

BTVN

Hải Sơn

March 2, 2021

Bài 3.19:

Kênh truyền dễ lỗi, khắc phục bằng cách tăng thêm số bit gửi đi:

Bit 0: 00000

Bit 1: 11111

Bên thu nhận, và tách ra từng cụm 5 bits (từ mã) và quyết định bit nhận được tương ứng với bit chiếm đa số trong từ mã.

Tỷ lệ xảy ra lỗi trong quá trình truyền ($0 \rightarrow 1$ và $1 \rightarrow 0$) là $p = \frac{1}{10} = 0.1$. Tính xác suất để bên thu xác định sai bit được gửi đi?

Bài làm

Gọi X là biến cố khi bên thu xác định sai bit bên gửi truyền đi.

X xảy ra khi bên thu nhận được: 3, 4 hoặc 5 bits cùng sai trong 1 cụm từ mã.

Xác suất xảy ra lỗi trong quá trình truyền tuân theo **phân bố nhị thức** do các bit truyền đi là độc lập và có cùng tỷ lệ lỗi với nhau.

$$\begin{aligned}P(X) &= P(3_errs \cup 4_errs \cup 5_errs) \\&= P(3_errs) + P(4_errs) + P(5_errs) \\&= p^3 + p^4 + p^5 \\&= 0.1^3 + 0.1^4 + 0.1^5 \\&= 0.00111\end{aligned}\tag{1}$$

Bài 4.76:

X là một biến ngẫu nhiên tuân theo phân bố Gauss với $E(X) = \mu = 2$ và $\sigma^2 = 4$.

$Y = (X)^+$, tìm pdf(Y)?

Bài làm

$$Y = (X)^+ = \begin{cases} 0 & \text{với } x < 0 \\ x & \text{với } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}f_X(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \\&= \frac{1}{\sqrt{2\pi} * 4} \exp - \frac{(x-2)^2}{2 * 4} \\&= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp - \frac{(x-2)^2}{8}\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}F_X(x) = P(X < x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{(x-\mu)/\sigma} e^{-t^2/2} dt \\&= \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\end{aligned}\tag{3}$$

với $t = (x' - \mu)/\sigma$. Ta có, $F_X(0) = \Phi\left(\frac{0-2}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{0-2}{2}\right) = \Phi(-1)$; $P(x=0) = 0.158^1$.

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{với } y < 0 \\ F_X(y) = \Phi(-1) & \text{với } y \geq 0 \end{cases} \quad \#Note : 0 < x$$

$$\text{Vi phân 2 vế theo } y, \text{ ta được: } f_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{với } y < 0 \\ f_X(y) + 0.158\delta(y) & \text{với } y \geq 0 \end{cases}$$

¹Tính online tại: <https://www.danielsoper.com/statcalc/calculator.aspx?id=53>

Bài 5.88:

Số lỗi của chip VLSI là biến ngẫu nhiên theo phân bố Poisson² với tỷ lệ r , r lại là một biến ngẫu nhiên theo phân bố Gamma với 2 tham số α và λ :

a, Tìm $E[N]$, $VAR[N]$?

b, Tìm $pmf(N)$ và số lỗi?

Bài làm

a, Gọi N là số lượng phần tử của chip VLSI. Sử dụng công thức kỳ vọng có điều kiện:

$$\begin{aligned} E[N] &= \int_0^\infty E[N \mid R = r] f_R(r) dr \\ &= \int_0^\infty r f_R(r) dr \quad \# \text{Note : Eq kỳ vọng chương 3.} \\ &= E[R] \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} VAR[N] &= E[N^2] - E[N]^2 \\ &= E[N^2] - E[R]^2 \end{aligned} \tag{5}$$

b,

²Đọc lại ở đây: <https://towardsdatascience.com/the-poisson-distribution-and-poisson-process-explained-4e2cb17d459>