

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ  
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”**

**Кафедра систем штучного інтелекту**

**Розрахунково-графічна робота**

з дисципліни

«Дискретна математика»

**Виконав:**

Студент групи КН-113

Добосевич Данило

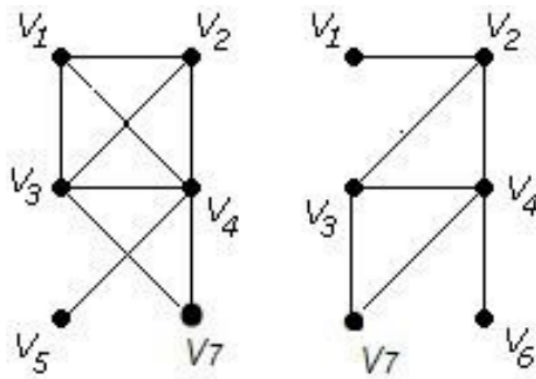
**Перевірила:**

Мельникова Н.І.

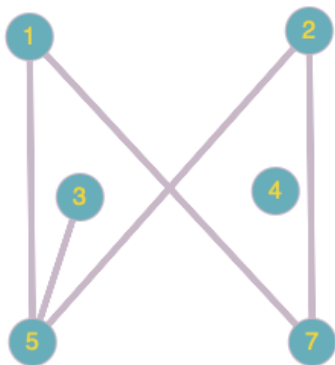
Львів - 2019

## Варіант №15

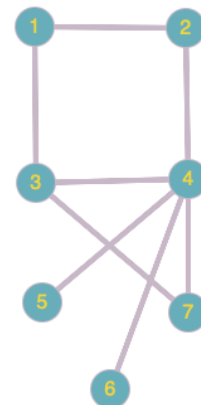
**Завдання №1** Виконати наступні операції над графами: 1) знайти доповнення до першого графу, 2) об'єднання графів, 3) кільцеву сумму  $G1$  та  $G2$  ( $G1+G2$ ), 4) розмножити вершину у другому графі, 5) виділити підграф  $A$  - що складається з 3-х вершин в  $G1$  6) добуток графів.



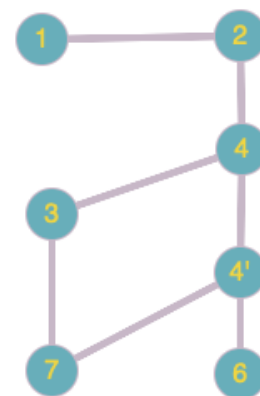
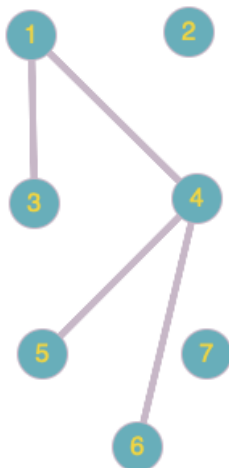
1) Доповнення до 1 графу



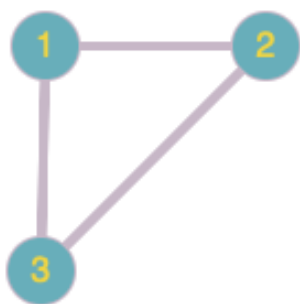
2) Об'єднання графів



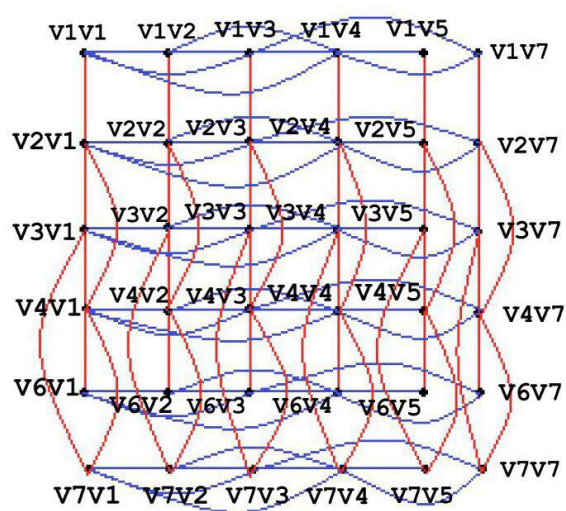
3) Кільцева сума  $G1$  та  $G2$  ( $G1+G2$ )    4) розмножити вершину у другому графі



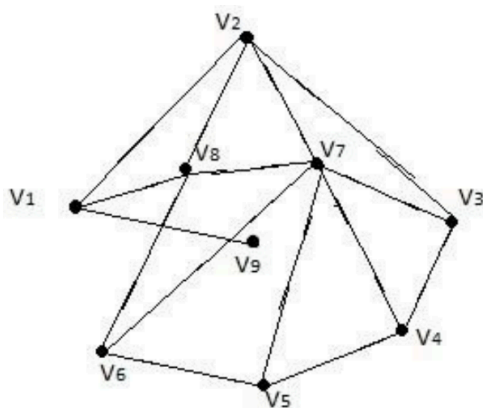
5) виділити підграф A - що складається з 3-х вершин в G1



6) добуток графів



**Завдання №2** Скласти таблицю суміжності для орграфа.



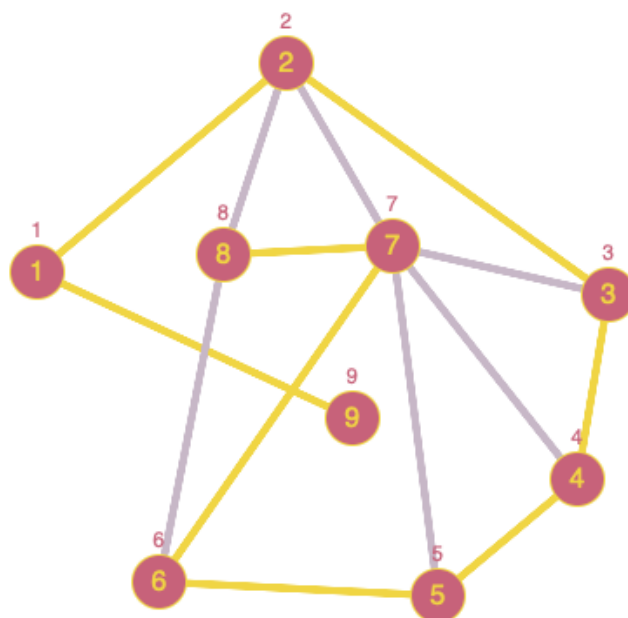
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
V2	1	0	1	0	0	0	1	1	0
V3	0	1	0	1	0	0	1	0	0
V4	0	0	1	0	1	0	1	0	0
V5	0	0	0	1	0	1	1	0	0
V6	0	0	0	0	1	0	1	1	0
V7	0	1	1	1	1	1	0	1	0
V8	1	1	0	0	0	1	1	0	0
V9	1	0	0	0	0	0	0	0	0

**Завдання №3** Для графа з другого завдання знайти діаметр.

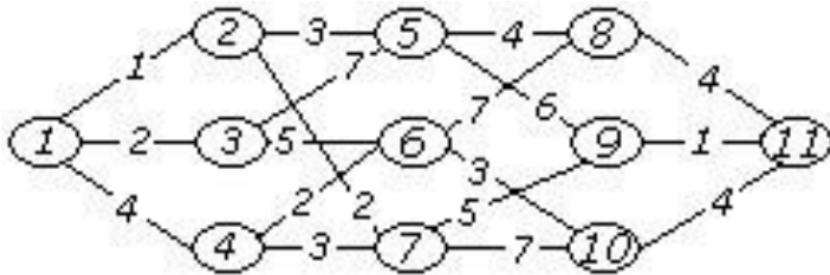
Діаметр графа: 4

V4 -> V7 -> V8 -> V1 -> V9

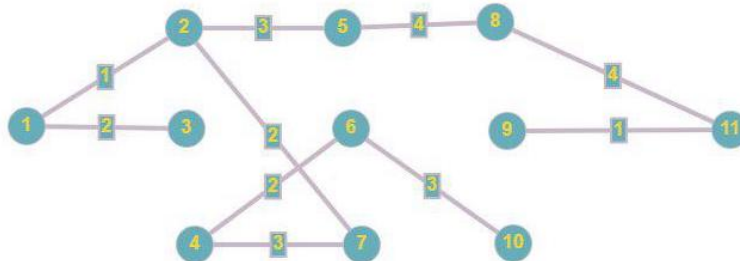
**Завдання №4** Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вшир (закінчується на парне число).



**Завдання №5** Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.



Алгоритм Краскала:



```

1  #include <stdio.h>
2  #define a_rebr 18
3  #define a_top 11
4  #define c_1 4
5  #define c_2 2
6
7  int main (void)
8  {
9      int i,j,k,a;
10     int rebro [a_rebr][c_1] =
11     {
12         {1, 2, 1, 0}, //point from, point to, weight, +/- in tree
13         {1, 3, 2, 0},
14         {1, 4, 4, 0},
15         {2, 5, 3, 0},
16         {2, 7, 2, 0},
17         {3, 5, 7, 0},
18         {3, 6, 5, 0},
19         {4, 6, 2, 0},
20         {4, 7, 3, 0},
21         {5, 8, 4, 0},
22         {5, 9, 6, 0},
23         {6, 8, 7, 0},
24         {6, 10, 3, 0},
25         {7, 9, 5, 0},
26         {7, 10, 7, 0},
27         {8, 11, 4, 0},
28         {9, 11, 1, 0},
29         {10, 11, 4, 0}
30     };
31
32     int top [a_top][c_2] =
33     {
34         {1, 0},
35         {2, 0},
36         {3, 0},
37         {4, 0},
38         {5, 0},
39         {6, 0},
40         {7, 0},
41         {8, 0},

```

```

42         {9, 0},
43         {10, 0},
44         {11, 0}
45     };
46
47     //sort
48     for (i = 0; i < a_rebr; i++)
49     {
50         for (j = 0; j < a_rebr - i - 1; j++)
51         {
52             if (rebro [j][2] > rebro [j + 1][2])
53             {
54                 for (k = 0, a = 0; k < c_1; k++)
55                 {
56                     a = rebro [j + 1][k];
57                     rebro [j + 1][k] = rebro [j][k];
58                     rebro [j][k] = a;
59                 }
60             }
61         }
62     }
63
64     int count = 1;
65     for (i = 0; i < a_rebr; i++) {
66         if (top [rebro[i][0] - 1][1] != top [rebro[i][1] - 1][1]) {
67             rebro [i][3] = 1;
68             if (top [rebro[i][0] - 1][1] == 0 && top [rebro[i][1] - 1][1] != 0) {
69                 top [rebro[i][0] - 1][1] = top [rebro[i][1] - 1][1];
70             }
71             if (top [rebro[i][0] - 1][1] == 0 && top [rebro[i][1] - 1][1] == 0) {
72                 top [rebro[i][1] - 1][1] = 1;
73             }
74             if (top [rebro[i][0] - 1][1] != 0 && top [rebro[i][1] - 1][1] != 0) {
75                 for (j = 0; j < a_top; j++)
76                 {
77                     if (top [j][1] == top [rebro[i][1] - 1][1])
78                     {
79                         top [j][1] = top [rebro[i][0] - 1][1];
80                     }
81                 }

```

```

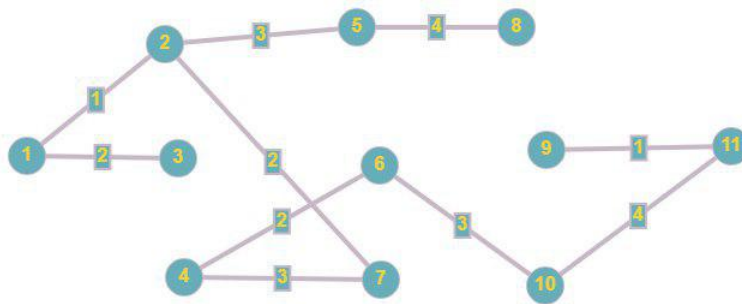
82     }
83 }
84 if (top [rebro[i][0] - 1][1] == 0 && top [rebro[i][1] - 1][1] == 0)
85 {
86     rebro [i][3] = 1;
87     top [rebro[i][0] - 1][1] = count;
88     top [rebro[i][1] - 1][1] = count;
89     count++;
90 }
91 }
92
93 for (i = 0; i < a_rebr; i++)
94 {
95     if (rebro[i][3] == 1)
96     {
97         printf ("%i - %i (%i)\n", rebro[i][0], rebro[i][1], rebro [i][2]);
98     }
99 }
100
101 return 0;
102 }

```

1 - 2 (1)  
9 - 11 (1)  
1 - 3 (2)  
2 - 7 (2)  
4 - 6 (2)  
2 - 5 (3)  
4 - 7 (3)  
6 - 10 (3)  
5 - 8 (4)  
8 - 11 (4)

1-2(1) -> 9-11(1) -> 1-3(2) -> 2-7(2) -> 4-6(2) -> 2-5(3) -> 4-7(3) -> 6-10(3) -> 5-8(4) -> 8-11(4)

Алгоритм Прима



1-2 -> 1-3 -> 2-7 -> 2-5 -> 7-4 -> 4-6 -> 6-10 -> 5-8 -> 10-11 -> 11-9

```

1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4
5  int main(void)
6  {
7      int versh, cnt = 0, min_ = 0, n, m;
8      bool c = false;
9
10     cout << "The quantity of tops: "; cin >> versh; cout << "\nMatrix: \n";
11
12     int **graph = new int*[versh];
13     for(int i = 0; i < versh; ++i)
14         graph[i] = new int[versh];
15
16     int **rebr = new int*[versh - 1];
17     for(int i = 0; i < versh - 1; ++i)
18         rebr[i] = new int[2];
19
20     for(int i = 0; i < versh; ++i)
21         for (int j = 0; j < versh; ++j)
22             cin >> graph[i][j];
23
24     int *tops = new int[versh];
25     tops[cnt] = 1;
26     ++cnt;
27
28     for(int i = 0; cnt < versh; ++i){
29         for(int j = 0; j < cnt; ++j){
30             for(int x = 0; x < versh; ++x){
31                 for(int y = 0; y < cnt; ++y)
32                     if(tops[y] == x + 1)
33                         c = true;
34                 if(c == true)
35                 {
36                     c = false;
37                     continue;
38                 }
39
40                 if(min_ == 0 && graph[tops[j] - 1][x] > 0)
41                 {
42                     min_ = graph[tops[j] - 1][x];
43                     n = rebr[cnt - 1][0] = tops[j];
44                     m = rebr[cnt - 1][1] = x + 1;
45                     continue;
46                 }
47
48                 if(graph[tops[j] - 1][x] > 0 && graph[tops[j] - 1][x] < min_)
49                 {
50                     min_ = graph[tops[j] - 1][x];
51                     n = rebr[cnt - 1][0] = tops[j];
52                     m = rebr[cnt - 1][1] = x + 1;
53                 }
54             }
55         }
56
57         graph[n - 1][m - 1] = 0;
58         graph[m - 1][n - 1] = 0;
59         tops[cnt] = m;
60         ++cnt;
61         min_ = 0;
62     }
63
64     cout << endl << "Rebra: ";
65     for (int i = 0; i < versh - 1; ++i)
66         cout << "(" << rebr[i][0] << ", " << rebr[i][1] << ") ";
67
68 }

```

The quantity of tops: 11

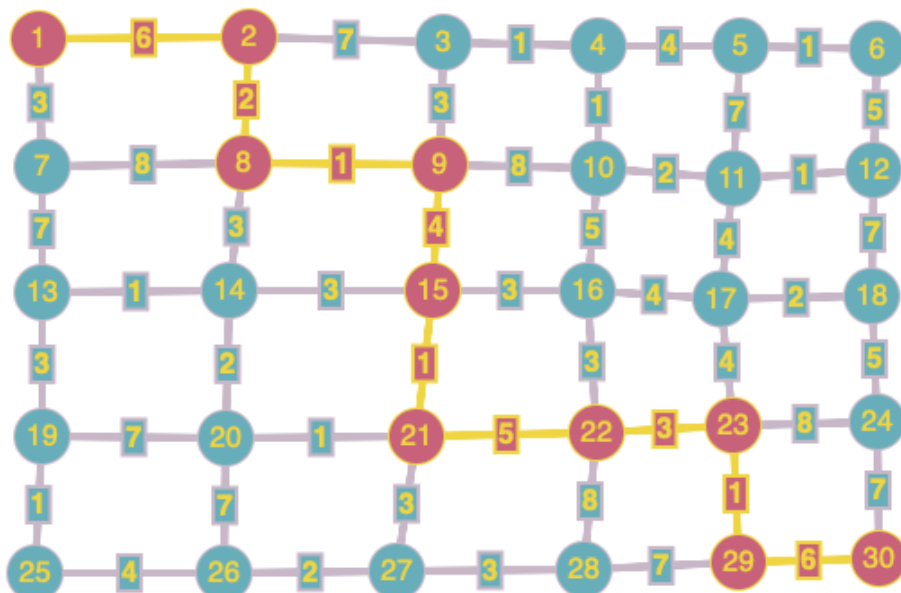
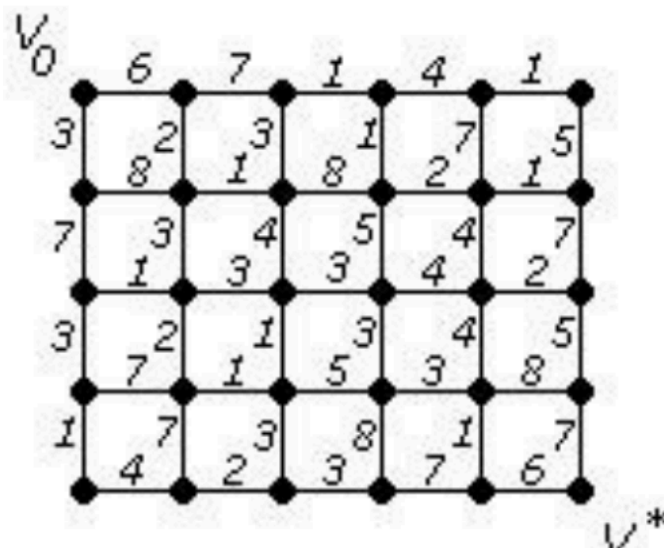
Matrix:

```
0 1 2 4 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 3 0 2 0 0 0 0
2 0 0 0 7 5 0 0 0 0 0
4 0 0 0 0 2 3 0 0 0 0
0 3 7 0 0 0 0 4 6 0 0
0 0 5 2 0 0 0 7 0 3 0
0 2 0 3 0 0 0 0 5 7 0
0 0 0 0 4 7 0 0 0 0 4
0 0 0 0 6 0 5 0 0 0 1
0 0 0 0 0 6 7 0 0 0 4
0 0 0 0 0 0 0 4 1 4 0
```

Rebra: (1, 2) (1, 3) (2, 7) (2, 5) (7, 4) (4, 6) (6, 10) (5, 8) (10, 11) (11, 9)

**Завдання №7** За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин  $V_0$  і  $V^*$ .

1 -> 2 -> 8 -> 9 -> 15 -> 21 -> 22 -> 23 -> 29 -> 30 =30





```

1  #include <stdio.h>
2
3  void print_the_shortest_way(int array [30][4],int node) {
4      if(array[node][3]==-1) {
5          printf("\n%d=%d ",array[node][0],array[node][2]);
6      }
7      else {
8          print_the_shortest_way(array, node: array[node][3]);
9          printf("\n%d=%d ",array[node][0],array[node][2]);
10     }
11 }
12
13 int main(void) {
14     int i,k,lenth=0;
15     int result [30] [2];
16     int nodes [30] [4] = { //{number,times_used,path_value,last_node}
17         {1,1,0,-1},{2,0,0,0},{3,0,0,0},{4,0,0,0},{5,0,0,0},{6,0,0,0},
18         {7,0,0,0},{8,0,0,0},{9,0,0,0},{10,0,0,0},{11,0,0,0},{12,0,0,0},
19         {13,0,0,0},{14,0,0,0},{15,0,0,0},{16,0,0,0},{17,0,0,0},{18,0,0,0},
20         {19,0,0,0},{20,0,0,0},{21,0,0,0},{22,0,0,0},{23,0,0,0},{24,0,0,0},
21         {25,0,0,0},{26,0,0,0},{27,0,0,0},{28,0,0,0},{29,0,0,0},{30,0,0,0}
22     };
23     int edges [49] [3] = { //{from,to,weight}
24         {1,2,6},{2,3,7},{3,4,1},{4,5,1},{5,6,1},
25         {1,7,3},{2,8,2},{3,9,3},{4,10,1},{5,11,7},{6,12,5},
26         {7,8,8},{8,9,1},{9,10,8},{10,11,2},{11,12,1},
27         {7,13,7},{8,14,3},{9,15,4},{10,16,5},{11,17,4},{12,18,7},
28         {13,14,1},{14,15,3},{15,16,3},{16,17,4},{17,18,2},
29         {13,19,3},{14,20,2},{15,21,1},{16,22,3},{17,23,4},{18,24,5},
30         {19,20,7},{20,21,1},{21,22,5},{22,23,3},{23,24,8},
31         {19,25,1},{20,26,7},{21,27,3},{22,28,8},{23,29,1},{24,30,7},
32         {25,26,4},{26,27,2},{27,28,3},{28,29,7},{29,30,6}
33     };
34     //sorting edges
35     int temp,pointer;
36     do{
37         pointer=0;
38         for (i = 0; i < 48; i++){
39             if (edges[i][2] > edges[i + 1][2]) {
40                 for (k = 0, temp = 0; k < 3; k++) {
41                     temp = edges [i + 1][k];
42
43                     temp = edges [i + 1][k];
44                     edges [i + 1][k] = edges [i][k];
45                     edges [i][k] = temp;
46                 }
47                 pointer++;
48             }
49         }while(pointer!=0);
50
51         while(nodes[29][1]==0) {
52             for(k=1;k<9;k++) {
53                 for (i = 0; i < 49; i++) {
54                     if (nodes [edges[i][0] - 1][1] != nodes [edges[i][1] - 1][1] && edges[i][2]==k) {
55                         if (nodes [edges[i][0] - 1][1] == 0 && nodes [edges[i][1] - 1][1] != 0) {
56                             nodes [edges[i][0] - 1][1] = nodes [edges[i][1] - 1][1];
57                             nodes [edges[i][1] - 1][1] = nodes [edges[i][1] - 1][1] + 1;
58                             nodes [edges[i][0] - 1][2] = nodes [edges[i][1] - 1][2] + edges[i][2];
59                             result[lenth][0] = nodes[edges[i][0] - 1][0] - 1;
60                             result[lenth][1] = nodes[edges[i][0] - 1][2];
61                             nodes [edges[i][0] - 1][3] = nodes [edges[i][1] - 1][0]-1;
62                             lenth++;
63                         }
64                         else if (nodes [edges[i][0] - 1][1] != 0 && nodes [edges[i][1] - 1][1] == 0) {
65                             nodes [edges[i][1] - 1][1] = nodes [edges[i][0] - 1][1];
66                             nodes [edges[i][0] - 1][1] = nodes [edges[i][0] - 1][1] + 1;
67                             nodes [edges[i][1] - 1][2] = nodes [edges[i][0] - 1][2] + edges[i][2];
68                             result[lenth][0] = nodes[edges[i][1] - 1][0] - 1;
69                             result[lenth][1] = nodes[edges[i][1] - 1][2];
70                             nodes [edges[i][1] - 1][3] = nodes [edges[i][0] - 1][0]-1;
71                             lenth++;
72                         }
73                     }
74                 }
75             }
76         }
77         //sorting valuable nodes
78         do{
79             pointer=0;
80             for (i = 0; i < lenth; i++){
81                 if (result[i][1] > result[i + 1][1]) {

```

```

80         if (result[i][1] > result[i + 1][1]) {
81             for (k = 0, temp = 0; k < 2; k++) {
82                 temp = result[i + 1][k];
83                 result[i + 1][k] = result[i][k];
84                 result[i][k] = temp;
85             }
86             pointer++;
87         }
88     }
89     while(pointer != 0);
90     printf("Used edges: \n");
91     for(i=1; i<=lenth; i++) {
92         printf("V%d = %d\n", result[i][0], result[i][1]);
93     }
94     printf("the shortest way is: \n");
95     print_the_shortest_way(nodes, node: 29);
96
97     return 0;
98 }

```

Used edges:

V6 = 3

V1 = 6

V12 = 10

V7 = 11

V13 = 11

V8 = 12

V2 = 13

V19 = 13

V18 = 13

V3 = 14

V14 = 14

V24 = 14

V4 = 15

V9 = 15

V5 = 16

V10 = 17

V15 = 17

V21 = 20

V25 = 20

V16 = 21

V11 = 21

V26 = 22

V22 = 23

V28 = 24

V20 = 25

V17 = 28

V27 = 28

V29 = 30

V23 = 31

the shortest way is:

V1=0 V7=3 V13=10 V14=11 V15=14 V16=17 V22=20 V23=23 V29=24 V30=30

**Завдання №9** Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

$$x\bar{z} \vee xy \vee yz = yz \wedge x!z$$