CHƯƠNG 4 (tiếp)

CÁC THUẬT TOÁN SẮP XẾP

Design by Minh An

Email: minhav78@gmail.com

Chương 4: Các thuật toán sắp xếp (tt)

4. **Sắp xếp phân đoạn (*Quick Sort*)**
5. **Sắp xếp vun đống (*Heap Sort*)**
6. **Sắp xếp trộn (*Merge Sort*)**

4.4. Sắp xếp phân đoạn – Quick Sort

4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

- **Ý tưởng**
  - **Chia để trị**
    - **Chia bài toán thành các bài toán con.**
    - **Giải quyết các bài toán con.**
    - **Tổng hợp kết quả.**
  - **Kỹ thuật đệ quy**
    - **Bài toán lớn được giải quyết nhờ việc giải quyết bài toán nhỏ cùng dạng nhưng có kích thước nhỏ hơn.**

4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

- **Ví dụ: Sắp xếp dãy số nguyên theo chiều tăng dần**

x[0]	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]	x[6]	x[7]	x[8]
53	-21	33	68	40	82	31	67	25

  - **Bài toán lớn được chia thành ba bài toán con.**

x[0]	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]	x[6]	x[7]	x[8]
25	-21	33	31	40	82	68	67	53

  - **Trị ba bài toán con theo cách trên.**
  - **Tổng hợp lời giải ta sẽ có dãy được sắp.**

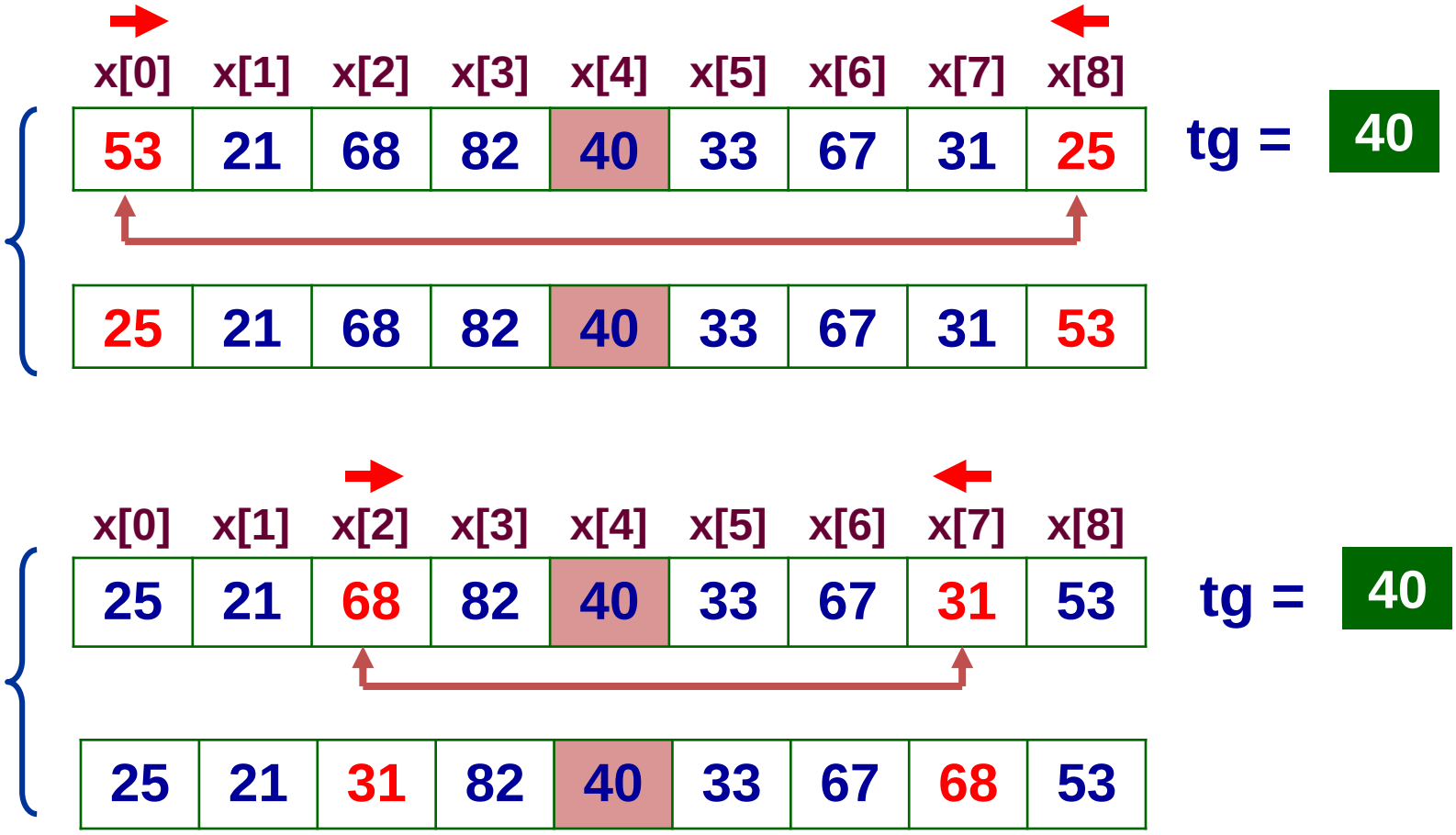
4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

- **Thuật toán cơ sở**

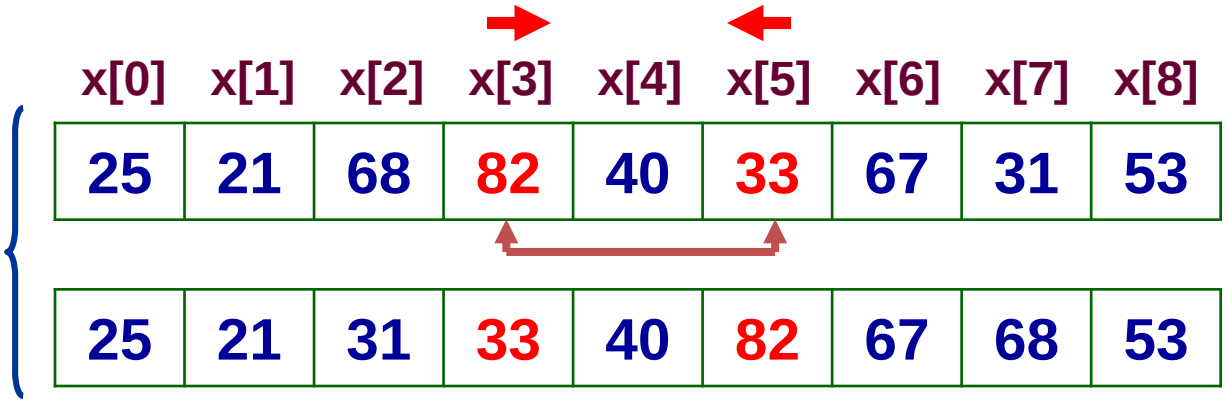
```
quickSort(X, n)
{
        if (n<=1) return;
        else {
                Chọn phần tử chia tg ∈ X;
                Chia X thành ba dãy con
                        X1 = {e ∈ X | e<tg}
                        X2 = {e ∈ X | e=tg}
                        X3 = {e ∈ X | e>tg}
                quickSort(X1,|X1|);
                quickSort(X3,|X3|);
        }
}
```

4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

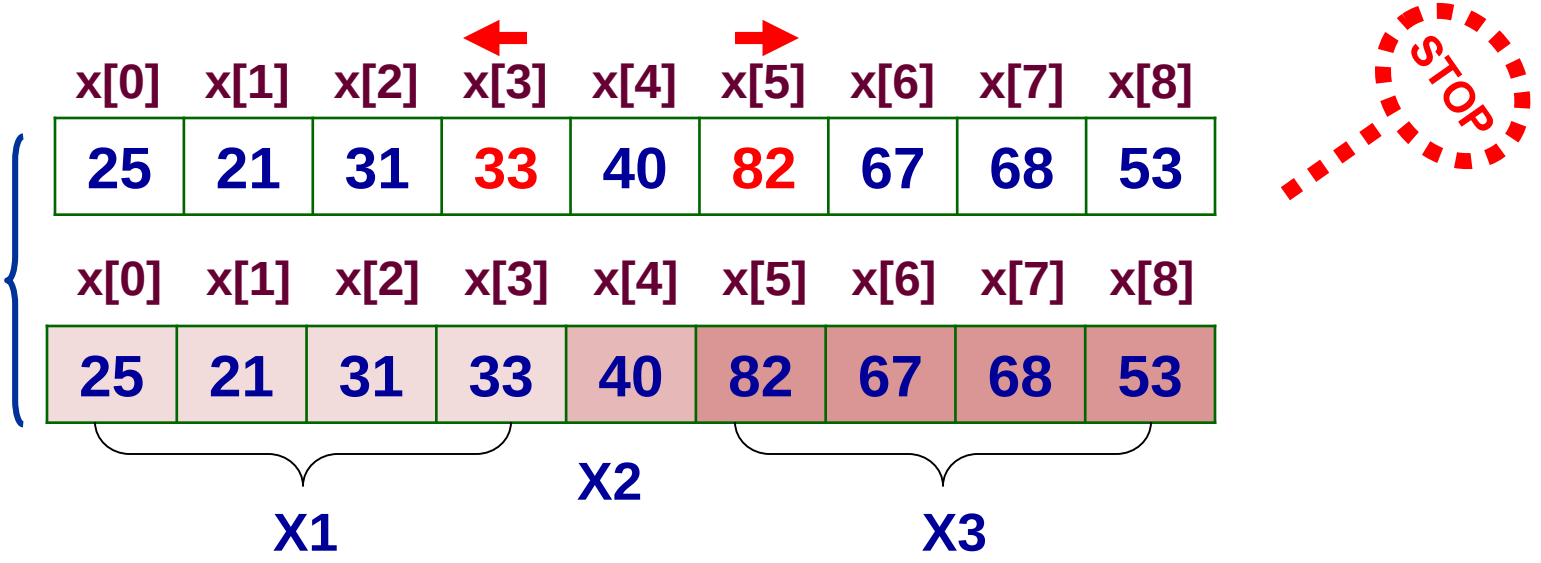
- **Minh họa thuật toán trên dãy n=9 số nguyên**



4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort



tg = 40



4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

- Làm tương tự với các phân đoạn X1, và X3 cho đến khi mỗi đoạn chia chỉ còn một phần tử ta có dãy X được sắp.
- Thiết kế quá trình phân đoạn từ x[left] đến x[right].
  - Chọn phần tử chia tg = x[(left+right)/2].
  - Dùng hai biến chỉ số i = left và j = right.
  - i chạy sang phải, gặp x[i] không nhỏ hơn tg, i dừng lại.
  - j chạy sang trái, gặp x[j] không lớn hơn t, j dừng lại.
  - Nếu i < j đổi chỗ x[i] và x[j], i = i + 1, j = j - 1.
  - Lặp lại quá trình cho đến khi i > j.

4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

```
void quickSort(int a[], int left, int right){
    if (left < right) {
        k = (left+right)/2; tg = a[k];
        i = left; j  =right;
        do{
            while (a[i] < tg)  i = i+1;
            while (a[j] > tg)  j = j-1;
            if (i <= j) {
                  Doicho(a[i],a[j]);
                  i = i+1; j = j-1;
            }
        }while (i <= j);
        quickSort(a, left, j);
        quickSort(a, i, right);
    }
}
```

4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

- **Cài đặt chương trình thực hiện các việc sau:**
  - **Nhập vào số nguyên nguyên dương n thỏa mãn 0<n<100.**
  - **Nhập vào một dãy n số nguyên. In dãy vừa nhập ra màn hình.**
  - **Sắp xếp dãy theo chiều tăng dần bằng thuật toán phân đoạn.**
  - **In dãy vừa sắp ra màn hình**

4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

- **Bài tập 1: Cho dãy số**

  34 14 24 54 84 64 94 74 04 28 56 45

  - **Minh họa việc sắp xếp dãy số theo chiều tăng dần (giảm dần) bằng phương pháp phân đoạn.**
  - **Cài đặt chương trình sắp xếp dãy số.**

- **Bài tập 2: Cho dãy từ**

  John Wenger Anna Henry Thor Terry Ozil Adam Dennis

  - **Minh họa việc sắp xếp dãy từ theo trật tự từ điển (ngược lại với trật tự từ điển) bằng phương pháp phân đoạn.**
  - **Cài đặt chương trình sắp xếp dãy từ.**

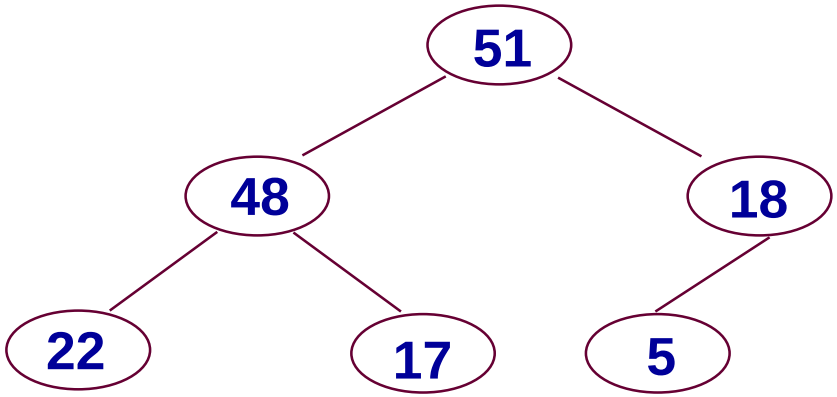
4.4. Sắp xếp phân đoạn – quick sort

- **Bài tập 3: Viết chương trình thực hiện các việc sau**
  - **Nhập vào một danh sách học sinh (0<n<100, n nhập từ bàn phím), mỗi học sinh gồm các thông tin: Mã học sinh, họ và tên, năm sinh và điểm trung bình.**
  - **Sắp xếp danh sách theo chiều tăng dần của tên học sinh bằng thuật toán phân đoạn.**
  - **In danh sách vừa sắp ra màn hình.**
  - **Sắp xếp danh sách theo chiều giảm dần của điểm trung bình theo thuật toán phân đoạn.**
  - **In danh sách ra màn hình.**

4.5. Sắp xếp vun đống – Heap Sort

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Khái niệm đống - Heap**
  - **Cây nhị phân trái cân đối, nút cha có giá trị lớn hơn hai con**



  - **Cây nhị phân trái cân đối có thể lưu trong bộ nhớ bởi một mảng một chiều, theo đó nếu cha ở vị trí i thì 2 con sẽ ở các vị trí thứ 2i+1 và 2i+2.**

x[0]	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]
51	48	18	22	17	5

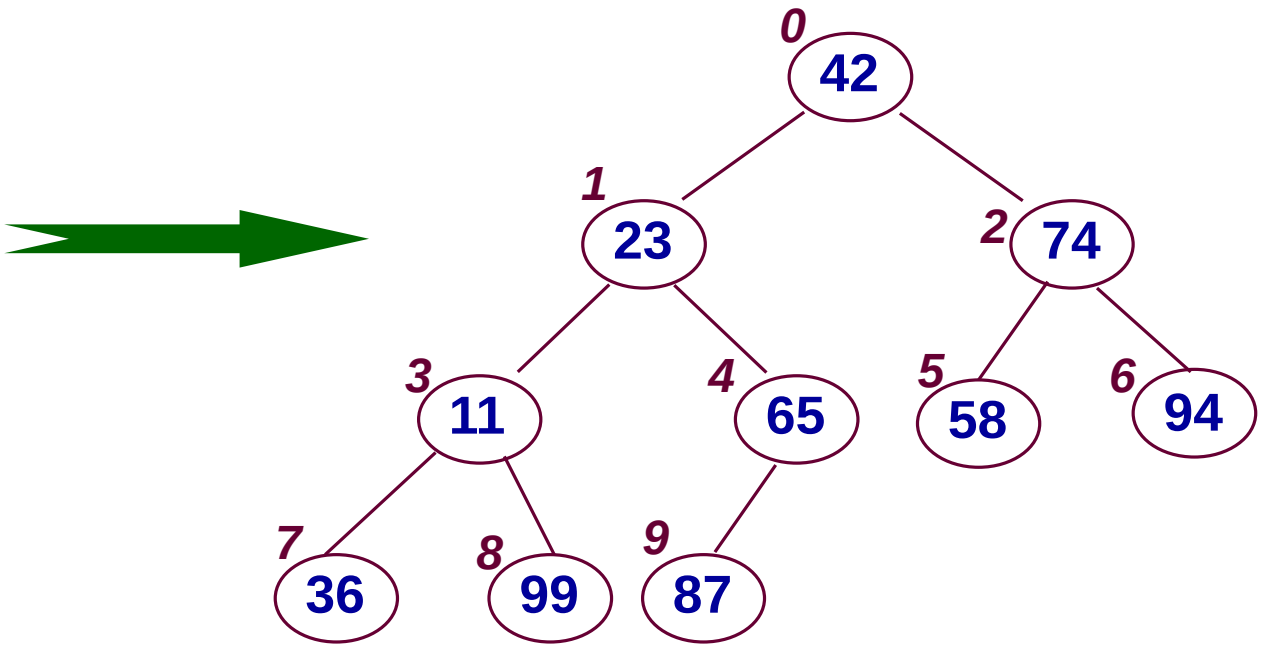
4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Nguyên tắc sắp xếp**
  - Xem dãy như cây nhị phân trái cân đối.
  - Biến đổi mảng thành cây nhị phân biểu diễn đống.
  - Đổi chỗ phần tử đầu và phần tử cuối, loại phần tử cuối.
  - Lặp lại quá trình đến khi dãy chỉ còn 1 phần tử.

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Ví dụ**

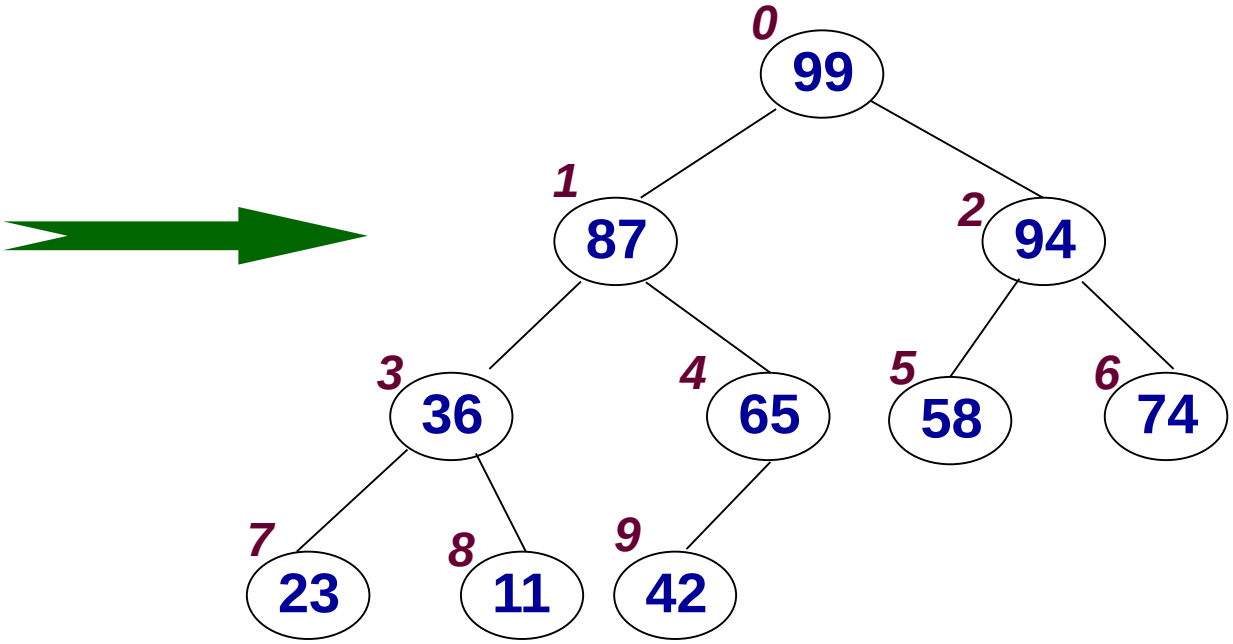
x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	23	74	11	65	58	94	36	99	87



4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

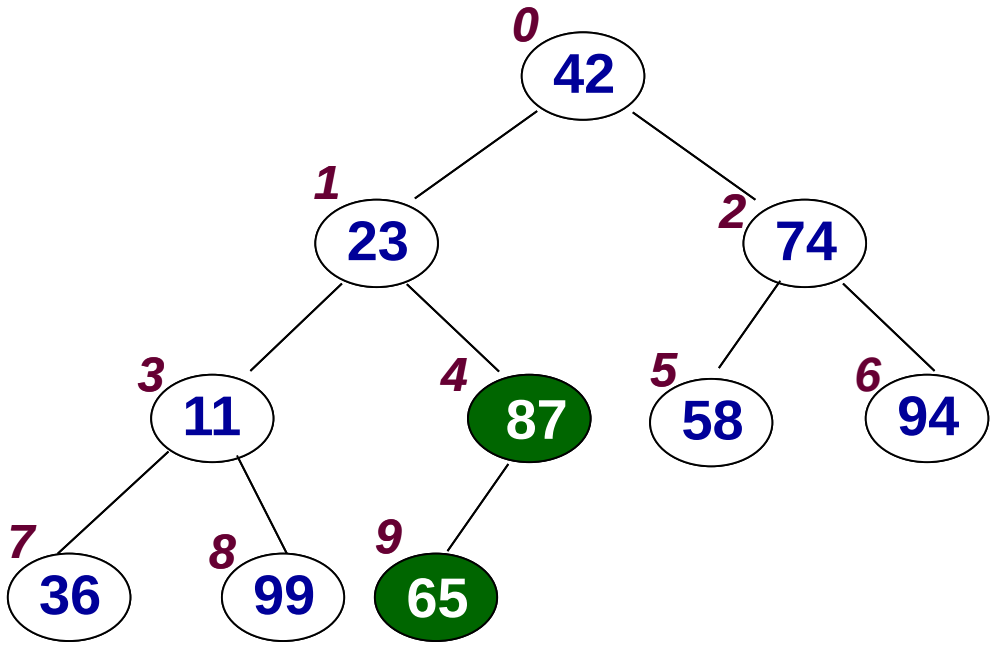
- **Mảng sau khi biến đổi thành đống.**

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
99	87	94	36	65	58	74	23	11	42



4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

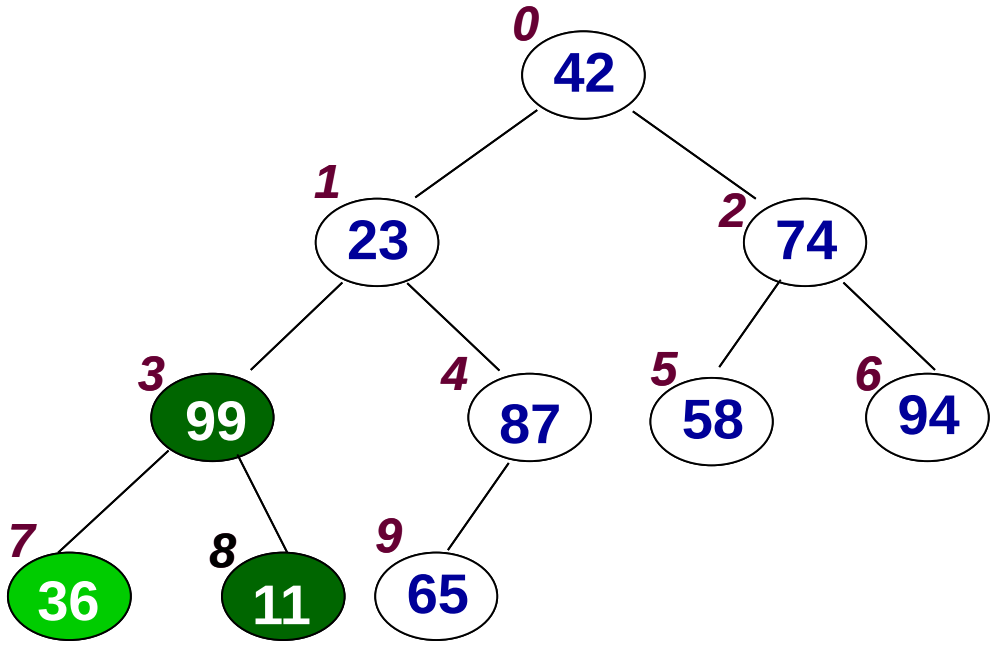
- **Quá trình biến đổi**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	23	74	11	87	58	94	36	99	65

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

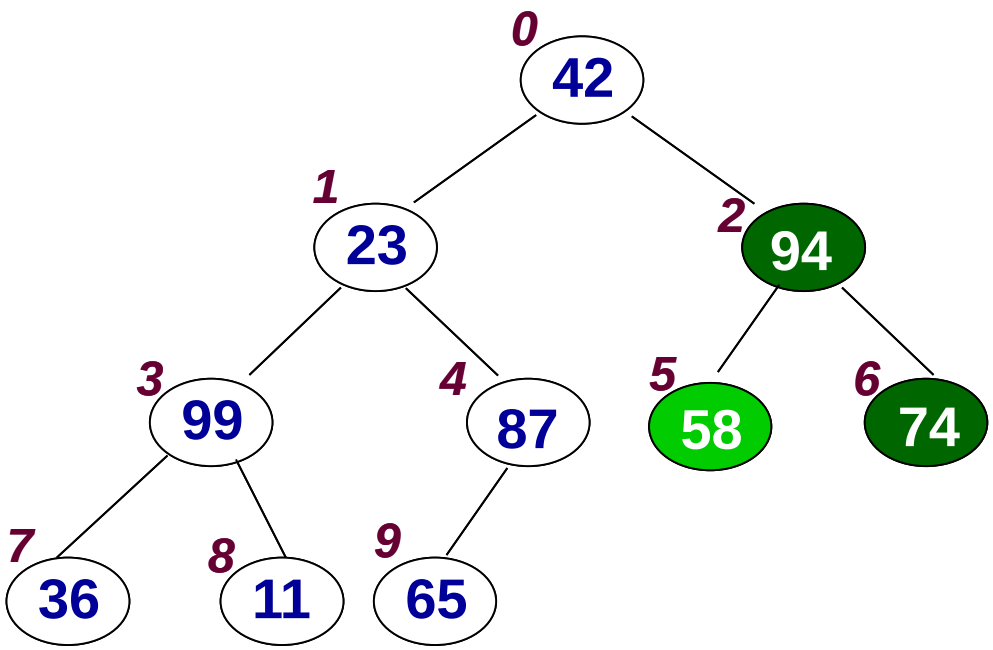
- **Quá trình biến đổi**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	23	74	99	87	58	94	36	11	65

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

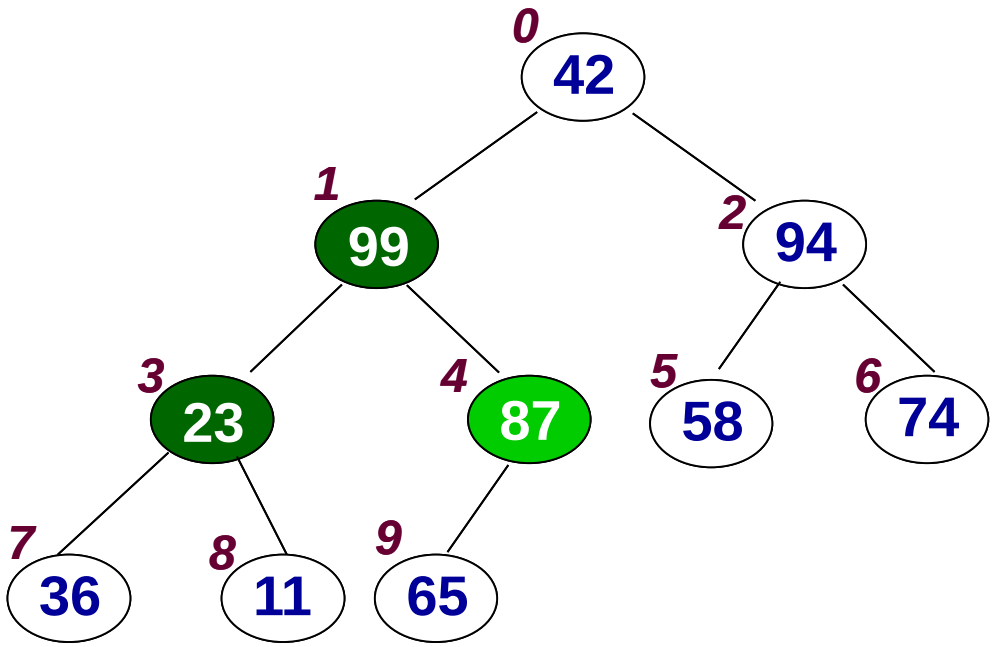
- **Quá trình biến đổi**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	23	94	99	87	58	74	36	11	65

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

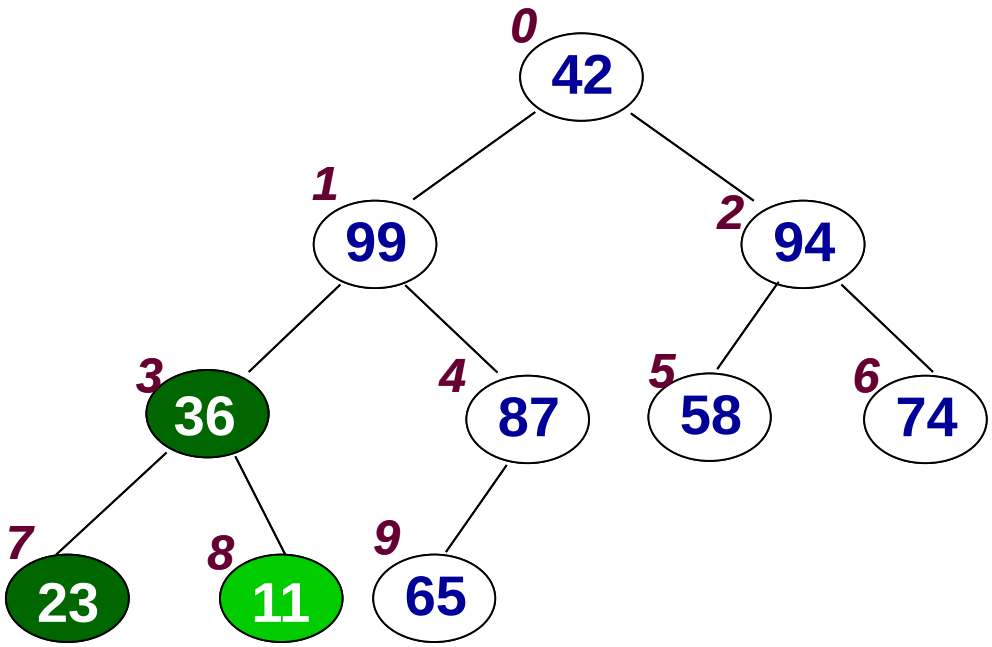
- **Quá trình biến đổi**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	99	94	23	87	58	74	36	11	65

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

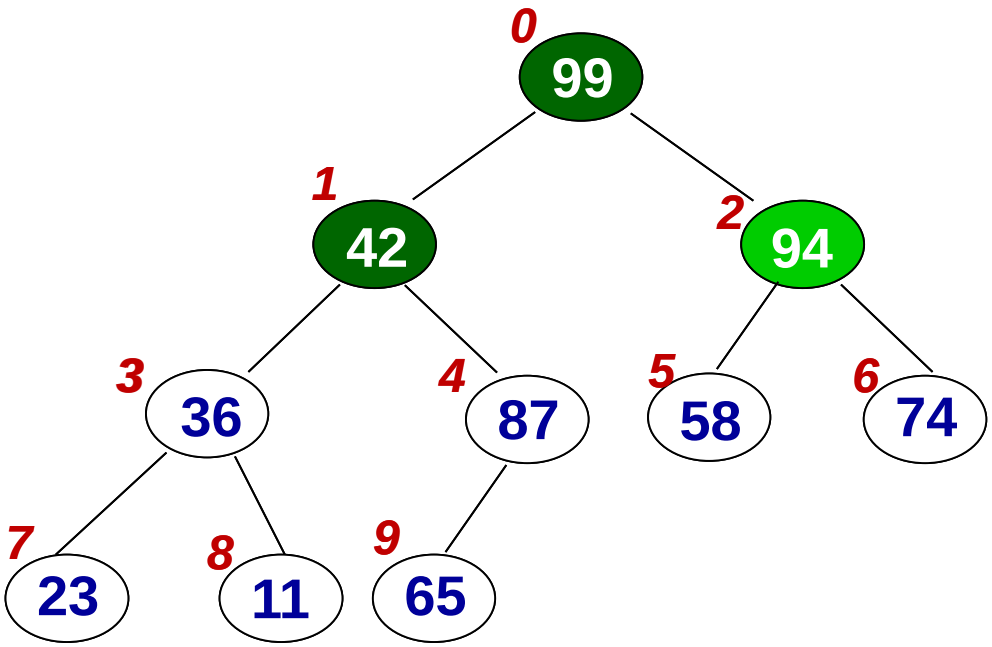
- **Quá trình biến đổi**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	99	94	36	87	58	74	23	11	65

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

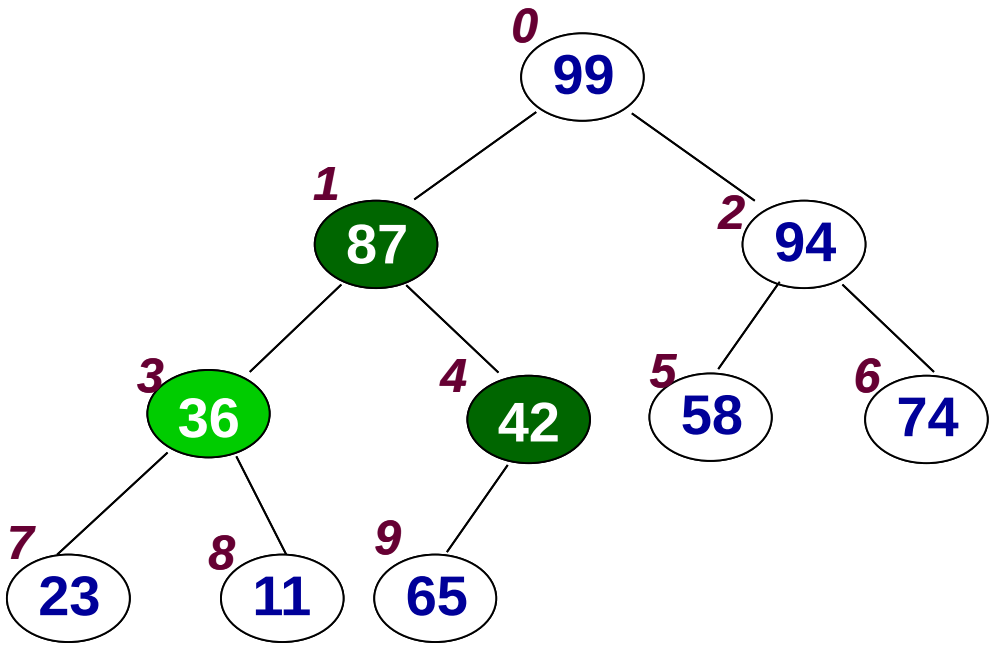
- **Quá trình biến đổi**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
99	42	94	36	87	58	74	23	11	65

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

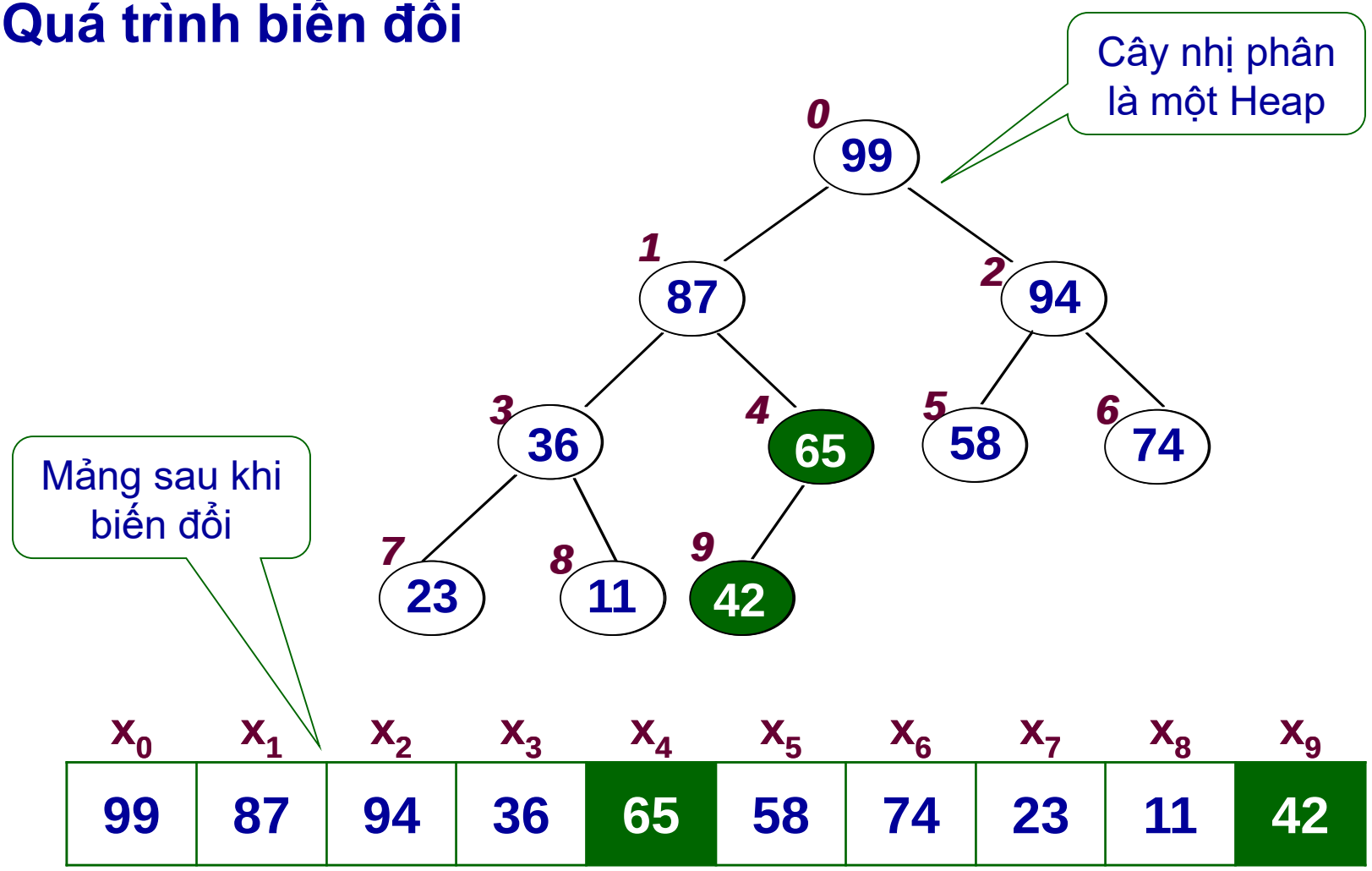
- **Quá trình biến đổi**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
99	87	94	36	42	58	74	23	11	65

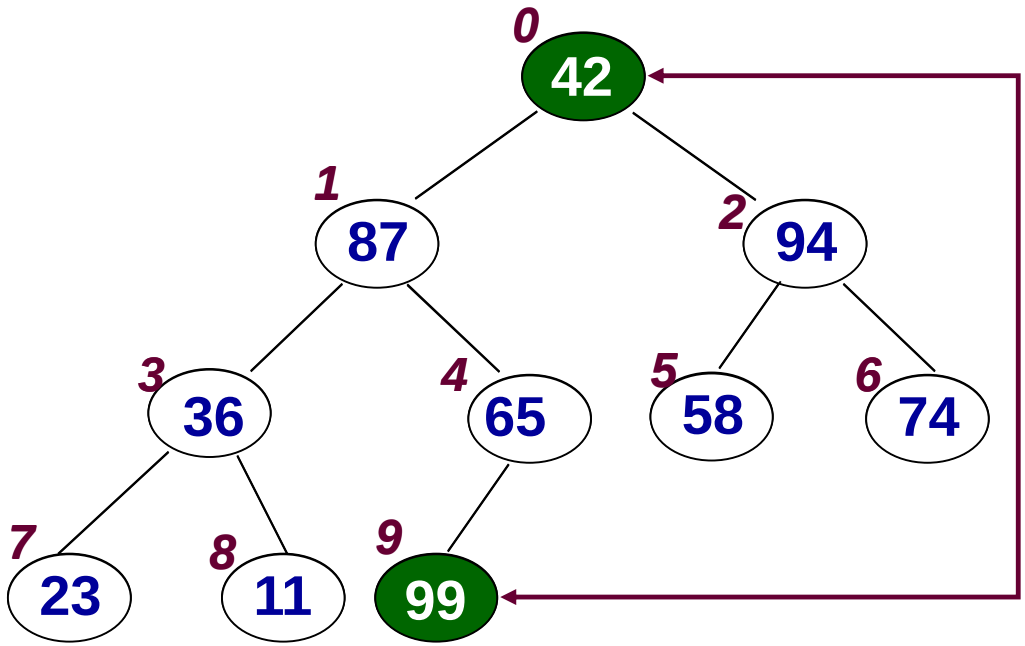
4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Quá trình biến đổi**



4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

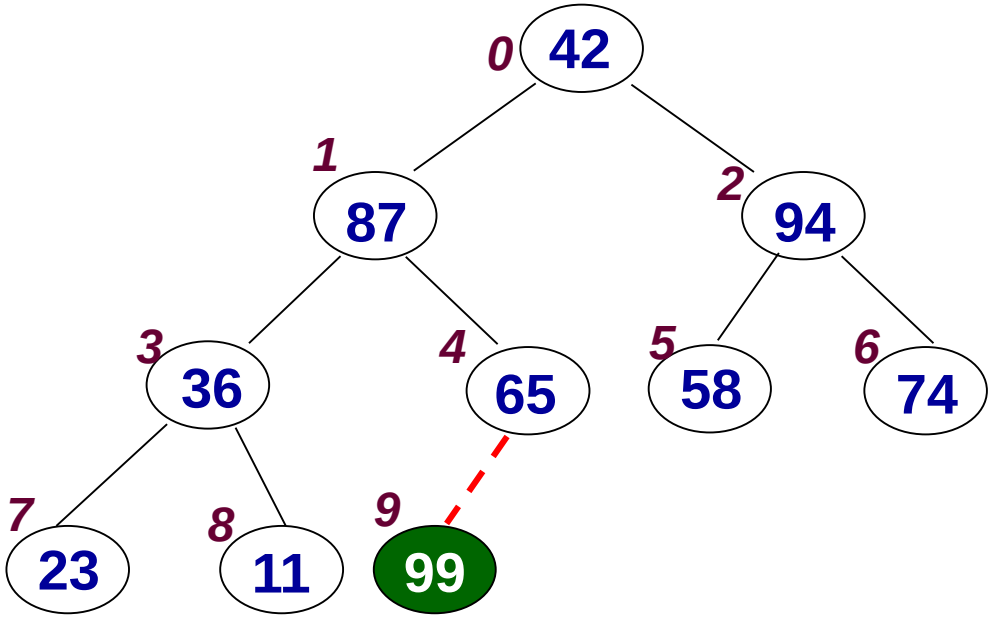
- **Đổi chỗ phần tử đầu và phần tử cuối**



x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	87	94	36	65	58	74	23	11	99

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Những nhận xét:**
  - Phần tử lớn nhất ở cuối dãy, và được "loại bỏ".
  - Chỉ có nút gốc chưa là đống.
  - Từ lần 2, chỉ xét nút gốc trong quá trình tạo đống.



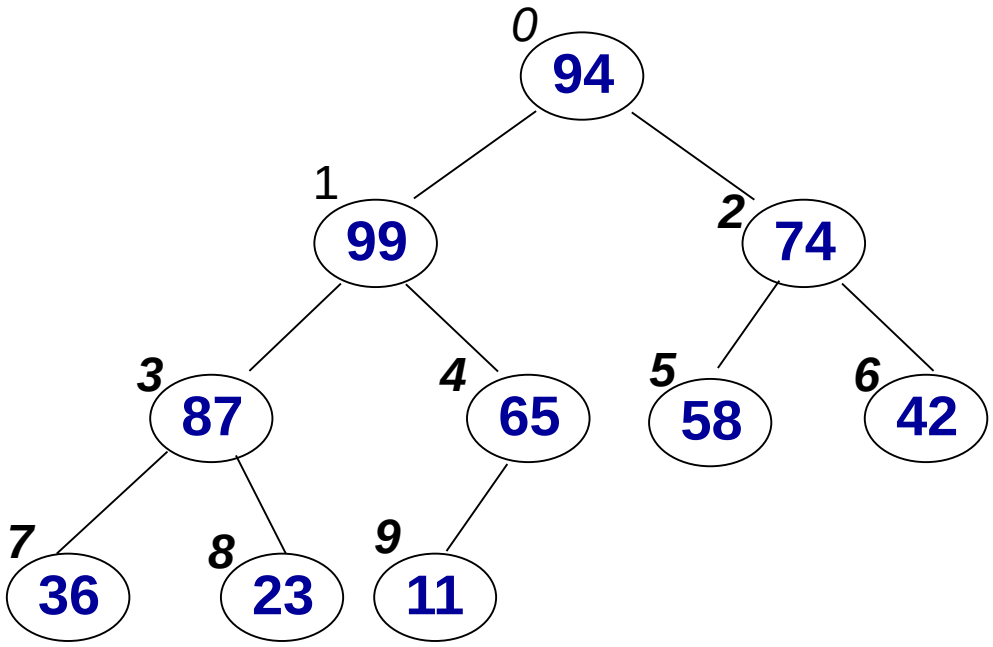
x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
42	87	94	36	65	58	74	23	11	99

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

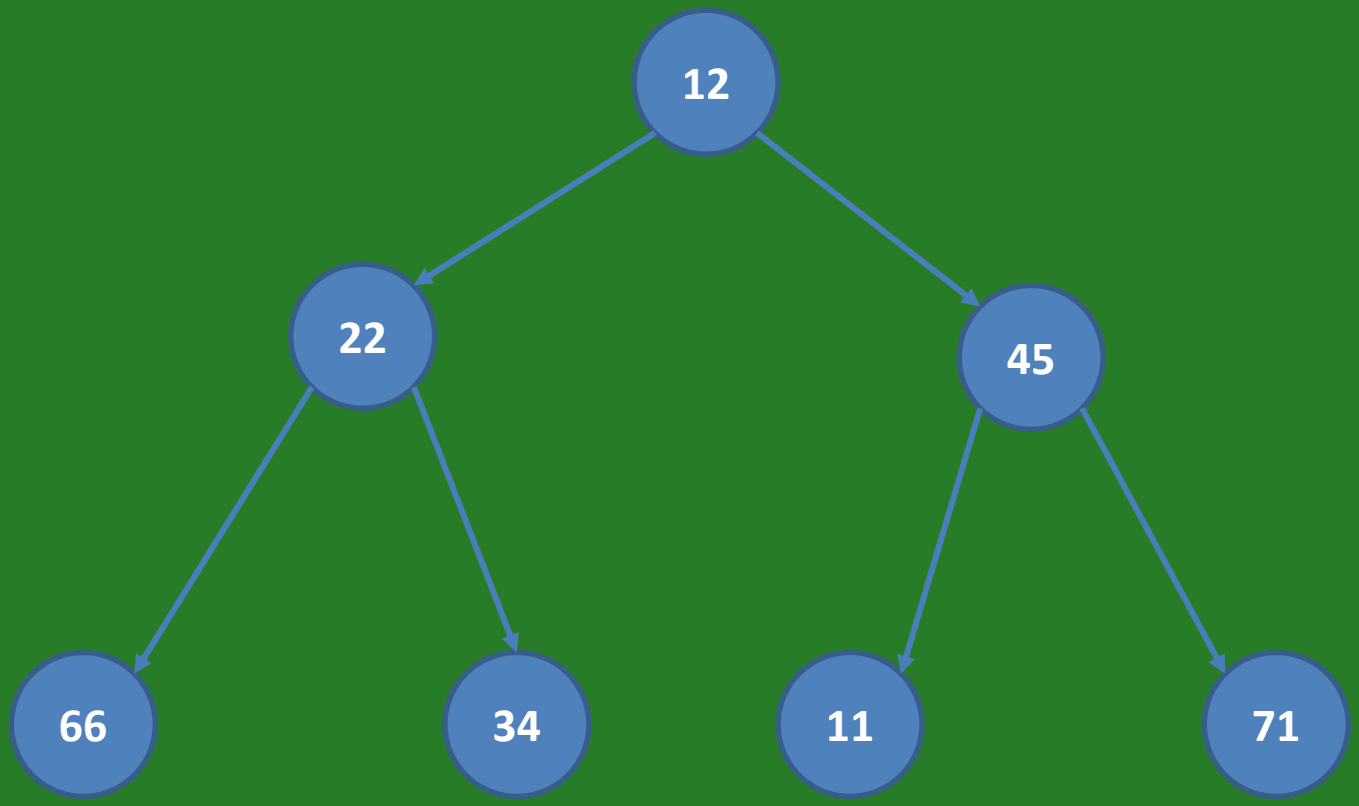
- **Ví dụ 2: Cho dãy n số nguyên**

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
94	99	74	87	65	58	42	36	23	11

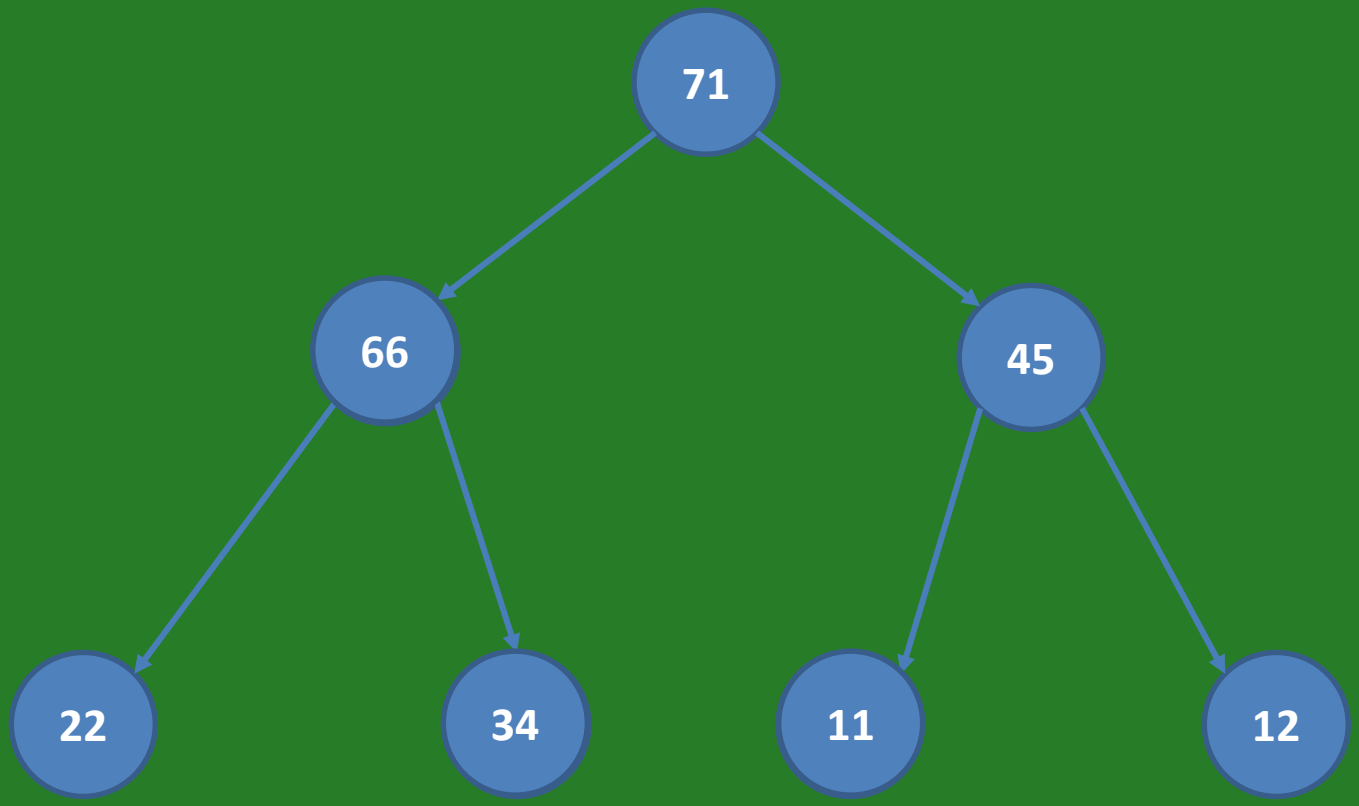
- **Yêu cầu: Minh họa việc sắp xếp dãy theo chiều giảm dần.**



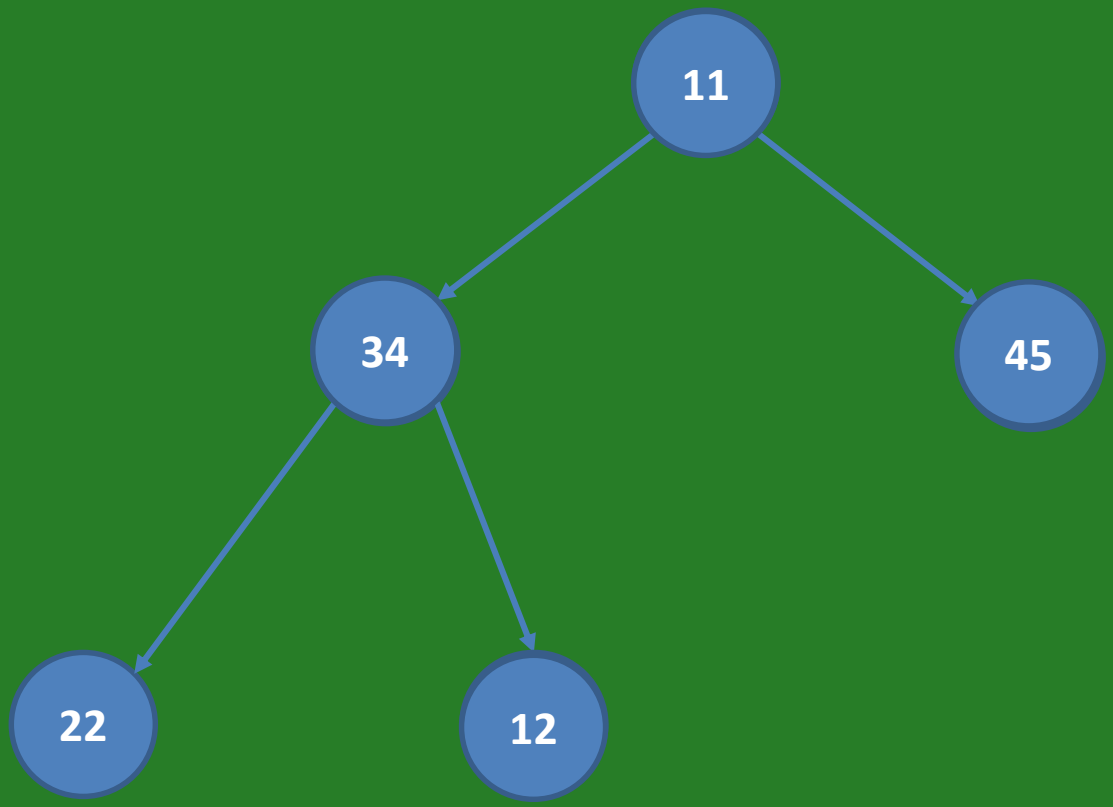
12	22	45	66	34	11	71



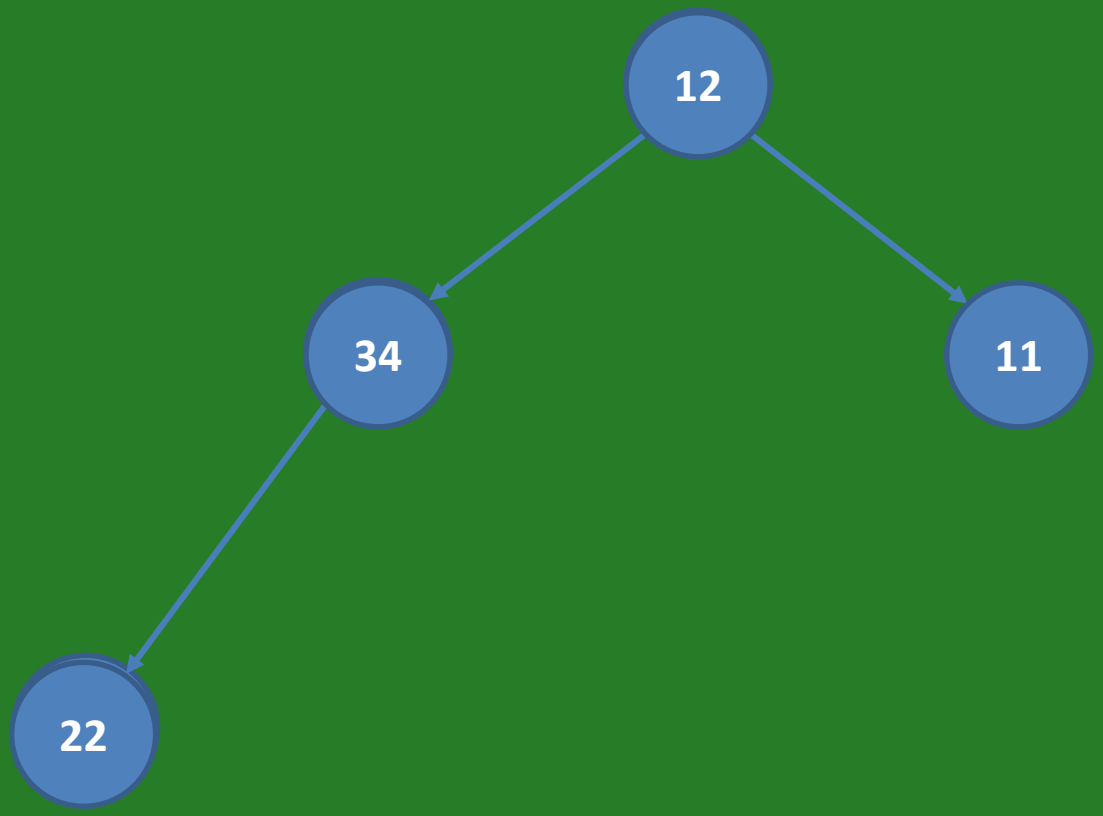
71	66	45	22	34	11	12



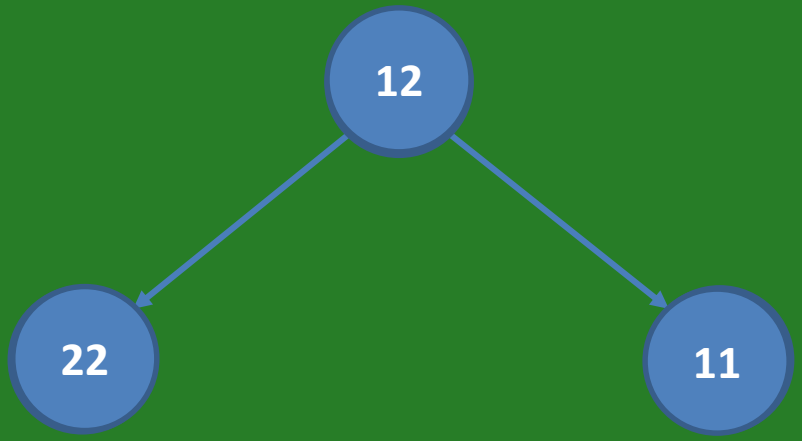
11	34	45	22	12	66	71



12	34	11	22	45	66	71



12	22	11	34	45	66	71



4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Thiết kế giải thuật (3 giai đoạn)**
  - **Vun đống cho một nút (1 phần tử).**
  - **Tạo thành đống đầu tiên.**
  - **Kết hợp tạo thành giải thuật heap sort.**

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Vun đống cho một nút (1 phần tử)**
  - Nút lá là một đống
  - Vậy chỉ cần xét các nút có con.

Giải thuật vun đống cho nút thứ k trong dãy, với n là nút cuối.

```
void vunDong(x[],  k,  n){
    if (x[k] != lá và giá trị nhỏ hơn 2 con)
    {
        + Chọn con lớn hơn,  giả sử là x[j];
        + Đổi chỗ x[k] và x[j];
        + call vunDong(x,  j,  n);
    }
}
```

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Vun đống cho một nút (1 phần tử)**

```
void vunDong(int x[],  int k,  int n) {
   if (k <= n/2-1) {
      int j = 2 * k + 1;
      if (j < n-1 && x[j] < x[j+1])
         j = j + 1;
      if (X[k] < X[j]) {
         int tg = x[k];
         x[k] = x[j];
         x[j] = tg;
         vunDong(x, j, n);
      }
   }
}
```

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Tạo thành đống đầu tiên**
  - Chỉ có các nút từ vị trí x[n/2] -> x[1] mới có con.
  - Với mỗi nút x[k] (k=n/2 -> 1) vun đống cho nó.

```
void taoDongDauTien(int x[],  int n)
{
      for (int k=n/2; k>=1; k--)
            vunDong(x,  k,  n);
}
```

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Giải thuật heap sort**
  - **Tạo Đống đầu tiên**
  - **Lặp lại quá trình (*n-1 lần*)**
    - **Đổi chỗ phần tử đầu cho phần tử cuối.**
    - **“Loại phần tử cuối”.**
    - **Vun đống cho nút đầu tiên.**

4.5. Sắp xếp vun đống – heap sort

- **Kết hợp tạo thành giải thuật heap sort.**

```
void heapSort(int x[],  int n)
{
      taoDongDauTien(x, n);
      for (int i=n; i>1; i--)
      {
            int tg = x[1];
            x[1] = x[i];
            x[i] = tg;
            vunDong(x,  1,  i);
      }
}
```

4.5. Sắp xếp vun đống – Bài tập

- **Viết chương trình thực hiện các việc sau**
  - **Nhập vào một dãy n số nguyên (0<n<100), n nhập từ file).**
  - **In dãy vừa nhập ra màn hình.**
  - **Sắp xếp dãy theo chiều tăng dần bằng thuật toán Vun đống.**
  - **In dãy vừa sắp ra màn hình.**

4.6. Sắp xếp trộn – Merge Sort

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Tư tưởng: Trộn hai dãy đã được sắp xếp thành một dãy được sắp xếp.**
- **Giả sử cho hai dãy được sắp xếp theo chiều tăng dần.**

  X: 12 25 28 và

  Y: 3 9 15 32 39

- **Khi đó ta sẽ trộn hai dãy X và Y thành dãy Z cũng được sắp tăng như sau:**

  Z: 3 9 12 15 25 28 32 39

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Mô tả tư tưởng trộn**

X: 12 25 28 và

Y: 3 9 15 32 39

Z: 3

X: 12 25 28 và

Y: 3 9 15 32 39

Z: 3 9

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

X: 12 25 28 và

Y: 3 9 15 32 39

Z: 3 9 12

X: 12 25 28 và

Y: 3 9 15 32 39

Z: 3 9 12 15

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

X: 12 25 28 và

Y: 3 9 15 32 39

→ Z: 3 9 12 15 25

X: 12 25 28 và

Y: 3 9 15 32 39

→ Z: 3 9 12 15 25 28

X: 12 25 28 và

Y: 3 9 15 32 39

→ Z: 3 9 12 15 25 28 32 39

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Giải thuật trộn hai dãy đã sắp xếp thành một dãy.**

```
void merging(int X[], int m, int Y[], int n, int
Z[]) {
//1. Khởi tạo các chỉ số
   int i=0,  j=0,  k=0;
//2. Chuyển các phần tử từ dãy X,  Y vào dãy Z
   while (i < m && j < n) {
      if (X[i]<Y[j]) { Z[k] = X[i]; i++; k++; }
      else { Z[k] = Y[j]; j++; k++; }
   }
//3. Một dãy đã hết,  đưa phần của dãy còn lại vào Z
   while (i < m) {
      Z[k] = X[i]; i++; k++;
   }
   while (j < n) {
      Z[k] = Y[j]; j++; k++;
   }
}
```

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- Sắp xếp bằng phương pháp trộn.
- Minh họa qua việc sắp xếp dãy số dưới đây.

x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
42	23	74	11	65	58	94	36	99	87

- Cách thực hiện:
  - Xem dãy cần sắp gồm n dãy con nối tiếp, gọi là vệt.
  - Trộn các cặp vệt kề nhau, được vệt có độ dài gấp đôi.
  - Lặp lại quá trình trộn khi vệt có độ dài bằng dãy.

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Minh họa phương pháp**

X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
[42]	[23]	[74]	[11]	[65]	[58]	[94]	[36]	[99]	[87]

Z0	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9
[23	42]	[11	74]	[58	65]	[36	94]	[87	99]

X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
[11	23	42	74]	[36	58	65	94]	[87	99]

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
[11	23	42	74]	[36	58	65	94]	[87	99]

Z0	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9
[11	23	36	42	58	65	74	94]	[87	99]

X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
[11	23	36	42	58	65	74	87	94	99]

Dãy được sắp xếp

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Ví dụ 2: Cho dãy số**

x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
42	23	74	11	65	58	94	36	99	87

- **Yêu cầu: Minh họa việc sắp xếp số dãy theo chiều giảm dần.**

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Thiết kế giải thuật (3 giai đoạn)**
  - **Trộn hai vệt thành một vệt.**
  - **Biến đổi dãy gồm các vệt độ dài K, thành dãy gồm các vệt có độ dài 2K (trộn các cặp vệt trên dãy).**
  - **Giải thuật trộn – merger sort.**

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

```
void merge (int X[], int bt1, int w1, int bt2, int w2,
                    int Z[]) {
//bt1,  bt2: là vị trí biên trái của hai vệt,  w1,  w2 là
  độ dài của hai vệt
  int i=bt1,  j=bt2,  bp1=bt1+w1-1,  bp2=bt2+w2-1,
  k=bt1;
//bp1,  bp2 là biên phải của hai vệt,  k là biên trái của
  vệt mới trên Z
  while (i<=bp1 && j<=bp2) {
      if (X[i]<X[j]) {     Z[k] = X[i]; i++; k++; }
      else {Z[k] = X[j]; j++; k++;}
  }
  while (i<=bp1) { Z[k] = X[i]; i++; k++; }
  while (j<=bp2) { Z[k] = X[j]; j++; k++; }
}
```

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Biến đổi dãy gồm các vệt độ dài K, thành dãy gồm các vệt có độ dài 2K (trộn các cặp vệt trên dãy)**
  - **Trộn các cặp vệt kề nhau, thành các vệt có độ dài gấp đôi.**
  - **Các vệt không có cặp giữ nguyên.**
- **Dưới đây là thủ tục trộn các cặp vệt của dãy X, các phần tử sẽ được chuyển sang dãy Z.**

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

```
void mergePass (int X[], int n, int K, int Z[]){
//Z là dãy chứa dãy X sau khi trộn các cặp vệt
//1. Khởi tạo các giá trị ban đầu
   int cv = n/(2*K); //Số cặp vệt
   int s = 2*K*cv; //Số pt có cặp độ dài K
   int r = n - s;       //Số pt lẻ cặp
//2. Trộn từng cặp vệt
   for (int j=1; j<=cv; j++){
      b1 = (2*j -2)*K; //biên trái của vệt thứ nhất
      merge(X,  b1,  K,  b1+K,  K,  Z);
   }
//3. Chỉ còn một vệt
   if (r<=K)
      for (int j=0; j<r; j++) { Z[s+j] = X[s+j]; }
//4. Còn hai vệt nhưng một vệt có độ dài nhỏ hơn K
   else merge(X,  s, K,  s+K,  r-K,  Z);
}
```

4.6. Sắp xếp trộn – merge sort

- **Giải thuật sắp xếp trộn:**

```
void mergeSort (int X[], int n)
{
//1. Khởi tạo số phần tử trong một vệt
   int K = 1;
//2. Sắp xếp trộn
   while (K < n)
   {
   //Trộn và chuyển các phần tử vào dãy Z
       mergePass(X,  n,  K,  Z);
   //Trộn và chuyển các phần tử trở lại dãy X
       mergePass(Z,  n,  2*K,  X);
       K = K*4;
   }
}
```

4.6. Sắp xếp trộn – Bài tập

- **Viết chương trình thực hiện các việc sau**
  - Nhập số nguyên dương n thỏa mãn 0 < n <= 100.
  - Nhập vào một dãy n số nguyên.
  - In dãy vừa nhập ra màn hình.
  - Sắp xếp dãy theo chiều tăng dần bằng thuật toán sắp xếp trộn.
  - In dãy vừa sắp ra màn hình.

Bài tập thách đố:

Cho một dãy số nguyên gồm n phần tử.
Cho biết dãy số đã cho có lập thành một cấp số cộng hay không?
- Nếu có hãy chỉ ra công sai của nó.
- Ngược lại: Hãy tìm một dãy con của nó mà tạo thành một cấp số cộng, sao cho đó là cấp số cộng có nhiều phần tử nhất (dài nhất).

INPUT:

Dòng đầu ghi số n ($n <= 10^5$)
Dòng tiếp theo, ghi n số, các số cách nhau 1 dấu cách.

OUTPUT:

Nếu có lập thành CSC thì ghi: 1 và số d
Nếu không, thì ghi số phần tử của dãy con dài nhất lập thành cấp số cộng.