Bài số 11
KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT THỐNG KÊ
KIỂM ĐINH GIẢ THIẾT VỀ TRUNG BÌNH

Một dạng khác của quy nạp thống kê là kiểm định giả thiết thống kê. Đây là một phương pháp quan trọng cho ta phép giải quyết nhiều bài toán trong thực tế. Nội dung của kiểm định giả thiết thống kê là dựa vào mẫu cụ thể và các quy tắc hay thủ tục quyết định dẫn đến bác bỏ hay chấp nhận giả thiết của tổng thể.

I. MỘT SỐ KHÁI NIỆM

1.Giả thiết thống kê.

Khi nghiên cứu về các lĩnh vực nào đó trong thực tế, ta thường đưa ra những nhận xét khác nhau về các đối tượng quan tâm. Những nhận xét như vậy có thể đúng, có thể sai và chúng được gọi là các giả thiết.

Định nghĩa 1. Một **giả thuyết thống kê** là một sự xác nhận hay phỏng đoán liên quan tới một hay nhiều tổng thể.

Sự đúng hay sai của một giả thuyết thống kê không thể biết được một cách chắc chắn, trừ khi ta khảo sát được toàn bộ tập hợp. Điều này tất nhiên là không khả thi trong đa số các trường hợp. Thay vào đó, ta lấy một mẫu ngẫu nhiên từ tập hợp được quan tâm và sử dụng dữ liệu có trong mẫu để đưa ra bằng chứng mà theo đó ta chấp nhận hoặc không chấp nhận giả thuyết. Bằng chứng từ mẫu mà mâu thuẫn với giả thuyết sẽ đưa đến việc bác bỏ giả thuyết; ngược lại, bằng chứng phù hợp với giả thuyết sẽ đưa đến việc chấp nhận nó.

Ví dụ 1. Nghiên cứu tuổi thọ trung bình của một số loài, gọi X là tuổi thọ trung bình của loài Khủng long, Y là tuổi thọ trung bình của loài Rùa. Một nhà Khoa học đưa ra nhận định sau: $E(X)=70$, $E(Y)=200$, đó là các giả thiết thống kê.

Vì dấu hiệu nghiên cứu có thể xem là các BNN gốc, do đó giả thiết thống kê là giả thiết về dạng phân bố xác suất. Nếu phân bố của BNN gốc được đặc trưng bởi các tham số (như trung bình, phương sai,…) thì giả thiết thống kê là giả thiết về tham số của phân bố đó.

Đối với bài toán có hai dấu hiệu nghiên cứu thì giả thiết thống kê có thể là giả thiết về sự độc lập của chúng hoặc so sánh các tham số đặc trưng của chúng.

Định nghĩa 2. Thủ tục mà qua những thông tin về mẫu ta có ***thể đưa ra những bằng chứng*** để **chấp nhận hoặc bác bỏ** giả thiết thống kê được gọi là ***kiểm định giả thiết(kiểm định thống kê).***

Giả thiết đưa ra kiểm định ký hiệu là H_0: đây là giả thiết ta muốn bảo vệ hoặc bác bỏ. Ngoài giả thiết H_0 ta cần định ra một giả thiết cạnh tranh với H_0 được ký hiệu là H_1 và gọi là **đối thiết.** Đối thiết H_1 sẽ được chấp nhận khi H_0 bị bác bỏ, và ngược lại.

Chú ý. Đối thiết H_1 không nhất thiết là phủ định của giả thiết H_0. Chẳng hạn

+ Giả thiết H_0: nhu cầu của thị trường về một loại hang hóa là $\mu=1000$ đơn vị/tháng.

+ Nếu ta nghi ngờ nhu cầu này không đúng thì đối thiết H_1 là $\mu\neq 1000$.

+ Nhưng do tiếp thị tốt và có chính sách hậu mãi tốt và người ta nghĩ rằng nhu cầu về mặt hang này sẽ tăng thi đối thiết H_1 lại là $\mu > 1000$.

Từ đó ta có:

a. Kiểm định một phía: nếu xảy ra một trong các trường hợp sau:

i. Giả thiết H_0 đưa ra kiểm định có dạng: $\theta = \theta_0$ còn đối thiết H_1 có dạng: $\theta < \theta_0$ (hoặc $\theta > \theta_0$).

ii. Giả thiết kiểm định có dạng: $\theta \le \theta_0$ (hoặc $\theta \ge \theta_0$) còn đối thiết H_1 tương ứng có dạng: $\theta > \theta_0$ (hoặc $\theta < \theta_0$).

b.Kiểm định hai phía: nếu giả thiết H_0 đưa ra kiểm định có dạng $\theta = \theta_0$ còn đối thiết H_1 có dạng $\theta \ne \theta_0$.

Quy tắc kiểm định: dựa trên hai nguyên lý sau:

1. Nguyên lý xác suất nhỏ: " Nếu một biến cố có xác suất rất nhỏ thì trong một hay vài phép thử thì biến cố đó coi như không xảy ra"

2. Phương pháp phản chứng: "Để bác bỏ giả thiết A thì ta giả sử rằng giả thiết A là đúng, và sau đó dẫn tới điều vô lý.

2. Tiêu chuẩn kiểm định giả thiết thống kê

Giả sử ta cần nghiên cứu tham số θ của biến ngẫu nhiên X, người ta cần đưa ra giả thiết cần kiểm định H_0: $\theta = \theta_0$. Từ BNN gốc của tổng thể, lập mẫu ngẫu nhiên cỡ n: $\mathrm{W} = (X_1, X_2, ..., X_n)$, ta chọn thống kê:

$$\hat{\Theta} = \hat{\Theta}(X_1, X_2, ..., X_n; \theta_0).$$

Nếu H_0 đúng thì thống kê $\hat{\Theta}$ sẽ có phân phối xác suất hoàn toàn xác định. Khi đó thống kê $\hat{\Theta}$ được gọi là ***tiêu chuẩn kiểm định giả thiết*** H_0.

3. Miền bác bỏ giả thiết

Sauk hi đã chọn tiêu chuẩn kiểm định $\hat{\Theta}$, với α bé cho trước (thông thường $\alpha \in \{0,01; 0,05\}$) và với điều kiện H_0 là đúng, ta có thể tìm được miền W_α sao cho $\hat{\Theta}$ nhận giá trị trong miền W_α với xác suất bằng α, tức là: $P(\hat{\Theta} \in \mathrm{W}_\alpha) = \alpha$.

Khi đó miền W_α được gọi là **Miền bác bỏ** giả thiết H_0 , và α được gọi là **Mức ý nghĩa của kiểm định**(*hay còn gọi là cỡ của miền bác bỏ*).

+ Miền còn lại gọi là ***Miền chấp nhận*** giả thiết H_0.

+ Số nằm giữa miền bác bỏ và miền chấp nhận được gọi là: **Giá trị tới hạn**

4.Giá trị quan sát

Thực hiện phép thử đối với mẫu ngẫu nhiên $\text{W} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ ta được mẫu cụ thể:

$$\text{w} = (x_1, x_2, ..., x_n) .$$

Tính giá trị cụ thể của $\hat{\Theta}$ tại $\text{w} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ ta được $\theta_0 = \hat{\Theta}(x_1, x_2, ..., x_n)$.

Khi đó θ_0 được gọi là ***giá trị quan sát***.

+ Nếu $\theta_0 \in \text{W}_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_0 và thừa nhận đối thiết H_1.

+ Nếu $\theta_0 \notin \text{W}_\alpha$ thì giả thiết H_0 được chấp nhận.

6.Sai lầm loại I, sai lầm loại II.

Khi kiểm định giả thiết thống kê, ta có thể mắc một trong hai loại sai lầm sau:

i. ***Sai lầm loại I***: là sai lầm mắc phải khi ta bác bỏ giả thiết H_0 trong khi H_0 là đúng. Xác suất mắc phải sai lầm loại I bằng: $P(\hat{\Theta} \in W_\alpha \mid H_0) = \alpha$.

ii. ***Sai lầm loại II:*** là sai lầm mắc phải khi ta thừa nhận giả thiết H_0 trong khi H_0 là sai. Điều này xảy ra giá trị quan sát $\theta_0 = \hat{\Theta}(x_1, x_2, ..., x_n)$ không thuộc miền bác bỏ W_α.

Xác suất mắc phải sai lầm loại II bằng: $P(\hat{\Theta} \notin W_\alpha \mid H_1) = \beta$.

Xác suất của biến cố đối của sai lầm loại II: $P(\hat{\Theta} \in W_\alpha \mid H_1) = 1 - \beta$ gọi là ***lực lượng kiểm định***.

Chú ý. + Sai lầm loại I sinh ra do kích thước mẫu quá nhỏ, do phương pháp lấy mẫu,…

+ Nếu muốn giảm xác suất sai lầm loại I thì ta sẽ làm tăng xác suất sai lầm loại II và ngược lại.

+ Đối với một tiêu chuẩn kiểm định $\hat{\theta}$ và với mức ý nghĩa α ta có thể tìm được vô số miền bác bỏ W_α. Thường người ta ấn định trước xác suất sai lầm loại I (tức cho trước mức ý nghĩa α) chọn miền bác bỏ W_α nào đó có xác suất sai lầm loại II nhỏ nhất.

Các khả năng có thể xảy ra trong kiểm định giả thiết:

Thực tế / **Quyết định**	H_0 đúng	H_0 sai
Bác bỏ H_0	**Sai lầm loại I** **Xác suất bằng** α	**Quyết định đúng** **Xác suất bằng** $1-\beta$
Không bác bỏ H_0	**Quyết định đúng** **Xác suất bằng** $1-\alpha$	**Sai lầm loại II** **Xác suất bằng** β

7. Thủ tục kiểm định giả thiết thống kê

+ Xác định tham số cần quan tâm, phát biểu giả thiết H_0 và đối thiết H_1.

+ Từ tổng thể nghiên cứu lập mẫu ngẫu nhiên kích thước n.

+ Chọn tiêu chuẩn kiểm định $\hat{\Theta}$ và xác định quy luật phân bố xác suất của $\hat{\Theta}$ với điều kiện giải thiết H_0 đúng.

+ Với mức ý nghĩa α, xác định miền bác bỏ W_α tốt nhất tùy thuộc vào đối thiết H_1.

+ Từ mẫu cụ thể, tính giá trị quan sát của tiêu chuẩn kiểm định $\theta_0 = \hat{\Theta}(x_1, x_2, ..., x_n)$.

+ Tùy thuộc vào quan hệ giữa giá trị quan sát của tiêu chuẩn kiểm định và miền bác bỏ mà dẫn tới kết luận:

1. Nếu $\theta_0 \in \mathrm{W}_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_0 và thừa nhận đối thiết H_1.
2. Nếu $\theta_0 \notin \mathrm{W}_\alpha$ thì giả thiết H_0 được chấp nhận.

Ví dụ 2. Một hãng sản xuất loại ngũ cốc nào đó khẳng định lượng chất béo trung bình trong ngũ cốc không vượt quá 1,5 miligam. Phát biểu giả thuyết và đối thuyết được dùng trong kiểm định yêu cầu này và xác định vị trí miền bác bỏ giả thiết.

Giải. Khẳng định của nhà sản xuất:

+ Bị bác bỏ chỉ khi $\mu > 1,5$ miligam

+ Được chấp nhận nếu $\mu \le 1,5$ miligam.

Từ việc giả thuyết luôn chỉ rõ một giá trị cụ thể của tham số, ta sẽ kiểm định:

$$H_0 : \mu = 1,5$$

$$H_1 : \mu > 1,5.$$

Việc chấp nhận H_0 không có nghĩa là chính xác $\mu = 1,5$; nhưng phần nào có nghĩa là ta không đủ bằng chứng để chấp nhận H_1. Ta có bài toán kiểm định một phía, dấu lớn hơn cho thấy miền bác bỏ nằm hoàn toàn ở đuôi bên phải của phân phối của thống kê tiêu chuẩn.

Ví dụ 3. Một đại lý nhà đất khẳng định rằng 60% số nhà riêng đang được xây dựng ngày nay là có 3 phòng ngủ. Để kiểm tra khẳng định này, một lượng lớn căn nhà mới xây dựng được kiểm tra, tỉ lệ nhà có 3 phòng ngủ được ghi lại và sử dụng trong thống kê tiêu chuẩn của ta. Phát biểu giả thuyết và đối thuyết của kiểm định; xác định vị trí của miền bác bỏ.

Giải. Nếu thống kê tiêu chuẩn thực chất là cao hơn hoặc thấp hơn $p = 0,6$ thì ta bác bỏ khẳng định của đại lý. Do đó ta có thể đặt giả thuyết:

$$H_0 : p = 0,6$$

$$H_1 : p \ne 0,6.$$

Đối thuyết cho thấy đây là bài toán kiểm định hai phía, với miền bác bỏ nằm đều ở cả hai đuôi của phân phối của $\widehat{P}$ - thống kê tiêu chuẩn của chúng ta.

Ví dụ 4. Một loại vắc-xin nào đó được biết là vẫn có ảnh hưởng tới 25% số người được tiêm sau thời gian 2 năm. Để xác định xem một loại vắc-xin mới và đắt hơn một chút có mạnh hơn trong việc bảo vệ dự phòng trước cùng loại vi-rút trong thời gian dài hơn hay không, giả sử có 20 người được chọn ngẫu nhiên để tiêm chủng. Nếu hơn 8 người trong số đó, sau khi tiêm vắc-xin mới, có hơn 2 năm không nhiễm vi-rút, thì loại vắc-xin mới được coi là mạnh hơn so với loại đang sử dụng. Yêu cầu về số người vượt quá 8 có phần ngẫu nhiên, nhưng xem ra lại hợp lý bởi vì, nó đại diện cho một lượng vừa phải vượt quá 5 người - là số người mà ta kỳ vọng sẽ có được sự bảo vệ trong số 20 người đã được tiêm chủng loại vắc-xin mới.

+ Ta sẽ kiểm định **giả thuyết rằng vắc-xin mới có tác dụng tương tự** sau thời gian 2 năm so với vắc-xin đang sử dụng.

+ ***Đối thuyết cho rằng vắc-xin mới là mạnh hơn***.

Điều này tương đương với việc kiểm định giả thuyết rằng tham số nhị thức cho xác suất thành công của thử nghiệm là $p = 1/4$; ngược lại đối thuyết là $p > 1/4$. Do đó:

$$H_0: \quad p = \frac{1}{4} \quad , \qquad H_1: \quad p > \frac{1}{4}$$

Kiểm định thống kê mà ta dựa vào để quyết định là X : số người trong nhóm kiểm tra của chúng ta nhận được sự bảo vệ từ loại vắc-xin mới trong thời gian ít nhất là 2 năm.

Các giá trị có thể nhận của X : từ 0 đến 20 và được chia làm 2 nhóm: những số nhỏ hơn hoặc bằng 8 và những số lớn hơn 8.

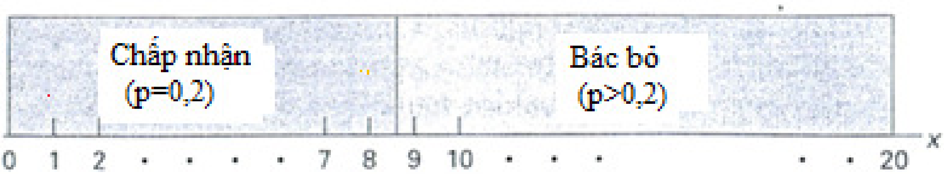
+ Tất cả các số lớn hơn 8 tạo thành **miền bác bỏ (hay miền tiêu chuẩn)**,

+ Các số nhỏ hơn hoặc bằng 8 tạo thành **miền chấp nhận**.

+ Giá trị tới hạn là số 8. Do đó:

+ Nếu $x > 8$, ta bác bỏ H_0 trong khi chấp nhận đối thuyết H_1.

+ Nếu $x \le 8$, ta chấp nhận H_0.



Ví dụ, loại vắc-xin mới có thể không tốt hơn loại đang sử dụng, và nhóm người được chọn ngẫu nhiên lại có hơn 8 người không nhiễm vi-rút sau hơn 2 năm. Ta sẽ mắc phải sai lầm là bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1, trong khi, trên thực tế H_0 là đúng. Sai lầm này được gọi là **sai lầm loại I**.

Trong ví dụ của ta, sai lầm loại I xảy ra khi có hơn 8 người không nhiễm vi-rút sau hơn 2 năm sử dụng vắc-xin mới, mà loại đó lại tương đương với loại đang được sử dụng. Do đó, nếu X là số người miễn nhiễm vi-rút sau ít nhất 2 năm thì:

α = P(sai lầm loại I) = P ($X > 8$ khi $p = \frac{1}{4}$) = $\sum_{x=9}^{20} b\left(x;20,\frac{1}{4}\right)$

$= 1-\sum_{x=0}^{8} b\left(x;20,\frac{1}{4}\right) = 1-0,9591 = 0,0409$.

Khi đó ta nói: giả thuyết $p = 1/4$ được kiểm định với mức ý nghĩa $\alpha = 0,0409$. Miền bác bỏ với cỡ 0,0409 là rất nhỏ và do đó, có thể coi như không thể mắc phải sai lầm loại I. Như vậy, rất hiếm khi vẫn còn hơn 8 người miễn nhiễm vi-rút sau 2 năm sử dụng vắc-xin mới khi mà nó tương đương với loại hiện có trên thị trường.

Xác suất mắc phải sai lầm loại II, ký hiệu bởi β, là không thể tính được trừ khi ta có một đối thuyết cụ thể. Nếu ta kiểm định giả thuyết $p = 1/4$ với đối thuyết $p = 1/2$ thì ta có thể tính được xác suất chấp nhận H_0 khi nó sai. Ta dễ dàng tính được xác suất có 8 hay ít hơn số người trong nhóm được miễn dịch sau 2 năm khi $p = 1/2$ là:

$$\beta = P\,(\text{sai lầm loại II}) = P\left(X \le 8 \; khi \; p = 1/2\right) = \sum_{x=0}^{8} b\left(x;20,\frac{1}{2}\right) = 0,2517.$$

Chú ý. Phạm vi quan tâm của chúng ta chỉ tập trung vào kiểm định hai phía.

II. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT VỀ TRUNG BÌNH

1.Kiểm định giả thiết về một trung bình

Xét tổng thể với biến ngẫu nhiên X có trung bình $\mu = E(X)$ chưa biết. Ta cần kiểm định giả thiết:

$$\begin{cases} H_0: & \mu = \mu_0 \\ H_1: & \mu \ne \mu_0 \end{cases}$$

Đây là bài toán kiểm định hai phía. Ta sẽ xét các trường hợp sau:

a.Trường hợp 1: biết phương sai σ^2 và $n \ge 30$ (nếu $n < 30$ thì X phải có p.phối chuẩn $n(x;\mu,\sigma^2)$)

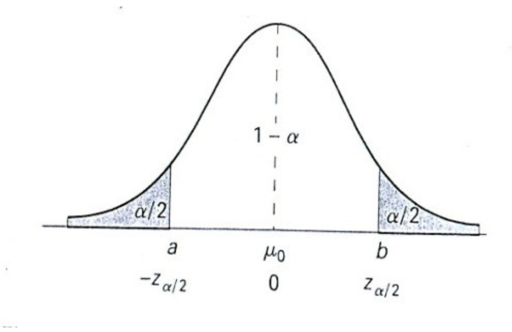
+ Từ tổng thể rút ra một mẫu ngẫu nhiên kích thước n: $W = (X_1, X_2, ..., X_n)$

+ Xét thống kê: $Z = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$: là tiêu chuẩn kiểm định giả thiết. Ta biết rằng, với giả thuyết H_0 là $\mu = \mu_0$, thì $Z = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ có phân phối chuẩn tắc $N(z;0,1)$.

+ Từ đối thuyết H_1 chọn miền bác bỏ hai phía: $(-\infty;-z_{\alpha/2}]\cup[z_{\alpha/2};+\infty)$ trong đó:

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha \qquad \text{Tìm } z_{\alpha/2} \text{ dựa vào Bảng A.3}$$

+ Tính $z = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ rồi đưa ra kết luận.



Chú ý.

Ví dụ 5. Một nhà sản xuất dụng cụ thể thao đưa ra một loại dây câu mới, họ khẳng định trọng lượng trung bình dây có thể chịu là 8 kg, với độ lệch chuẩn là 0,5 kg. Để kiểm định giả thuyết $\mu = 8$ kg với đối thuyết $\mu \neq 8$ kg, 50 dây ngẫu nhiên được kiểm tra và trọng lượng trung bình dây có thể chịu là 7,8 kg. Hãy kiểm định khẳng định của nhà sản xuất với mức ý nghĩa 0,01.

Giải. 1. Ta có $H_0 : \mu = 8$ kg và $H_1 : \mu \neq 8$ kg.

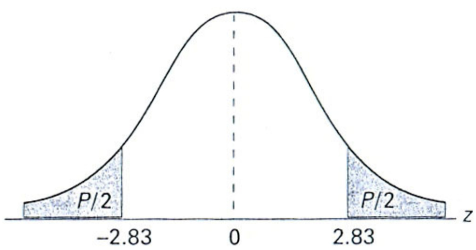
2. Mức ý nghĩa: $\alpha = 0{,}01$.

3. Tiêu chuẩn kiểm định: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

4. Miền tiêu chuẩn: $z < -2{,}575$ hoặc $z > 2{,}575$ với $z = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$.

5. Tính toán: $\overline{x} = 7{,}8$; $\sigma = 0{,}5$ do đó $z = \dfrac{7{,}8 - 8}{0{,}5.\sqrt{50}} = -2{,}83$.

6. Kết luận: Bác bỏ H_0 và kết luận trọng lượng trung bình dây có thể chịu là khác 8kg, và thực tế là nhỏ hơn 8 kg.



<u>b. Trường hợp 2</u>: chưa biết σ^2 và cỡ mẫu $n \geq 30$.

Ta vẫn xét tiêu chuẩn kiểm định tương tự trường hợp 1, chỉ cần thay σ bởi s và khi đó $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$.

c. Trường hợp 3: Chưa biết σ^2, cỡ mẫu $n < 30$, tổng thể có phân phối chuẩn.

+ Trong trường hợp này ta cần xét tiêu chuẩn kiểm định là: $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$.

+ Với giả thiết đúng thì T có phân phối Student với $v = n - 1$ bậc tự do

+ Với mức ý nghĩa α thì từ

$$P\left(-t_{\alpha/2,n-1} < \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} < t_{\alpha/2,n-1}\right) = 1 - \alpha$$

Ta xác định được miền bác bỏ: $(-\infty; -t_{\alpha/2,n-1}] \cup [t_{\alpha/2,n-1}; +\infty)$, trong đó $t_{\alpha/2,n-1}$ xác định bởi Bảng A4.

+ Tính $t = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ rồi đưa ra kết luận.

Ví dụ 6. Một báo cáo khẳng định mỗi máy hút bụi tiêu thụ khoảng 46 kWh / 1 năm. Từ một mẫu gồm 12 gia đình được nghiên cứu, cho thấy máy hút bụi tiêu thụ trung bình 42 kWh mỗi năm với độ lệch chuẩn 11,9 kWh. Liệu có thể nói, với mức ý nghĩa 0,05; trung bình máy hút bụi tiêu thụ ít hơn 46 kWh mỗi năm hay không? Giả sử mật độ của số kWh là chuẩn.

Giải. 1. Ta có $H_0 : \mu = 46$ kWh và $H_1 : \mu < 46$ kWh.

2. Mức ý nghĩa: $\alpha = 0{,}05$.

4. Miềnbác bỏ: $t < -1{,}796; t > 1{,}796$ với $t = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$, $v = 11$ bậc tự do.

5. Tính toán: $\overline{x} = 42$, $s = 11{,}9$; $n = 12$. Do đó:

$$t = \frac{42 - 46}{11{,}9.\sqrt{12}} = -1{,}16 \qquad P = P(T < -1{,}16) = 0{,}135.$$

6. Kết luận: Không bác bỏ H_0 và kết luận trung bình lượng điện mà mỗi máy hút bụi tiêu thụ trong năm ít hơn không đáng kể so với 46.

2.Kiểm định giả thiết về hiệu hai trung bình.

Xét hai tổng thể Ω_1 và Ω_2. Gọi X_1 và X_2 là hai BNN đo đặc tính chung của các cá thể lần lượt trong hai tổng thể có kỳ vọng (chưa biết) và phương sai tương ứng là: μ_1, μ_2 và σ_1^2, σ_2^2. Từ hai BNN xây dựng hai mẫu ngẫu nhiên độc lập với cỡ lần lượt là n_1, n_2.

Xét bài toán kiểm định giả thuyết về hiệu hai kỳ vọng:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0 \end{cases}, \text{ ở đây } d_0 \text{ là số đã biết.}$$

Đây là bài toán kiểm định hai phía, các bước trong thủ tục tương tự như đã xét trong bài toán kiểm định về một trung bình, chỉ cần lưu ý tới công thức chon tiêu chuẩn kiểm định.

Ta xét các trường hợp sau:

a.Trường hợp 1: Biết σ_1^2 và σ_2^2 với cỡ mẫu đủ lớn.

Khi đó tiểu chuẩn kiểm định: $Z = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - d_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Với giả thiết H_0 là đúng thì Z có phân phối chuẩn tắc, kết hợp với mức ý nghĩa α ta sẽ xác định được miền bác bỏ: $(-\infty; -z_{\alpha/2}] \cup [z_{\alpha/2}; +\infty)$, trong đó $z_{\alpha/2}$ được xác định từ Bảng A3.

b. Trường hợp 2: Chưa biết σ_1^2 và σ_2^2 nhưng $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, hai BNN có phân phối chuẩn.

Khi đó tiêu chuẩn kiểm định: $T = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - d_0}{S_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$, với $S_p^2 = \dfrac{S_1^2(n_1 - 1) + S_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$

Với giả thiết H_0 là đúng thì T có phân phối Student $v = n_1 + n_2 - 2$ bậc tự do.

Giả thuyết hai phía không bị bác bỏ khi: $-t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} < t < t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$,

hay miền bác bỏ là $(-\infty; -t_{\alpha/2; n_1+n_2-2}] \cup [t_{\alpha/2; n_1+n_2-2}; +\infty)$.

c. Trường hợp 3: Chưa biết σ_1^2 và σ_2^2 nhưng $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, hai BNN có phân phối chuẩn.

Khi đó tiêu chuẩn kiểm định: $T' = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - d_0}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$

Với giả thiết đúng thì T' có phân phối xấp xỉ Student với bậc tự do xác định bởi:

$$v = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{[(s_1^2/n_1)^2/(n_1 - 1)] + [(s_2^2/n_2)^2/(n_2 - 1)]}.$$

Thủ tục kiểm định sẽ không bác bỏ H_0 khi:

$$-t_{\alpha/2, v} < t' < t_{\alpha/2, v}$$

Tức là miền bác bỏ là:

$$(-\infty; -t_{\alpha/2; v}] \cup [t_{\alpha/2; v}; +\infty).$$

Ví dụ 7. Một thí nghiệm được thực hiện nhằm so sánh mức độ mài mòn của hai loại kim loại khác nhau: 12 miếng kim loại A được kiểm tra bằng cách đưa vào máy đo độ mài mòn còn 10 miếng kim loại B được kiểm tra tương tự. Trong mỗi trường hợp, độ sâu của sự mài mòn được ghi lại. Mẫu ứng với kim loại A có trung bình mài mòn là 85 đơn vị, với độ lệch mẫu bằng 4; trong khi mẫu ứng với kim loại B có trung bình là 81 và độ lệch mẫu là 5. Có thể kết luận, với mức ý nghĩa 0,05, rằng mức độ mài mòn của kim loại A hơn kim loại B là khác 2 đơn vị được không? Giả sử các mật độ đều xấp xỉ chuẩn với phương sai bằng nhau.

Giải. Đặt μ_1, μ_2 là kỳ vọng cho độ mài mòn của hai kim loại A và B

+ Khi đó $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 2$; $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 2$.

+ Mức ý nghĩa: $\alpha = 0{,}05$.

+ Tiêu chuẩn kiểm định: $T = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - d_0}{S_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$, bậc tự do $v = n_1 + n_2 - 2 = 20$.

+ Miền bác bỏ: $t < -1,725 = t_{0,05;20}$; $t > 1,725 = t_{0,05;20}$.

+ Tính toán: $\overline{x}_1 = 85$, $s_1 = 4$, $n_1 = 12$.

$\overline{x}_2 = 81$, $s_2 = 5$, $n_2 = 10$.

Do đó: $s_p = \sqrt{\dfrac{11.16 + 9.25}{12 + 10 - 2}} = 4{,}478$,

$$t = \frac{(85 - 81) - 2}{4{,}478.\sqrt{1/12 + 1/10}} = 1{,}04$$

+ Kết luận: Không bác bỏ H_0. Ta không thể kết luận rằng mức độ mài mòn của kim loại A hơn kim loại B là khác 2 đơn vị.

Về nhà:
Tự đọc: Mục 10.4, 10.7, 10.9, 10.10
Bài tập: Tr. **333; 351**
Đọc trước các Mục từ 10.11 đến 10.13 chuẩn bị cho **Bài số 12 :**
Kiểm định giả thiết về tỷ lệ