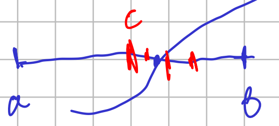
$f(x)=0$, x - ?; $f(x)$ - нелінійне

$/* \ f(x) = x^2\sin(x^3)+2-5x^4 \ */$

м-д Ньютона / дотич.; м-д стиск. відобр.

бінарний пошук

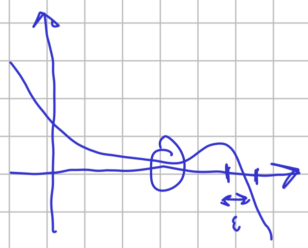
1)



0) check: $f(a)\cdot f(b)<0$

i) $c=\dfrac{a+b}{2}$; $\left[\begin{array}{l} f(a)\cdot f(c)<0 \Rightarrow b:=c \\ f(c)\cdot f(b)<0 \Rightarrow a:=c \end{array}\right.$

*) умова зупинки $\left[\begin{array}{l} b-a<\varepsilon \Rightarrow |x^*-a|<\varepsilon \\ |f(a)|<\delta \end{array}\right.$



Швидкість збіжн.: $|x^0-x^*| \le b-a$; $|x^1-x^*| \le \dfrac{b-a}{2}$

$|x^n-x^*| \le \dfrac{b-a}{2^n}$

2) м-т простої ітерації; φ - стиск, якщо $\forall x,y \ |\varphi(x)-\varphi(y)| \le \alpha|x-y|$, $0<\alpha<1$

0) $x^0 \in O(x^*)$, x^* - нер. т.

$\exists$ нерухома точка $x=\varphi(x)$

i) $x^{i+1}=\varphi(x^i)$

*) $|x^{i+1}-x^i|<\varepsilon$

Перевіряти стиск важко, але є дост. умова: $|\varphi'(x)| \le q < 1$,

? чи багато стиск. відобр.

? $f(x)=0 \overset{?}{\Leftrightarrow} \varphi(x)=x$

v1) $f(x)=0 \Leftrightarrow \underbrace{f(x)+x}_{\varphi(x)} = x$;

$x^2-5x+3=0$

$\underbrace{x^2-4x+3}_{\varphi(x)} = x$

$|\varphi'(x)|=|f'(x)+1|<1$

$|\varphi'(x)|=|f'(x)+1|$

$-2<f'(x)<0$

$|2x-4|$ - ?

v2) $f(x)=0 \Leftrightarrow \beta f(x)+x=x$, $\beta \ne 0$

$-2<\beta f'(x)<0$

м-д релаксації

$f(x)=0$; −1) $\underset{x^*}{\underset{\Psi}{[a,b]}}$, β: $|\beta f'(x)+1| \le q < 1$, $x \in [a,b]$

0) $x^0 \in [a,b]$

i) $x^{i+1} = \beta f(x^i) + x^i$

*) $|x^{i+1} - x^i| < \varepsilon$

3) М-д Ньютона

0) $x^0 \in O(x^*)$

i) $x^{i+1} = x^i - \dfrac{f(x^i)}{f'(x^i)}$;

*) $|x^{i+1} - x^i| < \varepsilon$

квадратична швидк. збіжності:

$$\boxed{|x^n - x^*| \le C\,|x^{n-1} - x^*|^2}$$

$$|x^n - x^*| \le C^* \frac{|x^0 - x^*|^{2^n}}{2}$$

$$\max|x^n - x^*| \le \frac{\max|x^{n-1} - x^*|}{2}$$

Лаб - 1:

ф-я; проміжок; корінь 3-ма методами; знайти "к-ть ітерацій та невязку $|f(x^n)|$"