2}(n^2-n+1)}} = 5$$

Відповідь: **5**.

Завдання 3. Обчислити границі числових послідовностей

3.11.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{(n^3+1)(n^2+3)} - \sqrt{n(n^4+2)}}{2\sqrt{n}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(n^3+1)(n^2+3) - n(n^4+2)}{2\sqrt{n}\left(\sqrt{(n^3+1)(n^2+3)} + \sqrt{n(n^4+2)}\right)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n^5+3n^3+n^2+3-n^5-2n}{\sqrt{4n}\left(\sqrt{n^5+3n^3+n^2+3} + \sqrt{n^5+2n}\right)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3n^3+n^2-2n+3}{\sqrt{4n^6\ldots} + \sqrt{4n^6\ldots}} = \frac{3}{\sqrt{4} + \sqrt{4}} =$$

$$= \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Відповідь: **0,75**.

Завдання 4. Обчислити границі числових послідовностей

4.11.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+2+\ldots+n}{n-n^2+3} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1+n}{2}\cdot n}{n-n^2+3} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n^2+n}{2n-2n^2+6} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$$

Відповідь: **-0,5**.

<u>Завдання 5.</u> Обчислити границі числових послідовностей

5.11. $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+5}{n+7}\right)^{\frac{n}{6}+1}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{n+5-n-7}{n+7}\right)^{\frac{n}{6}+1}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{n+7}{-2}}\right)^{\frac{n+7}{-2}\cdot\frac{-2}{n+7}\cdot\left(\frac{n}{6}+1\right)}=e^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$$

Відповідь: $\frac{\mathbf{1}}{\sqrt[3]{e}}$.

<u>Завдання 6.</u> Обчислити границі функцій

6.11. $$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{(x-1)(2x+1)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{2x+1}=\frac{0}{3}=0$$

Відповідь: **0**.

<u>Завдання 7.</u> Обчислити границі функцій

7.11. $$\lim_{x\to -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}} = \left\{\frac{0}{0}\right\} = \lim_{x\to -8}\frac{(\sqrt{1-x}-3)(\sqrt{1-x}+3)}{(2+\sqrt[3]{x})(\sqrt{1-x}+3)} =$$

$$= \lim_{x\to -8} \frac{-(x+8)}{(2+\sqrt[3]{x})(\sqrt{1-x}+3)} = \lim_{x\to -8} \frac{-(x+8)(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{(x+8)(\sqrt{1-x}+3)} =$$

$$= \lim_{x\to -8} \frac{-(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{\sqrt{1-x}+3} = \frac{-(4+4+4)}{6} =$$

$$= -2$$

Відповідь: **-2**.

<u>Завдання 8.</u> Обчислити границі функцій

8.11. $$\lim_{x\to 1}\frac{1-x^2}{\sin\pi x} = \lim_{t\to 0}\frac{1-(t+1)^2}{\sin(\pi t+\pi)} =$$

$x-1=t : x=t+1$

$$= \lim_{t\to 0}\frac{1-t^2-2t-1}{-\sin\pi t} = \lim_{t\to 0}\frac{t^2+2t}{\pi t} =$$

$$= \lim_{t\to 0}\frac{t+2}{\pi} = \frac{2}{\pi}$$

Відповідь: $\frac{2}{\pi}$.

<u>Завдання 9.</u> Вказати хоча б одну нескінченно малу величину, еквівалентну даній

9.11.

а) $\cos 2x, \quad x \to \frac{\pi}{4}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \cos 2x = \lim_{t \to 0} \cos\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) = \lim_{t \to 0}(-\sin 2t) =$$

$$x - \frac{\pi}{4} = t \Rightarrow x = t + \frac{\pi}{4}$$

$$= \lim_{t \to 0}(-2t) = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}}\left(-2x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos 2x \sim -2x + \frac{\pi}{2}, \quad x \to \frac{\pi}{4}$$

б) $\sqrt{1 - \frac{e^x - e^{-x}}{2}} - 1, \quad x \to 0$

$$\lim_{x \to 0}\left(\sqrt{\underbrace{\left(1 + \frac{e^{-x} - e^x}{2}\right)^{\frac{2}{e^{-x} - e^x}}}_{e} \cdot \frac{e^{-x} - e^x}{2}} - 1\right) =$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x(e^{-2x} - 1)}{2} = \lim_{x \to 0} \frac{e^x \cdot (-2x)}{2} = \lim_{x \to 0}(-x \cdot e^x)$$

$$= \lim_{x \to 0}\left(\sqrt{e^{-x \cdot e^x}} - 1\right) = \lim_{x \to 0}\left(e^{-\frac{x \cdot e^x}{2}} - 1\right) =$$

$$= \lim_{x \to 0}\left(-\frac{x \cdot e^x}{2}\right)$$

$$\sqrt{1 - \frac{e^x - e^{-x}}{2}} - 1 \sim -\frac{x \cdot e^x}{2}, \quad x \to 0$$

Відповідь: **а)**

б)

<u>Завдання 10.</u> Дослідити функції на неперервність

10.11.

а) $y = \ln\left|ctg\frac{x}{2}\right|$

б) $y = \begin{cases} x, & x < \frac{\pi}{2} \\ \sin x, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

а) ОДЗ: $x \in R \setminus \{0\}$

$\lim\limits_{x\to 0+} y(x) = \lim\limits_{x\to 0+} \ln ctg\frac{x}{2} = \lim\limits_{x\to 0+} \ln\frac{x}{2} =$

$= -\infty$

розрив II-го роду

б) $x = \frac{\pi}{2}$ – точка розриву

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}-} y(x) = \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}-} x = \frac{\pi}{2}$

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}+} y(x) = \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}+} \sin x = 1$

розрив I-го роду

Відповідь: **а) розрив другого роду**

б) розрив першого роду