HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

GIẢI ĐỀ GIỮA KỲ XSTK MI2020 [20181-20201]

Tác giả:

Made by Team XSTK

Tài liệu tham khảo:

- *Giáo trình XSTK - Tống Đình Quỳ*
- *Bài giảng XSTK - Nguyễn Thị Thu Thủy*

Hà Nội, 15 tháng 4 năm 2021

Mục lục

Đề 20181 1
Lời giải 2
Đề 20182 4
Lời giải 5
Đề 20183 7
Lời giải 8
Đề 20191 11
Lời giải 12
Đề 20192 14
Lời giải 15
Đề 20193 18
Lời giải 19
Đề 20201 22
Lời giải 23

Đề 1

ĐỀ THI GIỮA KỲ - 20181

Câu 1. Một hộp có 10 mảnh bìa được đánh số thứ tự từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên từng mảnh bìa.

a) Tính xác suất để trên 3 mảnh bìa đầu có các số theo thứ tự là 1, 2, 3.

b) Giả sử trên mảnh bìa thứ k có số thứ tự lớn nhất trong k mảnh đầu tiên. Tính xác suất để số thứ tự đó là số 10.

Câu 2. Một nhóm xạ thủ có 3 người bắn tốt và 4 người bắn khá với xác suất bắn trúng mỗi lần bắn của mỗi loại tương ứng là 0,9 và 0,8. Chọn ngẫu nhiên 2 xạ thủ và cho mỗi người bắn 1 lần.

a) Tính xác suất để trong 2 lần bắn có đúng 1 người bắn trúng.

b) Biết trong 2 lần đó có ít nhất 1 người bắn trượt, tính xác suất để cả 2 người đó là xạ thủ thuộc nhóm bắn tốt.

Câu 3. Từ một hộp bi có 9 viên bi trắng và 3 bi đỏ lấy ngẫu nhiên lần lượt ra từng viên cho đến khi được 1 viên bi trắng.

a) Lập bảng phân phối xác suất của số viên bi được lấy ra.

b) Tính kỳ vọng và phương sai của số viên bi đỏ trong số bi lấy ra đó.

Câu 4. Cho một biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ $f(x) = A.e^{\frac{-(x-2)^2}{8}}$.

a) Tìm hằng số A, hỏi X có phân phối gì?

b) Tính $P(0 < X < 4)$. Cho hàm $\Phi(0) = 0$; $\Phi(1) = 0,3413$.

Giải đề giữa kì 20181

Câu 1.

a) Xét phép thử lấy ngẫu nhiên từng mảnh bìa.

- Tổng số kết cục đồng khả năng là: $n = 10!$ cách.
- Gọi A = Trên mảnh bìa thứ k có số thứ tự lớn nhất trong k mảnh đầu tiên.
- Số kết cục thuận lợi cho A là:$m = 1.1.1.7!$ cách.

Vậy $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1.1.1.7!}{10!} = \frac{1}{720}$

b) Gọi B_k = {Trên mảnh bìa thứ k có số thứ tự lớn nhất trong k mảnh đầu tiên}.

$$P(B_k) = \frac{C_{10}^k.1.(k-1)!}{C_{10}^k.k!} = \frac{1}{k}$$
$$\Rightarrow P(B_{10}) = \frac{1}{10}$$

Xác suất cần tính là:
$$P(B_{10}|B_k) = \frac{P(B_{10}.B_k)}{P(B_k)} = \frac{P(B_{10})}{P(B_k)} = \frac{k}{10}$$

Câu 2.

Gọi A_i = {Có i người bắn tốt trong số 2 người bắn}, $i = 0, 1, 2$.

Hệ $\{A_i\}$ tạo thành một hệ đầy đủ với:

$$P(A_0) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{2}{7}, P(A_1) = \frac{3.4}{C_7^2} = \frac{4}{7}, P(A_2) = \frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{1}{7}$$

a) Gọi H = {Trong 2 lần bắn có đúng một người bắn trúng}.

$P(H|A_0) = 2.0,2.0,8 = 0,32$; $P(H|A_1) = 0,1.0,8 + 0,2.0,9 = 0,26$; $P(H|A_2) = 2.0,1.0,9 = 0,18$;

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ:

$$P(H) = P(A_0)P(H|A_0) + P(A_1)P(H|A_1) + P(A_2)P(H|A_2)$$
$$= \frac{2}{7}.0,32 + \frac{4}{7}.0,26 + \frac{1}{7}.0,18 = 0,2657$$

b) Gọi B = {Trong 2 lần bắn có ít nhất 1 người bắn trượt}.

$P(B|A_0) = 1 - 0,8.0,8 = 0,36$; $P(B|A_1) = 1 - 0,9.0,8 = 0,28$; $P(B|A_2) = 1 - 0,9.0,9 = 0,19$

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ:

$$P(B) = P(A_0)P(B|A_0) + P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)$$
$$= \frac{2}{7}.0,36 + \frac{4}{7}.0,27 + \frac{1}{7}.0,19 = 0,29$$

Xác suất cần tính là:

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2B)}{P(B)} = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)} = \frac{1}{7}.\frac{0,19}{0,29} = \frac{19}{203} = 0,0936$$

Câu 3.

a) Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số bi được lấy ra, $X = \{1,2,3,4\}$.
Gọi $\{A_i\}$ = {Có i bi đỏ có trong số bi được lấy ra}, $i = 0,1,2,3$

$$P(X=1) = P(A_0) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$
$$P(X=2) = P(A_1) = \frac{3}{12}.\frac{9}{11} = \frac{9}{44}$$
$$P(X=3) = P(A_2) = \frac{3}{12}.\frac{2}{11}.\frac{9}{10} = \frac{9}{220}$$
$$P(X=4) = P(A_3) = \frac{3}{12}.\frac{2}{11}.\frac{1}{10}.\frac{9}{9} = \frac{1}{220}$$

Ta có bảng phân phối xác suất:

X	1	2	3	4
p	3/4	9/44	9/220	1/220

b) Gọi Y là biến ngẫu nhiên chỉ số bi đỏ được lấy ra, $Y = X - 1$.

$$E(X) = 1.\frac{3}{4} + 2.\frac{9}{44} + 3.\frac{9}{220} + 4.\frac{1}{220} = 1,3$$
$$E(X^2) = 1^2.\frac{3}{4} + 2^2.\frac{9}{44} + 3^2.\frac{9}{220} + 4^2.\frac{1}{220} = 2,01$$
$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Vậy:

$$E(Y) = E(X-1) = E(X) - 1 = 1,3 - 1 = 0,3$$
$$V(Y) = V(X-1) = V(X) = 0,32$$

Câu 4.

a) Ta thấy X có phân phối chuẩn. $X \sim N(2,2^2) \Rightarrow E(X) = 2, V(X) = 4$.

$$A = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$$

b)
$$P(0 < X < 4) = \Phi(\frac{4-2}{2}) - \Phi(\frac{0-2}{2}) = 2\varphi(1) = 2.0,3413 = 0,6826$$

Đề 1

ĐỀ THI GIỮA KỲ - 20182

Câu 1. Lai hai giống hoa ly màu hồng và màu vàng thuần chủng, các cây con ở thế hệ F1 có thể cho hoa màu trắng, vàng, hồng theo tỷ lệ 1:1:2. Lấy 5 hạt giống thế hệ F1 mang gieo và được 5 cây hoa. Tính xác suất trong 5 cây hoa đó:

a) Có cây cho hoa màu hồng

b) Có cây cho hoa màu vàng, biết rằng có cây cho hoa màu hồng.

Câu 2. Một kỹ sư nông nghiệp có một hộp đựng hạt giống (trong đó có 6 hạt loại một, 6 hạt loại hai). Biết rằng hôm trước anh ta đã gieo 3 hạt và hôm sau lấy tiếp 3 hạt để gieo. Hãy tính xác suất để trong 3 hạt giống hôm sau có 2 hạt loại một và 1 hạt loại hai.

Câu 3. Tuổi thọ của một loại bóng đèn là biến ngẫu nhiên X (năm) có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2(4-x) & x \in [0;4] \\ 0 & x \notin [0;4] \end{cases}$$

a) Tìm k và tính $P(X < 2)$.

b) Xác định $E(X)$ và $mod(X)$

Câu 4. Tại một điểm bán vé máy bay, trung bình trong 10 phút có 4 người đến mua vé.

a) Tính xác suất để trong vòng 10 phút có 7 người đến mua vé.

b) Biết rằng trong vòng 10 phút có người đến mua vé, tính xác suất có đúng 7 người đến mua vé.

Giải đề giữa kì 20182

Câu 1.

a) Gọi A = {Có cây cho hoa màu hồng}.

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,5^5 = 0,9688$$

b) Gọi B = {Có cây cho hoa màu vàng}.
Xác suất cần tính là:

$$P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)}$$

Với:

$$\begin{aligned} P(BA) &= 1 - P(\overline{BA}) = 1 - P(\overline{A} + \overline{B}) = 1 - [P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{AB})] \\ &= 1 - (0,5^5 + 0,75^5 - 0,25^5) = 0,7324 \\ \Rightarrow P(B|A) &= \frac{0,7324}{0,9688} \end{aligned}$$

Câu 2.

Gọi A_i = {Trong 3 hạt gieo ngày hôm trước có i hạt loại 1}, $i = 0,1,2,3$.

Gọi H = {Trong 3 hạt gieo ngày hôm sau có 2 hạt loại 1 và 1 hạt loại 2} Hệ $\{A_i\}$ tạo thành một hệ đầy đủ với:

$$P(A_0) = \frac{C_6^3}{C_12^3} = \frac{1}{11}, P(A_1) = \frac{C_6^1.C_6^2}{C_12^3} = \frac{9}{22}, P(A_2) = \frac{C_6^2.C_6^1}{C_12^3} = \frac{9}{22}, P(A_3) = \frac{C_6^3}{C_12^3} = \frac{1}{11}$$

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ:

$$P(H) = P(A_0)P(H|A_0) + P(A_1)P(H|A_1) + P(A_2)P(H|A_2) + P(A_3)P(H|A_3)$$

với:

$$P(H|A_0) = \frac{C_6^2.C_3^1}{C_9^3} = \frac{15}{28} \quad P(H|A_1) = \frac{C_5^2.C_4^1}{C_9^3} = \frac{10}{21}$$
$$P(H|A_2) = \frac{C_4^2.C_5^1}{C_9^3} = \frac{5}{14} \quad P(H|A_3) = \frac{C_3^2.C_6^1}{C_9^3} = \frac{3}{14}$$

Xác suất cần tính là:

$$P(H) = \frac{1}{11}.\frac{15}{28} + \frac{9}{22}.\frac{5}{14} + \frac{9}{22}.\frac{5}{14} + \frac{1}{11}.\frac{3}{14} = \frac{9}{22} = 0,4091$$

Câu 3.

a) Vì $f(x)$ là hàm mật độ xác suất của X nên ta có:

$$\begin{cases} f(x) \geqslant 0 \quad \forall x \in R (1) \\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow kx^2(4-x) \geqslant 0, x \in [0,4] \Leftrightarrow k \geqslant 0$$

$$(2) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{4} kx^2(4-x)dx + \int_{4}^{+\infty} 0dx$$

$$\Leftrightarrow k\int_{0}^{4} kx^2(4-x)dx = 1$$

$$\Leftrightarrow k.\frac{64}{3} = 1$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{3}{64}(TM)$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{3}{64}x^2(4-x), & x \in [0;4] \\ 0, & x \notin [0;4] \end{cases}$$

$$P(X<2) = \int_{-\infty}^{2} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{2} f(x)dx$$

$$= \int_{0}^{2} \frac{3}{64}x^2(4-x)dx = \frac{5}{16} = 0,3125$$

b)

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{4} \frac{3}{64}x^3(4-x) + \int_{4}^{+\infty} 0dx = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$\operatorname{mod}(X) = \{x_0 | f(x_0) = \max f(x), x \in [0;4]\}$$

Ta lại có: $f'(x) = \frac{3}{64}(8x-3x^2)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{8}{3}$$

$$f(0) = 0, f\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{4}{9}, f(4) = 0 \Rightarrow \max f(x) = \frac{4}{9}\ khi x = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow Mod(X) = \frac{8}{3}$$

Câu 4.

Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số người mua vé trong 10 phút. $X \sim P(4)$.

a) Gọi A = {Trong 10 phút có 7 người đến mua vé}. $P(A) = P(X=7) = e^{-4}.\frac{4^7}{7!} = 0,0595$

b) Gọi B = {Trong 10 phút có người đến mua vé}.

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - e^{-4}.\frac{4^0}{0!} = 0,9817$$

Xác suất cần tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{0,0595}{0,9817} = 0,0606$$

Đề 1

ĐỀ THI GIỮA KỲ - 20183

Câu 1. Có 3 tiêu chí phổ biến A, B, C cho việc chọn một chiếc xe hơi mới tương ứng là hộp số tự động, động cơ và điều hoà nhiệt độ. Dựa trên dữ liệu bán hàng trước đó ta có $P(A) = P(B) = P(C) = 0,7$, $P(A+B) = 0,8$, $P(A+C) = 0,9$, $P(B+C) = 0,85$ và $P(A+B+C) = 0,95$. Tính xác suất:

a) Người mua chọn cả ba tiêu chí.

b) Người mua chọn chính xác một trong ba tiêu chí.

Câu 2. Có hai lô hàng: lô I có 7 chính phẩm 3 phế phẩm; lô II có 8 chính phẩm 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng ra 1 sản phẩm.

a) Tính xác suất để cả 2 sản phẩm lấy ra đều là phế phẩm.

b) Số sản phẩm còn lại trong hai lô hàng dồn vào thành một lô, ký hiệu là lô III. Từ lô III lấy ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm. Tính xác suất để 2 sản phẩm lấy ra từ lô III là phế phẩm.

Câu 3. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

a) Tính $P(X \geq 5)$

b) Xác định hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $Y = -2X + 5$

Câu 4. Có 10 máy sản xuất sản phẩm (độc lập nhau), mỗi máy sản suất ra 2% phế phẩm.

a) Từ mỗi máy sản xuất lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Hỏi xác suất lấy được nhiều nhất 2 phế phẩm trong 10 sản phẩm này là bao nhiêu?

b) Trung bình có bao nhiêu sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên trước khi nó tạo ra phế phẩm đầu tiên (giả sử các sản phẩm sản xuất ra là độc lập)?

Giải đề giữa kì 20183

Câu 1.

a) Gọi A,B,C lần lượt là người chọn mua tiêu chí A,B,C. Gọi D là người chọn mua cả 3 tiêu chí.

$$\Rightarrow D = ABC \Rightarrow P(D) = P(ABC)$$

Có:

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow D = ABC \Rightarrow P(D) = P(ABC)\\
&P(AB) &&= P(A)+P(B)-P(A+B) = 0,7+0,7-0,8 = 0,6\\
&P(BC) &&= P(B)+P(C)-P(B+C) = 0,7+0,7-0,85 = 0,55\\
&P(CA) &&= P(C)+P(A)-P(C+A) = 0,7+0,7-0,9 = 0,5\\
&P(A+B+C) &&= P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(CA)+P(ABC)\\
&\Rightarrow P(ABC) &&= P(A+B+C)-P(A)-P(B)-P(C)+P(AB)+P(BC)+P(CA)\\
& &&= 0,95-0,7-0,7-0,7+0,6+0,55+0,5 = 0,5\\
&\Rightarrow P(D) &&= P(ABC) = 0,5
\end{aligned}$$

b) Gọi E = {Người mua chọn chính xác một trong ba tiêu chí}.

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow E &&= \overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}\\
&\Rightarrow P(E) &&= P\left(\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}\right) = P\left(\overline{A}\overline{B}C\right)+P\left(\overline{A}B\overline{C}\right)+P\left(A\overline{B}\overline{C}\right)
\end{aligned}$$

Có:

$$\begin{aligned}
P\left(\overline{A}\overline{B}C\right) &= P\left(\overline{A}\overline{B}\right)-P\left(\overline{A}\overline{B}\overline{C}\right) = P\left(\overline{A+B}\right)-P\left(\overline{A+B+C}\right) = 1-P(A+B)-[1-P(A+B+C)]\\
&= P(A+B+C)-P(A+B) = 0,95-0,8 = 0,15
\end{aligned}$$

Tương tự:

$$\begin{aligned}
&P\left(\overline{A}B\overline{C}\right) = P(A+B+C)-P(A+C) = 0,95-0,9 = 0,05\\
&P\left(A\overline{B}\overline{C}\right) = P(A+B+C)-P(B+C) = 0,95-0,85 = 0,1\\
&\Rightarrow P(E) \ = 0,15+0,05+0,1 = 0,3
\end{aligned}$$

Câu 2.

a) Gọi A_i,B_i lần lượt là sự kiện có i chính phẩm được lấy ra từ lô I,II. $\quad i = 0,1$. Gọi C = {Cả 2 sản phẩm lấy ra đều là phế phẩm}

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow C &&= A_oB_o\\
&\Rightarrow P(C) &&= P(A_oB_o) = P(A_o)P(B_o) = \frac{3}{10}.\frac{2}{10} = 0,06
\end{aligned}$$

b) Hệ $\{A_0B_0, A_0B_1, A_1B_0, A_1B_1\}$ tạo thành một hệ đầy đủ với:

$$\begin{aligned}
P(A_0B_0) &= 0,06 & P(A_0B_1) &= \frac{3}{10}.\frac{8}{10} = 0,24\\
P(A_1B_0) &= \frac{7}{10}.\frac{2}{10} = 0,14 & P(A_1B_1) &= \frac{7}{10}.\frac{8}{10} = 0,56
\end{aligned}$$

Gọi H = {2 sản phẩm lấy ra từ lô III là phế phẩm}

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ:

$P(H) = P(A_0B_0)P(H|A_0B_0) + P(A_0B_1)P(H|A_0B_1) + P(A_1B_0)P(H|A_1B_0) + P(A_1B_1)P(H|A_1B_1)$

Với:

$$P(H|A_0B_0) = \frac{C_3^2}{C_{18}^2} = \frac{1}{51} \quad P(H|A_0B_1) = \frac{C_4^2}{C_{18}^2} = \frac{2}{51}$$
$$P(H|A_1B_0) = \frac{C_4^2}{C_{18}^2} = \frac{2}{51} \quad P(H|A_1B_1) = \frac{C_5^2}{C_{18}^2} = \frac{10}{153}$$
$$\Rightarrow P(H) = 0,06.\frac{1}{51} + 0,24.\frac{2}{51} + 0,14.\frac{2}{51} + 0,56.\frac{10}{153} = 0,0527$$

Câu 3.

a) Vì $f(x)$ là hàm mật độ xác suất của X nên:

$$P(X \geqslant 5) = \int_5^{+\infty} f(x)dx = \int_5^{+\infty} e^{-x}dx = e^{-5}$$

b) $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

- Với $x \leqslant 0$, $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{x} 0dt = 0$
- Với $x > 0$, $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{0} f(t)dt + \int_{0}^{x} f(t)dt = 0 + \int_{0}^{x} e^{-t}dt = 1 - e^{-x}$

$$\Rightarrow F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x > 0 \\ 0 & , x \leqslant 0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow F_Y(x) = P(Y < x) = P(-2X + 5 < x) = P\left(X > \frac{5-x}{2}\right)$$

Ta có:

$$P\left(X > \frac{5-x}{2}\right) = 1 - P\left(X < \frac{5-x}{2}\right) = 1 - F\left(\frac{5-x}{2}\right)$$

Vậy hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên Y là:

$$F_Y(x) = \begin{cases} e^{-\frac{x-5}{2}}, & x < 5 \\ 1 & , x \geq 5 \end{cases}$$

Câu 4.

Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số phế phẩm trong 10 sản phẩm. $X \sim B(10;0,02)$

a) Gọi A = {Lấy được nhiều nhất 2 trong 10 sản phẩm}

$$\begin{aligned} P(A) &= P(X \leqslant 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\ &= C_{10}^{0}.0,02^{0}.0,98^{10} + C_{10}^{1}.0,02^{1}.0,98^{9} + C_{10}^{2}.0,02^{2}.0,98^{8} \\ &= 0,9991 \end{aligned}$$

b) Gọi Y là biến ngẫu nhiên chỉ số sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên trước khi nó tạo ra phế phẩm.

$$\begin{aligned} &P(Y=0) = 0,02 \\ &P(Y=1) = 0,98.0,02 \\ &\ldots \\ &P(Y=n) = 0,98^{n}.0,02 \\ &\Rightarrow E(Y) = 0.P(Y=0) + 1.P(Y=1) + \ldots + nP(Y=n) \\ &\qquad\quad = \sum_{n=0}^{\infty} n.0,98^{n}.0,02 \end{aligned}$$

Có:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n.x^{n} = \sum_{n=0}^{\infty}(n+1).x^{n} - \sum_{n=0}^{\infty} x^{n} = \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^{n+1}\right)' - \sum_{n=0}^{\infty} x^{n} = \left(\frac{1}{1-x}\right)' - \frac{1}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^{2}}$$

$$\Rightarrow E(Y) = 0,02.\frac{0,98}{(1-0,98)^{2}} = 49$$

Vậy trung bình có 49 sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu trước khi nó tạo ra phế phẩm.

Đề 2

ĐỀ THI GIỮA KỲ - 20191

Câu 1. Lớp MI2020 có 90 sinh viên trong đó có 30 sinh viên thuộc tổ I, 25 sinh viên thuộc tổ II và 35 sinh viên thuộc tổ III. Chọn ngẫu nhiên 10 sinh viên trong lớp tham dự trại hè. Tính xác suất để mỗi tổ có ít nhất 1 sinh viên được chọn.

Câu 2. Có ba lô hàng: Lô I có 8 chính phẩm, 2 phế phẩm; lô II có 7 chính phẩm, 3 phế phẩm; lô III có 6 chính phẩm, 4 phế phẩm.

a) Lấy từ mỗi lô hàng ra 1 sản phẩm. Giả sử trong 3 sản phẩm lấy ra có đúng 1 phế phẩm. Tính xác suất để phế phẩm đó là của lô II.

b) Chọn ngẫu nhiên một lô hàng rồi từ đó lấy ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 sản phẩm là phế phẩm.

Câu 3. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} kx(4-x^2) & x \in [0;2] \\ 0 & x \notin [0;2] \end{cases}$$

a) Tìm hằng số k

b) Tính xác suất để sau 3 lần lặp lại phép thử một cách độc lập có đúng 1 lần X nhận giá trị trong khoảng $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$

Câu 4. Số khách hàng đến một cửa hàng bán lẻ là một biến ngẫu nhiên có phân phối Poisson với trung bình 4 khách hàng đến trong vòng một giờ. Nếu có đúng 4 khách hàng đến trong khoảng thời gian từ 10:00 đến 11:00 thì xác suất để có ít nhất 7 khách hàng đến trong khoảng thời gian từ 10:00 đến 11:30 là bao nhiêu?

Giải đề giữa kì 20191

Câu 1.

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 10 sinh viên trong lớp tham dự trại hè

Số kết cục đồng khả năng là: $n = C_{90}^{10}$ cách

Gọi A là biến cố: "Mỗi tổ có ít nhất một sinh viên được chọn"

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố "Có ít nhất một tổ không có sinh viên được chọn".

Số kết cục thuận lợi cho $\overline{A}$: $m = C_{55}^{10} + C_{60}^{10} + C_{65}^{10} - C_{30}^{10} - C_{25}^{10} - C_{35}^{10}$ cách.

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{m}{n} = \frac{C_{55}^{10} + C_{60}^{10} + C_{65}^{10} - C_{30}^{10} - C_{25}^{10} - C_{35}^{10}}{C_{90}^{10}} = 0,0495$$

$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,0495 = 0,9505$

Câu 2.

a) Gọi $A_i =$ {Lấy được phế phẩm từ hộp i} $\quad (i = \overline{1,3})$

Gọi $H =$ {Trong 3 sản phẩm có đúng 1 phế phẩm}

$$\Rightarrow H = A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1\overline{A}_2A_3$$

$$\Rightarrow P(H) = P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1\overline{A}_2A_3) = P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1A_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3)$$

$$= \frac{2}{10}.\frac{7}{10}.\frac{6}{10} + \frac{8}{10}.\frac{3}{10}.\frac{6}{10} + \frac{8}{10}.\frac{7}{10}.\frac{4}{10} = 0,452$$

Xác suất cần tính là: $P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3}|H) = \dfrac{P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3}H)}{P(H)} = \dfrac{P(\overline{A_1})P(A_2)P(\overline{A_3})}{P(H)} = \dfrac{\frac{8}{10}.\frac{3}{10}.\frac{6}{10}}{0,452} = 0,3186$

b) Gọi $B_i =$ {Chọn lô hàng thứ i}, $i = \overline{1,3}$

Hệ B_i tạo thành một hệ đầy đủ với: $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \dfrac{1}{3}$

Gọi $M =$ {Trọng 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 sản phẩm là phế phẩm}

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\overline{M}) = P(B_1)(P\overline{M}|B_1) + P(B_2)P(\overline{M}|B_2) + P(B_3)P(\overline{M}|B_3)$$

với:

$$P(\overline{M}|B_1) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45} \quad P(\overline{M}|B_2) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15} \quad P(\overline{M}|B_3) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow P(\overline{M}) = \dfrac{1}{3}.\dfrac{28}{45} + \dfrac{1}{3}.\dfrac{7}{15} + \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3} = \dfrac{64}{135}$

$\Rightarrow P(M) = 1 - P(\overline{M}) = 0,5259$

Câu 3.

a) Vì $f(x)$ là hàm mật độ xác suất của X nên:

$$f(x) \geq 0 \quad \forall x \in R \tag{1}$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \tag{2}$$

$(1) \Leftrightarrow kx(4-x^2) \geq 0, \quad x \in [0,2] \Leftrightarrow k \geq 0$

$(2) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x(4-x^2) & x \in [0,2] \\ 0 & x \notin [0,2] \end{cases}$

b) Ta có $p = P\left(0 < X < \frac{1}{2}\right) = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{1}{2}} x(4-x^2)dx = \frac{31}{256}$

Gọi $B =${Sau 3 lần lặp có đúng 1 lần X nhận giá trị trong khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right)$} $\Rightarrow B \sim B(3;p)$

$\Rightarrow P(B) = C_3^1.p^1.(1-p)^2 = C_3^1.\frac{31}{256}.\left(1-\frac{31}{256}\right)^2 = 0,2806$

Câu 4. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số người trung bình đến cửa hàng trong 30 phút. $\Rightarrow X \sim P(2)$

Xác suất cần tính là:

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)]$$
$$= 1 - e^{-2}\left(\frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!}\right) = 0,3233$$

Đề 1

ĐỀ THI GIỮA KỲ - 20192

Câu 1. Một tổ gồm 2 học sinh giỏi, 4 học sinh khá và 5 học sinh trung bình. Chọn ngẫu nhiên ra 4 người. Tính các xác suất sau:

a) Trong 4 người có đúng một học sinh khá.

b) Trong 4 người học sinh khá chiếm đa số (nhiều hơn các loại học sinh khác).

Câu 2. Một công ty có 5 xe tải và 3 xe con. Biết xác suất sự cố trong tháng của mỗi xe tải là 0,1; còn của mỗi xe con là 0,02. Trong tháng nào đó chọn ngẫu nhiên 2 xe của công ty để kiểm tra.

a) Tính xác suất để trong hai xe được kiểm tra có đúng 1 xe bị sự cố.

b) Biết có ít nhất 1 xe bị sự cố trong 2 xe được kiểm tra. Tính xác suất để trong số xe bị sự cố có đúng 1 xe con.

Câu 3. Một lô hàng có 18 sản phẩm, trong đó có 3 phế phẩm và 15 sản phẩm tốt. Chọn lần lượt ra 3 sản phẩm (không hoàn lại).

a) Hỏi trung bình có bao nhiêu sản phẩm tốt trong 3 sản phẩm được chọn?

b) Gọi Y là số phế phẩm trong 3 sản phẩm được chọn và đặt $Z = 1 + 2Y$. Tính trị trung bình và độ lệch chuẩn của Z.

Câu 4. Sai số của một thiết bị đo (đơn vị mm) là một biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ:

$$f(x) = Ae^{\frac{-12+8x-x^2}{8}}$$

a) Tìm hằng số A và tính $E(X), V(X)$.

b) Tính xác suất để sai số đo lệch với trung bình không quá 2mm.

Phụ lục:
Cho giá trị hàm Laplace: $\phi(1) = 0,3413; \phi(1,5) = 0,4332; \phi(2) = 0,4773$

Giải đề giữa kì 20192

Câu 1.

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 4 người

Số kết cục đồng khả năng là: $n = C_{11}^4 = 330$ cách

a) Gọi A ={Trong 4 người có đúng một học sinh khá}

Số kết cục thuận lợi cho A là: $m = C_4^1.C_7^3 = 140$ cách

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{m}{n} = \dfrac{14}{33}$

b) Gọi B ={Trong 4 người học sinh khá chiếm đa số}

Số kết cục thuận lợi cho B là: $p = C_4^2.C_2^1.C_5^1 + C_4^3.C_2^1 + C_4^3.C_5^1 + C_4^4 = 89$ cách

$\Rightarrow P(B) = \dfrac{p}{n} = \dfrac{89}{330}$

Câu 2.

a) Gọi A_i={Trong 2 xe có i xe tải}, $\quad i = \overline{0,2}$

Hệ $\{A_i\}$ tạo thành một hệ đầy đủ với:

$$P(A_0) = \frac{C_3^2}{C_8^2} = \frac{3}{28}, \quad P(A_1) = \frac{3.5}{C_8^2} = \frac{15}{28}, \quad P(A_2) = \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{5}{14}$$

Gọi A ={Trong 2 xe kiểm tra có đúng 1 xe bị sự cố}

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(A) = P(A_0)P(A|A_0) + P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2)$$

với:

$$P(A|A_0) = 2.0,02.0,98 = 0,0392, \quad P(A|A_1) = 0,1.0,98 + 0,9.0,02 = 0,116, \quad P(A|A_2)2.0,1.0,9 = 0.18$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{28}.0,0392 + \frac{15}{28}.0,116 + \frac{5}{14}.0,18 = 0,1306$$

b) Gọi B ={ Có ít nhất 1 xe bị sự cố trong 2 xe được kiểm tra}

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\overline{B}) = P(A_0)P(\overline{B}|A_0) + P(A_1)P(\overline{B}|A_1) + P(A_2)P(\overline{B}|A_2)$$

với:

$$P(\overline{B}|A_0) = 0,98^2 = 0,9604, \quad P(B|A_1) = 0,9.0,98 = 0,882, \quad P(\overline{B}|A_2) = 0,9^2 = 0,81$$

$$\Rightarrow P(\overline{B}) = \frac{3}{28}.0,9604 + \frac{15}{28}.0,882 + \frac{5}{14}.0,81 = 0,8647$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0,8647 = 0,1353$$

Gọi C ={Trong số xe bị sự cố có đúng 1 xe con}

Xác suất cần tính là:

$$P(C|B) = \frac{P(CB)}{P(B)}$$

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(CB) = P(A_0)P(CB|A_0) + P(A_1)P(CB|A_1) + P(A_2)P(CB|A_2)$$

với:

$$P(CB|A_0) = 2.0,02.0.98 = 0,0392, \quad P(CB|A_1) = 0,02, \quad P(CB|A_2) = 0$$

$$\Rightarrow P(CB) = \frac{3}{28}.0,0392 + \frac{15}{28}.0,02 + \frac{5}{14}.0 = 0,0149$$

$$\Rightarrow P(C|B) = \frac{P(CB)}{P(B)} = \frac{0,0138}{0,1353} = 0,1101$$

Câu 3.

a) Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số sản phẩm tốt lấy được. X={0,1,2,3}

Gọi A_i ={Lấy được i sản phẩm tốt}, i={0,1,2,3}

$$P(A_0) = P(X=0) = \frac{C_3^3}{C_{18}^3} = \frac{1}{816} \qquad P(A_1) = P(X=1) = \frac{15.C_3^2}{C_{18}^3} = \frac{15}{272}$$

$$P(A_2) = P(X=2) = \frac{C_{15}^2}{C_3^1} = \frac{105}{272} \qquad P(A_3) = P(X=3) = \frac{C_{15}^3}{C_{18}^3} = \frac{455}{816}$$

Ta có bảng phân phối xác suất:

X	0	1	2	3
P	1/816	15/272	105/272	455/816

$$\Rightarrow E(X) = 0.\frac{1}{816} + 1.\frac{15}{272} + 2.\frac{105}{272} + 3.\frac{455}{816} = 2,5$$

Vậy trung bình có 2,5 sản phẩm tốt trong 3 sản phẩm được chọn.

b) Gọi Y là số phế phẩm trong 3 sản phẩm được chọn

$$\Rightarrow Y = 3 - X$$

$$\Rightarrow Z = 1 + 2Y = 1 + 2(3 - X) = 7 - 2X$$

mà

$$E(X^2) = 0^2.\frac{1}{816} + 1^2.\frac{15}{272} + 2^2.\frac{105}{272} + 3^2.\frac{455}{816} = \frac{255}{34}$$

$$\Rightarrow V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{225}{34} - (2,5)^2 = \frac{25}{68}$$

$$\Rightarrow E(Z) = E(7-2X) = 7 - 2E(X) = 7 - 2.2,5 = 2$$

$$\Rightarrow V(Z) = V(7-2X) = (-2)^2V(X) = 4V(X) = 4.\frac{25}{68} = \frac{25}{17}$$

Câu 4.

a) Ta có $f(x) = A.e^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{-(x-4)^2}{8}}$

Dễ thấy: $X \sim N(\mu;\sigma^2)$ vậy với $\mu = 4, \sigma = 2 \Rightarrow E(X) = \mu = 4 \Rightarrow A.e^{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} \Rightarrow A = \dfrac{1}{2\sqrt{2e\pi}}$

b) Xác suất cần tính là:

$$P(|X-4| < 2) = P(2 < X < 6) = \Phi\left(\frac{6-4}{2}\right) - \Phi(\frac{2-4}{2}) = 2\Phi(1) = 2.0,3413 = 0,6826$$

Đề 1

ĐỀ THI GIỮA KỲ - 20193

Câu 1. Có hai túi đựng bi. Túi I có 2 bi trắng, 4 bi đỏ; Túi II có 3 bi trắng 4 bi đỏ. Rút hú hoạ từ mỗi túi ra hai viên bi. Tính các xác suất để trong 4 viên bi được rút ra:

a) Có đúng hai bi trắng.

b) Số bi trắng được rút từ mỗi túi bằng nhau.

c) Có đúng một bi đỏ, biết rằng số bi trắng được rút từ túi I nhiều hơn từ túi II.

Câu 2. Một phòng máy có 30 máy tính, trong đó 14 máy có xác suất hỏng trong một ngày của mỗi máy là 0,1; 10 máy có xác suất hỏng mỗi máy là 0,2 và 6 máy có xác suất hỏng mỗi máy là 0,03. Giao hú hoạ cho 2 sinh viên sử dụng 2 máy trong một ngày. Tính xác suất để 2 máy đó đều không hỏng.

Câu 3. Số máy A, ký hiệu là X, bán được trong ngày của một siêu thị là biến ngẫu nhiên tuân theo phân phối Poisson tham số λ (cho $P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, x=0,1,2,...$). Theo thống kê biết rằng xác suất bán được máy A trong một ngày của siêu thị đó là 45,12%.

a) Tính số máy A trung bình bán được trong một ngày của siêu thị đó.

b) Tính xác suất để trong một ngày siêu thị bán được ít nhất 4 máy A.

Câu 4. Cho biến ngẫu nhiên liên tục Y có hàm mật độ xác suất:

$$f_Y(x)=ke^{-3|x|}, x\in\mathbb{R}$$

a) Tìm k và hàm phân phối xác suất của Y.

b) Tính kỳ vọng và phương sai của $Z=Y+3$.

Giải đề giữa kì 20193

Câu 1.

Xét phép thử rút hú họa từ mỗi túi ra 2 viên bi:

Số kết cục đồng khả năng là: $n = C_6^2.C_7^2 = 315$ cách

a) Gọi A ={Có đúng 2 bi trắng}

Số kết cục thuận lợi cho A là: $m = C_2^2.C_4^2 + C_2^1.C_4^1.C_3^1.C_4^1 + C_4^2.C_3^2 = 120$ cách

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{m}{n} = \dfrac{120}{315} = \dfrac{8}{21}$

b) Gọi B ={Số bi trắng được rút ra từ mỗi túi bằng nhau}

Số kết cục thuận lợi cho B là: $p = C_4^2.C_4^2 + C_2^1.C_4^1.C_3^1.C_4^1 + C_2^2.C_3^2 = 135$ cách

$\Rightarrow P(B) = \dfrac{p}{n} = \dfrac{135}{315} = \dfrac{3}{7}$

c) Gọi C ={Số bi trắng được rút từ túi I nhiều hơn túi II}

Số kết cục thuận lợi cho C là: $k = C_2^1.C_4^1.C_4^2 + C_2^2.C_3^1.C_4^1 + C_2^2.C_4^2 = 66$ cách

$\Rightarrow P(C) = \dfrac{k}{n} = \dfrac{66}{315} = \dfrac{22}{105}$

Gọi D ={Có đúng một bi đỏ}

Xác suất cần tính là: $P(D|C) = \dfrac{P(DC)}{P(C)}$

Số kết cục thuận lợi cho DC là: $h = C_2^2.C_3^1.C_4^1 = 12$ cách

$\Rightarrow P(DC) = \dfrac{h}{n} = \dfrac{12}{315} = \dfrac{4}{105} \Rightarrow P(D|C) = \dfrac{4/105}{22/105} = \dfrac{2}{11}$

Câu 2.

Đặt

- Nhóm I={14 máy có xác suất hỏng $0,1$}
- Nhóm II={10 máy có xác suất hỏng là $0,2$}
- Nhóm III={6 máy có xác suất hỏng là $0,03$}

Gọi A_i ={Sinh viên sử dụng máy thuộc nhóm i}, $i = \overline{1,3}$

Hệ $\{A_1A_1, A_1A_2, A_1A_3, A_2A_2, A_2A_3, A_3A_3\}$ tạo thành một hệ đầy đủ với:

$P(A_1A_2) = \dfrac{C_{14}^2}{C_{30}^2} = \dfrac{91}{435}$ $\quad P(A_1A_2) = \dfrac{14.10}{C_3^2 0} = \dfrac{28}{87}$ $\quad P(A_1A_3) = \dfrac{14.6}{C_{30}^2} = \dfrac{28}{145}$

$P(A_2A_2) = \dfrac{C_{10}^2}{C_{30}^2} = \dfrac{3}{29}$ $\quad P(A_2A_3) = \dfrac{10.6}{C_3^2 0} = \dfrac{4}{29}$ $\quad P(A_3A_3) = \dfrac{C_6^2}{C_{30}^2} = \dfrac{1}{29}$

Gọi H ={2 máy đó đều không hỏng}

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$P(H) = P(A_1A_1)P(H|A_1A_1) + P(A_1A_2)P(H|A_1A_2) + P(A_1A_3)P(H|A_1A_3) + P(A_2A_2)P(H|A_2A_2)$
$+ P(A_2A_3)P(H|A_2A_3) + P(A_3A_3)P(H|A_3A_3)$

với:

$P(H|A_1A_2) = 0,9^2 = 0,81 \quad P(H|A_1A_2) = 0,9.0,8 = 0,72 \quad P(H|A_1A_3) = 0,9.0,97 = 0,873$

$P(H|A_2A_2) = 0,8^2 = 0,64 \quad P(H|A_2A_3) = 0,8.0,97 = 0,776 \quad P(H|A_3A_3) = 0,97.0,97 = 0,9409$

$$\Rightarrow P(H) = \frac{91}{435}.0,81 + \frac{28}{87}.0,72 + \frac{28}{145}.0,873 + \frac{3}{29}.0,64 + \frac{4}{29}.0,776 + \frac{1}{29}.0,9409 = 0,7754$$

Câu 3.

Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số máy A bán được trong ngày của một siêu thị. $X \sim P(\lambda)$

Gọi H ={Bán được máy A trong ngày}

$P(H) = P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - \dfrac{\lambda^0}{0!}.e^{-\lambda} = 0,4512 \Rightarrow \lambda = 0,6$

a) Số máy A trung bình bán được trong một ngày của siêu thị là:

$E(X) = \lambda = 0,6$ máy

b) Gọi M ={Trong một ngày siêu thị bán được ít nhất 4 máy A}

$$\Rightarrow P(M) = P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) - P(X = 3)$$
$$= 1 - \frac{0,6^0}{0!}.e^{-0,6} - \frac{0,6^1}{1!}.e^{-0,6} - \frac{0,6^2}{2!}.e^{-0,6} - \frac{0,6^3}{3!}.e^{-0,6}$$
$$= 0,0034$$

Câu 4.

a) Vì $f(x)$ là hàm mật độ xác suất của X nên:

$$f(x) \geq 0 \quad \forall x \in R \tag{3}$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \tag{4}$$

$(1) \Leftrightarrow ke^{-3|x|} \geq 0] \Leftrightarrow k \geq 0$

$(2) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{0} ke^{3x}dx + \int_{0}^{+\infty} ke^{-3x}dx = 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{k}{3} + \dfrac{k}{3} = 1 \Leftrightarrow k = \dfrac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}e^{-3|x|}, \quad x \in R$

Hàm phân phối xác suất của Y là:

$$F_Y(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

- $x < 0$
  $F_Y(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{x} \frac{3}{2}e^{3t}dt = \frac{1}{2}e^{3x}$
- $x \geq 0$
  $F_Y(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{0} f(t)dt + \int_{0}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{0} \frac{3}{2}e^{3t}dt + \int_{0}^{x} \frac{3}{2}e^{-3t}dt = 1 - \frac{1}{2}e^{-3x}$

Vậy

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{3x} & \text{nếu} x < 0 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-3x} & \text{nếu} x \geq 0 \end{cases}$$

b) - $E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$

  Mà $xf(x) = x.\frac{3}{2}e^{-3|x|}$ là hàm lẻ $\Rightarrow E(Y) = 0 \Rightarrow E(Z) = E(Y+3) = E(Y) + E(3) = 3$

- $E(Y^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$

  Mà $xf(x) = x^2.\frac{3}{2}e^{-3|x|}$ là hàm chẵn

  $\Rightarrow E(Y^2) = 2\int_{0}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int_{0}^{+\infty} 3x^2 e^{-3x}dx = \frac{2}{9}$

$$V(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = \frac{2}{9} \Rightarrow V(Z) = V(Y+3) = V(Y) = \frac{2}{9}$$

Đề 2

ĐỀ THI GIỮA KỲ - 20201

Câu 1. Có hai hộp bóng đèn. Hộp I có 7 bóng đèn xanh, 3 bóng đèn vàng; hộp II có 6 bóng đèn xanh, 4 bóng đèn vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp I ra hai bóng đèn rồi bỏ vào hộp II, sau đó từ hộp II lại lấy ngẫu nhiên ra 2 bóng đèn.

a) Tính xác suất để hai bóng đèn lấy ra sau cùng đều có màu xanh.

b) Biết rằng cả hai bóng đèn lấy ra sau cùng đều có màu xanh, tính xác suất để trong 2 bóng đèn đó có một bóng của hộp I và một bóng của hộp II.

Câu 2. Một hệ thống điện có 10 bộ phận hoạt động độc lập nhau. Xác suất để trong khoảng thời gian T mỗi bộ phận hoạt động tốt là 0,8.

a) Tính xác suất để trong khoảng thời gian T hệ thống điện đó có nhiều nhất 7 bộ phận hoạt động tốt.

b) Giả sử trong khoảng thời gian T hệ thống điện đó có ít nhất một bộ phận hoạt động tốt, tính xác suất để trong khoảng thời gian T hệ thống có ít nhất hai bộ phận hoạt động tốt.

Câu 3. Công ty A đang có hợp đồng 10000 mô-tơ. Họ phải đưa ra quyết định mua hoặc tự nghiên cứu để làm mô-tơ. Để nghiên cứu họ phải trải qua 2 giai đoạn. Giai đoạn 1 có tỉ lệ thành công là 90% và chi phí nghiên cứu là 30000$. Nếu thành công sẽ làm tiếp giai đoạn 2 với tỉ lệ thành công là 60% và chi phí nghiên cứu là 20000$. Nếu nghiên cứu cả 2 giai đoạn thành công thì chi phí sản xuất là 2,5$/mô-tơ. Nếu nghiên cứu thất bại họ phải mua từ bên ngoài với giá 10$/mô-tơ. Công ty A nên mua hay tự nghiên cứu phát triển mô-tơ để có chi phí thấp nhất trong hợp đồng này?

Câu 4. Xác suất sinh con trai là 0,49. Khảo sát 1000 ca sinh trong bệnh viện (mỗi ca sinh 1 con), tính xác suất để số ca sinh con trai nhiêu hơn con gái.

Phụ lục:
Hàm phân phối chuẩn tắc: $\phi(0,6326) = 0,2365; \phi(0,6642) = 0,2467; \phi(0,6958) = 0,2567$

Giải chi tiết đề 20201

Câu 1.

Gọi A_i = {Trong số bóng lấy từ hộp I có i đèn xanh}, $i = 0, 1, 2$.

Hệ $\{A_i\}$ tạo thành một hệ đầy đủ với:

$$P(A_0) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}, P(A_1) = \frac{3.7}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}, P(A_2) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$$

a) Gọi H = {Hai bóng đèn lấy ra sau cùng có màu xanh}
Áp dụng công thức xác suất đầy đủ:

$$P(H) = P(A_0)P(H|A_0) + P(A_1)P(H|A_1) + P(A_2)P(H|A_2)$$

Với:

$$P(H|A_0) = \frac{C_6^2}{C_{12}^2} = \frac{5}{22} \quad P(H|A_1) = \frac{C_7^2}{C_{12}^2} = \frac{7}{22} \quad P(H|A_2) = \frac{C_8^2}{C_{12}^2} = \frac{14}{33}$$

$$\Rightarrow P(H) = \frac{1}{15}.\frac{5}{22} + \frac{7}{15}.\frac{7}{22} + \frac{7}{15}.\frac{14}{33} = \frac{179}{495}$$

b) Gọi M ={Trong 2 bóng đèn đó có một bóng của hộp I và một bóng của hộp II}

Xác suất cần tính là:

$$P(M|H) = \frac{P(MH)}{P(H)}$$

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(MH) = P(A_0)P(MH|A_0) + P(A_1)P(MH|A_1) + P(A_2)P(MH|A_2)$$

với:

$$P(MH|A_0) = 0 \quad P(MH|A_1) = \frac{1.6}{C_{12}^2} = \frac{1}{11} \quad P(MH|A_2) = \frac{2.6}{C_1^2 2} = \frac{2}{11}$$

$$\Rightarrow P(MH) = \frac{1}{15}.0 + \frac{7}{15}.\frac{1}{11} + \frac{7}{15}.\frac{2}{11} = \frac{7}{55}$$

$$\Rightarrow \frac{7/55}{179/495} = \frac{63}{179}$$

Câu 2.

Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số bộ phận hoạt động. $X \sim B(10; 0,8)$

a)

$$\begin{aligned}P(X \le 7) &= 1 - P(X > 7) = 1 - P(X = 8) - P(X = 9) - P(X = 10)\\ &= 1 - C_{10}^8.0,8^8.0,2^2 - C_{10}^9.0,8^9.0,2^1 - C_{10}^{10}.0,8^10.0,2^0\\ &= 0,32222\end{aligned}$$

b) Xác suất cần tính là:

$$P(X \geq 2|X \geq 1) = \frac{P[(X \geq 2)(X \geq 1)]}{P(X \geq 1} = \frac{P(X \geq 2)}{P(X \geq 1)}$$

mà

- $$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \\ &= 1 - C_{10}^{0}.0,8^{0}.0,2^{10} - C_{10}^{1}.0,8^{1}.0,2^{9} \\ &= 0,9999958 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) \\ &= 1 - C_{10}^{0}.0,8^{0}.0,2^{10} \\ &= 0,9999999 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 2|X \geq 1) = \frac{0,9999958}{0,9999999} = 0,9999996$$

Câu 3.

Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ chi phí cần chi ra.

- *Trường hợp 1*: Giai đoạn 1 thất bại

  $\Rightarrow X = 30000 + 10000.10 = 130000 \Rightarrow P(X = 130000) = 0,1$

- *Trường hợp 2*: Giai đoạn 2 thất bại

  $\Rightarrow X = 30000 + 20000 + 10000.10 = 150000 \Rightarrow P(X = 150000) = 0,9.0,4 = 0,36$

- *Trường hợp 3*: Nghiên cứu thành công

  $\Rightarrow X = 30000 + 20000 + 10000.2,5 = 75000 \Rightarrow P(X = 75000) = 0,9.0,6 = 0,54$

Ta có bảng phân phối xác suất như sau:

X	75000	130000	150000
P	0,54	0,36	0,1

$$\Rightarrow E(X) = 75000.0,54 + 130000.0,36 + 150000.0,1 = 102300$$

Vậy số tiền để mua motor là: $10000.10 = 100000$

Dễ thấy $102300 > 100000 \Rightarrow$ Công ty A nên mua motor để có chi phí thấp nhất.

Câu 4.

Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số con trai được sinh ra. $X \sim B(1000; 0,49)$

Với $n = 1000$ đủ lớn, $np = 1000.0,49 = 490$, $\quad np(1-p) = 1000.0,49.0,51 = 249,9$ đủ lớn

Ta có xấp xỉ $X \sim N(490; 249,9)$

Xác suất cần tính là:

$$\begin{aligned} P(X \geq 501) &= 0,5 - \phi(\frac{501 - 0,5 - \mu}{\sigma} \\ &= 0,5 - \phi(\frac{501 - 0,5 - 490}{\sqrt{249,9}} \\ &= 0,5 - \phi(0,6642) = 0,5 - 0,2467 = 0,2533 \end{aligned}$$