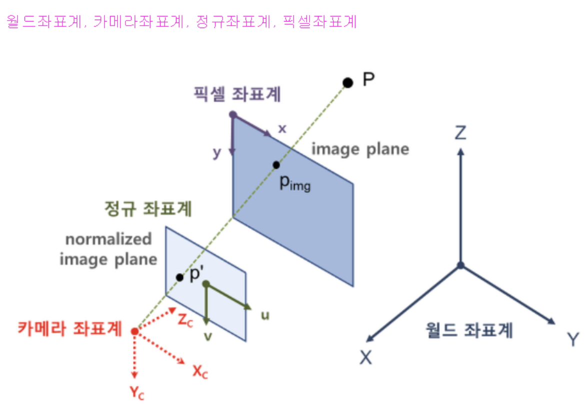
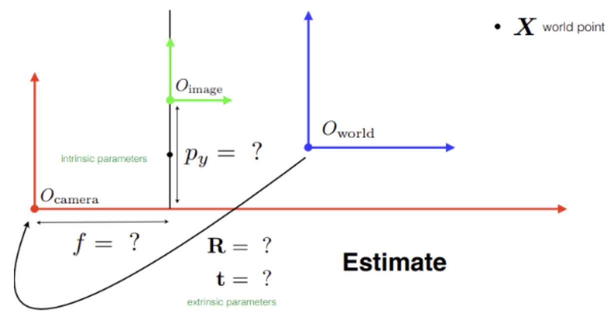
Camer model

[point processing, spatial filetering and correspondence]

[spatial filtering, canny edge and pyramid]

0. Abstract





$$\mathbf{P} = \overbrace{\mathbf{K}}^{\text{Intrinsic Matrix}} \times \overbrace{[\mathbf{R} \mid \mathbf{t}]}^{\text{Extrinsic Matrix}}$$

- **Extrinsic Parameter**
  - **<u>월드 좌표계 → 카메라 좌표계</u>**
  - **회전, 이동 행렬**
- **Intrinsic Parameter**
  - **<u>카메라 좌표계 → 정규 좌표계</u>**
  - **투사 행렬(Projection)**

1. Camera Calibration?

우리가 눈으로 보는 세계는 world coordinate은 3차원의 점이다.

이 세계를 카메라로 찍어 2차원 이미지로 변환하여 기존 3차원의 점들이 2차원 이미지 어디에 상이 맺히는지 기하학적으로 알려면 투영 변환을 거쳐야 알 수 있다.

하지만, 실제 이미지는 렌즈, 렌즈-이미지 센서 거리, 렌즈-이미지 센서 각, 카메라 내부에 의해 영향을 받는다 ⇒ **intrinsic parameter**

따라서 3차원 점들의 위치를 복원하거나 투영된 위치를 구하기 위해 내부 요인을 제거해야 정확하다

이러한 내부 파라미터 값을 구하는 과정을 **카메라 캘리브레이션**이라 한다.

2. Intrinsic parameters

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

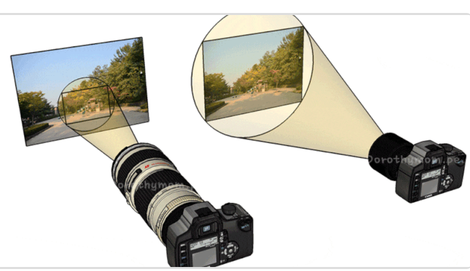
1. 초점거리(focal length): $f_x, \ f_y$
2. 주점(principal point): $c_x, \ c_y$
3. 비대칭계수(skew coefficient): $skew_c = tan\alpha$

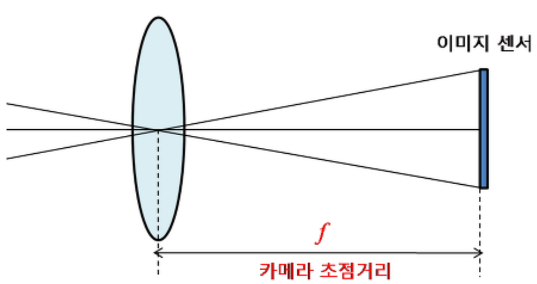
초점 거리, focal length

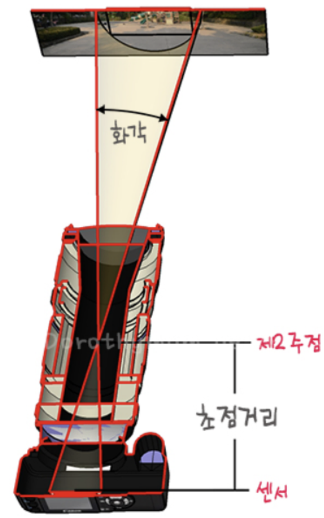
카메라 렌즈에 대하여.. 초점거리란?

[카메라 렌즈에 대하여.. 초점거리란?]   이번 주가 지나가기 전에 사진 포스팅은 해야 할 것 같아서 ...

https://blog.naver.com/astalw/100169734052





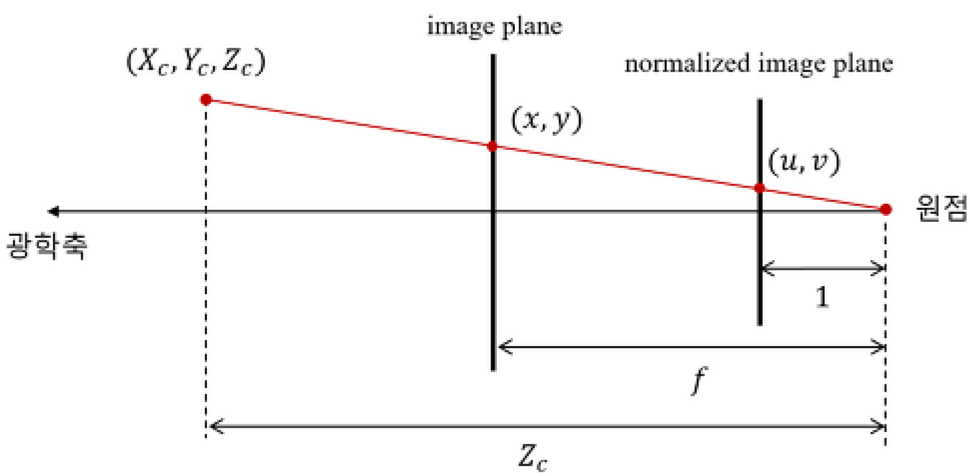


> 줌을 땡기면 초점 거리 늘어남 그래서 좁게 볼 수 있음
> 줌을 반대로 하면 초점 거리 짧아짐 그래서 광각으로 볼 수 있음

- 주의할 점은 **이 값을 픽셀로 표현**한다
    - 초점 거리가 '실제로' 100mm 라고 하면. **Calibration 결과 초점 거리 f는 100mm 값이 아닌 픽셀 단위로 표현**된다.
    - 예를 들어, 해상도가 640*400일 경우 하나의 셀(cell)의 한 변이 0.2mm 라면 500개의 pixel을 이어 붙여야 100mm가 나온다.
    - 즉, f=500으로 표시할 수 있다.

📌 **초점거리는 단위가 pixel, 해상도에 영향을 받는다.**

📢 동일한 카메라로 캘리브레이션을 수행했을 때,
이미지 해상도를 1/2로 낮추면 캘리브레이션 결과의 초점거리도 1/2로 작아집니다.
= 위에 광각으로 볼 수 있는 거랑 비슷한 소리
실제 물리적 초점거리가 변하는 것은 아니지만 **카메라 모델에서의 초점거리는 상대적인 개념**이기 때문에 해상도를 바꾸면 한 픽셀(pixel)에 대응하는 물리 크기가 변하고 따라서 초점거리도 변하게 됩니다.
예컨데, 이미지 해상도를 1/2로 낮추면 이미지 센서의 2 x 2 셀(cell)들이 합쳐서 하나의 이미지 픽셀이 되기 때문에 한 픽셀에 대응하는 물리 크기가 2배가 됩니다.
따라서 초점 거리는 1/2이 되어야 합니다.



카메라 투영 모델

- **normalized image plane(초점으로부터 거리=1) 상의 좌표로 변환** = 카메라 좌표계 상의 한 점 (Xc, Yc, Zc)를 영상좌표계로 변환할 때 먼저 Xc, Yc를 Zc**(카메라 초점에서의 거리)로 나누는 것**
- **Image Plane(초점으로부터 거리=f) : 위의 결과에 초점거리 f를 곱하면** 우리가 원하는 **이미지 평면에서의 영상좌표(pixel)**가 나옵니다

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{fX}{Z} \\ \frac{fY}{Z} \\ 1 \end{bmatrix}$$

- **픽셀 좌표는** 이미지의 중심이 아닌 **이미지의 좌상단 모서리를 기준(원점)으로 하기 때문에** 실제 최종적인 영상 좌표는 **여기에 (c_x, c_y)를 더한 값**이 됩니다. 즉, $x = f_x X_c / Z_c + c_x, y = f_y Y_c / Z_c + c_y$.

$$\begin{pmatrix} fX+Zp_x \\ fY+Zp_y \\ Z \end{pmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} f & & p_x \\ & f & p_y \\ & & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & 0 \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix}} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} f & & p_x \\ & f & p_y \\ & & 1 \end{bmatrix}$$ calibration matrix

$$\mathrm{P} = \mathrm{K}\underbrace{[\mathrm{I} \mid 0]}_{\text{proje}}$$

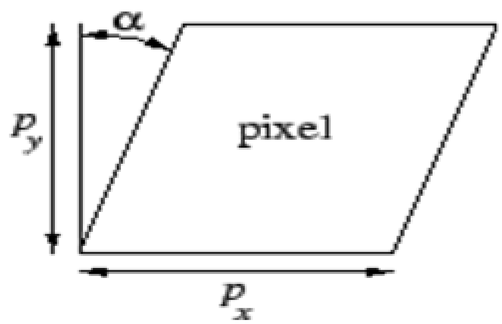
위에 그림에서 $f = f_x, f_y$ 그리고 $(p_x,\ p_y) = (c_x,\ c_y)$

주점, principal point

- 주점 cx, cy는 카메라 렌즈의 중심 즉, **핀홀에서 이미지 센서(카메라 뒷 부분)**에 내린 **수선의 발**의 **영상 좌표(단위는 pixel)**
- 일반적으로 말하는 영상 중심점(image center)과는 다른 의미

비대칭 계수, skew coefficient

- 이미지 센서의 cell array의 y축이 기울어진 정도($skew_c = tan\alpha$).



📌 해상도를 바꾸면 카메라 캘리브레이션 결과도 바뀌는 것을 확인 할 수 있다.
카메라 내부 파라미터 중 **초점거리 fx, fy, 주점 cx, cy는 픽셀 단위를 사용**하는데, 카메라의 물리적인 **초점거리나 이미지 센서의 크기는 변하지 않지만 한 픽셀이 나타내는 물리적 크기가 변하기 때문**

반면, **렌즈왜곡계수**는 normalized 좌표계에서 수행되기 때문에 **영상 해상도와 관계없이 항상 동일**

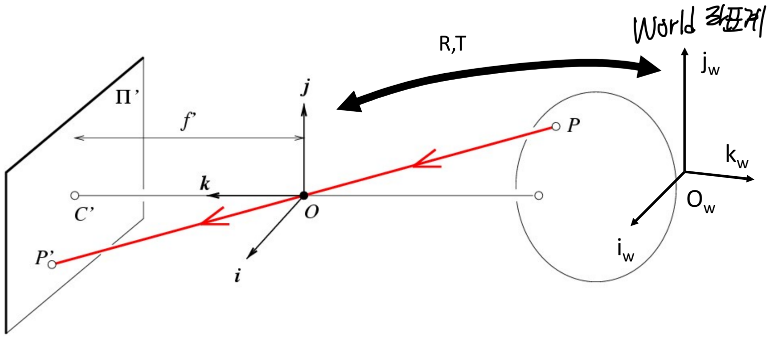
$$
s\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & \mathrm{skew\_c}f_x & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}
$$

$$
= A[R \mid t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}
$$

여기서 A가 내부 카메라 행렬이다.

3. Extrinsic parameters

- **카메라 좌표계**와 **월드 좌표계 사이**의 **변환 관계**를 설명
- **회전(rotation) 및 평행이동(translation) 변환**으로 표현



$$\mathbf{x} = \underbrace{\mathbf{K}}_{3\times3}[\underbrace{\mathbf{R} \quad \mathbf{t}}_{3\times4}]\underbrace{\mathbf{X}}_{4\times1}$$

$\mathbf{x}$: Image Coordinates: (u, v, 1)
$\mathbf{K}$: Intrinsic Matrix (3x3)
$\mathbf{R}$: Rotation (3x3)
$\mathbf{t}$: Translation (3x1)
$\mathbf{X}$: World Coordinates: (X, Y, Z, 1)

- 카메라 고유의 파라미터가 아니기 때문에 카메라를 어떤 위치에 어떤 방향으로 설치 했는지에 따라 달라지고 또 월드 좌표계를 어떻게 정의 하느냐에 따라서 다르다.
- 구하기 위해선
  - 내부 파라미터들을 구하고
  - 샘플로 뽑은 3D & 2D 매칭 쌍들을 이용해 변환행렬을 구하면 된다.

Intrinsic Assumptions
• Optical center at (u_0, v_0)
• Rectangular pixels
• Small skew

Extrinsic Assumptions
• ~~No~~ rotation
• Camera at (t_x, t_y, t_z)

Principal 점) 영상 중심이 (u_0, v_0)

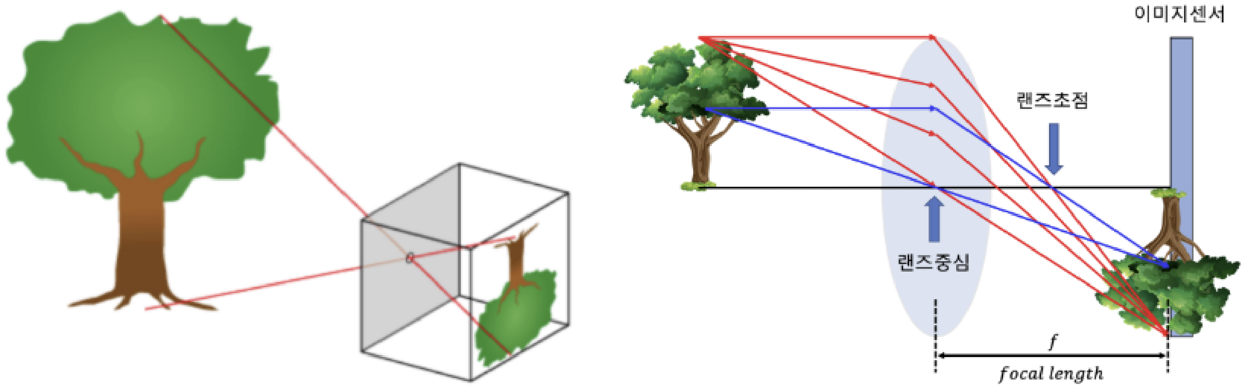
skew

$$P' = K[R \quad \bar{t}]P \Rightarrow w\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

초점거리 f
픽셀이 정사각형 아닐 경우

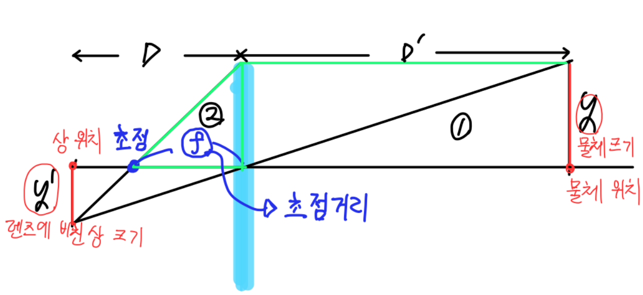
+) Pinhole Camera

영상에 대한 모든 기하학적 해석은 핀홀 카메라 모델을 바탕으로 이루어진다.



핀홀 카메라 모델과 카메라 모델(렌즈-이미지센서 투영)

하지만, 핀홀 카메라 모델은 매우 이상적인 카메라 모델이며 실제로는 렌즈계의 특성에 따른 영상 왜곡 등도 같이 고려해야 한다.



① $\frac{y'}{y} = \frac{D'}{D}$

② $\frac{y'}{y} = \frac{f}{D-f}$

$\Rightarrow \frac{D'}{D} = \frac{f}{D-f}$

$\therefore \frac{1}{D'} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f}$