

## ЛЕКЦИЯ 2

# Регулярные языки и лексический анализ

**Пример:** Текст программы, который идет на вход лексического анализатора:

```
Program prim;  
Var x, y, z: real;  
Begin  
    X := 5;  
    Y := 5;  
    Z := X + Y;  
End.
```

Известны коды типов лексем:

- 10 – ключевое слово.
- 20 – разделитель.
- 30 – идентификатор.
- 40 – константа.

Внутренние таблицы лексического анализатора

Таблица ключевых слов:

| № | КЛЮЧЕВОЕ СЛОВО |
|---|----------------|
| 1 | PROGRAM        |
| 2 | BEGIN          |
| 3 | END            |
| 4 | FOR            |
| 5 | REAL           |
| 6 | VAR            |

Таблица разделителей:

| № | РАЗДЕЛИТЕЛЬ |
|---|-------------|
| 1 | ;           |
| 2 | ,           |
| 3 | +           |
| 4 | -           |
| 5 | /           |
| 6 | *           |
| 7 | :           |
| 8 | =           |
| 9 | .           |

## Выход лексического анализатора

Таблица идентификаторов:

| № | ИДЕНТИФИКАТОР |
|---|---------------|
| 1 | PRIM          |
| 2 | X             |
| 3 | Y             |
| 4 | Z             |

Таблица констант:

| № | ЗНАЧЕНИЕ |
|---|----------|
| 1 | 5        |

Дескрипторный текст:

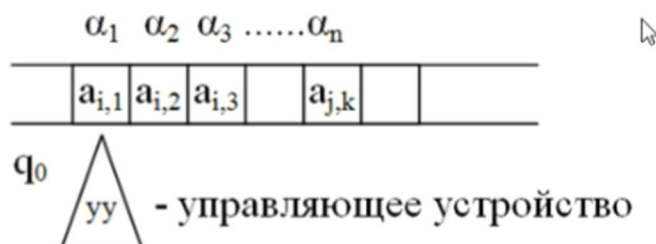
(10,1) (30,1) (20,1)  
 (10,6) (30,2) (20,2) (30,3) (20,2) (30,4) (20,7) (10,5) (20,1)  
 (10,2)  
 (30,2) (20,7) (20,8) (40,1) (20,1)  
 (30,3) (20,7) (20,8) (40,1) (20,1)  
 (30,4) (20,7) (20,8) (30,2) (20,3) (30,3) (20,1)  
 (10,3) (20,9)

## Конечные автоматы

**Конечным автоматом** называется  $A = \{V, Q, \Delta, q_0, F\}$ , где

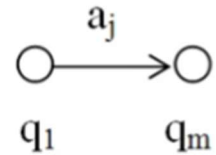
- $V = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_m\}$  – конечное множество символов входного алфавита.
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, \dots, q_{n-1}\}$  – конечное множество алфавита состояний.
- $q_0 \in Q$  – начальное состояние автомата.
- $\Delta: Q \times V \rightarrow Q$  – функция переходов.
- $F \subseteq Q$  – множество допустимых состояний или заключительных.

КА можно представить следующим образом:



Функцию переходов можно представить в виде:

- команды  $(q_i, a_j) \rightarrow q_m$ , где  $q_i$  и  $q_m \in Q$ ,  $a_j \in V$
- дуг графа (графическое представление)
- матрицы переходов

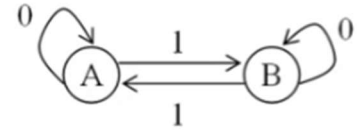


Пример: Пусть дан алфавит  $V = \{0, 1\}$ , множество состояний  $Q = \{A, B\}$ , где начальное состояние  $q_0 = A$ , а  $F = \{A\}$ .

Переходы

- $\delta(A, 0) = A$
- $\delta(A, 1) = B$
- $\delta(B, 0) = B$
- $\delta(B, 1) = A$

|   | 0 | 1 |   |
|---|---|---|---|
| A | A | B | 1 |
| B | B | A | 0 |



При чтении цепочки 01001011 управление последовательно передается в следующем порядке:

$A^0 \rightarrow A^1 \rightarrow B^0 \rightarrow B^0 \rightarrow B^1 \rightarrow A^0 \rightarrow A^1 \rightarrow B^1 \rightarrow A$  – данная цепочка допускается, т.к. A – допускающее состояние.

## Построение конечного автомата (КА) по регулярной грамматике

Пусть дана регулярная грамматика  $G = \{N, T, P, S\}$ .

Правила  $G$  имеют вид:  $A_i \rightarrow a_j A_k$  или  $A_i \rightarrow a_j$ , где  $A_i, A_k \in N$  и  $a_j \in T$ .

Тогда КА  $A = \{V, Q, \delta, q_0, F\}$ , допускающий тот же самый язык, что порождает регулярная грамматика  $G$ , строится следующим образом:

1.  $V = T$ ;
2.  $Q = N \cup \{Z\}$ ,  $Z \notin T$ ,  $Z \notin N$ ,  $Z$  – заключительное состояние КА;
3.  $q_0 = \{S\}$ ;
4.  $F = \{Z\}$ ;
5.  $\delta$  строится в след. виде:
  - a) каждому правилу подстановки в грамматике  $G$  вида  $A_i \rightarrow a_j A_k$  ставится в соответствие команда  $(A_i, a_j) \rightarrow A_k$ .
  - b) каждому правилу подстановки в грамматике  $G$  вида  $A_i \rightarrow a_j$  ставится в соответствие команда  $(A_i, a_j) \rightarrow Z$ .

**Пример:**  $G = \{N, T, P, S\}$ ,  $\bar{6}$ ,  $\pi$  – обозначения букв и цифр соответственно.

$N = \{I, K\}$ ,  $T = \{\bar{6}, \pi\}$ ,  $S = \{I\}$ ,

$P = \{$  1.  $I \rightarrow \bar{6}$

2.  $I \rightarrow \bar{6}K$

3.  $K \rightarrow \bar{6}K$

4.  $K \rightarrow \pi K$

5.  $K \rightarrow \bar{6}$

6.  $K \rightarrow \pi \}$ .

Построить для регулярной грамматики  $G$  КА  $A = \{V, Q, \delta, q_0, F\}$ , где:

1.  $V = T = \{\bar{6}, \pi\}$ ;

2.  $Q = N \cup \{Z\} = \{I, K, Z\}$ ,  $Z$  – заключительное состояние КА;

3.  $q_0 = \{S\} = \{I\}$ ;

4.  $F = \{Z\}$ ;

5. функция  $\delta$ : а) каждому правилу подстановки в  $G$  вида  $A_i \rightarrow a_j A_k$  ставится в соответствие команда  $(A_i, a_j) \rightarrow A_k$ .

б) каждому правилу подстановки в  $G$  вида  $A_i \rightarrow a_j$  ставится в соответствие команда  $(A_i, a_j) \rightarrow Z$ .

**Решение:**

в виде совокупности команд:

1.  $(I, \bar{6}) \rightarrow Z$

2.  $(I, \bar{6}) \rightarrow K$

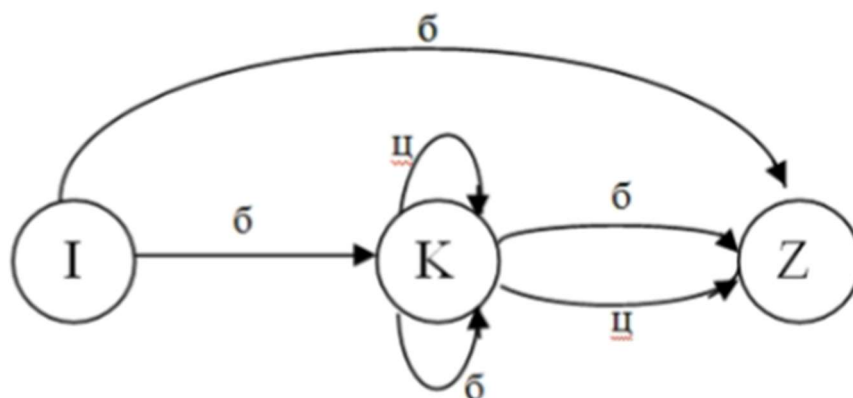
3.  $(K, \bar{6}) \rightarrow K$

4.  $(K, \pi) \rightarrow K$

5.  $(K, \bar{6}) \rightarrow Z$

6.  $(K, \pi) \rightarrow Z$ .

в виде диаграммы состояний:

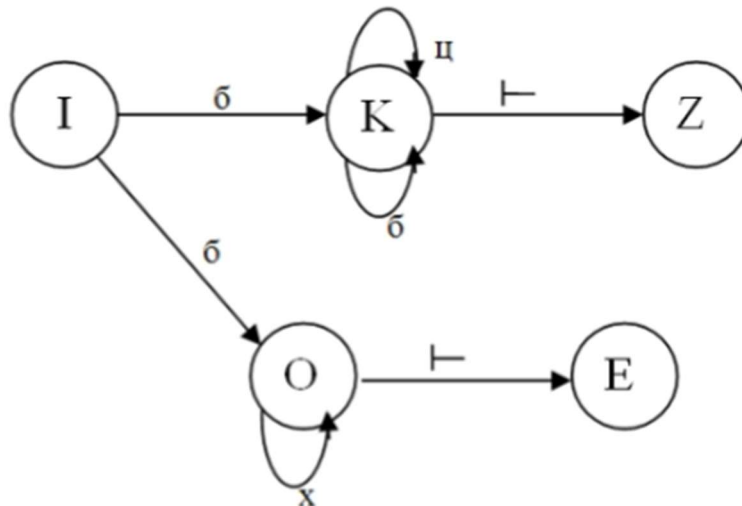


концевой маркер  $\vdash$

Z – допустить входную цепочку;

O – запомнена ошибка во входной цепочке;

E – отвергнуть входную цепочку.



## Эквивалентные состояния

|   | 0 | 1 |   |
|---|---|---|---|
| x | x | y | 0 |
| y | z | x | 1 |
| z | x | z | 0 |

|   | 0 | 1 |   |
|---|---|---|---|
| a | a | c | 0 |
| b | b | c | 0 |
| c | b | a | 1 |

Состояния **a** и **x** не эквивалентны, т.к. имеется различающая цепочка 101:

$a^1 \rightarrow c^0 \rightarrow b^1 \rightarrow c \rightarrow$ допускающее

$x^1 \rightarrow y^0 \rightarrow z^1 \rightarrow z \rightarrow$ отвергающее

Два состояния конечного автомата начинаются эквивалентными, когда, начав работу из этих состояний, конечный автомат будет допускать одни и те же цепочки.

Если для двух состояний автомата нет различающихся цепочек – эквивалентные состояния.

# Проверка эквивалентности двух состояний

|   | y | z |   |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 3 | 0 |
| 1 | 2 | 5 | 0 |
| 2 | 2 | 7 | 0 |
| 3 | 6 | 7 | 0 |
| 4 | 1 | 6 | 1 |
| 5 | 6 | 5 | 0 |
| 6 | 6 | 3 | 1 |
| 7 | 6 | 3 | 0 |

1) Состояния 0, 1, 2 эквивалентны. 2) Состояния 3, 5, 7 эквивалентны. 3) Состояния 4 и 6 не эквивалентны ни друг другу, ни другим состояниям.

## Проверка эквивалентности двух состояний

Таблица эквивалентности состояний (0,1):

|   | y | z |   |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 3 | 0 |
| 1 | 2 | 5 | 0 |
| 2 | 2 | 7 | 0 |
| 3 | 6 | 7 | 0 |
| 4 | 1 | 6 | 1 |
| 5 | 6 | 5 | 0 |
| 6 | 6 | 3 | 1 |
| 7 | 6 | 3 | 0 |

|       | y     | z     |
|-------|-------|-------|
| (0,1) | (0,2) | (3,5) |
| (0,2) | (0,2) | (3,7) |
| (3,5) | (6)   | (5,7) |
| (3,7) | (6)   | (3,7) |
| (5,7) | (6)   | (3,5) |

|       | y     | z   |
|-------|-------|-----|
| (0,7) | (0,6) | (3) |
| (0,6) |       |     |

Нарушено усл.1 для (0,6)

y – различающая цепочка для пары (0,7)

Если из состояния 0 у нас выходной символ 0 – мы остаемся в y, если из состояния

То есть  $(0,1)$ ;  $(0,2)$ ;  $(3,5)$ ;  $(3,7)$ ;  $(5,7)$  эквиваленты. Т.к. эквивалентность транзитивна, то и  $(1,2)$  эквивалентно.

Введем следующие обозначения:

0,1,2 объединяем в А,

3,5,7 объединяем в В.

Упрощаем автомат, используя новые обозначения:

|   | Y | Z |   |
|---|---|---|---|
| A | A | B | 0 |
| B | 6 | B | 0 |
| 4 | A | 6 | 1 |
| 6 | 6 | B | 1 |

## Недостижимые состояния

Пример:

|    | 0  | 1  |   |
|----|----|----|---|
| s0 | s1 | s5 | 0 |
| s1 | s2 | s7 | 1 |
| s2 | s2 | s5 | 1 |
| s3 | s5 | s7 | 0 |
| s4 | s5 | s6 | 0 |
| s5 | s3 | s1 | 0 |
| s6 | s8 | s0 | 1 |
| s7 | s0 | s1 | 1 |
| s8 | s3 | s6 | 0 |



Недостижимые состояния — это состояния, которые не достижимы из начального состояния ни для какой входной цепочки.

(для примера выше - недостижимо с4 – так как его нигде нет. с6 только из с4, с8 только из с6, поэтому с6 и с8 тоже недостижимы)

## Получение минимального автомата

### Метод разбиения:

$P_0 = (\{1,2,3,4\}, \{5,6,7\})$  по допускающим  
и отвергающим

$P_1 = (\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6,7\})$  по входу а

$P_2 = (\{1,2\}, \{3\}, \{4\}, \{5,6,7\})$  относительно а

$P_3 = (\{1,2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6,7\})$  относительно  
а или b.

Состояния внутри каждого подмножества  
эквивалентны.

|   | a | b |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 3 | 0 |
| 2 | 7 | 3 | 0 |
| 3 | 1 | 5 | 0 |
| 4 | 4 | 6 | 0 |
| 5 | 7 | 3 | 1 |
| 6 | 4 | 1 | 1 |
| 7 | 4 | 2 | 1 |

### Метод разбиения:

|   | a | b |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 3 | 0 |
| 2 | 7 | 3 | 0 |
| 3 | 1 | 5 | 0 |
| 4 | 4 | 6 | 0 |
| 5 | 7 | 3 | 1 |
| 6 | 4 | 1 | 1 |
| 7 | 4 | 2 | 1 |

### Минимальный эквивалентный автомат

|       | a     | b     |   |
|-------|-------|-------|---|
| {1,2} | {6,7} | {3}   | 0 |
| {3}   | {1,2} | {5}   | 0 |
| {4}   | {4}   | {6,7} | 0 |
| {5}   | {6,7} | {3}   | 1 |
| {6,7} | {4}   | {1,2} | 1 |