

Dokumentation des Projekts „Organic Spline Bridge“

SCHEIDT, David; RIEDER, Leonhard

1 Einführung

Die Aufgabe zur Fertigung eines Brückenmodells unter Anwendung des Pulverbett Verfahrens am gesamten Querschnitt bietet eine nahezu unbegrenzte Vielzahl von geometrischen Lösungen. Im Bericht werden die Teilschritte der Formfindung der additiv gefertigten Brücke beschrieben und erläutert.

2 Rahmenbedingungen des Tragwerksentwurfs

Das Tragwerk ist für eine mittig aufgebrachte Einzellast von mindestens 50 N auszulegen, welche eine Durchbiegung von $\frac{l}{200} = 1,5 \text{ mm}$, bei einem maximal Gewicht von 25 g einhalten muss. Für den Entwurf soll das Material HP PA12 in Verbindung mit einem HP Multi Jet Fusion Drucker verwendet werden. Die Materialdaten können [1] entnommen werden. Zusätzlich darf eine Wandstärke von 2 mm nicht unterschritten werden und die Abmessungen nach Abbildung 1 müssen eingehalten werden. [2]

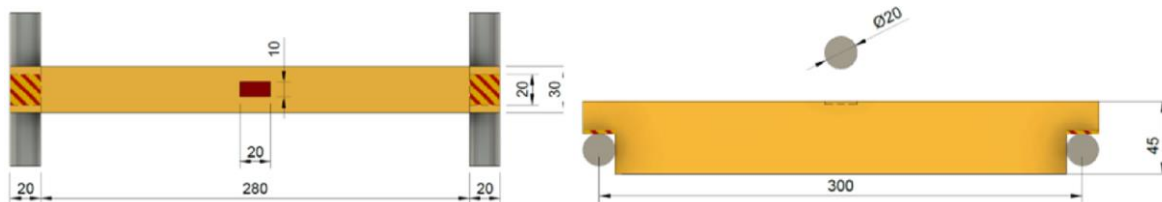


Abbildung 1: Abmessungsvorgaben nach [2]

Aus den gegebenen Randbedingungen lassen sich weitere Entwurfskriterien ableiten, die der anfänglichen Einschätzung dienen. Das Steifigkeitskriterium trifft eine Aussage über das minimale Flächenträgheitsmoment und damit welche Mindesthöhe für einen Vollquerschnitt bei gegebener minimaler Wandstärke benötigt wird, um die Durchbiegung auf 1,5 mm zu begrenzen.

$$w = \frac{F * l^3}{48 * EI} \rightarrow 1,5 \text{ mm} = \frac{50 \text{ N} * (300 \text{ mm})^3}{48 * 1800 \text{ N/mm}^2 * I_{min}} \rightarrow I_{min} = 10417 \text{ mm}^4 \rightarrow h_{min} = 39,685 \text{ mm}$$

Das Spannungskriterium berechnet die minimale Trägerhöhe unter Annahme der maximalen Spannung

$$\sigma = \frac{M}{W} \rightarrow 48 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{50 \text{ N} * 300 \text{ mm} / 4}{(2 \text{ mm} * h_{min}^2) / 6} \rightarrow h_{min} = 15,31 \text{ mm}$$

Zusätzlich stellt das Designkriterium die Nutzbarkeit als Fahrradüberweg sicher und verbietet dadurch Knicke, Sprünge oder Löcher in der Fahrbahnplatte.

3 Formfindung der Trägergeometrie

Im Weiteren werden verschiedene Träger Geometrien auf Materialverbrauch und Steifigkeit hin analytisch untersucht. Hierzu werden die Trägerhöhen als Funktionsverläufe aufgestellt und die zugehörigen Durchsenkungen anhand des „Prinzips der virtuellen Kräfte“ [3] miteinander verglichen. Dabei gilt für alle Darstellungen der Grundsatz: Je niedriger der Wert, desto besser das Ergebnis. (siehe Abb. 2)

Die Ergebnisse legen nahe, dass der Vollquerschnitt (rot) für das Durchsenkungskriterium das beste Verhältnis aus Durchsenkung zu Gewicht abbildet. Da der Träger auch für das Festigkeitskriterium möglichst optimal ausgelastet sein soll, wird ein Verlauf entsprechend des Momentenverlaufs bevorzugt. Dieser ist bei einer Einzellast in Feldmitte linear, legt folglich auch eine lineare Trägerform

(orange) nahe. Für die weitere Optimierung wird dennoch die kubische Form (lila) gewählt, da diese in Abbildung 3 in Bezug auf das Trägergewicht gut abschneidet und zusätzlich das Designkriterium erfüllt.

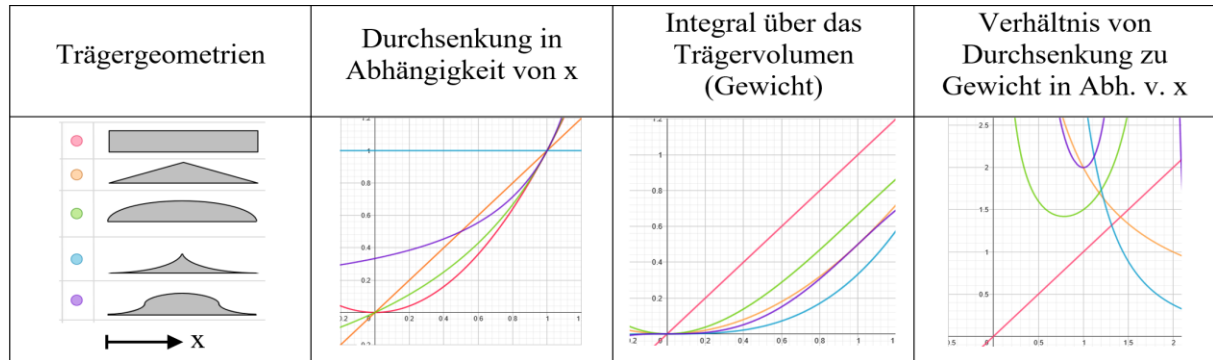


Abbildung 2: Gegenüberstellung unterschiedlicher Trägerformen

Im Zuge einer Topologieoptimierung mittels der Kraftkegelmethode [5] wurden zusätzlich die Spannungstrajektorien für einen Einfeldträger unter Einzellast ermittelt, welche vorausgreifend die Plausibilität der Fachwerkstreben in V9 Abbildung 4 erklären.

4 Auswahl des Querschnitts

Für die Gestaltung des Querschnitts werden ein Vollquerschnitt, ein „T“-Querschnitt, ein „I“-Querschnitt und ein Hohlkasten in „V“-Form betrachtet. Um das Steifigkeitskriterium zu maximieren und Spannungen zu minimieren muss nach dem „Satz von Steiner“ das Material im Querschnitt möglichst weit von der Nulllinie entfernt angeordnet werden. Auf Grund des Faktors von 1,0 für das Verhältnis von Druck- und Zugfestigkeit des verwendeten Materials ist die doppelsymmetrische Geometrie des I-Profil demzufolge am sinnvollsten.

5 Iterativer Entwurf des Trägers

Die Iterationsschritte wurden mittels Autodesk Fusion mit den dort für das Material „HP 3D HR CB PA12“ hinterlegten Kenngrößen gerechnet. Die Querschnitte wurde über je eine Skizze der Querschnitte am Auflager und in Feldmitte erstellt (Abb. 3). Der Volumenkörper des Trägers wurde durch Extrusion entlang von Splines zwischen den beiden Querschnittsskizzen erstellt. Da die Querschnitte sich weitgehend an den maximal bzw. minimal möglichen Abmessungen orientieren wurde zunächst für die verschiedene Varianten die Lage der Nulllinie zwischen Auflager und Feldmitte (vgl. Δh in Abb 3a) untersucht. Der Versatz beeinflusst dabei nur den Beullastfaktor maßgeblich, wobei ein nach unten verschobener Querschnitt in Feldmitte günstiger wirkt [Versatz Nulllinie (Mitte zu Auflager) / Beullast: 0mm/80,78N; 5mm/80,34N; -5mm/82,73N].

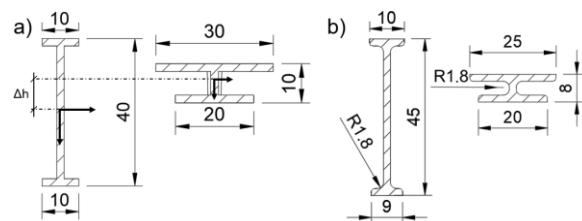


Abbildung 3 a) QS vereinfacht; b) QS final; Autodesk Fusion

Zudem konnte festgestellt werden, dass sich bei einer große Steghöhe durch Strukturoptimierung des Vollquerschnitts nahezu ideale Fachwerkstrukturen zwischen den Flanschen bilden (vgl. V9 Abb. 4), wohingegen kleinere Stegabmessungen zu diffuseren Strukturen führen (vgl. V8 Abb. 4). Der finale Entwurf (V9.2) nutzt die maximal mögliche Trägerhöhe in Feldmitte (vgl. Abb. 4). Zudem wurden die in der Strukturoptimierung von V9 nicht belastete Querschnittsteile entfernt. Die Bemessung des finalen Entwurfs wurde mit den in [1] angegebenen Kennwerten gerechnet, welche besonders im E-Modul stark von den in Fusion für „HP 3D HR CB PA12“ hinterlegten Werten abweichen. Folgende numerische Kenngrößen konnte der Entwurf erzielen: Gewicht 24,392 g; Durchsenkung an Lasteinleitung 0,997 mm; Beullast 121,5 N; minimaler Sicherheitsfaktor 5,81. Es wird demnach als Versagensart Stabilitätsversagen, als ein Ausknicken der Druckstreben im Beulfall 1 erwartet.

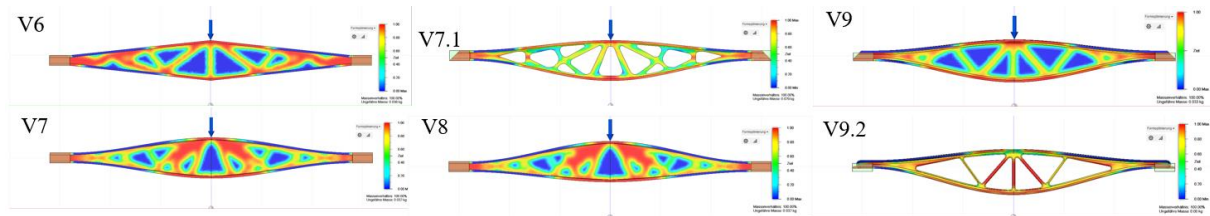


Abbildung 4: Iterationsprozess des Brückenträgers; Autodesk Fusion

Um eine Nutzung als Radwegbrücke zu realisieren werden dem finalen Entwurf zusätzlich kappenartige Kragarme am oberen Flansch hinzugefügt (vgl. Abb. 5 rechts). So kann bei einem angenommenen Maßstab von 1:100 des Modells eine Radwegbreite an der schmalsten Stelle von mehr als den in RSt 06 geforderten 2,6 m [7] gewährleistet werden und erlaubt somit Begegnungsverkehr von Fahrrädern mit Anhänger.

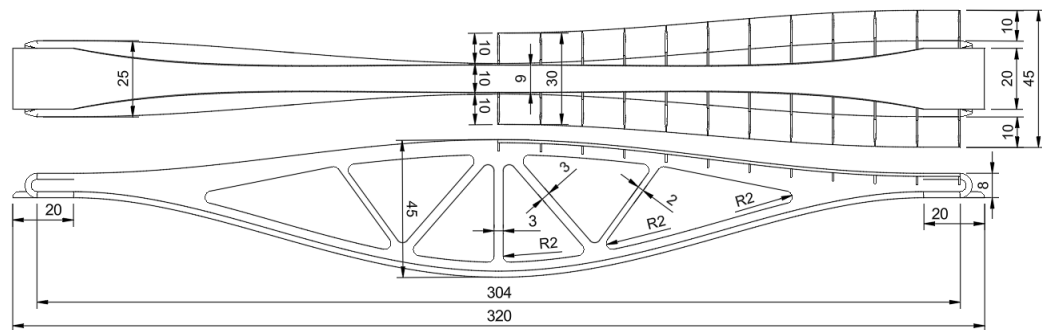


Abbildung 5: Ansicht und Untersicht Brücke; links: Tragwerk, rechts: Tragwerk inkl. Ergänzung; Autodesk Fusion

6 Fazit

Das gedruckte Modell zeigte im Realversuch das vorhergesagte Versagen durch Ausknicken der Druckstreben bei einer Maximallast von 147 N (vgl. Abb. 7). Die Durchsenkung bei Gebrauchslast (50 N) betrug 2,03 mm und liegt damit Faktor zwei über der errechneten Durchsenkung. Die erhöhte Beullast und Verformung deuten auf Abweichungen in der Modellierung der Lagerung hin, die nicht den Versuchsbedingungen entsprechen. Die genauere Betrachtung der Lagerung ist hier für eine exaktere Bemessungen zu empfehlen.



Abbildung 6: Realmodell [24,51g] - AMC Lab [Foto L. Rieder]

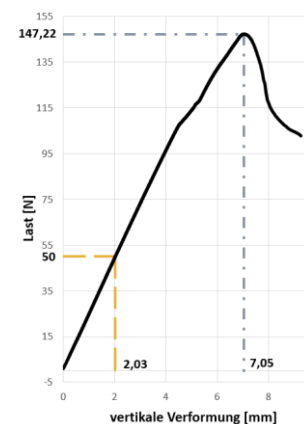


Abbildung 7: Last-Weg Diagramm Realversuch

7 References

- [1] thinkTEC3D, Datenblatt PA12: (Poliamid 12).
- [2] Daniel Talke, "Vorlesungsfolien; Einführung AMC: V03 Praxisteil Aufgabenstellung," Technische Universität München, May. 2024.
- [3] E. N. Strømmen, *Structural Mechanics: Appendix A: Background to the energy methods*. Cham: Springer International Publishing, 2020.
- [4] GeoGebra: GeoGebra, 2024. [Online]. Available: <https://www.geogebra.org/calculator>
- [5] S. Haller, "Gestaltfindung: Untersuchungen zur Kraftkegelmethode,"
- [6] FGSV, "Richtlinien für die Anlage von Stadtstraßen (RASt 06)," FGSV Verlag, 2006.