

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Modélisation du théâtre d'Orange</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Présentation synthétique de l'architecture du théâtre d'Orange</b>	<b>7</b>
1.1 Le <i>postscaenium</i> , les basiliques et le <i>pulpitum</i> . . . . .	9
1.2 L' <i>orchestra</i> , les <i>aditi</i> et la <i>cavea</i> . . . . .	11
1.3 Les couvertures et le <i>velum</i> . . . . .	15
<b>2 Modélisation</b>	<b>19</b>
2.1 Méthodologie . . . . .	21
2.2 La <i>cavea</i> et ses substructures . . . . .	24
2.3 Les <i>maeniana</i> . . . . .	28
2.4 Les <i>aditi</i> et les tribunes . . . . .	30
2.5 Le mur de scène et ses basiliques . . . . .	31
2.6 Le <i>pulpitum</i> et l' <i>orchestra</i> . . . . .	34
2.7 Les couvertures du bâtiment de scène . . . . .	34
2.8 La <i>porticus in summa cavea</i> . . . . .	36
2.9 Les escaliers . . . . .	37
2.10 La colline Saint-Eutrope . . . . .	38
<b>3 Applications</b>	<b>39</b>
3.1 Le <i>velum</i> . . . . .	40
3.2 Le rideau de scène . . . . .	42
3.3 Les systèmes de particules . . . . .	42
3.4 Autres projets ayant utilisé le modèle . . . . .	43
<b>Conclusion</b>	<b>45</b>
<b>Références</b>	<b>48</b>
<b>II Calculs acoustiques</b>	<b>49</b>
<b>Introduction</b>	<b>51</b>
<b>4 Acoustique de salle</b>	<b>53</b>
4.1 Généralités sur l'acoustique de salle . . . . .	54
4.2 Méthodes de calcul acoustique . . . . .	59

<b>5 Développement d'une méthode couplée</b>	<b>67</b>
5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée . . . . .	69
5.2 Environnement géométrique . . . . .	72
5.3 Calcul de rayons . . . . .	74
5.4 Calcul de sources-images . . . . .	79
5.5 Génération de réponse impulsionnelle . . . . .	81
5.6 Auralisation . . . . .	82
<b>6 Optimisation algorithmique</b>	<b>85</b>
6.1 Méthode d'octree . . . . .	87
6.2 Analyse des résultats . . . . .	92
<b>7 Validation</b>	<b>97</b>
7.1 Analyse visuelle . . . . .	98
7.2 Décroissance quadratique . . . . .	100
7.3 Cas de la salle sphérique . . . . .	101
7.4 Cas de la salle cubique . . . . .	102
<b>8 Outil logiciel</b>	<b>107</b>
8.1 Utilisation générique du logiciel . . . . .	108
8.2 Paramètres de sortie . . . . .	112
<b>Conclusion</b>	<b>117</b>
<b>Références</b>	<b>121</b>
<b>III Analyse acoustique du théâtre d'Orange</b>	<b>123</b>
<b>Introduction</b>	<b>125</b>
<b>9 Analyse en configuration initiale</b>	<b>127</b>
9.1 Configuration du maillage . . . . .	128
9.2 Analyse de la réponse impulsionnelle . . . . .	130
<b>10 Test de configurations</b>	<b>137</b>
10.1 Décor du front de scène . . . . .	138
10.2 Position des spectateurs . . . . .	139
10.3 La source et le mur de scène . . . . .	141
10.4 Absorption des spectateurs et du <i>velum</i> . . . . .	143
10.5 Les couvertures de la scène et de la <i>porticus in summa cavea</i> . . . . .	143
<b>11 Comparaison avec d'autres théâtres antiques</b>	<b>145</b>
<b>Conclusion</b>	<b>149</b>
<b>Références</b>	<b>151</b>
<b>A Annexes</b>	<b>I</b>
A.1 Figures annexes . . . . .	I
A.2 Tableaux annexes . . . . .	XII
<b>B Liste des acronymes</b>	<b>XV</b>

**C Glossaire**

**XVII**

*TABLE DES MATIÈRES*

---

# **Deuxième partie**

## **Calculs acoustiques**



# Introduction

Dans cette partie, nous allons traiter d'acoustique, d'algorithme et de mathématiques. Chacune de ces disciplines permettra de répondre aux questions suivantes : Pourquoi ? Quoi ? Comment ? Voyons donc ces problématiques une par une.

**Pourquoi ?** L'objectif de notre projet, maintenant que nous disposons d'une maquette virtuelle du théâtre d'Orange, est d'en étudier l'acoustique. Nous souhaitons simuler, étudier et écouter le son qui était perçu dans ce lieu il y a deux mille ans. En outre, nous avons vu que les restitutions de certaines parties du théâtre étaient plus ou moins hypothétiques. Nous voulons comparer différentes tentatives de restitution et en mesurer l'impact visuel mais également auditif. Les rares écrits antiques et les récentes études acoustiques sous-entendent que les Romains, et avant eux les Grecs, se basaient sur la physique des matériaux et la géométrie des monuments pour optimiser la propagation sonore. En outre, les moyens d'analyse deviennent également une problématique. Comment visualiser des résultats acoustiques ? Peut-on, par une écoute d'un signal sonore, conclure des résultats de manière non-équivoque ? Peut-on trouver des méthodes ergonomiques d'analyse ? Nous allons donc tenter d'apporter notre pierre à l'édifice au sujet de ces questions.

**Quoi ?** Cet objectif nous a amené à développer un outil de calcul numérique répondant à des problématiques précises. Il complète ainsi la première partie de notre projet en s'interfaisant directement au logiciel Blender qui a permis la modélisation visuelle. Nous pourrons alors facilement étudier la maquette virtuelle du théâtre d'Orange précédemment présentée. Néanmoins, il est important de noter que cet outil est générique. Il pourra donc agir sur différents types de problèmes. Dans cette partie nous verrons quelle méthode de calcul a été développée et les raisons qui ont poussé à faire ce choix. D'un point de vue technique, le théâtre d'Orange est un problème complexe car le maillage comporte plusieurs centaines de milliers d'éléments et sa géométrie peut inclure des surfaces concaves, convexes ou toutes sortes d'obstacles. Les outils présents sur le marché ont des limites par rapport à ce cas d'utilisation. Par ailleurs, l'une de nos contraintes est d'obtenir des résultats sur l'acoustique selon différentes géométries du bâtiment et divers matériaux. Il faut donc pouvoir effectuer les calculs dans un temps relativement court afin de multiplier les configurations. C'est pourquoi un outil adapté à ce cahier des charges a été développé pendant ce projet.

**Comment ?** Tout code informatique présente une part de calcul, et qui dit calcul, sous-entend mathématiques. Ainsi, nous verrons les méthodes et techniques mathématiques qui ont permis de développer ce programme. Nous détaillerons les notions de lancer de rayons statistique, de sources images spatialisées et de réponse impulsionale. Aussi, nous verrons comment sont optimisées les performances par un procédé de "*divide and conquer*" utilisant des *octree*.

Pour commencer cette partie, nous ferons un tour d'horizon de la physique de l'acous-

---

tique et plus concrètement dans le cas qui nous concerne, de l'acoustique de salle. Différentes méthodes permettant d'étudier les lois acoustiques seront présentées ainsi que leurs limites. Nous détaillerons alors les principes physiques utilisés pour notre algorithme avant de passer à la présentation de son architecture. Un chapitre est consacré à la validation de l'algorithme en utilisant notamment des méthodes analytiques. Nous finirons par détailler l'utilisation du logiciel et présenterons les différents paramètres acoustiques que ce dernier permet de calculer. Cette partie présente donc l'outil dans son contexte général, l'application au théâtre d'Orange sera faite dans la partie suivante.

# Chapitre 4

## Acoustique de salle

« *La musique, c'est 50% d'un film.* »

---

Georges Lucas

### Sommaire

---

<b>4.1 Généralités sur l'acoustique de salle</b> . . . . .	<b>54</b>
4.1.1 Notion de reverberation . . . . .	54
4.1.2 Notion de flux d'intensité acoustique . . . . .	55
4.1.3 Absorption atmosphérique . . . . .	57
<b>4.2 Méthodes de calcul acoustique</b> . . . . .	<b>59</b>
4.2.1 Principe statistique . . . . .	60
4.2.2 Méthodes de résolution aux dérivées partielles . . . . .	61
4.2.3 Méthodes géométriques . . . . .	63

---

## 4.1 Généralités sur l'acoustique de salle

### 4.1.1 Notion de reverberation

L'acoustique de salle est une discipline à part entière qui consiste principalement à étudier la réponse d'une pièce excitée par des ondes sonores. Le principe de cette étude est le suivant : il s'agit en général de placer une source sonore ponctuelle à l'intérieur d'une salle, fermée ou non, et de la faire rayonner. L'onde se propage alors jusqu'aux parois et subit un phénomène de diffusion. Elle est définie par J.Jouhaneau comme "le résultat de tous les changements de direction des ondes sonores" <sup>1</sup>. Elle peut alors se décomposée en une combinaison de trois phénomènes : la réflexion, la réfraction et la diffraction (fig. 4.1). Par réfraction on entend la notion d'absorption suivant les lois de Descartes lors de la propagation entre deux milieux. La diffraction, quant à elle, opère lorsque la longueur d'onde est proche de la taille de l'obstacle rencontré. L'interaction entre une onde sonore et une paroi ou un obstacle dépend donc de leur forme et la nature de leur matériau.

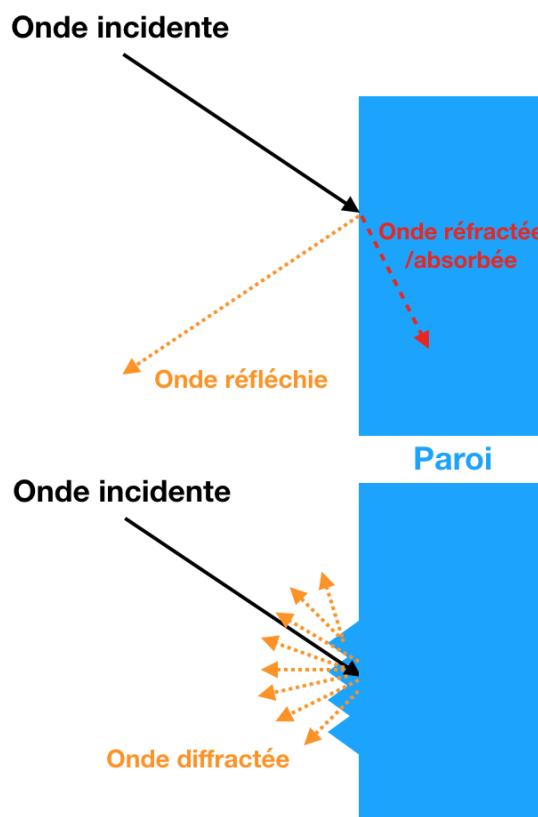


FIGURE 4.1 – Les différents comportements d'une onde lorsqu'elle rencontre une paroi.

En se plaçant en un point à l'intérieur de la salle, on pourra alors recevoir un signal sonore comme étant la somme d'un champ direct et d'un champ réverbéré. Le son direct provient directement de la source sans avoir touché aucune surface. Le son réverbéré se décompose classiquement en deux catégories : les premières réflexions dont l'ensemble forme la texture du son et le champ diffus qui peut être assimilé à une somme infinie d'ondes se propageant dans toutes les directions <sup>2</sup>. On comprend alors que les principaux

1. [JOUHANEAU, 1997, p. 3]  
2. [JOUHANEAU, 1997, p. 9]

facteurs qui vont influer sur l'acoustique perçue dans une salle sont : la source sonore, le milieu de propagation et la nature des parois et des obstacles.

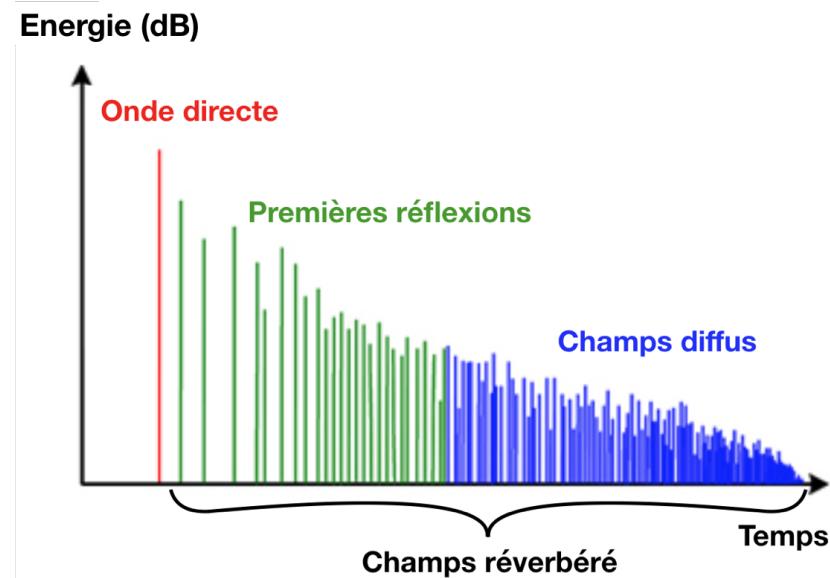


FIGURE 4.2 – Réponse temporelle typique d'une impulsion sonore dans une salle.

La figure 4.2, illustrant la **réponse impulsionnelle d'une salle, ou Room Impulse Response (RIR)**, montre que l'information perçue est une succession d'ondes sonores arrivant décalées dans le temps. Si l'écart entre ces ondes est long, alors l'auditeur pourra les différencier et entendra le phénomène d'écho. Au contraire, si l'écart est suffisamment petit et que les ondes sont mélangées au moment d'arriver à l'auditeur, alors celui-ci n'entendra qu'un son prolongé dont l'intensité diminue. Il s'agit de la réverbération<sup>3</sup>.

#### 4.1.2 Notion de flux d'intensité acoustique

On définit par intensité acoustique la puissance transportée par les ondes sonores, par unité de surface, mesurée perpendiculairement à la direction de ce transfert<sup>4</sup>. Cette notion permet d'étudier le son perçu par les humains en la reliant à la pression acoustique qui va s'exercer de proche en proche dans l'air jusqu'à atteindre le tympan. Ainsi, la puissance sonore transportée par l'onde acoustique sera mesurable en un point de l'espace. Toute la puissance sonore mesurée en un point a une origine (actuelle ou passée) dans un flux d'énergie provenant d'une ou plusieurs directions identifiables. L'intensité acoustique mesure le flux résultant de ces transferts.

L'intensité acoustique est un vecteur ayant pour origine le point de mesure et sa direction est celle du vecteur vitesse de l'onde. On peut l'écrire comme la moyenne dans le temps de l'intensité acoustique instantannée :

$$\vec{I}(\vec{d}, t) = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot \vec{v} dt, \quad (4.1)$$

avec :

- $p$  : la pression acoustique exprimée en  $N.m^{-2}$  ou Pascal (Pa),
- $\vec{v}$  : le vecteur vitesse.

3. [SABINE, 1900, p. 39]

4. [CEI, 2015, IEC 60050]

Le **niveau de pression acoustique ou SPL (Sound Pressure Level)** équivaut à la valeur efficace de la pression acoustique par rapport à une valeur de référence,  $20\mu\text{Pa}$ . On utilise, plutôt que le rapport brut, le décibel, qui représente dix fois son logarithme décimal. Ce repère a été choisi parce que, tout en étant simple et utilisant des nombres ronds, un décibel (une variation de 12 %) représente à peu près la plus faible variation de pression acoustique que les humains puissent distinguer. Le niveau de référence correspond à la pression acoustique (dont l'intensité est de  $1\text{pW/m}^2$ ) au seuil de la perception humaine. On obtient ainsi un repère pratique où tous les niveaux sont des nombres positifs, et se passent de décimales. On a alors :

$$L_p = 10 \log_{10} \left( \frac{p_{eff}^2}{p_{ref}^2} \right), \quad 5 \quad (4.2)$$

avec :

- $L_p$  : le niveau de pression acoustique en dB,
- $p_{eff}$  : la valeur efficace de pression RMS,
- $p_{ref} = 20\mu\text{Pa}$  : la référence de pression sonore.

Le flux de l'intensité acoustique instantanée à travers une surface  $\gamma(t)$  donnée correspond à l'énergie acoustique  $E(t)$  transférée à travers cette surface, à l'instant considéré :

$$E(t) = E_0 \int_{\gamma(t)} \vec{I}(t) \cdot \vec{dS} \quad \forall t > 0. \quad (4.3)$$

L'acoustique suit le premier principe de la thermodynamique selon lequel il y a conservation d'énergie au cours du temps. Ainsi, pour une source sonore ponctuelle, si l'on néglige les effets de pertes liés à l'absorption du milieu de propagation, on a :

$$\int_{S(t)} \vec{I}(t) \cdot \vec{dS} = 1 \quad \forall t > 0. \quad (4.4)$$

Après intégration sur la surface sphérique  $S(t)$ , nous pouvons écrire l'intensité acoustique infinitésimale telle que :

$$\begin{aligned} \vec{I}(t) &= \frac{\vec{d}(t)}{4\pi d(t)^3} \quad \forall t > 0, \\ ||\vec{I}(t)|| &= \frac{1}{4\pi d(t)^2} \quad \forall t > 0, \end{aligned} \quad (4.5)$$

On comprend que l'intensité décroît comme le carré de la distance et qu'une portion d'énergie considérée va donc être portée par un angle solide (voir fig. 4.3). Ainsi, à une distance  $d$ , la même quantité d'énergie est répartie sur une surface de  $a^2$  que à une distance de  $2d$ , sur une surface de  $(2a)^2$ . L'énergie se répartie donc sur une surface proportionnelle au carré de la distance. Sur une portion de  $S(t)$  l'énergie est portée par un angle solide  $\Omega_S$  tel que :

$$E_S(t) = E_0 \int_{S(t)} \frac{1}{4\pi d(t)^2} dS = \frac{E_0}{4\pi} \Omega_S. \quad (4.6)$$

Cela traduit le fait que l'énergie d'un angle solide est constante au cours du temps et correspond à une portion de l'énergie initiale  $E_0$ .

5. [WIKIPÉDIA, b, Sound pressure level]

6. Wikipédia - Intensité acoustique : schéma de flux

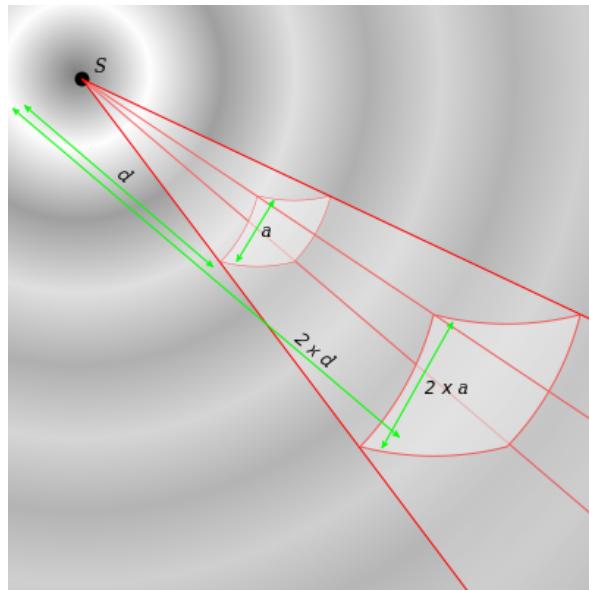


FIGURE 4.3 – Représentation de la répartition du flux énergétique dans la propagation d'une onde sphérique<sup>6</sup>.

#### 4.1.3 Absorption atmosphérique

Pour se rapprocher d'un modèle réaliste de propagation d'onde, il est important de prendre en compte l'absorption atmosphérique. Ce phénomène est dû à la viscosité et la conduction thermique du milieu ainsi qu'à l'absorption des molécules. Ces effets vont provoquer une décroissance exponentielle de l'énergie d'onde<sup>7</sup>. Selon la distance parcourue dans l'air, l'intensité acoustique subit une atténuation en fonction de trois facteurs principaux : la température, l'humidité et la pression. La température et la pression atmosphérique de référence sont respectivement de 20°C et 101,325 kPa<sup>8</sup>. Le coefficient d'atténuation dépend de la fréquence du son et peut être obtenu d'après les formules analytiques de la norme ISO-9613-1. Ces formules (assez complexes) ont été obtenues à l'aide de tables de mesures expérimentales.

Tout d'abord, nous calculons le facteur d'humidité  $h$  correspondant à la concentration molaire de vapeur d'eau<sup>9</sup> :

$$C_h = 4,6151 - 6,8346 \times \frac{273,15^{1,261}}{T},$$

$$h = h_r \times 10^{\frac{C_h}{P_r}},$$

avec :

- T : La température en Kelvin,
- $P_r$  : La pression relative telle que  $P_r = \frac{P_a}{101,325}$ , avec  $P_a$  la pression absolue,
- $h_r$  : L'humidité relative mesurée en %.

7. [JOUHANEAU, 1997, p. 68-70]

8. International Standard Atmosphere

9. [ISO-9613-1, 1993, Annexe B, B.1]

Nous exprimons ensuite les fréquences de relaxation de l'oxygène et de l'azote <sup>10</sup> :

$$fr_O = P_r \times \left( 24 + \frac{40400 \times h \times (0,02 + h)}{0,391 + h} \right),$$

$$fr_A = \frac{P_r}{\sqrt{T_r}} \times \left( 9 + 280 \times h \times \exp^{-4,17 \times (\frac{1}{\sqrt{T_r}} - 1)} \right),$$

avec :

- $T_r$  : La température relative à 20°C  $\left(\frac{T}{293,15}\right)$ ,
- $f$  : La fréquence en Hz.

Nous pouvons alors exprimer le coefficient d'absorption de l'air "m" (en dB/m) en fonction de la fréquence <sup>11</sup> :

$$m_{(dB/m)} = 8,686 \times f^2 \times \left( \frac{1,84 \times 10^{-11}}{P_r} \times \sqrt{T_r} + T_r^{-\frac{5}{2}} \times \left( 0,01275 \times \frac{\exp^{-2239,1}}{fr_O + \frac{f^2}{fr_O}} + 0,1068 \times \frac{\exp^{-3352}}{fr_A + \frac{f^2}{fr_A}} \right) \right).$$

On obtient le facteur final (en  $m^{-1}$ ) par la formule :

$$m = 10 \log_{10} \left( \frac{m_{(dB/m)}}{10} \right) - 1. \quad (4.7)$$

Notons tout de même que l'on aurait pu utiliser une formule simplifiée issue de la norme AFNOR S.30 009 qui donne des résultats similaires entre 20 et 80% d'humidité relative <sup>12</sup> :

$$m = \frac{0,0275}{h} \times \left( \frac{f}{1000} \right)^{1,7}. \quad (4.8)$$

Néanmoins cette norme étant obsolète depuis 2016 et les résultats étant légèrement différents (voir fig. 4.4), nous optons pour la norme ISO-9613.

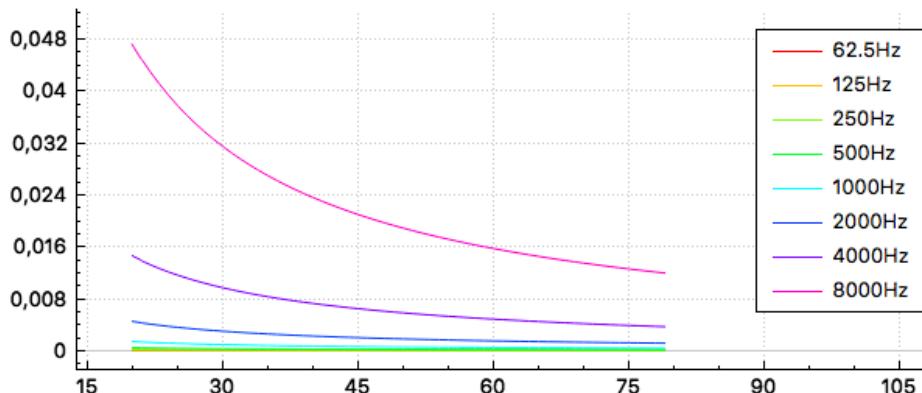


FIGURE 4.4 – m(h) - Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes fréquences d'après l'équation 4.8.

L'énergie de l'onde acoustique est ensuite déterminée par la formule suivante :

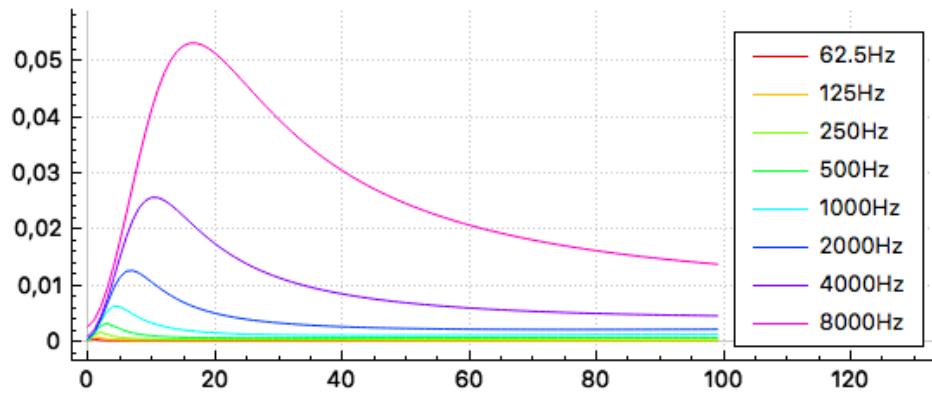
$$E = E_0 e^{-m.d}, \quad (4.9)$$

avec :

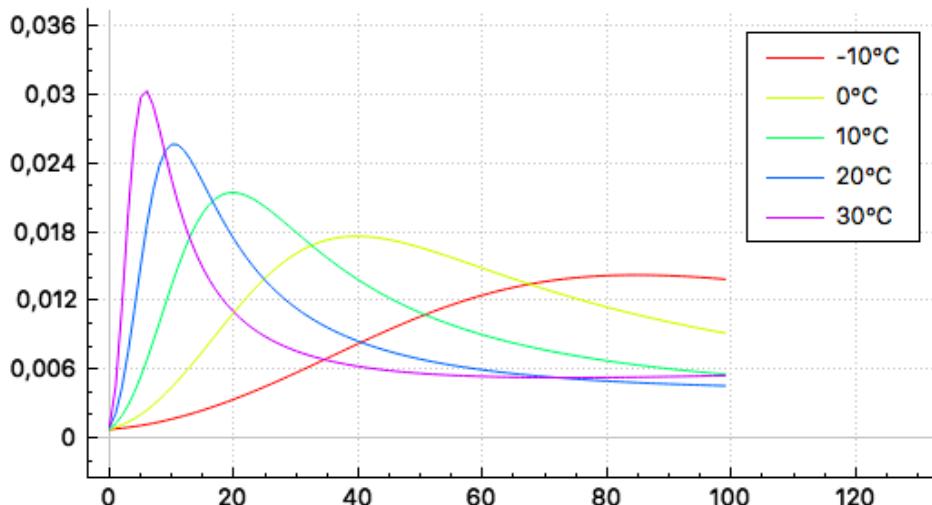
10. [ISO-9613-1, 1993, 6.2, eq. 3 et 4]
11. [ISO-9613-1, 1993, 6.2, eq. 5]
12. [JOUHANEAU, 1997, p. 68-70]

- $E_0$  : l'énergie initiale,
- $d$  : la distance parcourue par l'onde.

Cela permet de représenter l'absorption atmosphérique en fonction de la température et l'humidité pour différentes fréquences (voir fig. 4.5). On constate notamment que les basses fréquences sont très peu absorbées par l'atmosphère tandis qu'à partir de 2kHz l'absorption devient significative.



(a)  $m(h)$  - Absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes fréquences.



(b)  $m(h)$  - Absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes températures.

FIGURE 4.5 – Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) (ISO-9613).

## 4.2 Méthodes de calcul acoustique

Le calcul de l'acoustique d'une salle peut se faire selon différentes méthodes. Nous allons succinctement en présenter quelques-unes afin d'en dégager les grands principes et les limites.

### 4.2.1 Principe statistique

P. E. Sabine écrit en 1932 "Acoustics and architecture" en reprenant les principes de son homonyme W. Sabine. Ce dernier décrivait 20 ans plus tôt des protocoles de test pour mesurer des temps de réverbération dans les salles. P. E. Sabine considère que la réverbération suit un modèle purement statistique. De son point de vue, la densité d'échos à prendre en compte est suffisamment importante pour considérer le phénomène comme pseudo-aléatoire<sup>13</sup>. Il suppose ainsi que l'énergie sonore et le temps de réverbération sont uniformes en tout point de la salle. Il exprime la notion de libre parcours moyen en ces termes : "Pour former l'image 2D des réflexions dans une salle, on peut imaginer une boule de billard lancée au hasard sur une table et noter la variation des longueurs des trajets entre deux impacts successifs. (...) La distance moyenne de ces longueurs peut être assimilée au libre parcours moyen d'une onde sonore dans la salle"<sup>14</sup>. Ces considérations permettent d'exprimer le temps de réverbération à 60dB ( $RT_{60}$ ) en fonction du volume de salle et de l'absorption des parois, comme par exemple, dans la formule dite "de Sabine"<sup>15</sup> :

$$RT_{60} = \frac{k \cdot V}{A}, \quad (4.10)$$

avec :

- $k \approx 0,163$ ,
- $V$  : le volume de la salle,
- $A$  : l'aire d'absorption équivalente.

Le paramètre  $A$  peut s'exprimer de la façon suivante :

$$A = \sum_{i=1}^N S_i \alpha_i + 4mV,$$

où :

- $\alpha$  est le coefficient d'absorption de la  $i^e$  paroi,
- $m$  est l'amortissement du milieu (par exemple l'air),
- $S_i$  est la surface de la  $i^e$  paroi,
- $N$  est le nombre de parois total.

Diminuer le volume sonore de 60dB garanti de passer en dessous du seuil audible (voir section 4.1.2) c'est pourquoi cette limite est classiquement utilisée. La théorie de Sabine, est encore aujourd'hui couramment employée par les acousticiens des salles. Pourtant, cette hypothèse dite de "champ diffus" n'est plus vérifiée en pratique dès lors que :

- le milieu de propagation n'est plus homogène,
- l'absorption acoustique devient importante,
- l'absorption acoustique devient non uniforme,
- la géométrie présente des ouvertures.

13. [KANDELMAN, 2007, p. 19]

14. [SABINE, 1932]

15. [JOUHANEAU, 1997, p. 71-81]

Pour remédier à cela, et notamment au critère sur l'absorption, Eyring propose avec le même modèle théorique une formule qui fournit de meilleurs résultats<sup>16</sup>. Celle-ci, précisée dans les années 1920 et utilisée lors la conception acoustique de bâtiments durant leur phase de construction, est valable pour n'importe quel  $\alpha$  :

$$RT_{60} = \frac{k \cdot V}{4m \cdot V - S \ln(1 - \alpha)}. \quad (4.11)$$

On constate que pour les faibles valeurs de  $\alpha$ ,  $\ln(1 - \alpha) \approx -\alpha$  et on retrouve la formule de Sabine.

#### 4.2.2 Méthodes de résolution aux dérivées partielles

Des méthodes de calcul consistent à résoudre des équations aux dérivées partielles avec comme conditions aux limites, les parois de la pièce. Elles ont pour avantage de simuler le comportement physique du champs sonore et sont donc très proches de la réalité. Il s'agit ainsi de mailler le domaine d'étude par des petits éléments surfaciques (**Boundary Element Method - BEM**), volumiques (**Finite Element Method - FEM**) ou sur une grille régulière (**Finite Difference Time Domain - FDTD**). Sur chacun de ces éléments, on pourra calculer la pression acoustique  $p(x, y, z, t)$  par résolution de l'équation d'onde de D'Alembert :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad 17 \quad (4.12)$$

avec

- $\Delta$  : l'opérateur laplacien,
- $c$  : la célérité de l'onde.

Pour cela, il faudra se placer dans les conditions de l'acoustique linéaire<sup>18</sup> telles que :

- l'air est un fluide parfait,
- la température et la pression restent constantes,
- la vitesse macroscopique du fluide est faible devant la célérité du son,
- les fluctuations dues aux déplacements d'air sont faibles devant ces valeurs moyennes.

On pourra ensuite définir les impédances complexes des parois de la salle comme conditions aux limites (**Dirichlet**, **Neumann**, ...).

Les solutions de cette équation sur chacun des axes de l'espace (x, y, z) sont les  $p_i$  tels que :

$$p_i(x_i, t) = f_+(t - \frac{x_i}{c}) + f_-(t + \frac{x_i}{c}), \quad 19 \quad (4.13)$$

avec :

- $x_i$  : chacun des axes de l'espace (x, y, z),
- $f_+$  et  $f_-$  : des fonctions ne dépendant que d'une variable et définies à partir des conditions initiales. Elles représentent respectivement une onde se propageant sans se déformer vers  $+\infty$  et  $-\infty$ .

16. [EYRING, 1930, p. 217-241]

17. [KANDELMAN, 2007, p. 10]

18. [JOT, 1992, p. 19]

19. [D'ALEMBERT, 1747, p. 214-249]

Si l'on cherche à résoudre cette équation en tout point de l'espace et non seulement sur les axes cela devient beaucoup plus complexe. L'équation d'Helmholtz apparaît lorsque l'on cherche des solutions "stationnaires" de l'équation 4.12 de D'Alembert telles que :

$$p(M) = u(M) e^{i\omega t}, \quad (4.14)$$

avec  $\omega = 2\pi f$  : la pulsation (rad/s). On a alors :

$$(\Delta + k^2)u(M) = g(M) \quad \forall M \in \Omega, \quad 20 \quad (4.15)$$

avec :

- $g(M)$  : la distribution des sources,
- $k$  : le nombre d'onde tel que  $k = \frac{\omega}{c}$  avec  $c$  la célérité du son,
- $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  : le domaine d'étude (voir fig 4.6).

La fonction de Green qui s'écrit :

$$G(S, M) = -\frac{\exp^{ikr(S, M)}}{4\pi r(S, M)}, \quad 21 \quad (4.16)$$

est une solution élémentaire pour la source ponctuelle  $S$  de l'équation 4.15 de Helmholtz telle que :

$$(\Delta + k^2)G(S, M) = \delta_s(M) \quad \forall M \in \Omega, \quad 22 \quad (4.17)$$

avec :  $\delta_s$  : la mesure de Dirac centrée en  $S$ .

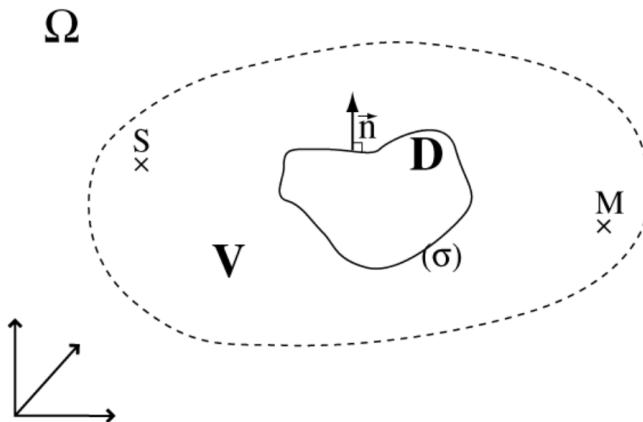


FIGURE 4.6 – Schéma général pour l'établissement de la représentation de Green<sup>23</sup>.

Pour que le problème soit bien posé, il faut ajouter des conditions aux limites pour fixer le sens du temps et fermer le système<sup>24</sup>. On introduit alors la condition de radiation de Sommerfeld telle que :

$$r(\partial_r u' + iku') \rightarrow 0 \quad r \rightarrow +\infty, \quad (4.18)$$

20. [PREMAT, 2000, eq. 2.1]

21. [PREMAT, 2000, eq. 2.29]

22. [PREMAT, 2000, eq. 2.2]

23. [PREMAT, 2000, fig. 2.1]

24. [AUSSAL, 2014, p. 92]

avec  $u' = u - \frac{u_i}{f}$ ,  $u_i$  étant la pression incidente. On aboutit à une représentation intégrale sur la surface  $\sigma$  du domaine D telle que :

$$u'(M) = p_0(M) - \int_{\sigma} G(S, M) \frac{\partial u'}{\partial n}(M) dS - \int_{\sigma} u'(M) \frac{\partial G}{\partial n}(S, M) dS \quad \forall M \in \Omega. \quad 25 \quad (4.19)$$

Ainsi, si on connaît  $u$  et  $\partial_n u$  la dérivée normale de  $u$  sur la surface  $\sigma$ , on peut calculer  $u(M)$  en tout point  $M$  de  $\Omega$ . En acoustique des salles, il est cependant très difficile de calculer  $u$  et  $\partial_n u$ .

### 4.2.3 Méthodes géométriques

Les méthodes géométriques sont largement utilisées dans le domaine de l'acoustique de salle. Elles se basent sur le trajet que parcourt l'onde sonore entre une source et un récepteur (voir fig. 4.7). L'onde, percutant les parois, subit un changement de direction de propagation. Par ailleurs, chaque paroi ou obstacle porte une **impédance** liée à la nature de son matériau qui atténue l'énergie de l'onde réfléchie en fonction de sa fréquence.

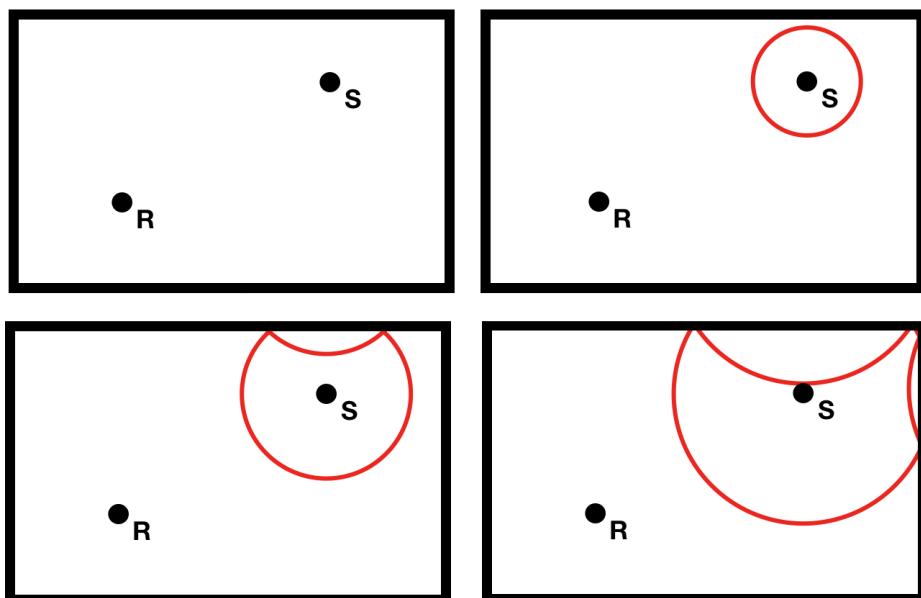


FIGURE 4.7 – Vu 2D de la propagation d'une onde sphérique dans une salle rectangulaire.

En pratique certaines méthodes de calcul permettent de simuler ce comportement. Il existe tout d'abord, la méthode dite de "lancer de rayons" (*ray-tracing*)<sup>26</sup> qui est très souvent utilisée dans les logiciels d'acoustique de salle (Odéon<sup>27</sup>, CATT-acoustic<sup>28</sup>, ...). Cette approche suppose que l'énergie sonore émise depuis une source est repartie sur un certain nombre de rayons rectilignes déviés de manière **spéculaire** lors de leur rencontre avec les parois. La mesure d'énergie est alors réalisée par comptage du nombre de rayons qui traversent une sphère transparente. La précision de mesure sera ainsi fonction du nombre de rayons émis et de la taille de la sphère-récepteur. Il peut notamment y avoir beaucoup de perte d'information si le domaine de propagation est complexe<sup>29</sup>. Il

25. [PREMAT, 2000, eq. 2.6]

26. [KULOWSKI, 1985, p.449-468]

27. [ODEON, page web]

28. [CATT-ACOUSTIC, page web]

29. [PICAUT, 2005, p. 60]

s'agit donc d'une méthode qui permet de simuler les réflexions géométriques sur les parois mais inadaptée pour simuler les effets de diffraction. Effectivement, pour simuler ces effets il faudrait re-générer un panel de rayons pour chaque réflexion sur une paroi diffractante, ce qui augmenterait exponentiellement le nombre de rayons et donc le temps de calcul. Pour résoudre ce problème, une approche de type "lancer de particules" sert d'alternative au lancer de rayons. Dans ce concept très similaire, lors du contact avec une paroi, la particule sera réfléchie de manière statistique. Par exemple, si  $\alpha$  est le coefficient d'absorption de la paroi, alors, la particule aura une probabilité  $(1 - \alpha)$  d'être réfléchie et une probabilité  $\alpha$  d'être absorbée. En ce sens, il est également possible de déterminer, selon une loi de probabilité, l'angle de réflexion et simuler ainsi une "pseudo-diffusion" des matériaux<sup>30</sup>.

Il existe aussi la méthode dite des "sources-images"<sup>31</sup> très appréciée pour son approche spatialisée des réflexions sonores. Cette méthode est basée sur la création de sources virtuelles, images de la source réelle, construite par symétrie par rapport aux parois de l'enceinte. La contribution énergétique de chaque source-image est celle habituellement rencontrée dans le cas de la propagation en champ libre, pondérée par le coefficient d'absorption des parois considérées<sup>32</sup>. Le problème de cette méthode est que l'on génère l'ensemble des sources-images d'une salle et qu'il est ensuite difficile de discriminer celles qui sont perçues et celles qui sont bloquées par des obstacles. Cela est donc plutôt adapté aux pièces de forme concave et vide. Par ailleurs, comme pour le lancer de rayons, les effets de diffraction ne sont pas pris en compte.

---

30. [PICAUT, 2005, p. 62]

31. [JOUHANEAU, 1997, p.6]

32. [PICAUT, 2005, p. 60]

33. [KANDELMAN, 2007, Fig. 61]

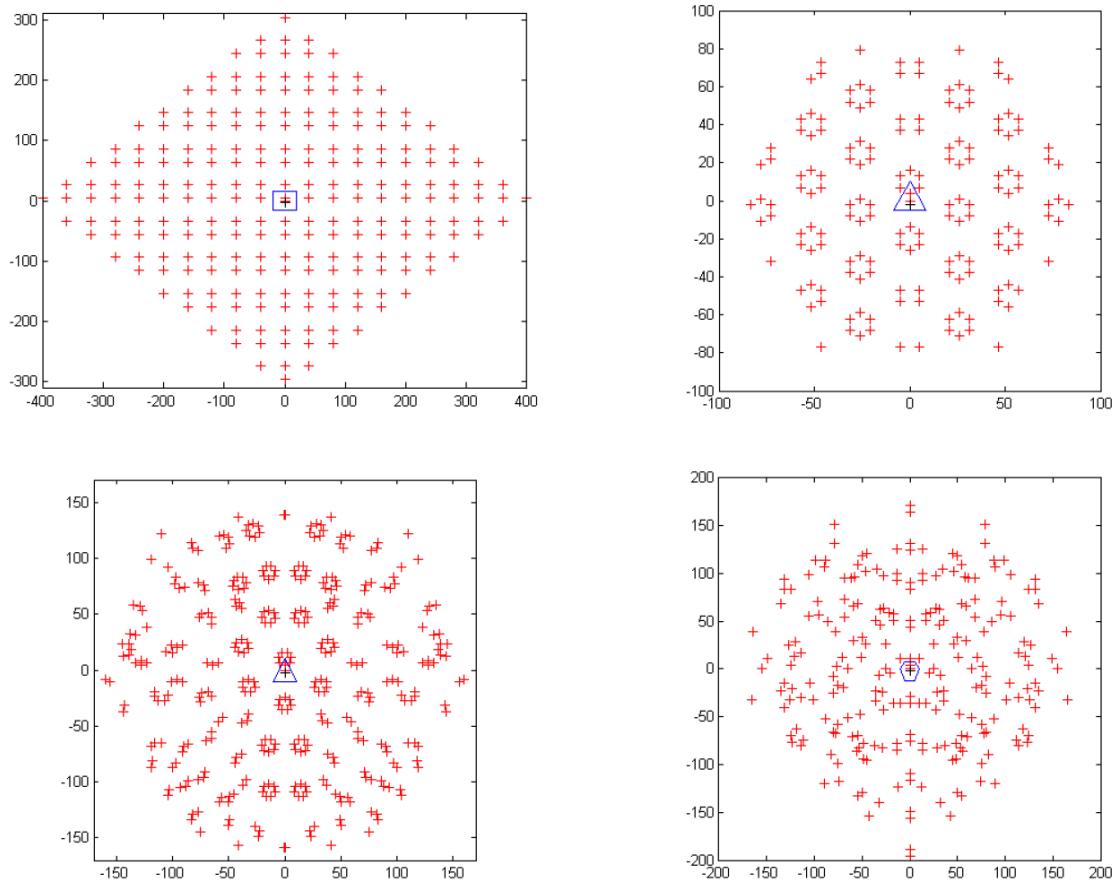


FIGURE 4.8 – Différentes constellations de salle : la densité de sources reste constante<sup>33</sup>.



# Chapitre 5

## Développement d'une méthode couplée

« *Quand on aime on ne compte pas...  
Ça tombe bien, je suis mauvaise en calcul!* »

---

Sophie Lesellier

### Sommaire

---

<b>5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>5.2 Environnement géométrique . . . . .</b>	<b>72</b>
5.2.1 Maillage de salle et matériaux . . . . .	72
5.2.2 Création d'une boite englobante . . . . .	74
<b>5.3 Calcul de rayons . . . . .</b>	<b>74</b>
<b>5.4 Calcul de sources-images . . . . .</b>	<b>79</b>
<b>5.5 Génération de réponse impulsionale . . . . .</b>	<b>81</b>
<b>5.6 Auralisation . . . . .</b>	<b>82</b>

---

## Introduction

Le projet a pour essence le calcul de l'acoustique du théâtre d'Orange. Cela soulève certaines problématiques qui nous ont poussé à développer une méthode de calcul hybride. Effectivement, ce cas d'application impose le cahier des charges suivant :

- Pouvoir traiter une salle de grande dimension,
- Pouvoir traiter un volume ouvert,
- Prendre en compte l'absorption atmosphérique,
- Calculer les résultats sur une large plage de fréquences audibles par l'être humain (50-15000Hz),
- Permettre l'étude du déplacement de l'onde sonore dans l'espace.

Par ailleurs, il faut pouvoir s'interfacer au modèle numérique réalisé sous Blender et décrit dans la partie I. Pour cela, nous devons rajouter les caractéristiques suivantes au cahier des charges :

- Utiliser un maillage surfacique sans contrainte sur la dimension ou le raffinement des faces.
- Pouvoir traiter plusieurs centaines de milliers de faces en un temps relativement court.
- Pouvoir modifier facilement les coefficients d'absorption des matériaux.

Ces contraintes sont nécessaires afin de rendre l'étude acoustique du théâtre d'Orange (ou de tout type de monument similaire) accessible à des utilisateurs de Blender. Ainsi, la géométrie où la nature des matériaux peut être facilement modifiable et une large série de tests comparatifs peut être menée rapidement. Le but étant de pouvoir tester des hypothèses de restitution sans avoir à multiplier les manipulations entre chaque calcul.

Sachant cela, nous avons dans un premier temps tenté de réaliser des analyses par méthode de résolution aux dérivées partielles (voir section 4.2.2) mais nous avons vite compris que la géométrie de la salle rendrait la résolution très difficile. Effectivement, le nombre d'éléments que doit comporter le maillage est dépendant de la longueur d'onde<sup>1</sup>. Dans un cas comme le théâtre d'Orange où les longueurs se comptent en dizaines de mètres et les fréquences en kilo-Hertz (fréquences audibles), il faudrait raffiner les mailles à l'échelle du millimètre, ce qui génère des milliards d'éléments. Ce genre de problème est aujourd'hui particulièrement complexe à mettre en place de part la puissance de calcul et l'espace mémoire nécessaire. Par ailleurs la création d'un maillage qui puisse être utilisé pour ce type de calcul représente une difficulté à part entière. Au début du projet, nous avions tenté d'analyser une version très simplifiée du théâtre à des fréquences très faibles. Nous voulions notamment tester l'impact de la forme incurvée des gradins en comparant de manière relative différents maillages. Le raffinement fut effectué à l'aide de l'outil "mmg"<sup>2</sup> développé en partie à l'[Institut des Sciences du Calcul et des Données \(ISCD\)](#). Les calculs acoustiques ont été fait avec l'outil "Gypsilab"<sup>3</sup> développé par le [Centre de Mathématiques Appliquées de l'école Polytechnique \(CMAP\)](#). En conservant à peu près des dimensions du théâtre et pour de faibles fréquences, nous obtenions déjà plusieurs centaines de milliers d'éléments et des temps de calcul de quelques dizaines

---

1. [FUNKHouser et collab., 2004, p. 740]

2. [DAPOGNY et collab., 2004, github]

3. [AUSSAL, github]

de minutes (sur un ordinateur standard). En augmentant la fréquence et donc le raffinement du maillage nous aurions rapidement atteint les limites des machines en terme de mémoire avec des temps de calcul considérables. Or cela ne coïncidait pas du tout avec les objectifs établis. Le constat a alors été que ce type d'étude n'était pas adaptée au cahier des charges.

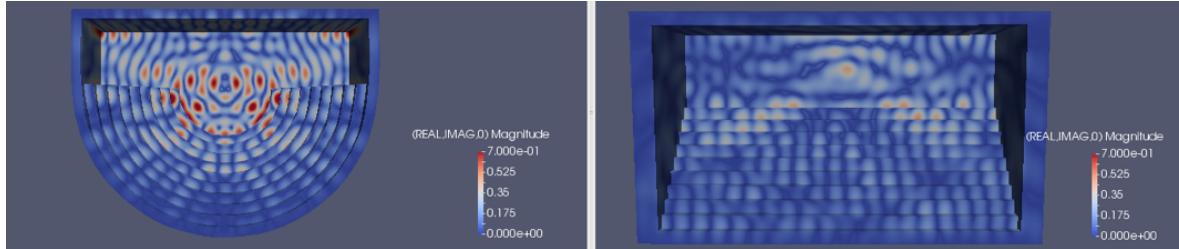


FIGURE 5.1 – Comparaison d'un théâtre simplifié avec gradins coniques ou gradins cubiques par méthode des éléments finis de frontière à 50Hz.

La meilleure option fut alors de se tourner vers des solutions approchées utilisant des méthodes de calcul de type géométrique. Cela est acceptable en se plaçant dans l'approximation dite "hautes fréquences", soit typiquement lorsque  $k\nu \gg 1$  ( $k$  étant le nombre d'onde et  $\nu$  le volume de la salle). La méthode développée, dite "couplée", consiste à propager des rayons à partir d'une source et, à chaque réflexion sur les parois, d'analyser ceux qui traversent une sphère-récepteur pour créer des sources-images. Grâce au temps de parcours des rayons il est alors possible de créer la réponse impulsionale de la salle (RIR). Celle-ci pourra alors être convoluée à un signal audio afin d'écouter le son réverbéré (voir section 5.6).

Le chemin de chacun des rayons permet de situer dans l'espace les sources-images correspondantes, c'est à dire les images de la source suite aux divers réflexions sur les parois. Nous obtenons ainsi une constellation de sources-images portant des énergies atténuées par l'absorption des parois et de l'atmosphère. Cela permettra par la suite de spatialiser le son, c'est à dire de savoir d'où proviennent les différents échos. Il est alors possible d'écouter le son réverbéré en trois dimensions.

Ce chapitre vise à détailler ce processus. Notons néanmoins que les effets de diffraction ne seront pas traités même si, comme nous l'avons évoqué précédemment au sujet du lancer de particules (voir section 4.2.3), il est possible d'utiliser des lois de probabilité pour répartir les rayons réfléchis selon différentes directions<sup>4</sup>. Nous choisissons néanmoins de ne fonctionner qu'avec des réflexions spéculaires car le sujet de la diffraction est extrêmement vaste et complexe. Il s'agit d'un sujet à part entière que l'on ne traitera pas durant ce projet de thèse mais qui pourra venir l'enrichir par la suite. Les grandes dimensions du théâtre d'Orange et la gamme de fréquences utilisée permettent de se placer dans l'approximation "hautes fréquences".

## 5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée

Dans ce développement, nous choisissons d'utiliser des sources omnidirectionnelles, c'est-à-dire qui propagent le son de manière uniforme dans toutes les directions de l'espace. Néanmoins, notons qu'il serait possible d'utiliser d'autres types de source en changeant la répartition des rayons émis. Ces sources sont de type impulsionales. Effectivement, un signal sonore continu peut-être discréteisé par une suite d'impulsions (c'est

4. [VORLÄNDERA et MOMMERTZ, 2000, p.187-199]

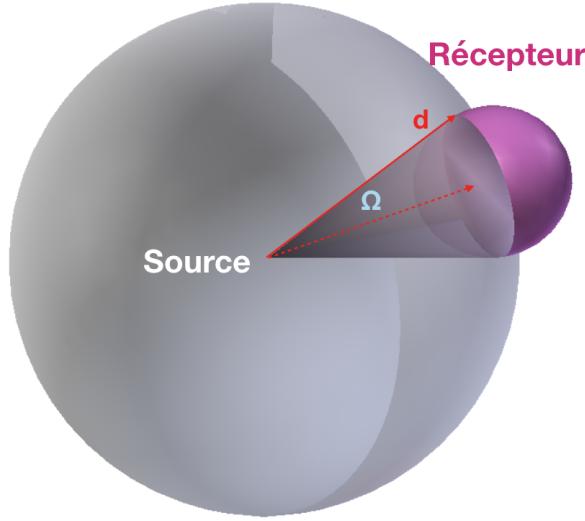


FIGURE 5.2 – Schéma en deux dimensions d'une onde sphérique dont une portion d'énergie est mesurée par un récepteur de rayon  $r$ .

d'ailleurs le cas de tout signal numérique qui est échantillonné à une certaine fréquence). Une impulsion étant un signal d'un temps infiniment court, l'énergie émise depuis la source sera répartie sur la surface d'une sphère en expansion comme nous l'avons vu dans la section 4.1.2 (voir fig. 5.2). Seul le flux passant par le récepteur sera capté. Ainsi, l'énergie perçue est l'intersection entre la sphère d'émission et la sphère de réception. Il s'agit donc d'un angle solide  $\Omega$  de type conique tel que :

$$\Omega = \frac{S}{d^2}, \quad (5.1)$$

avec :

- $\Omega$  : l'angle solide en stéradian (sr),
- $S$  : l'aire de la portion de sphère d'émission interceptée en mètre carré ( $m^2$ ),
- $d$  : le rayon de la sphère d'émission en mètre (m).

Par ailleurs, pour simplifier les calculs, la propagation de l'onde peut être discrétisée en  $N$  rayons émis depuis la source de manière uniforme. Chaque rayon porte l'énergie  $E_i$  telle que :

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i(t) = \frac{E_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Omega_i \quad \forall t > 0, \quad (5.2)$$

avec  $\Omega_i$  : l'angle solide élémentaire tel que  $\sum_{i=1}^N \Omega_i = 4\pi$ .

Le problème de cette approximation est qu'elle apporte de l'erreur au résultat. Effectivement, l'information n'est plus portée par un cône mais par des rayons. Toute mesure prise entre deux rayons sera donc impossible. Il faut alors limiter au maximum cette erreur et réduire l'écart entre deux rayons. On pourra ainsi considérer qu'une grande quantité de rayons peut être assimilée à un cône plein. Pour cela, on souhaite connaître la distance au bout de laquelle les rayons sont suffisamment séparés les uns des autres pour être distingués. En se plaçant dans le cas théorique d'une source et d'un récepteur en espace libre, on exprime le temps au bout duquel il est possible de capter moins d'un rayon dans la sphère de mesure. Pour se faire, nous utilisons la formule de l'angle solide d'un

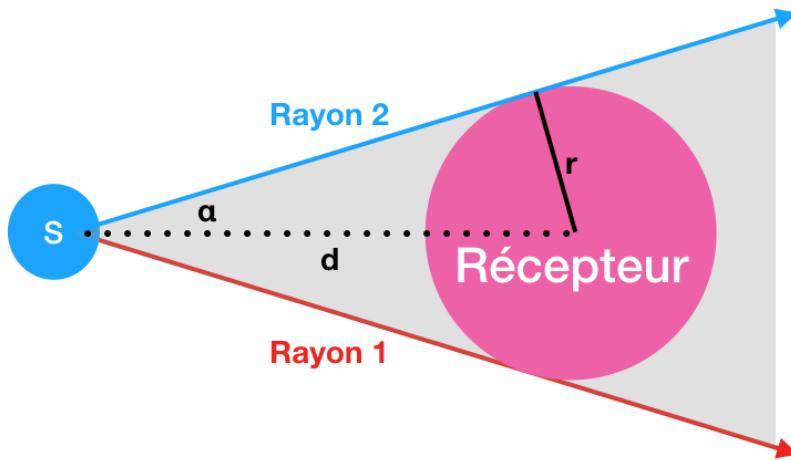


FIGURE 5.3 – Schéma d'un récepteur captant au moins un rayon.

cône de révolution<sup>5</sup> de demi-angle au sommet  $\alpha$  :

$$\Omega_i = 2\pi(1 - \cos(\alpha)). \quad (5.3)$$

Or, cet angle solide peut aussi s'exprimer par :

$$\Omega_i = \frac{4\pi}{N}. \quad (5.4)$$

Ainsi, on obtient d'après Pythagore (voir fig. 5.3) :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{\sqrt{d^2 - r^2}}{d}, \\ &= \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

avec :

- $r$  : le rayon du récepteur,
- $d$  : la distance maximale du récepteur à la source,
- $N$  : le nombre de rayons total.

En normalisant l'énergie ( $E_0 = 1$ ), on obtient alors :

$$\begin{aligned} 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}}\right) &= \frac{4\pi}{N}, \\ \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}} &= 1 - \frac{2}{N}, \\ 1 - \frac{r^2}{d^2} &= \left(1 - \frac{2}{N}\right)^2, \\ \frac{r^2}{d^2} &= \frac{4}{N^2}(N - 1), \\ \frac{r}{d} &= \frac{2}{N}\sqrt{N - 1}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

5. [WIKIPÉDIA, a, Angle solide d'un cône de révolution]

Nous constatons qu'en fixant  $N$  (le nombre de rayons total émis depuis la source) et  $r$  (le rayon de la sphère de mesure), nous pouvons connaître la distance  $d$  au bout de laquelle la probabilité de ne capter aucun rayon ne sera plus nulle. En pratique, pour réduire l'erreur on pourra fixer un nombre  $n$  de rayons minimum à capturer. Par exemple si on fixe  $n$  à 100 rayons, on s'assure que la mesure comprend au moins 100 portions de la sphère énergie et on revient statistiquement à un modèle quasi-continu. Pour établir la nouvelle expression, il suffit de refaire les mêmes calculs en considérant que :

$$\Omega_i = n \cdot \frac{4\pi}{N}. \quad (5.7)$$

L'équation 5.6 s'écrit donc :

$$\frac{r}{d} = \frac{2n}{N} \sqrt{\frac{N}{n} - 1} \Rightarrow d_{max} = \frac{N \cdot r}{2n \sqrt{\frac{N}{n} - 1}}. \quad (5.8)$$

Aussi, si  $N \gg n$  l'expression se simplifie par :

$$d_{max} \approx \frac{r}{2} \sqrt{\frac{N}{n}}. \quad (5.9)$$

Cependant, lorsque  $d_{max}$  est grand devant les dimensions de la salle, on peut se permettre d'arrêter la mesure à  $n = 1$ . Lorsque la taille des rayons augmente, les mesures deviennent moins précise, par contre, leurs énergies seront de plus en plus faible et on entrera dans le champs diffus. Il n'est alors plus vraiment nécessaire d'avoir une mesure très précise. La réponse impulsionale est donc limitée dans le temps grâce à la distance  $d_{max}$ . Cependant, les RIR sont en général calculées jusqu'à ce que l'énergie diminue de 60dB. Il s'agit d'un critère d'arrêt classique car, comme expliqué dans la section 4.2.1 il assure de couvrir la plage d'audition humaine. Il faudra alors jouer sur les paramètres  $N$ ,  $r$  ou éventuellement  $n$  pour s'assurer de dépasser le RT<sub>60</sub>. En pratique, le temps de calcul sera très sensible à la valeur de  $N$  tandis que la précision dépendra de  $r$  et  $n$  c'est pourquoi la RIR n'ira pas toujours jusqu'à -60dB ce qui n'impacte pas forcement l'analyse acoustique. Nous verrons de quelle manière lorsque nous présenterons les facteurs perceptifs dans la section 8.2.

## 5.2 Environnement géométrique

### 5.2.1 Maillage de salle et matériaux

Comme nous l'avons vu précédemment, nous allons travailler à partir d'un maillage existant, qui sera dans notre cas d'application le théâtre d'Orange (voir partie I) mais qui pourrait être n'importe quel maillage de salle. La méthode se doit donc d'être générique. Cependant notons qu'il sera obligatoire d'avoir des faces triangulaires et que les normales devront être orientées vers l'intérieur de la salle (voir fig. 5.4).

Chaque face triangulaire est donc considérée comme une paroi à laquelle il faut affecter un matériau. A un matériau on associe huit coefficients d'absorption correspondant aux bandes d'octave : 62,5Hz, 125Hz, 250Hz, 500Hz, 1kHz, 2kHz, 4kHz, 8kHz. Ces huit bandes permettent de couvrir une large plage des fréquences audibles par l'être humain. L'absorption de l'onde sonore dépendra donc de la fréquence et il faudra calculer huit réponses impulsionales. Il existe de nombreuses bases de données recensant ces

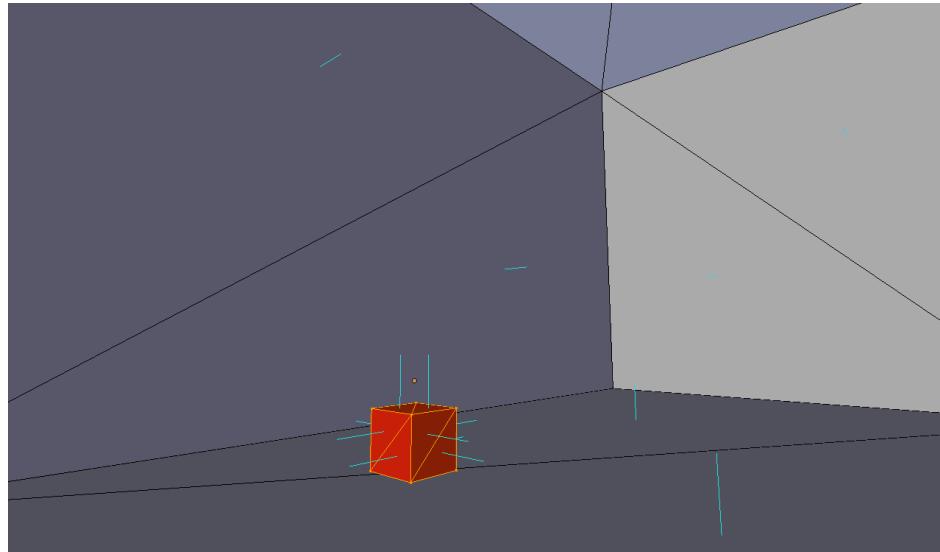


FIGURE 5.4 – Représentation d'un maillages surfacique à faces triangulaires composé d'une salle et d'un obstacle et dont les normales (en bleu) sont orientées vers l'intérieur de la salle.

coefficients d'absorption pour tout type de matériaux. Elles sont en général créées de manière expérimentale dans un local spécialement aménagé. L'erreur est de l'ordre de 15%<sup>6</sup>. La base que nous utilisons a l'avantage d'être très complète et en libre accès sur le site d'Odéon<sup>7</sup>. Les coefficients sont sans unité et correspondent à un ratio d'absorption compris entre 0 et 1. Le tableau ?? présente quelques exemples de coefficients d'absorption. L'énergie d'un rayon ayant été réfléchi par plusieurs parois sera proportionnelle à :

$$E = \prod_{i=0}^n (1 - \alpha_i), \quad (5.10)$$

avec :

- $n$  : le nombre de parois rencontrées,
- $\alpha_i$  : le coefficient d'absorption de la  $i$ -ème paroi.

Référence	Nom du matériau	62,5Hz	125Hz	250Hz	500Hz	1kHz	2kHz	4kHz	8kHz
1	100% absorbent	1	1	1	1	1	1	1	1
2	100%reflecting	0	0	0	0	0	0	0	0
107	Concrete block, coarse <sup>8</sup>	0.36	0.36	0.44	0.31	0.29	0.39	0.25	0.25
3000	Hollow wooden podium <sup>9</sup>	0.4	0.4	0.3	0.2	0.17	0.15	0.1	0.1

TABLEAU 5.1 – Exemples de coefficients d'absorption de la base de données Odéon.

Notons par ailleurs que l'on définit les sources sonores par une position ponctuelle dans l'espace délimité par la salle. De la même façon, les objets récepteurs se définissent par une position ponctuelle dans l'espace ainsi que par leur rayon de mesure. Dans les deux cas les positions sont données par le centre de l'objet dans Blender et le rayon du récepteur est le rayon de la sphère circonscrite.

6. [ACOUPHILE.FR]

7. [ODEON, Materials]

8. Harris, 1991

9. Dalenbäck, CATT

### 5.2.2 Création d'une boîte englobante

La technique de lancer de rayons présente une problématique pour des maillages ouverts. Effectivement, nous verrons dans la section 5.3 qu'il est préférable que chaque rayon puisse rencontrer une paroi afin d'assurer le bon comptage des rayons et éviter ainsi les erreurs algorithmiques. Or, pour une salle ouverte, comme c'est le cas dans le théâtre d'Orange qui est à ciel ouvert, certains rayons peuvent ne rencontrer aucune face. Pour résoudre ce problème facilement et de manière transparente pour l'utilisateur, douze faces triangulaires sont ajoutées systématiquement au maillage afin de créer une boîte englobante. On assigne à ces faces un matériau 100% absorbant afin de respecter la perte d'énergie provoquée par l'absence de paroi. Par ailleurs, cette boîte ne sera pas en contact avec le maillage mais sera légèrement plus grande. Ceci permet d'éviter qu'une de ces faces ne soit confondues avec une paroi réelle du maillage et que les rayons soient absorbés par la boîte englobante au lieu d'être réfléchis par la paroi.

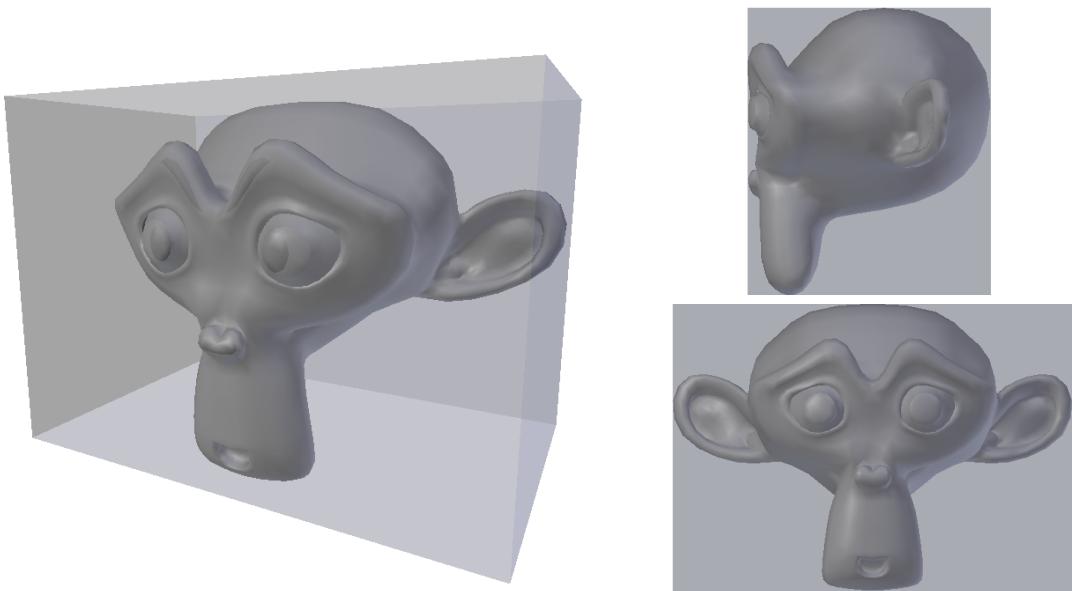


FIGURE 5.5 – Illustration d'une boîte englobant un maillage quelconque (Suzanne).

### 5.3 Calcul de rayons

Le principe de la méthode utilisée est d'émettre depuis une source des rayons se propageant en ligne droite jusqu'à atteindre un triangle du maillage. Il est bon de noter que dans la nature, les ondes sonores peuvent suivre des trajectoires courbes à cause de certains paramètres comme les gradients de température ou la présence de vent. Néanmoins nous ferons l'approximation que la propagation se fait en ligne droite. Par ailleurs, les sources sonores telles que les instruments de musique ou la voix humaine ne sont pas omnidirectionnelles mais possèdent une répartition de l'énergie qui leur est propre. Comme précisé précédemment, notre étude se place dans le cas général d'une source ayant une répartition uniforme de son énergie dans toutes les directions de l'espace et pourra, dans un second temps, être enrichie par d'autres types de sources.

Pour générer une émission omnidirectionnelle de rayons, nous avons dans un premier temps évalué l'utilisation d'une "*Ico Sphère*" générée par Blender. L'idée est d'utiliser

le centre comme origine et chaque vertice pour calculer le vecteur directeur des rayons. Effectivement, Blender propose dans ses objets de base une sphère formée par un icosaèdre régulier. Selon le raffinement voulu, Blender découpe chaque segment en son milieu et déforme la surface pour obtenir un modèle sphérique (voir fig. 5.6a). La répartition est donc uniforme puisque l'"*Ico Sphère*" n'est composée que de triangles équilatéraux identiques. Cependant, Blender bride ces subdivisions à l'ordre 8, ce qui limite l'"*Ico Sphère*" à 163842 points. Outre le fait que cette manipulation aurait largement ralenti Blender, nous souhaitons pouvoir traiter un nombre de rayons bien plus important et de valeur quelconque. Nous utilisons donc une sphère de Fibonacci afin de générer les vecteurs directeurs des rayons (voir fig. 5.6b).

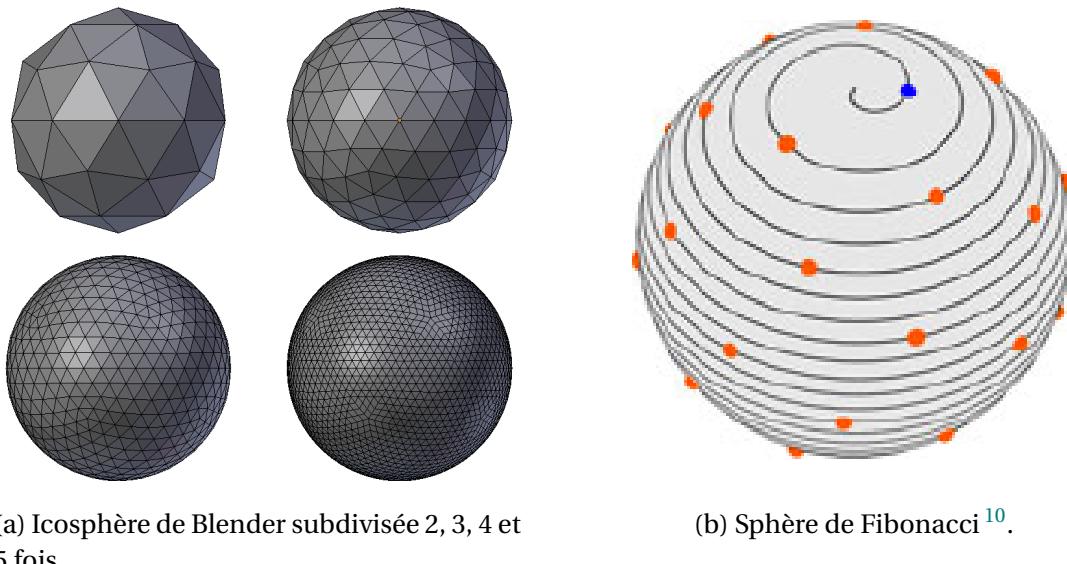


FIGURE 5.6 – Sphères permettant l'émission omnidirectionnelle de rayons.

On note  $\Gamma$  le nombre d'or tel que :

$$\Gamma = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}. \quad (5.11)$$

Les coordonnées sphériques sont données par :

$$\begin{cases} \theta &= \frac{2\pi \times n}{\Gamma} \pmod{2\pi}, \\ \phi &= \arcsin\left(\frac{2n}{N-1} - 1\right), \end{cases} \quad (5.12)$$

avec :

- $N$  : le nombre total de rayons,
- $n \in [0, 1, 2, \dots, N-1]$  : le numéro du rayon.

A partir de ces coordonnées sphériques, on en déduit les coordonnées cartésiennes des vecteurs directeurs que l'on normalisera par la suite :

$$\begin{cases} x &= \cos \phi \times \cos \theta, \\ y &= \cos \phi \times \sin \theta, \\ z &= \sin \phi. \end{cases} \quad (5.13)$$

10. [KEINERT et collab., 2015, fig. 1]

À l'initialisation nous émettrons donc N rayons depuis le centre de l'objet source et dirigés dans toutes les directions de manière uniforme. Une énergie normalisée à 1 leur est assignée de sorte que l'énergie totale vaille N et ceux pour chaque bande de fréquence. L'algorithme va ensuite propager les rayons sur les parois et à chaque intersection les énergie vont être atténées par l'absorption des parois (voir eq. 5.10). Tant que les huit énergies de d'un rayons ne sont pas toutes inférieures à une valeur seuil alors celui-ci continu de se propager.

Pour tester les intersections entre les rayons et les parois nous utilisons l'algorithme de Möller-Trumbore<sup>11</sup> développé à la fin des années 90 d'après les travaux de J.Arenberg<sup>12</sup> et D.Badouel<sup>13</sup> et reconnu pour être rapide et efficace. Il s'agit d'opérer un changement de base pour le vecteur directeur du rayon et d'exprimer le point d'intersection à l'aide de coordonnées barycentriques. Cela permet d'éviter de devoir travailler avec des équations de plans et soulage les calculs.

Nous cherchons donc l'intersection entre un rayons d'équation :

$$R(t) = O + Dt, \quad (5.14)$$

et une face triangulaire de sommets  $V_0, V_1, V_2$ . Un point T appartient au triangle si :

$$T(u, v) = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2, \quad ^{14} \quad (5.15)$$

avec  $(u, v)$  les coordonnées barycentriques tels que :

$$\begin{cases} u \geq 0, \\ v \geq 0, \\ (u + v) \leq 1. \end{cases} \quad (5.16)$$

Ainsi, l'intersection entre le rayon et le triangle s'écrit :

$$O + Dt = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2, \quad ^{15} \quad (5.17)$$

avec  $t$  la distance entre le point d'origine du rayon et le point d'intersection. D'après la règle de Cramer, nous pouvons réarranger cette équation sous la forme :

$$[-D, \quad V_1 - V_0, \quad V_2 - V_0] \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = O - V_0. \quad ^{16} \quad (5.18)$$

Ainsi, on aura :

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{|[-D, \quad E_1, \quad E_2]|} \begin{bmatrix} |T, \quad E_1, \quad E_2| \\ | -D, \quad T, \quad E_2| \\ | -D, \quad E_1, \quad T| \end{bmatrix}. \quad ^{17} \quad (5.19)$$

avec :

$$\begin{cases} E_1 = V_1 - V_0, \\ E_2 = V_2 - V_0, \\ T = O - V_0. \end{cases} \quad (5.20)$$

11. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, p. 2-3]

12. [ARENBERG, 1988, oeuvre intégrale]

13. [BADOUEL, 1990, p. 390-393]

14. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 2]

15. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 3]

16. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 4]

17. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 5]

Ce qui équivaut à :

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{(D \times E_2) \cdot E_1} \begin{bmatrix} (T \times E_1) \cdot E_2 \\ (D \times E_2) \cdot T \\ (T \times E_1) \cdot D \end{bmatrix}.^{18} \quad (5.21)$$

On peut alors connaître toutes les faces que rencontre chaque rayon en conservant le point d'intersection pour le rayon le plus court. Effectivement, on admet que les faces peuvent absorber les rayons mais pas les transmettre donc le rayon s'arrêtera à la première face rencontrée. En pratique il peut y avoir des phénomènes de vibro-acoustique et de résonance qui peuvent transmettre le son à travers des parois. Nous pouvons négliger ces phénomènes notamment dans un cas comme le théâtre d'Orange dont l'épaisseur et la densité des murs est importante. Il est tout de même bon de noter que, pour cette raison, certains cas d'utilisation ne pourront pas être testés comme par exemple l'écoute dernière une porte ou sous l'estrade de bois.

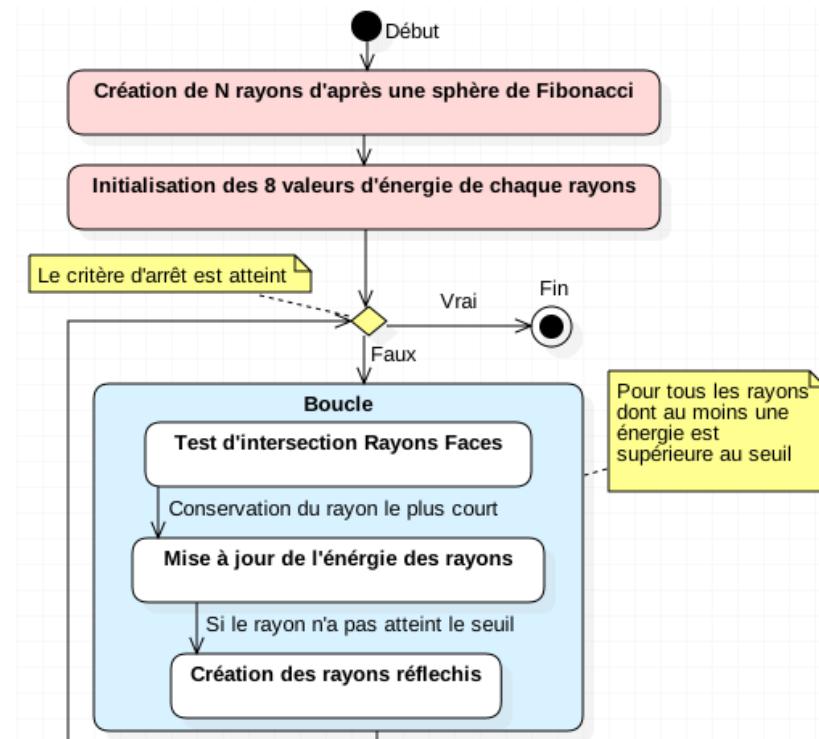


FIGURE 5.7 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des rayons.

Une fois que l'on sait sur quelle paroi chaque rayon va se réfléchir, on peut mettre à jour leurs énergies en les multipliant pour chaque bande de fréquence par  $(1 - \alpha_i)$ , les  $\alpha_i$  étant les coefficients d'absorption de la face rencontrée (voir section 5.2.1). La longueur totale du rayon doit être stockée afin de pouvoir prendre en compte l'absorption de l'air, de créer les sources-images (voir section 5.4) et de calculer la RIR (voir section 5.5). Il y a alors trois possibilités pour qu'un rayon arrête de se propager :

- Les énergies des huit bandes de fréquence portées par le rayon sont toutes à 0. Ce cas se présente lorsque le rayon rencontre une surface 100% absorbante telle que la boîte englobante (voir section 5.2.2) par exemple.
- La distance totale parcourue par le rayon jusqu'au récepteur a dépassé le seuil déterminé par l'équation 5.6. Cette condition est nécessaire dans le cas d'un modèle

18. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 6]

discret (voir section 5.1).

- Le rayon réfléchi est colinéaire au rayon incident deux fois consécutives. Ce cas de figure particulier implique que le rayon est piégé entre deux surfaces parallèles. Dans le cas où celui-ci traverse le récepteur, son énergie va apparaître dans la réponse impulsionale à chaque itération. Or, comme le rayon est unique, on perd le principe de l'approche par faisceau et son énergie ne diminuera pas en fonction de la distance. La mesure va être biaisée par l'énergie de cet unique rayon qui apparaîtra à chaque itération. Notons que ce phénomène pourrait également se produire si le rayon se trouve bloqué dans une boucle composée de plus de deux surfaces, par exemple une salle dont les murs formeraient un triangle équilatéral. Nous avons jugé ce type de cas comme peu probable et n'avons pas implémenté de sécurité pour les contrer. L'utilisateur pourra s'en affranchir en jouant sur le maillage pour casser la boucle.

Les rayons pour lesquels aucun de ces deux critères n'est atteint donnent alors naissance à un rayon réfléchi, les autres arrêtent de se propager. Pour calculer le vecteur directeur des rayons réfléchis, il suffit d'utiliser le vecteur normal à la face rencontrée (de norme 1) et d'utiliser la formule suivante :

$$\vec{r} - \vec{i} = 2 \times (-\vec{i} \cdot \vec{n}) \vec{n}. \quad (5.22)$$

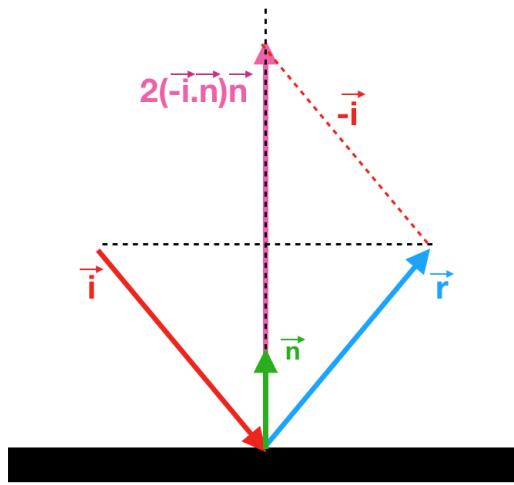


FIGURE 5.8 – Calcul d'un rayon réfléchi à partir d'un rayon incident et d'une normale.

Nous pouvons ainsi mettre à jour les informations sur les rayons (origine et vecteur directeur) et boucler afin de propager ces rayons réfléchis vers de nouvelles faces. Notons tout de même que dans l'implémentation algorithmique il peut se produire des problèmes d'arrondis qui peuvent faire fuir des rayons (c'est à dire qu'ils ne rencontrent aucune face). Pour éviter cela, on modifie les conditions de l'équation 5.15 tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} u \geqslant -\epsilon, \\ v \geqslant -\epsilon, \\ (u + v) \leqslant 1 + \epsilon, \end{array} \right. \quad (5.23)$$

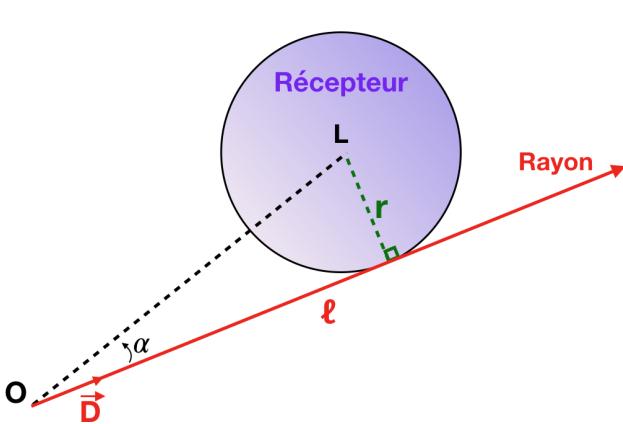
avec  $\epsilon = 10^{-5}$  (la précision machine étant de  $10^{-6}$  pour une variable de type *float*). De même, si un rayon tombe dans un coin, son rayon réfléchi pourra sortir du maillage. Pour

éviter cela on aura :

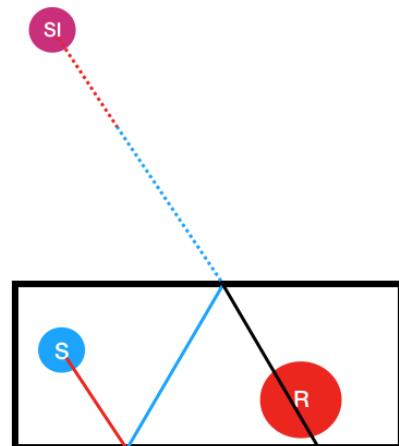
$$l = l - \epsilon,$$

avec  $l$  la longueur du rayon.

## 5.4 Calcul de sources-images



(a) Schéma d'un rayon qui passe en frontière de la sphère récepteur de rayon  $r$ .



(b) Schéma de la création d'une source image par réflexions successives d'un rayon sur les parois d'une salle.

A chaque itération, c'est à dire à chaque fois que les  $N$  rayons sont entrés en contact avec une paroi et avant qu'ils ne soient réfléchis, on détermine ceux qui ont traversé le récepteur. Nous allons ainsi pouvoir ajouter au fur et à mesure des itérations de nouvelles sources-images. Pour savoir si un rayon (parmi les rayons qui n'ont pas atteint le critère d'arrêt) donne naissance à une source image, on vérifie dans un premier temps si le point d'origine du rayon est à l'intérieur de la sphère-récepteur :

$$\|\vec{OL}\| \leq r, \quad (5.24)$$

avec :

- $O$  : L'origine du rayon,
- $L$  : Le centre du récepteur (Listener),
- $r$  : Le rayon de la sphère récepteur.

Si c'est le cas, alors le rayon est perçu par le récepteur et une source image va être créée. Sinon, on vérifie si le rayon se dirige bien vers le récepteur. Pour cela il suffit de vérifier que :

$$\cos \alpha \geq 0, \quad (5.25)$$

avec  $\alpha$  l'angle entre le rayon de vecteur directeur  $\vec{D}$  et  $\vec{OL}$ . Par ailleurs, on vérifie que le rayon est assez grand pour atteindre le récepteur (donc qu'il n'est pas interrompu par une paroi avant) :

$$\|\vec{OL}\| \leq l, \quad (5.26)$$

avec  $l$  la longueur du rayon. Pour finir, on s'assure que le rayon intersecte bien la sphère-récepteur :

$$\sin \alpha \times \|\vec{OL}\| \leq r \Rightarrow \alpha \leq \arcsin \frac{r}{\|\vec{OL}\|} \quad (5.27)$$

Si ces conditions sont réunies, alors le rayon traverse bien le récepteur et une source-

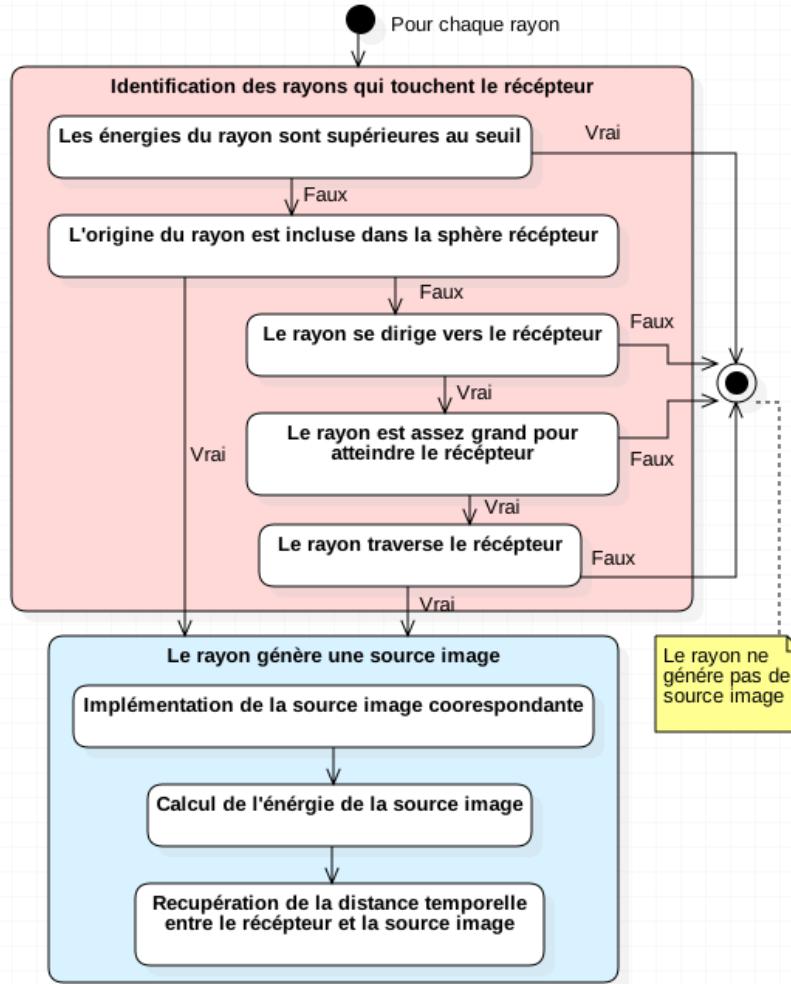


FIGURE 5.10 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des sources-images.

image est générée. Ses coordonnées sont obtenues en traçant un vecteur de même origine mais de sens opposé au rayon courant et dont la norme sera égale à la distance totale parcourue par le rayon avant sa dernière réflexion (voir fig. 5.9b). On rétro-propage donc le rayon jusqu'à arriver à la source-image dont la position est le symétrique de la source par rapport à tous les plans rencontrés par le rayon. On assigne à cette source-image huit coefficients d'énergie correspondant aux coefficients d'énergie finaux du rayon, atténus par l'absorption de l'air sur le trajet total. Celle-ci est déterminée pour chaque bande de fréquence d'après les formules analytiques décrites dans la section 4.1.3. Le calcul des énergies se fait de la manière suivante :

$$E_{si,i} = E_{r,i} \times e^{-m_i \times l_{tot}}, \quad (5.28)$$

avec :

- $E_{si,i}$  : L'énergie portée par la source image sur la  $i$ -ème bande de fréquence,

- $E_{r,i}$  : L'énergie finale portée par le rayon sur la i-ème bande de fréquence,
- $m_i$  : Le coefficient d'absorption de l'air sur la i-ème bande de fréquence (voir 4.1.3),
- $l_{tot}$  : La distance totale parcourue par le rayon entre la source et le récepteur.

Étant donné que tous les rayons qui se seront réfléchis sur une même paroi vont générer des sources-images en un même point, on peut sommer leur énergie. Il n'y aura donc qu'une seule source-image portant l'énergie de plusieurs rayons. On peut alors assigner à chaque source-image une distance temporelle afin pouvoir tracer la réponse impulsionale :

$$t_{tot} = \frac{l_{tot}}{v}, \quad (5.29)$$

avec :

- $t_{tot}$  : le temps de parcours entre la source-image et le récepteur,
- $v$  : la vitesse du son dans le milieu (air : 340m/s).

La dernière étape consiste à supprimer les sources images dont les huit énergies sont toutes inférieures à un seuil limite préalablement fixé (typiquement  $-60\text{dB}$ ).

## 5.5 Génération de réponse impulsionale

Disposant de la distance temporelle entre les sources-images et le récepteur, il est possible d'afficher les courbes d'énergie sonore en fonction du temps. Aussi, pour chaque bande d'octave nous sommes les énergies par tranches temporelles. Ces tranches sont déterminées par la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ . Celle-ci devra être identique à celle du signal audio avec lequel la réponse impulsionale sera convoluée (voir section 5.6). Ainsi :

$$nb_{ech} = f_s \times t_{max}, \quad (5.30)$$

avec :

- $nb_{ech}$  : le nombre total d'échantillon,
- $f_s$  : la fréquence d'échantillonnage,
- $t_{max}$  : le temps de parcours de la source image la plus éloignée,

et pour chaque bande d'octave on somme les énergies par échantillon. On a alors :

$$E_i = \sum E_j, \quad (5.31)$$

tel que la partie entière du produit  $(t_j \times f_s) = i$  et avec :

- $E_i$  : l'énergie du  $i^e$  échantillon,
- $E_j$  et  $t_j$  : respectivement l'énergie et temps de parcours de la  $j^e$  source-image.

Typiquement, pour une fréquence standard de 44100Hz chaque échantillon sommera les énergies des sources-images par tranches de  $22,7\mu\text{s}$ . Les énergies seront ensuite normalisées pour obtenir la RIR (voir fig. 5.11).

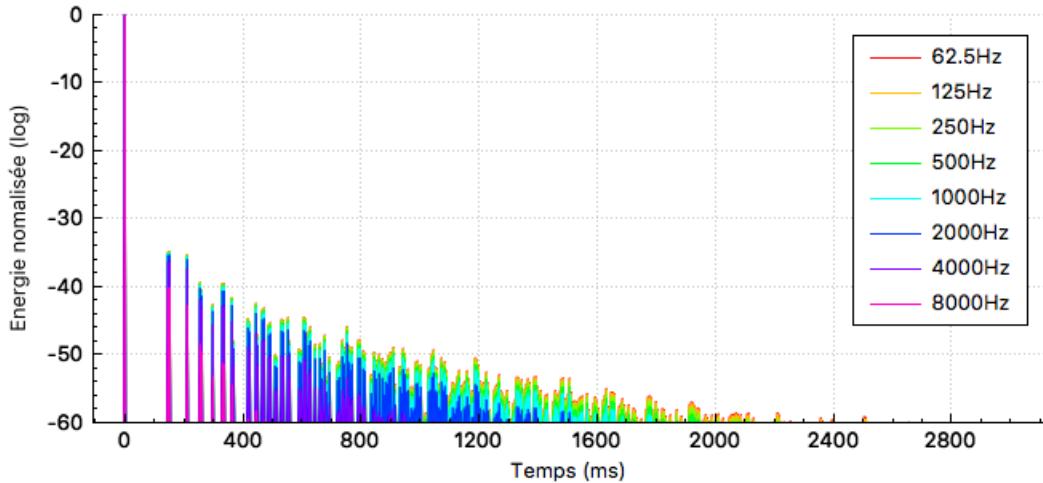


FIGURE 5.11 – Exemple de **RIR** pour un cube de 50m d'arrêté, une source et un récepteur de 20m de diamètre situés au centre, un million de rayons et une fréquence d'échantillonnage de 44100Hz.

## 5.6 Auralisation

L'analyse de résultats d'une étude acoustique peut parfois être délicate et difficile pour les personnes extérieures au milieu. Le résultat final qui pourra être analysé par le plus grand nombre est le signal audio de sortie. Même si l'analyse d'un signal audio nécessite une grande finesse auditive, elle présente pour avantage d'être accessible par une simple écoute. Pour obtenir le son réverbéré, il s'agit de convoluer le signal d'origine avec les **filtre à réponse impulsionnelle finie, ou Finite Impulse Response filter (FIR)**. Un **FIR** est une **RIR** exprimé en pression telle que :

$$P = \sqrt{E}, \quad (5.32)$$

avec :

- P : La pression sonore normalisée,
- E : L'énergie normalisée.

Convoluer ces signaux revient à multiplier point par point le fichier audio avec les **FIR** dans le domaine de Fourier (fréquentiel). On utilise pour cela des fichiers au format **WAV**. Dans le cas de longs signaux, il est judicieux d'utiliser une convolution partitionnée afin de réduire le stockage de données et accélérer les calculs<sup>19</sup>.

L'algorithme mis en place fonctionne de la manière suivante (voir fig. 5.12) :

Premièrement, on fixe la longueur des partitions à  $n$  échantillons tel que  $n$  soit une puissance de 2 (typiquement 1024). Dans un premier temps, le signal audio est découpé par tranches de  $n$  échantillons et chaque tranche recouvre la précédente sur la moitié de sa taille. Chacune d'entre elles est ensuite passées dans le domaine spectral par **transformation de Fourier rapide (FFT)**. Dans un second temps, les **FIR** sont convolus temporellement à des filtres passe-bande (voir fig. 5.13), c'est à dire que chaque pic des **FIR** sera multiplié par le filtre passe-bande de la fréquence correspondante. Les huit signaux de sortie sont alors découpés par tranches de  $n/2$  échantillons que l'on fait précéder de  $n/2$  zéros. Ce procédé se nomme "*ZeroPadding*" et permet d'éviter les effets de crénage (*aliasing*) lors de la convolution de deux signaux. En effet, les spectres des signaux présentent sur leur partie négative un repliement qui apporte de l'information redondante

19. [BATTENBERG et AVIZIENIS, 2011, 2. Algorithm overview ]

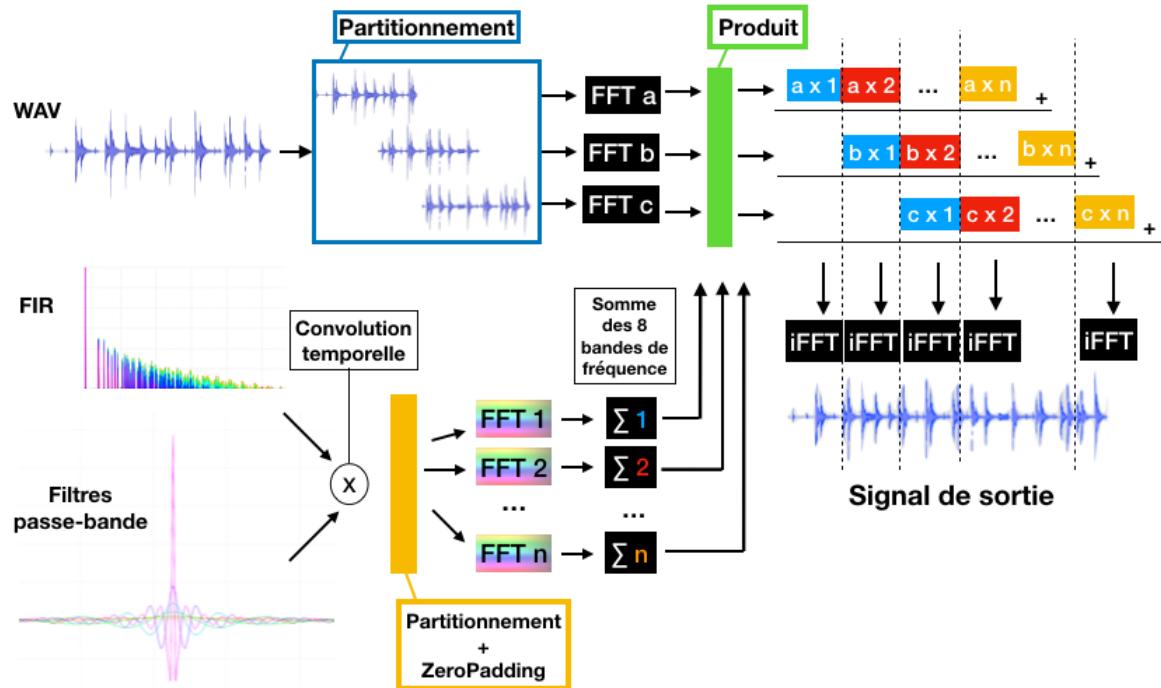


FIGURE 5.12 – Schéma du processus de convolution partitionnée.

lors de la convolution. C'est pour cette même raison que les partitions du signal audio ont un recouvrement de  $n/2$  échantillons. Ainsi, seuls les  $n/2$  derniers échantillons du résultat de convolution sont utiles. Avant de pouvoir effectuer cette opération il faut passer les filtres dans le domaine spectral et sommer les huit bandes de fréquence. Une par une les partitions du signal audio sont convoluées aux filtres et à chaque nouvelle partition, on décale le résultat de  $n/2$  échantillons. On pourra alors sommer les résultats et effectuer une transformée de Fourier inverse pour récupérer le signal de sortie. Celui-ci sera identique au signal d'entrée à la différence qu'il sera réverbéré, c'est à dire que chaque pic de la RIR répétera le signal d'entrée en écho.

Dans un futur développement il sera possible de générer une RIR pour l'oreille gauche et une autre pour l'oreille droite afin d'avoir une signal binauralisé. L'écoute pourra alors dépendre des angles d'azimut et d'élévation orientant le regard de l'auditeur. Ainsi, le son sera spatialisé et l'étude acoustique pourra prendre une nature immersive. Celle-ci pourra être renforcée par l'utilisation d'un casque muni d'un *Head-Tracker* afin de corriger les angles d'observation en temps réel<sup>20</sup>. Ce type de casque possède un gyroscope qui actualise la direction du regard en temps réel et permet d'augmenter considérable la sensation immersive.

20. [SALMON et collab., 2017, oeuvre intégrale]

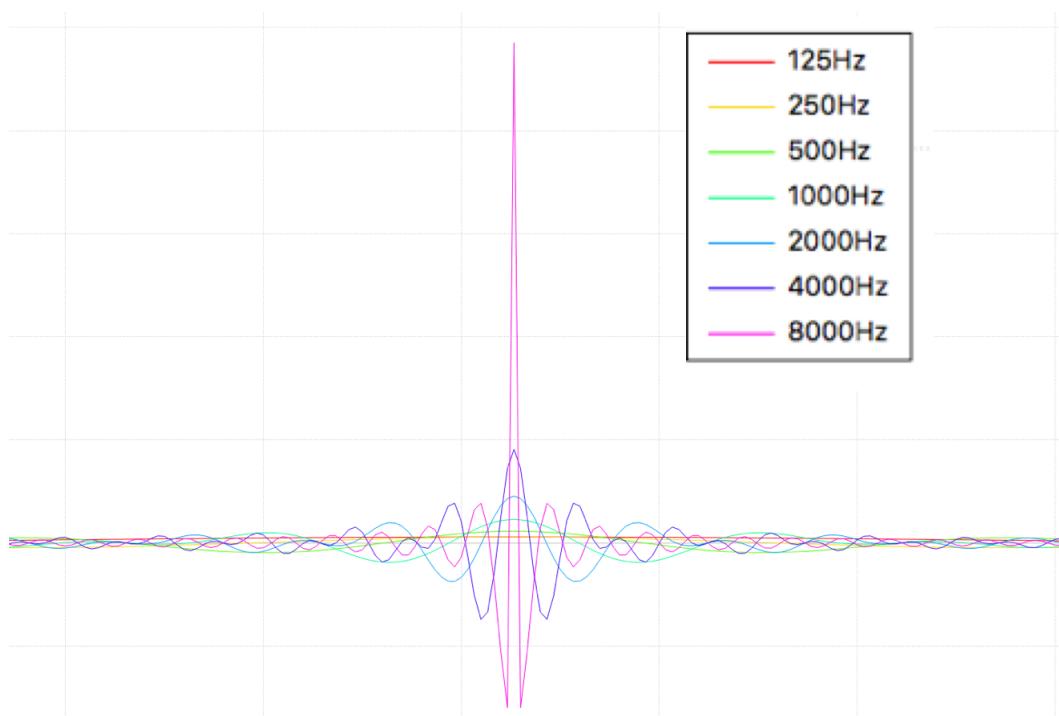


FIGURE 5.13 – Filtres fréquentiels passe-bande.

# Chapitre 6

## Optimisation algorithmique

« *Un pessimiste voit la difficulté dans chaque opportunité, un optimiste voit l'opportunité dans chaque difficulté.* »

---

Winston Churchill

### Sommaire

---

<b>6.1 Méthode d'octree</b> . . . . .	<b>87</b>
6.1.1 Principe général . . . . .	87
6.1.2 Implémentation . . . . .	90
<b>6.2 Analyse des résultats</b> . . . . .	<b>92</b>

---

## Introduction

Afin de pouvoir qualifier les performances de l'algorithme, il est d'usage d'en mesurer la **complexité**. Ce coefficient vise à analyser et qualifier le temps de calcul d'un algorithme. Pour rappel les grandes étapes de l'algorithme qui font appel à des boucles d'itérations importantes sont les suivantes :

- lecture du maillage,
- intersection des rayons et des faces,
- création des sources-images.

On note  $N$  le nombre de rayons et  $M$  le nombre de faces du maillage. Nous allons donc pouvoir analyser la complexité de ces différentes étapes. La lecture du maillage ne dépend que du nombre de faces ; la complexité de cette opération est donc linéaire de type  $O(M)$ . Par ailleurs cette étape n'est réalisée qu'une fois à l'initialisation. La création des sources-images ne dépend que du nombre de rayons sera elle aussi de complexité linéaire en  $O(N)$ . Celle-ci se produit en boucle tant que tous les rayons n'ont pas atteint le seuil d'arrêt. Néanmoins on ne peut pas en déterminer le nombre de boucles car celui-ci dépend de la géométrie de la salle et des matériaux. Effectivement plus la salle est grande et plus les matériaux sont absorbants, plus vite s'arrêtera la boucle.

L'étape la plus complexe est la boucle d'itération sur le calcul des intersection entre les rayons et les faces. Lors de cette étape, chaque rayon est testé avec chaque face. La complexité de cet algorithme est donc quadratique en  $O(N \times M)$ . Il s'agit de l'étape critique de la méthode et la plus chronophage. Pour vérifier cela, nous mesurons le temps de calcul des intersections rayons-faces pour une itération (voir fig. 6.1 et tab. 6.1). Ce test est effectué sur un MacBook de processeur 2,7GHz Intel Core i5 avec 8Go de RAM DDR3. La géométrie utilisée est un tétraèdre dont le nombre de faces est multiplié par deux à chaque mesure.

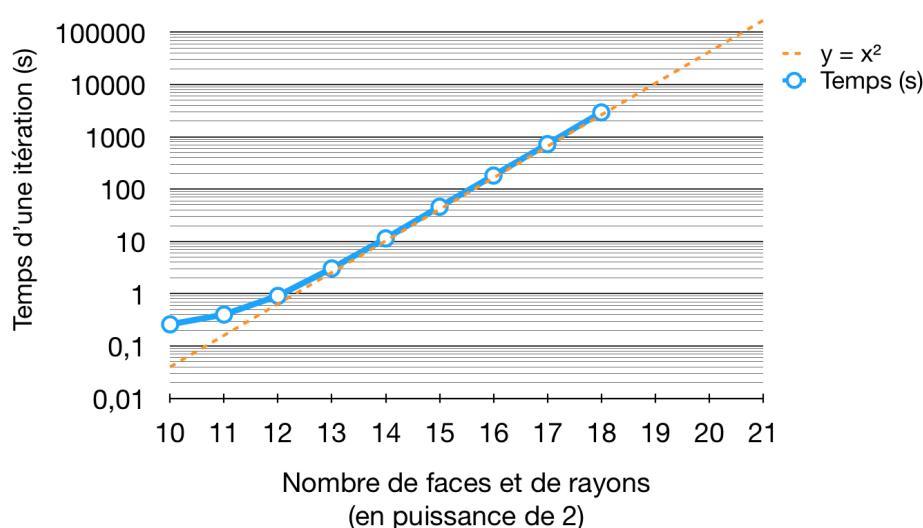


FIGURE 6.1 – Courbe de complexité donnant le temps (s) d'une itération pour  $N=M$  en échelle logarithmique.

La courbe 6.1 illustrant le temps de calcul en faisant varier le nombre  $N$  de rayons et le nombre  $M$  de faces tel que  $N = M$  comporte bien une pente de 2 en échelle logarithmique. Effectivement :

$$T \propto N^2 \quad \Rightarrow \quad \ln(T) \propto 2\ln(N). \quad (6.1)$$

On constate comme prévu que le temps de calcul évolue comme le produit du nombre de faces par le nombre de rayons ce qui donne bien une complexité quadratique.

Par ailleurs en fixant d'une part le nombre de face et d'autre part le nombre de rayons on constate que le temps augmente bien linéairement par rapport à chacun de ces paramètres (voir fig . 6.2).

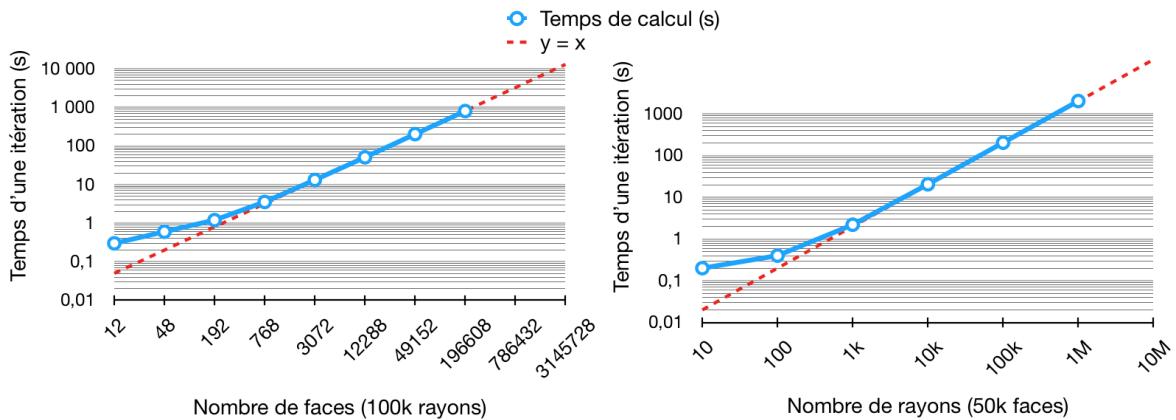


FIGURE 6.2 – Courbes de complexité donnant le temps (s) d'une itération en échelle logarithmique.

Dans le cas du théâtre d'Orange, le nombre de faces est supérieur à 100 000 éléments et le nombre de rayons à émettre doit être très important compte tenu de la taille du bâtiment (voir section 5.1). En testant une géométrie simplifiée du bâtiment, nous constatons que son **RT<sub>60</sub>** est de l'ordre de 2 secondes. Il faudra donc pouvoir réaliser des mesures pour des rayons d'environ 700m de long. Or d'après l'équation 5.9 :

$$N > n \left( \frac{2d}{r} \right)^2. \quad (6.2)$$

Pour une sphère de mesure de quelques mètres (celle-ci ne doit pas trop s'étendre afin que la mesure reste localisée) et  $n$  de l'ordre d'une centaine de rayons, il faudra que le nombre total de rayons  $N$  soit supérieur à 50 millions. En prolongeant la courbe de la figure 6.2 on obtient un temps de calcul d'une trentaine d'heure, ce qui n'est pas acceptable pour entrer dans le cahier des charges. Nous devons donc optimiser l'algorithme afin de résoudre ce problème.

## 6.1 Méthode d'octree

### 6.1.1 Principe général

Comme nous l'avons vu précédemment, les maillages que nous devons traiter peuvent comporter plusieurs dizaines, voire centaines de milliers d'éléments. Les algorithmes permettant de gérer ce genre de cas utilisent souvent des méthodes dites de "diviser pour régner" (*divide and conquer*). Cela permet, notamment dans des environnements 3D de pré-trier les données afin de ne réaliser les calculs couteux en temps que sur une quantité de données restreinte.

Il existe plusieurs types d'arbres permettant l'optimisation des calculs par partitionnage de données. On pourra citer l'exemple bien connu des arbres binaires qui subdivisent les données en deux de manière récursive<sup>1</sup>. Nous avons choisi d'utiliser un arbre

1. [KNUTH, 1997, p. 318–348]

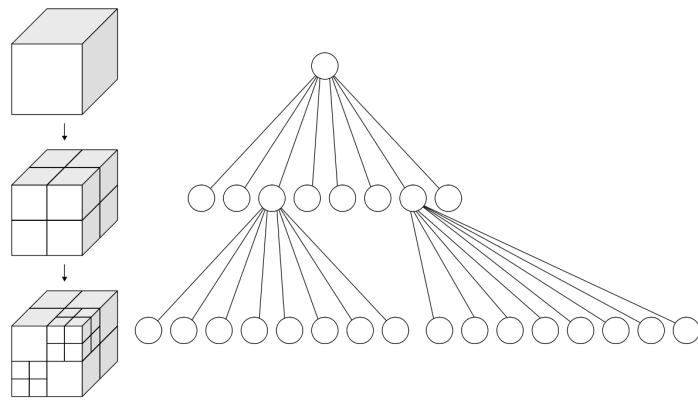


FIGURE 6.3 – Illustration du principe d'*octree*. Subdivision d'un cube en "octants" (gauche) et l'arbre correspondant (droite).

assez similaire à la différence près qu'il sépare l'espace en 2 sur chacune des dimensions de l'espace et crée des subdivisions de taille identiques alignées avec les axes. Chaque itération découpe la partition de l'espace précédente en 8 (soit  $2^3$ ) ce qui donne le nom d'*octree* à ce procédé<sup>2</sup>.

Le principe général consiste à créer une boîte cubique dite "boîte-mère" contenant l'ensemble des éléments du maillage, c'est à dire l'ensemble des faces triangulaires. Cette boîte-mère est alors subdivisée pour créer huit "boîtes-filles" de taille identique qui elles-mêmes vont être subdivisées en huit boîtes-filles, etc (voir fig. 6.3). De manière récursive, chaque élément contenu dans une boîte-mère va être rangé dans la boîte-fille qui le contient. On descend de cette façon dans l'arborescence de l'arbre jusqu'à atteindre une condition d'arrêt. Typiquement, l'*octree* s'arrête lorsque plus aucune boîte-fille ne contient plus de  $n$  éléments. Les boîtes sont donc raffinées de la même manière que le maillage (voir fig. 6.4) puisque que les boîtes vides ne génèrent pas de boîtes-filles.

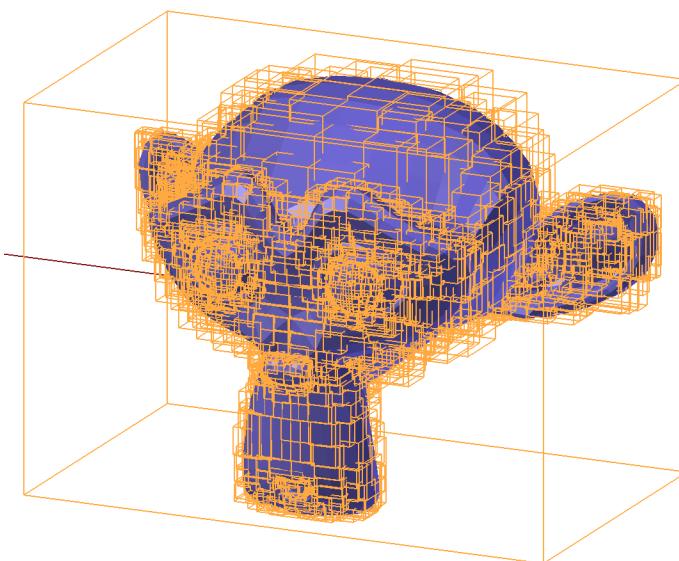


FIGURE 6.4 – Représentation d'un *octree* créé à partir d'un maillage complexe (Suzanne) et dont le raffinement s'adapte au maillage.

Vérifions si ce système de tri permet de réduire la complexité du calcul. Nous avons vu

2. [MEAGHER, 1982, p. 5]

que l'étape la plus chronophage de l'algorithme est l'interaction des rayons et des faces. Avec le partitionnage spatial de l'*octree* nous ne testons que les rayons et les faces d'une même boîte. Nous nommons *objet* : un rayon ou une face. Dans un premier temps, voyons la complexité de la répartition des *objets* dans les boîtes. Nous nous plaçons dans le cas idéal où  $N$  *objets* sont repartis de manière uniforme dans l'espace. On nomme *opérations* le rangement des *objets* dans les boîtes. On note  $p$  le nombre d'étages de l'*octree*. Pour  $p = 0$ , c'est à dire lorsque l'*octree* n'est composée que de sa boîte-racine, la boîte-mère contient  $N$  *objets*. Pour  $p = 1$  il faut ranger  $N$  élément dans 8 boîtes-filles. Il y aura donc  $8N$  *opérations*. A l'étage suivant, chaque boîte-fille contenant  $\frac{N}{8}$  *objets* devient alors un boîte mère traitée comme précédemment. Ainsi il faut  $8$  *opérations* par boîte-mère pour ranger leurs  $\frac{N}{8}$  *objets*. Nous avons donc à cette étape :

$$8 \times 8 \times \frac{N}{8} = 8N \text{ opérations.}$$

De la même manière à l'étape suivante on aura :

$$8^3 \frac{N}{8^2} = 8N \text{ opérations.}$$

Que l'on peut écrire dans le cas général :

$$8^p \frac{N}{8^{p-1}} = 8N \text{ opérations.} \quad (6.3)$$

On constate qu'il faut faire  $p$  fois  $8N$  *opérations* pour arriver à l'étage  $p$ . Il y aura donc  $p \times 8N$  *opérations* au total.

Voyons maintenant comment déterminer  $p$ . Nous nous plaçons dans le cas où les boîtes du dernier étage ne contiennent qu'un unique *objet*. Nous avons donc autant de boîtes que d'*objets*. Ainsi :

$$\begin{aligned} 8^p &= N, \\ p \cdot \ln 8 &= \ln N, \\ p &= \frac{1}{\ln 8} \ln N. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Le nombre total d'*opérations* C est donc :

$$C = p \cdot 8N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N. \quad (6.5)$$

Le rangement des *objets* dans les boîtes est donc proportionnel à  $N \cdot \ln N$ . À cela il faudra ajouter les calculs des intersections rayons/faces qui ne sont fait que  $N$  fois, c'est à dire une fois par boîte (puisque on n'a qu'un rayon et qu'une face par boîte). La complexité totale devient :

$$C_{tot} = p \cdot 8N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N + N. \quad (6.6)$$

Dans le cas général où les *objets* ne sont pas répartis de manière uniforme, la démonstration est plus complexe. Effectivement, on ne peut pas prédire quelles boîtes vont être vides avant les autres et donc combien il y aura de boîtes par étages (voir fig. 6.3). Cela est dû au fait que l'espace est divisé en  $8^p$  à chaque étage et que selon la répartition des éléments certaines boîtes vont se retrouver vides et ne plus se subdiviser. La démonstration générale pourrait par contre fonctionner dans le cas d'un arbre binaire par exemple puisque le découpage dans l'espace se fait de manière à avoir un nombre équivalent d'éléments dans chaque boîte quelque soit leur répartition. L'équation 6.3 donne :

$$2^p \frac{N}{2^{p-1}} = 2N \text{ opérations.}$$

On obtient alors :

$$C = p \cdot 2N = \frac{2N}{\ln 2} \ln N. \quad (6.7)$$

Or, comme  $\frac{2}{\ln 2} > \frac{2}{\ln 2}$  il faudra descendre plus loin dans les étages de l'arbre ce qui en pratique peut s'avérer être plus coûteux en temps.

De la même manière, en revenant au cas de l'*octree* il pourra être plus judicieux de ne pas garder un unique *objet* par boite dans le dernier étage mais plutôt d'arrêter l'arbre lorsque les boites possèdent toutes moins de  $n$  *objets*. L'équation 6.4 devient :

$$8^p = \frac{N}{n}. \quad (6.8)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} p \cdot \ln 8 &= \ln N - \ln n, \\ p &= \frac{1}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8}, \end{aligned} \quad (6.9)$$

et

$$C = p \cdot 8N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8} 8N. \quad (6.10)$$

Pour obtenir la complexité totale il faut ajouter le nombre d'opérations qu'il faut pour calculer les intersections rayons/faces par boite, c'est à dire  $n^2$ . On obtient :

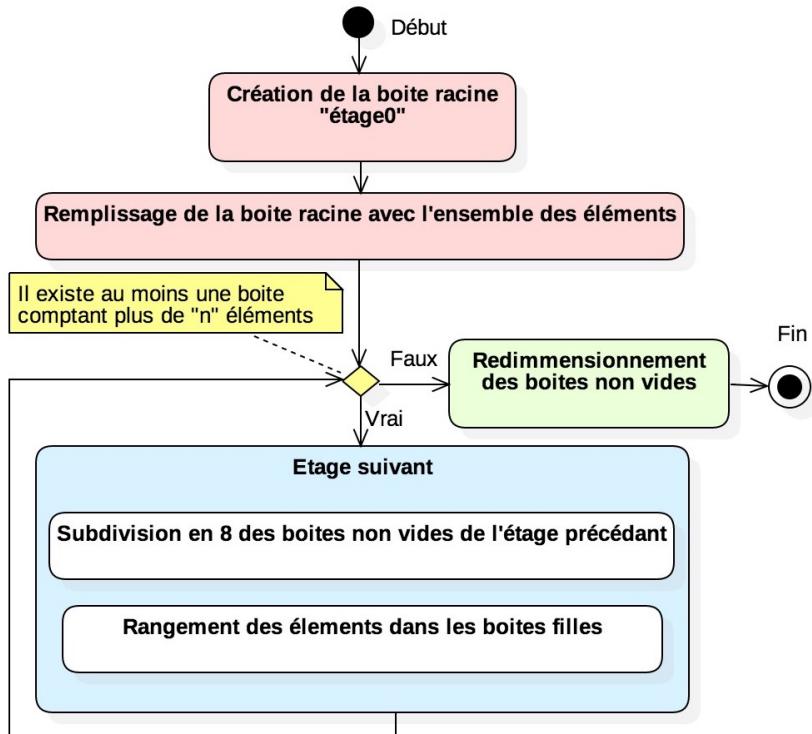
$$C_{tot} = \frac{8N}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8} 8N + n^2. \quad (6.11)$$

Le nombre d'étage nécessaire diminue donc d'un terme constant lié à  $n$  et pour  $n \ll N$  le temps de calcul sera proportionnel à  $(aN \ln N + bN + c)$  avec  $a$ ,  $b$  et  $c$  des constantes non significatives. La complexité est donc en  $O(N \ln N)$ .

### 6.1.2 Implémentation

L'algorithme a été développé comme décrit sur la figure 6.5). Une première boite cubique englobant le maillage dans sa globalité est créée. On y associe les indices de l'ensemble des faces puisqu'elles sont toutes contenues dans cette boite-racine. On va ensuite, de manière récursive descendre dans des étages successifs. Passer de l'étage  $p$  à l'étage  $p + 1$  revient à découper toutes les boites non-vides de l'étage  $p$  en huit boites-filles de tailles égales qui deviendront à leur tour les boites-mères de l'étage  $p + 1$ . Les indices des faces assignés à une boite-mère sont répartis dans les huit boites-filles. Pour savoir quel face appartient à quelle boite, on utilise les coordonnées du centre de la face. Effectivement, une face peut géométriquement rencontrer plusieurs boites mais il est nécessaire de les considérer comme ponctuelle afin qu'une face ne puisse se retrouver que dans une boite à la fois. La boucle récursive s'arrête lorsque les boites possèdent toutes moins d'éléments qu'une valeur seuil. Ainsi nous nous assurons que l'*octree* se raffine de la même manière que le maillage et que chaque boite ne contient qu'un faible nombre d'éléments.

Il reste néanmoins une dernière étape qui permettra de s'assurer que les rayons rencontrent les bonnes faces. Il s'agit de redimensionner les boites non-vides pour que cette fois, elles englobent bien géométriquement les faces qu'elles contiennent.


 FIGURE 6.5 – Diagramme d’activité résumant le processus de création d’un *octree*.

À chaque itération, on va alors pouvoir répartir les rayons dans l'*octree* (voir nouveau diagramme d’activité des rayons, fig. A.11). Pour cela, les rayons sont assignés aux boites qu’ils intersectent à partir de la boite-racine et en descendant dans l’arborescence de chaque branche. De la même manière que pour les triangles, les rayons sont testés avec des boites-filles que s’ils ont bien intersecté la boite-mère correspondante. Pour savoir si l’indice d’un rayon doit être assigné à une boite, nous utilisons un algorithme optimisé d’intersection Rayon/Boite<sup>3</sup>. La particularité des boites d’un *octree* est qu’elles sont toutes alignées selon les axes du repère cartésien. On appelle communément ce type de boite **Axis-Aligned Bounding Box (AABB)** en opposition aux **Oriented Bounding Box (OBB)**. Nous allons donc utiliser cette propriété pour vérifier si un rayon intersecte une boite. Pour cela rappelons qu’un rayons peut s’écrire sous la forme :

$$f(t) = D \times t + O \quad (6.12)$$

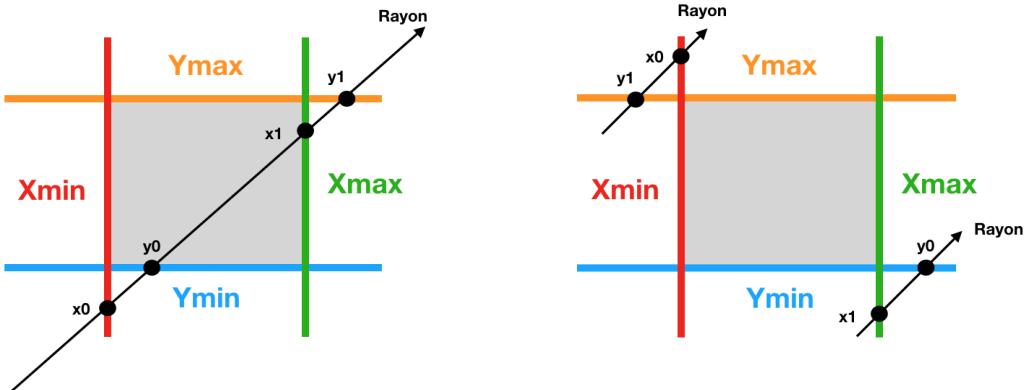
avec :

- $D$  : le vecteur directeur du rayon de coordonnées ( $D_x; D_y; D_z$ ),
- $O$  : le point d’origine du rayon de coordonnées ( $O_x; O_y; O_z$ ).

On peut également exprimer dans un espace à deux dimensions les six plans délimitant la boite de type **AABB** en utilisant les valeurs constantes  $[X_{min}; X_{max}; Y_{min}; Y_{max}; Z_{min}; Z_{max}]$ . Ainsi, on peut exprimer les points d’intersection entre le rayon et chacun des six plans délimitant la boite. Pour le plan  $X_{min}$  par exemple on aura :

$$X_{min} = x_0 \times D_x + O_x \quad \Rightarrow \quad x_0 = \frac{X_{min} - O_x}{D_x}.$$

3. [WILLIAMS et collab., 2005, oeuvre intégrale]



(a) Vue 2D d'un rayon intersectant la boîte.      (b) Vue 2D de rayons n'intersectant pas la boîte.

FIGURE 6.6 – Illustrations de l'intersection Rayon/Boîte en 2D.

On comprend d'après les figures 6.6a et 6.6b que l'on va pouvoir déterminer si un rayon intersecte une boîte en comparant les coordonnées des points d'intersection avec les plans. Notamment, si  $x_0 > y_1$  ou  $y_0 > x_1$  le rayon n'intersectera pas la boîte (voir fig 6.6b). Dans le cas contraire, on appliquera le même principe sur  $z$ . Il n'y aura alors pas d'intersection si  $\max(x_0; y_0) > z_1$  ou  $z_0 > \min(x_1; y_1)$ . On notera que si le rayon est dirigé dans le sens inverse il faudra inverser les  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  ( $\alpha$  correspondant aux coordonnées  $x, y, z$ ) .

De cette façon on saura quelles sont les boîtes traversées par chaque rayons. Pour chaque feuille de l'*octree*, c'est à dire les boîtes non-vides les plus basses dans l'arborescence, on testera les intersections entre les rayons et les faces situés dans la subdivision de l'espace correspondante uniquement. Ainsi, le calcul d'intersection ne se fait qu'entre peu de rayons et peu de faces.

## 6.2 Analyse des résultats

Nous allons maintenant vérifier si l'implémentation de cette méthode permet d'accélérer le temps de calcul et sous quelles conditions. Comme évoqué précédemment, l'étape critique de l'algorithme est le test d'intersection rayons/éléments car la complexité initiale est quadratique et que ce processus se répète à chaque itérations jusqu'à atteindre **RT<sub>60</sub>**. La complexité théorique en utilisant un *octree* est de type O(NlnM). Pour vérifier ce comportement nous réitérerons le même test qu'en introduction du chapitre 6 afin de comparer les résultats (voir tab. 6.1 et fig. 6.7). Ainsi, nous faisons varier le nombre N de rayons et le nombre M de triangles du maillage tels que N = M. À chaque mesure N et M sont multipliés par 2.

On constate dans un premier temps que le régime stationnaire commence plus tard en utilisant l'*octree*. Effectivement, le temps d'une itération reste inférieur à 1s tant que N est inférieur à 70 000 éléments contre 4 000 sans *octree*. Ensuite on voit que la pente est quasiment linéaire ce qui coïncide à la complexité théorique établie dans la section 6.1.1 puisque en échelle logarithmique :

$$y = x \ln x \quad \Rightarrow \quad \ln y = \ln x + \ln(\ln x) \approx \ln x.$$

En observant le tableau 6.1, on constate par exemple que pour N = 262 144 on divise par 1000 le temps de calcul par itération ce qui est très prometteur pour le calcul dans le

théâtre d'Orange.

Dans un second temps nous ne faisons varier qu'un des deux paramètres et mesurons l'impact sur le temps de calcul (voir tab. 6.2, 6.3 et fig. 6.8 et 6.9). Sur ces figures on constate que le temps de calcul redevient quadratique lorsque le nombre de faces ou le nombre de rayons devient majoritaire sur l'autre paramètre. On constate par ailleurs qu'en fixant un nombre important de rayons le temps de calcul ne dépendra pas du nombre de faces du maillage. Cela est encourageant dans le cadre du théâtre d'Orange puisque des surfaces plus détaillées pourront être implementées sans grand impact sur le temps de calcul.

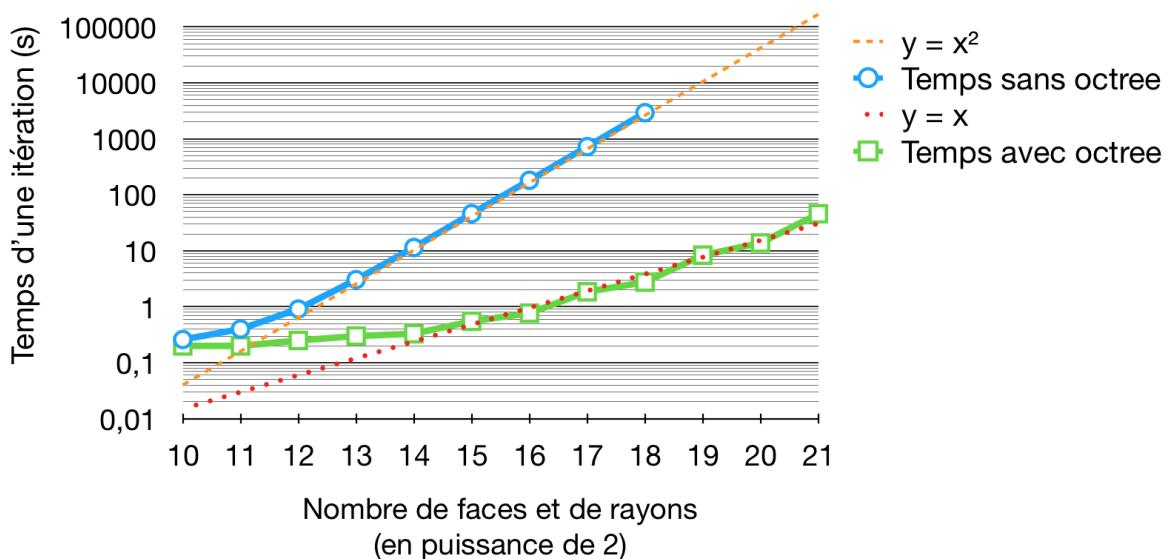


FIGURE 6.7 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de rayons et de faces avec  $N=M$  (échelle log).

Nombre de faces et de rayons	Temps <b>sans octree</b> (s)	Temps <b>avec octree</b> (s)
$2^{10}$ (=1 024)	0,26	0,2
$2^{11}$ (=2 048)	0,4	0,2
$2^{12}$ (=4 096)	0,91	0,25
$2^{13}$ (=8 192)	3,05	0,3
$2^{14}$ (=16 384)	11,44	0,33
$2^{15}$ (=32 768)	46,02	0,55
$2^{16}$ (=65 536)	181,61	0,77
$2^{17}$ (=131 072)	725,17	1,85
$2^{18}$ (=262 144)	2927,9	2,76
$2^{19}$ (=524 288)	X	8,36
$2^{20}$ (=1 048 576)	X	13,78

TABLEAU 6.1 – Temps de calcul (s) d'une itération pour  $N = M$ .

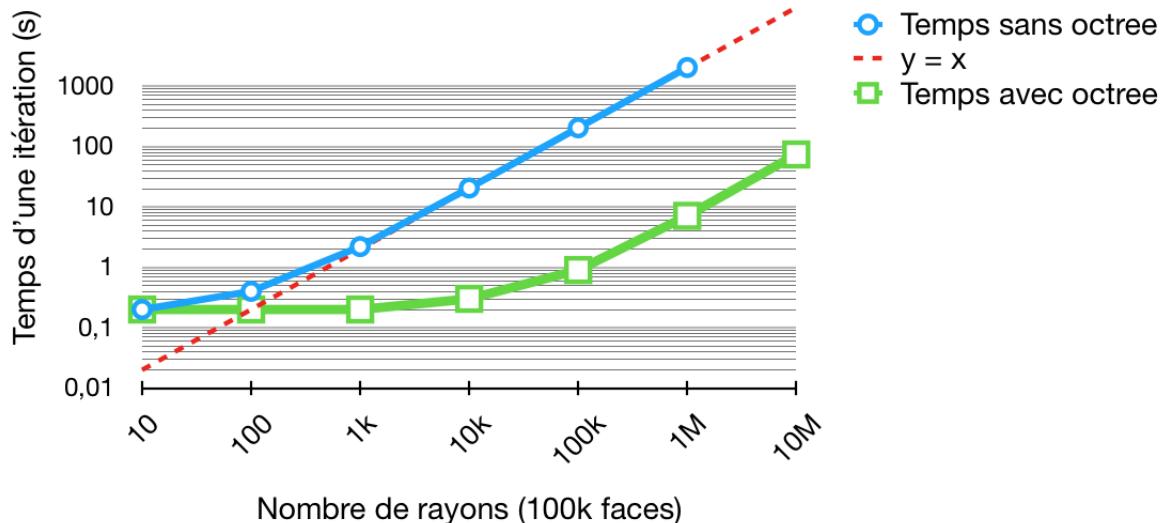


FIGURE 6.8 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de faces pour 100k rayons (échelle log).

Nombre de faces	Temps sans <i>octree</i> (s)	Temps avec <i>octree</i> (s)
12	0,3	0,3
48	0,6	0,4
192	1,2	0,5
768	3,55	0,5
3072	13,2	0,6
12288	51	0,7
49152	203,6	0,9
196608	808,2	1,1
786432	X	1,7
3145728	X	6,1

TABLEAU 6.2 – Temps de calcul (s) d'une itération pour 100k rayons.

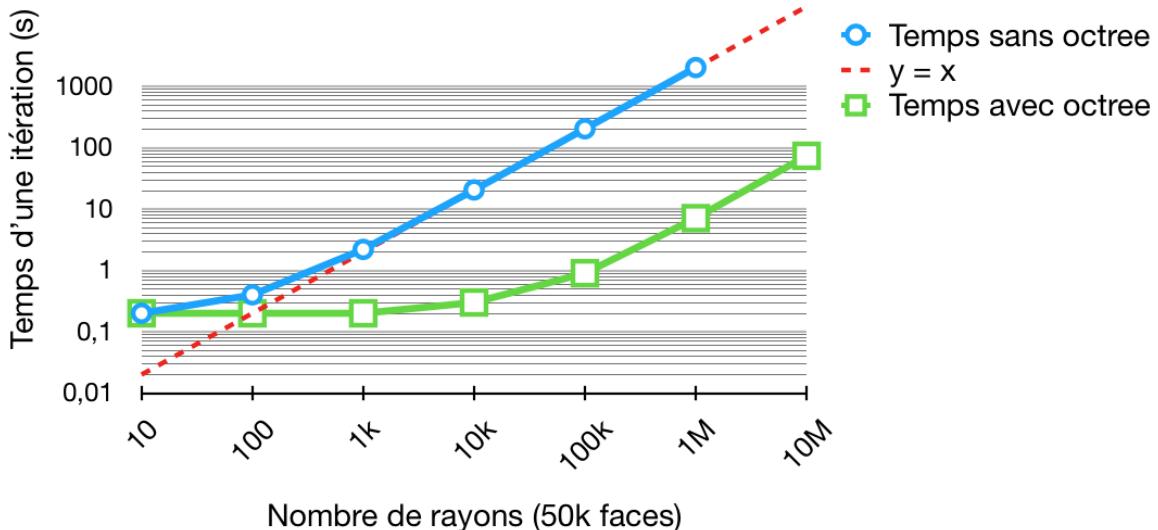


FIGURE 6.9 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de rayons pour 50k faces (échelle log).

Nombre de rayons	Temps <b>sans octree</b> (s)	Temps <b>avec octree</b> (s)
10	0,2	0,2
100	0,4	0,2
1k	2,2	0,2
10k	20,5	0,3
100k	203,6	0,9
1M	2026	7,1
10M	X	73,7

TABLEAU 6.3 – Temps de calcul (s) d'une itération pour 50k faces.



# Chapitre 7

## Validation

« *L'observateur modifie ce qu'il observe. Certains événements ne se produisent que parce qu'ils sont observés. Sans personne pour les voir ils n'existeraient pas.* »

---

Bernard Werber

### Sommaire

---

<b>7.1 Analyse visuelle</b> . . . . .	<b>98</b>
7.1.1 Propagation de rayons . . . . .	98
7.1.2 Boite englobante . . . . .	99
7.1.3 Rayons captés . . . . .	99
<b>7.2 Décroissance quadratique</b> . . . . .	<b>100</b>
<b>7.3 Cas de la salle sphérique</b> . . . . .	<b>101</b>
<b>7.4 Cas de la salle cubique</b> . . . . .	<b>102</b>

---

# Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons détaillé le fonctionnement de l'algorithme conçu pour analyser l'acoustique d'une salle. La méthode utilisée couple les principes de lancer de rayons, de sources-images et d'extrapolation stochastique. Elle vise à répondre aux problématiques de calcul acoustique en environnement complexe de manière géométrique et discrétisée. Géométrique, car seuls les effets de réflexion et absorption sont pris en compte et discrétisée car l'énergie d'onde n'est pas portée par une sphère mais par un grand nombre de rayons repartis de manière uniformes. Ainsi, il est essentiel de confirmer la justesse de ses approximations en les confrontant à des modèles théoriques. Dans ce chapitre, nous allons valider l'algorithme d'un point de vu physique et analyser ses performances. Nous allons donc choisir salles bien particulières afin d'effectuer cette validation de manière expérimentale. Tout d'abord nous vérifierons le bon comportement des rayons grâce à une analyse visuelle. Ensuite nous validerons la mesure d'un point de vu physique en comparant des réponses impulsionales obtenue avec des résultats théoriques.

## 7.1 Analyse visuelle

### 7.1.1 Propagation de rayons

Avant de tester la justesse des résultats d'un point de vu physique, il est bon d'en vérifier la justesse géométrique. Ainsi, nous analysons si les rayons ne traversent pas les parois et que la boîte englobante assure bien son rôle. Pour cela, nous importons les rayons générés par notre logiciel dans des configurations de salles simples. En propagant les rayons dans un petit labyrinthe nous confirmons qu'ils s'arrêtent bien à la paroi la plus proche et qu'ils sont ainsi contenus à l'intérieur de la salle.

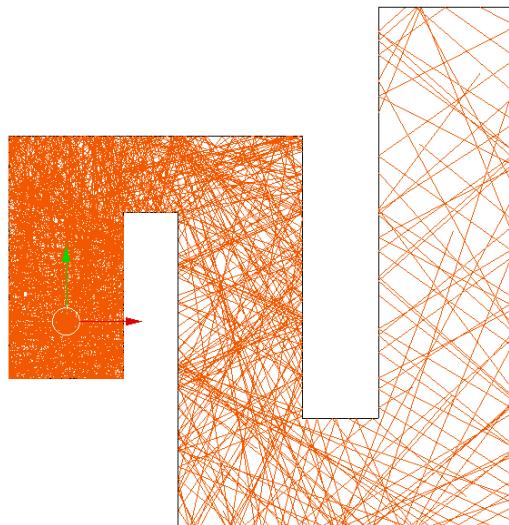


FIGURE 7.1 – Propagation des rayons dans un labyrinthe.

### 7.1.2 Boite englobante

De la même manière nous confirmons le bon fonctionnement de la boîte englobante en utilisant une salle cubique dont on n'a gardé que les coins. On voit sur la figure 7.2 que les rayons sont bien stoppés par une paroi invisible. Par ailleurs en effectuant une rotation de 45° sur chacun des axes on constate bien que la boîte invisible englobe la salle.

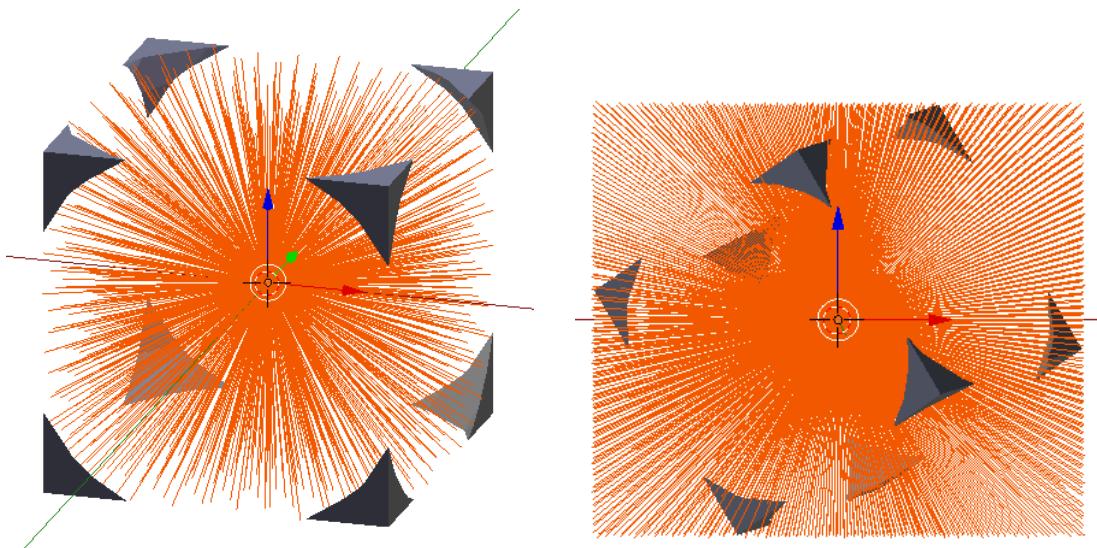
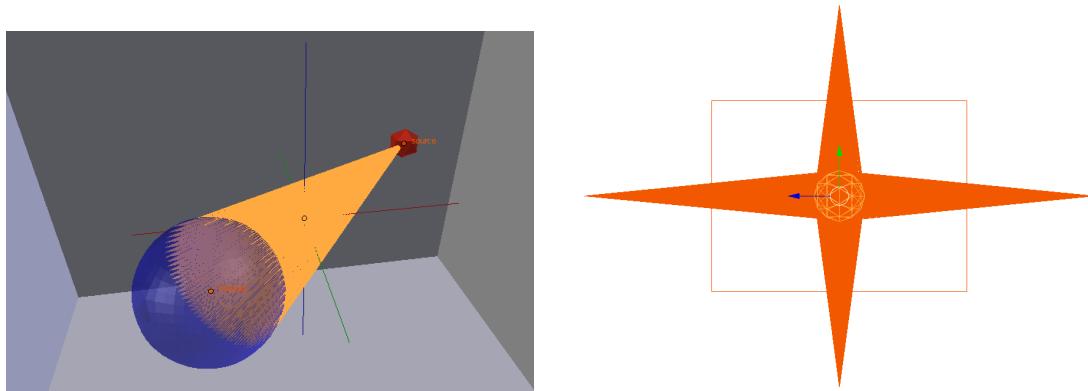


FIGURE 7.2 – Absorption des rayons par une boîte englobante.

### 7.1.3 Rayons captés

Nous vérifions finalement que les rayons captés par le récepteur sont bien portés par des cônes. Pour cela nous affichons sur blender uniquement les rayons générant une source image et les traçons depuis celle-ci.



(a) Propagation des rayons depuis la source vers le récepteur.

(b) Propagation des rayons depuis les sources-images vers le récepteur à l'ordre 1.

FIGURE 7.3 – Visualisation des rayons captés par le récepteur à l'ordre 0 et 1 récepteur (100000 rayons au total).

## 7.2 Décroissance quadratique

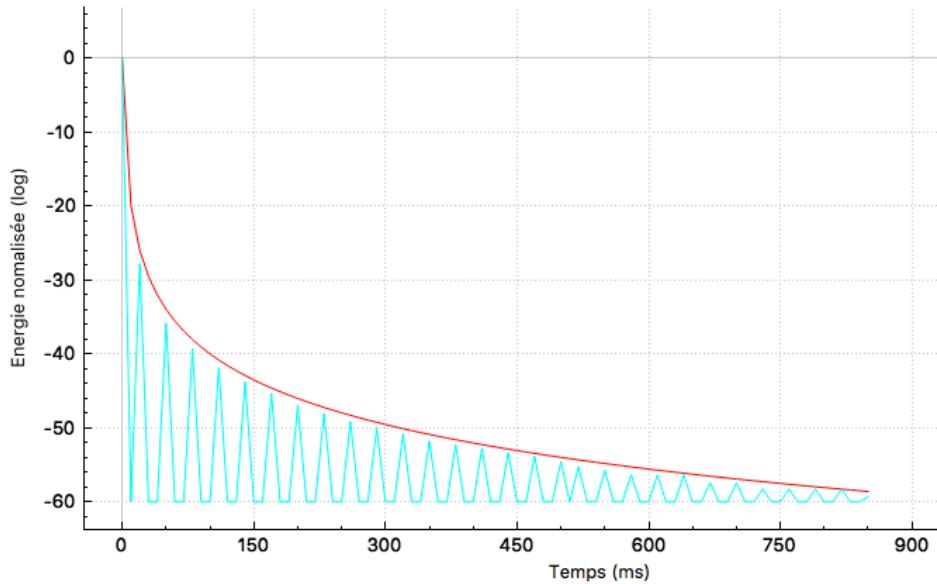


FIGURE 7.4 – Réponse impulsionnelle en espace libre pour 3 millions de rayons (bleu) échantillonnée à 100Hz et fonction  $f(x) = \frac{2}{x^2}$  (rouge).

Suite à ces vérifications préliminaires, le premier test à réaliser pour analyser le comportement physique de l'algorithme est celui décrit dans la section 5.1. Il s'agit de vérifier si l'utilisation d'un grand nombre de rayons et d'un récepteur de diamètre fixe permet de retrouver la loi de décroissance en  $d^2$ . Effectivement :

$$\frac{n}{N} = \frac{\int_s dS}{\int_\sigma dS} = \frac{\pi r^2}{4\pi d^2}, \quad (7.1)$$

avec :

- $n$  : le nombre de rayons captés,
- $N$  : le nombre de rayons total,
- $s$  : la surface (disque) constante du récepteur captant des rayons,
- $\sigma$  : la surface de la sphère d'émission,
- $r$  : le rayon constant du récepteur,
- $d$  : le rayon de la sphère d'émission, autrement dit la distance entre le source-image et le récepteur.

Pour effectuer ce test, nous plaçons une source et un récepteur de rayons 1m au centre d'un cube de 10m de côté. Afin de simuler des mesures en espace libre (c'est à dire sans aucune paroi) où le récepteur s'éloigne de la source, nous allons affecter au cube des matériaux 100% absorbants sur toutes ses parois sauf celles sur l'axe des X qui seront 100% réfléchissantes. Ainsi, cela revient à effectuer une mesure tous les 10m, soit le temps d'aller retour des rayons du centre du cube jusqu'aux parois. N'ayant des réflexions que sur un axe, on reproduit une propagation en espace libre puisque seuls les rayons contenus dans le cône autour de l'axe X conserveront leur énergie. Cependant, les rayons se réfléchissant en X et en -X de manière synchrone, on aura deux fois plus de rayons que si l'on se plaçait en espace libre. Nous pouvons comparer le résultat pour 30 itérations avec la fonction :

$$f(x) = \frac{2}{x^2}.$$

Pour ce test, l'absorption de l'air a été désactivée afin de ne prendre en compte que la décroissance d'énergie portée par les rayons perçus. On observe bien sur la figure 7.4 que l'énergie suit la courbe de décroissance quadratique.

### 7.3 Cas de la salle sphérique

Le deuxième test consiste à vérifier que l'énergie est bien conservée. Pour cela, nous plaçons une source et un récepteur de diamètre 1m au centre d'une sphère 100% réfléchissante de diamètre 4m. Ainsi à chaque itération, l'ensemble des 1000 rayons revient se croiser au centre de la sphère et sont donc tous captés par le récepteur. Nous obtenons une réponse impulsionnelle de la forme d'une peigne de Dirac (voir fig. 7.5a). L'écart entre chaque pic est de 11,76ms ce qui correspond bien à une distance de 4m parcourue à la vitesse du son fixée à 340m/s. Pour éviter la dispersion des rayons il est nécessaire d'avoir une sphère très bien raffinée. Celle utilisée pour le test possède 320000 triangles. Notons que nous pouvons traiter rapidement ce nombre conséquent de triangles grâce à l'utilisation de l'*octree*. Par ailleurs, la fréquence d'échantillonnage est descendue à 1000Hz pour s'assurer que les sources-images de chaque itération soient parfaitement synchronisées dans le calcul de l'énergie. On pourra par ailleurs importer les sources-images sous Blender et constater qu'elles sont bien réparties sur des sphères dont le diamètre augmente de 4m à chaque itération (voir fig. 7.5b)

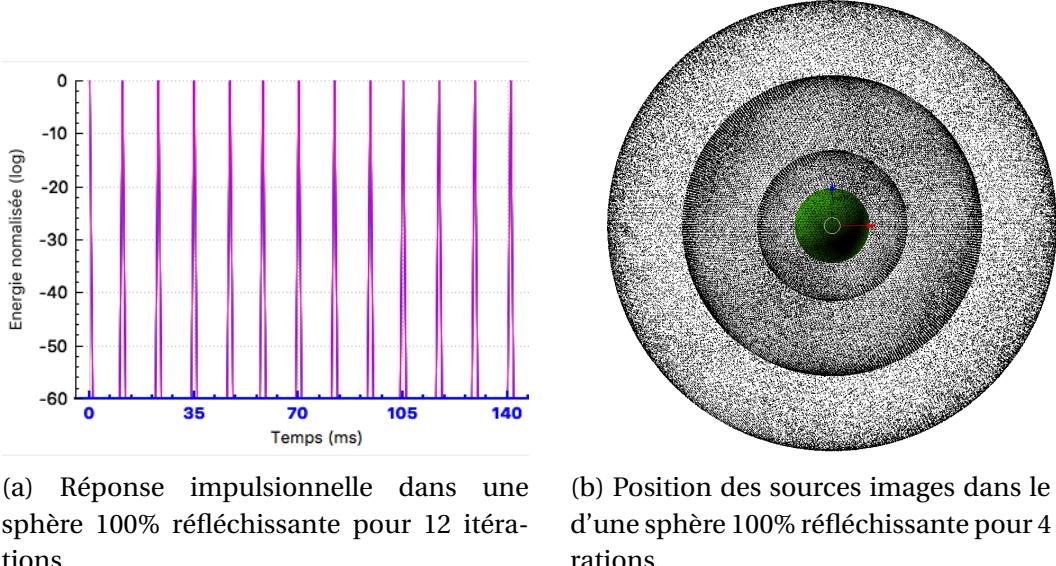


FIGURE 7.5 – Cas d'une sphère 100% réfléchissante

Si l'on active l'absorption de l'air, on constate bien que les hautes fréquences sont plus absorbées que les basses fréquences en fonction de la distance (voir fig. 7.6). Notamment au bout de 1700ms soit 578m, les fréquences à 8kHz ont quasiment totalement été absorbées par l'air, pour une température de 20°C et une pression relative de 50%.

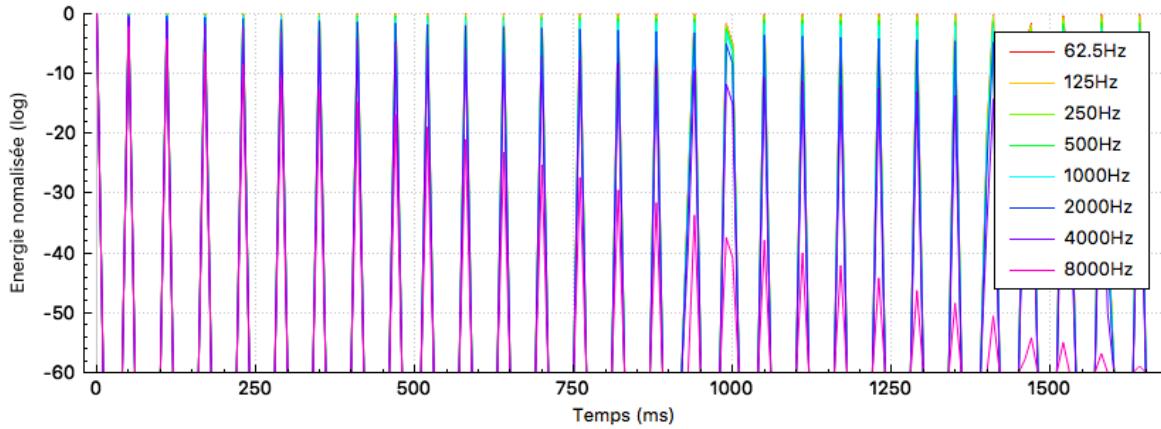


FIGURE 7.6 – Réponse impulsionnelle dans une sphère de 20m de diamètre, 100% réfléchissante, pour 30 itérations avec absorption de l'air.

## 7.4 Cas de la salle cubique

Le dernier test consiste à comparer les résultats de calcul avec une formule analytique pour une pièce de type pavé droit. La formule <sup>1</sup> est la suivante :

$$P_{si} = i \times D + P_s \times (-1)^i, \quad (7.2)$$

avec :

- $i \in (-n, n)$  et  $n \in \mathbb{N}$ ,
- $P_{si}$  : La coordonnée de la position de la source image selon X, Y ou Z,
- $P_s$  : La coordonnée de la position de la source selon X, Y ou Z,
- D : La dimension de la salle selon X, Y ou Z.

On constate alors qu'on a une superposition parfaite des sources-images dans l'espace (voir fig. 7.7) puisque l'écart des positions des sources-images expérimentales obtenues par lancer de rayons et les sources-images théoriques obtenues par formule analytique est inférieur à la précision machine (soit  $10^{-6}$ m pour des float). On mesure également l'erreur relative des énergies source-image par source-image en prenant comme valeur théorique  $\frac{1}{d^2}$  où  $d$  est la distance de la source-image au récepteur. On a alors :

$$\epsilon_{rel} = \frac{|E_{exp} - E_{theo}|}{E_{theo}}. \quad (7.3)$$

On note que la salle est un pavé dont les dimensions sont respectivement 2m, 3m et 4m sur les axes X, Y, Z. d'arrête, que le récepteur a un diamètre de 40cm et qu'il n'est pas superposé à la source. On peut observer que l'erreur moyenne est inférieure à 1% avec des pics pouvant aller jusqu'à 3%. Par ailleurs étant donné que plus les sources-images sont éloignées moins leur énergie sera importante, autrement dit elles seront moins entendues par l'auditeur, on peut résonner avec la norme infinie telle que :

$$\epsilon_{\infty} = \frac{|E_{exp} - E_{theo}|}{\max(E_{theo})}. \quad (7.4)$$

1. [McGOVERN, 2009, p. 182-189]

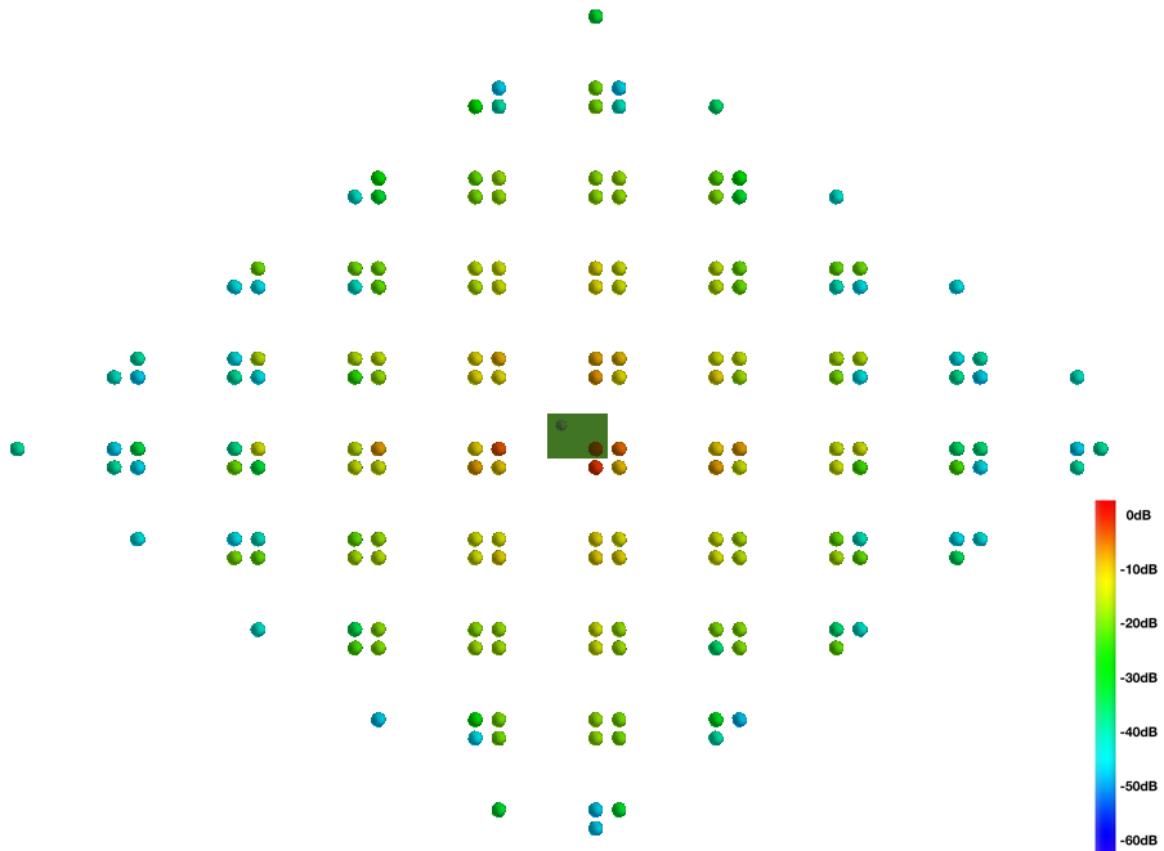


FIGURE 7.7 – Position des sources-images pour une salle cubique, 10 itérations.

On constate alors une erreur relative inférieure à 0,5% pour 1 000 000 de rayons (voir fig. 7.8b). On voit également qu'en augmentant le nombre de rayons on améliore la précision des 150 premières sources-images et les 1300 sources-images suivantes reste bien dans une plage d'erreur inférieures à 5% (voir fig. 7.8c) et 0,2% en norme infinie (voir fig. 7.8d).

Dans un second temps, on assigne à chacune des six faces de la salle parallélépipédique des coefficients d'absorption différents. On met à jour les énergies des sources-images théoriques par la formule suivante :

$$E_{si} = \frac{1}{d} \times \prod_{j=0}^6 (1 - a_j^{\alpha_j}), \quad (7.5)$$

avec :

- $a_j$  : les coefficient d'absorption de la j-ème paroi,
- $\alpha_j = 0,5i - 0,25b + 0,25b(-1)^i$ ,
- $i \in (-n, n), n \in \mathbb{N}$ ,
- $\begin{cases} b = 1 & \text{si } X_j \geq 0, \\ b = -1 & \text{si } X_j < 0, \end{cases}$
- $X_j$  : les coordonnées selon [x, -x, y, -y, z, -z].

On constate que l'erreur relative source-image par source-image ainsi que l'erreur en norme infinie restent bien inférieures aux valeurs indiquées précédemment (voir fig. 7.9a et 7.9b). De la même manière, on implemente l'absorption atmosphérique dans le calcul

de l'énergie théorique telle que :

$$E_{si} = \frac{1}{d} \times \prod_{j=0}^6 (1 - a_j^{\alpha_j}) \times e^{-m.d}, \quad (7.6)$$

avec  $m$  le coefficient d'absorption décrit dans la section 4.1.3. La température est fixée à 20°C et l'humidité relative à 30%. On obtient encore une fois pour un million de rayons des erreurs relatives sur l'énergie inférieures à 5% (voir fig. 7.10a) et à 0,2% en norme infinie (voir fig. 7.10b).

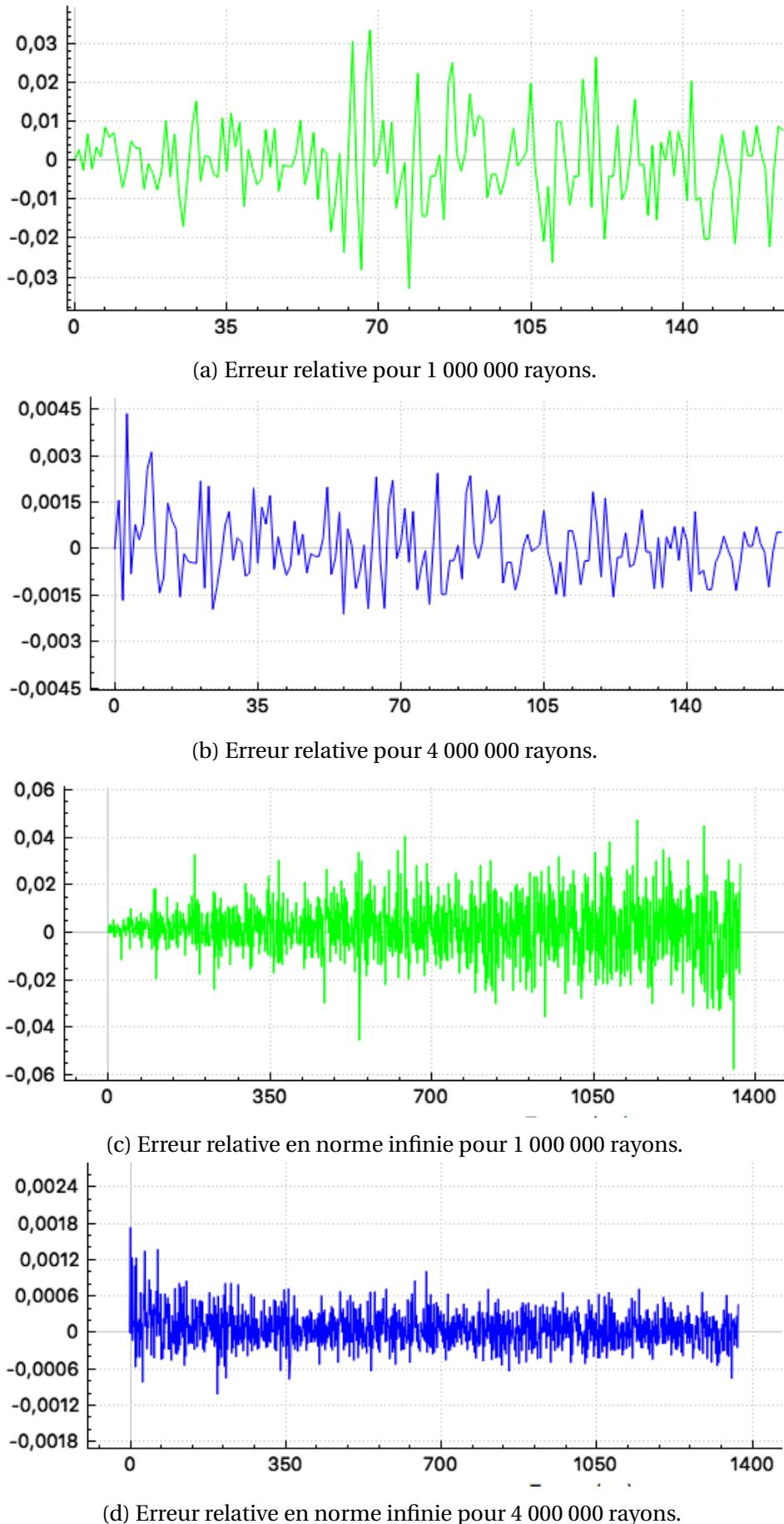
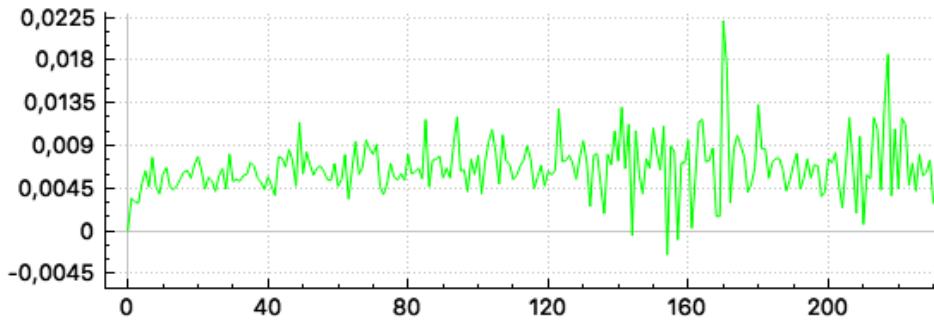
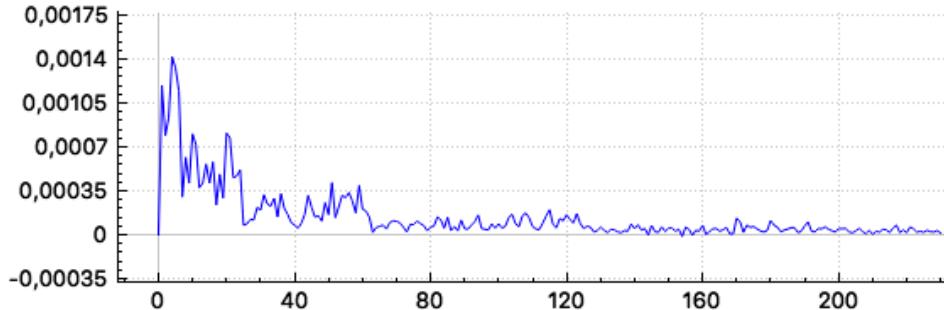


FIGURE 7.8 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique.

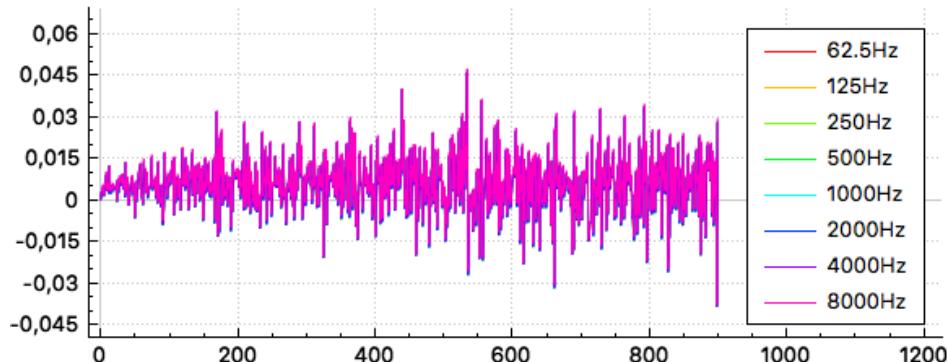


(a) Erreur relative.

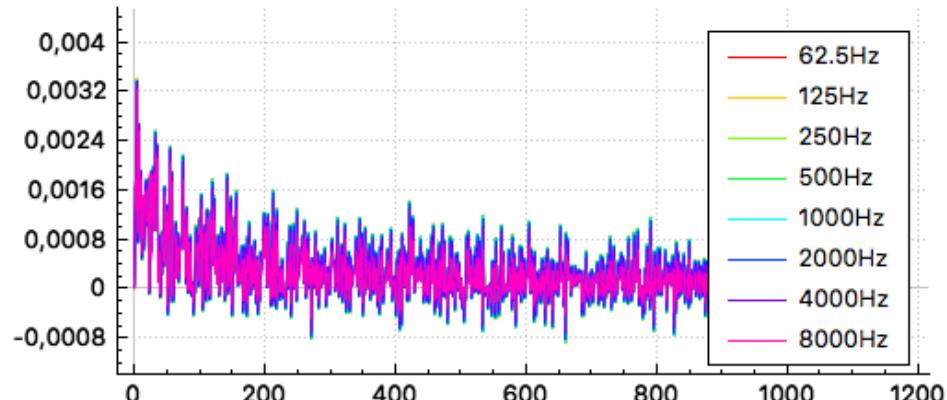


(b) Erreur relative en norme infinie.

FIGURE 7.9 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique avec absorption des parois pour 4 000 000 rayons.



(a) Erreur relative avec absorption de l'air.



(b) Erreur relative en norme infinie.

FIGURE 7.10 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique avec absorption de l'air pour 1 000 000 rayons.

# Chapitre 8

## Outil logiciel

« *L'éducation est le logiciel de l'ordinateur central qui programme l'avenir des sociétés.* »

---

Joseph ki zerbo

### Sommaire

---

<b>8.1 Utilisation générique du logiciel</b> . . . . .	<b>108</b>
<b>8.2 Paramètres de sortie</b> . . . . .	<b>112</b>
8.2.1 Réverbérance : $T_{30}$ . . . . .	112
8.2.2 Early Decay Time : EDT . . . . .	112
8.2.3 Clarté : $C_{80}$ . . . . .	113
8.2.4 Définition : $D_{50}$ . . . . .	113
8.2.5 Temps central : $T_s$ . . . . .	114
8.2.6 Sound Pressure Level : SPL . . . . .	114
8.2.7 Spaciosité : $LF_{80}$ . . . . .	115

---

## 8.1 Utilisation générique du logiciel

La force de ce développement logiciel est que l'utilisateur n'a pas besoin d'effectuer de manipulations complexes pour obtenir les résultats de calcul d'acoustique de salle. Il pourra travailler directement sur son maillage dans le logiciel **CAO (conception assistée par ordinateur)** et lancer le calcul. Blender permet de développer des scripts en Python qui peuvent par la suite être installés sous forme de *add-on*. L'interface homme-machine de Blender est donc complètement modulable et personnalisable. Un *add-on* a donc été développé dans le cadre de ce projet et son rôle est de fournir un maillage adapté à un outil de calcul externe puis de réimporter les résultats dans Blender pour pouvoir les visualiser (voir fig. 8.1). Le cœur du calcul s'effectue sur un programme séparé développé en C++ (via Qt creator). L'utilisation d'un langage compilé permet d'optimiser le temps de calcul et le fait d'être un programme séparé permet aux utilisateurs réticent à utiliser Blender pour pouvoir tout de même s'en servir. Il suffit de placer un fichier de maillage au format **OBJ** dans le répertoire adéquate pour pouvoir lancer le calcul. A noter que le format **OBJ** permet d'obtenir les informations sur les vertices, les normales et les faces ainsi que les matériaux. D'autres formats de maillages pourront être implémentés dans un développement futur.

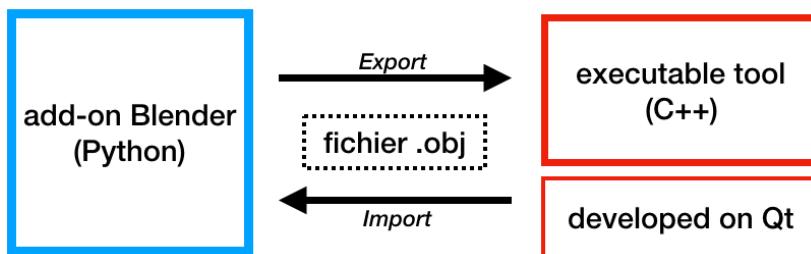


FIGURE 8.1 – Communication entre l'add-on Blender et l'outil de calcul.

Le add-on développé dans la cadre de ce projet possède quelques boutons (voir fig 8.2). La première étape consiste à notifier le répertoire de donnée de l'outil de calcul afin de pouvoir exporter le fichier de maillage. En utilisant le bouton "Run", Blender transforme les faces des objets sélectionnés en triangles et les exporte au format **OBJ**. Dans le fichier de maillage, chaque objet est différencié par un en-tête comprenant son nom. S'en suivent les coordonnées de l'ensemble de ses sommets (ou vertices), de ses textures et de ses normales. Ensuite sont regroupées par matériaux, les faces par combinaison de trois vertices, d'une texture et d'une normale. Par lecture de ce fichier, le logiciel stock les sommets, les normales et les coefficients d'absorption des matériaux face par face. Par défaut, une source et un récepteur sont positionnés au point [0, 0, 0]. Le rayon de mesure du récepteur par défaut est de 1m. Cependant, l'utilisateur pourra changer ces paramètres en créant des objets source et récepteur dans Blender. Pour être reconnus et discriminés du maillage, ces objets doivent respectivement comporter les mots "*source*" et "*listener*" dans leur nom. L'algorithme déterminera alors le centre des objets sources et des récepteurs en calculant la moyenne des coordonnées des sommets. Le rayon de mesure d'un récepteur correspond au rayon de la sphère circonscrite à cet objet "*listener*". Notons qu'il est possible de placer plusieurs sources et plusieurs récepteurs. Pour ce qui est des sources, comme la position de départ impact sur la trajectoire des rayons, on peut les traiter les unes après les autres en réalisant la chaîne de calcul complète à chaque fois. Les récepteur par contre n'impact pas la trajectoire des rayons celle-ci ne sera calculée qu'une fois pour tous les récepteurs. À chaque combinaison source-récepteur on obtient

une réponse impulsionnelle et des sources-images dans l'espace. Il suffit de sélectionner la combinaison pour afficher les résultats. L'add-on Blender permet par ailleurs de mettre à jour uniquement les informations sur les sources et récepteurs sans avoir besoin de recharger tout le maillage. L'utilisateur peut assigner aux différentes parois un

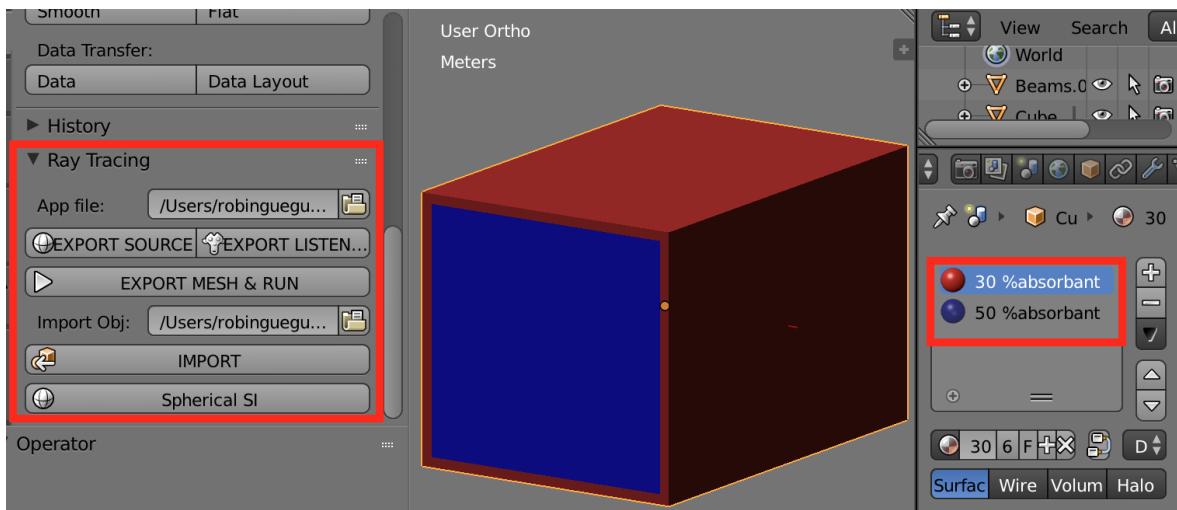


FIGURE 8.2 – Add-on Blender et assignation des matériaux.

type de matériau en faisant apparaître dans son nom la référence du matériau issue de la base de donnée Odéon (voir section 5.2.1). De nombreux autres paramètres sont configurables grâce à une **Interface Homme-Machine (IHM)** générée par Qt (voir fig. A.12). On peut alors paramétriser la température, la pression relative, le nombre de rayons, etc. L'outil permet donc d'afficher la **RIR** et d'écouter un fichier audio réverbéré grâce au calcul effectué. Il est ensuite possible de visualiser certains résultats directement sur Blender comme les rayons ou les sources-images par exemple (voir fig 8.3). Un option permet aussi de projeter les sources-images sur les parois de la salle afin de visualiser de manière plus intuitive d'où proviennent les reflexions (voir fig 8.4). L'utilisateur peut aussi entrer les coordonnées d'une source image pour afficher la trajectoire des rayons l'ayant créé ou bien de sélectionner une plage de la **RIR** pour connaître les sources-images et les rayons concernés à l'origine de ce signal.

La figure 8.5 présente de manière synthétique l'architecture logicielle développée au cours du projet.

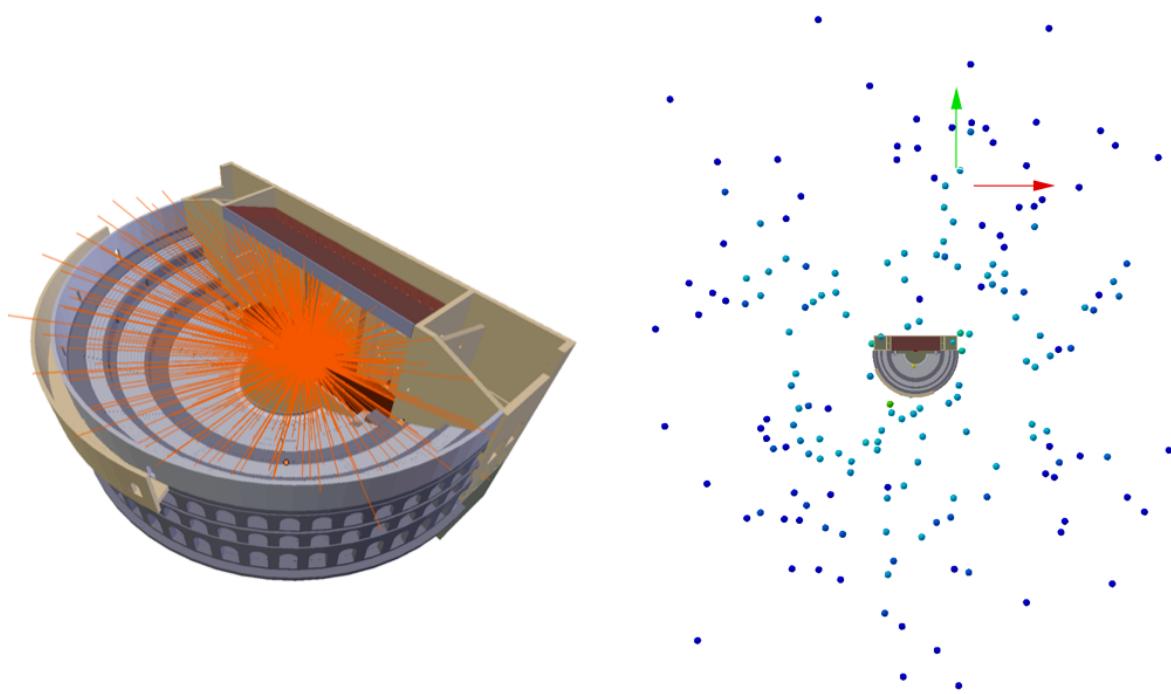


FIGURE 8.3 – Affichage des rayons (une itération) et des sources-images (-60dB) dans le théâtre d'Orange.

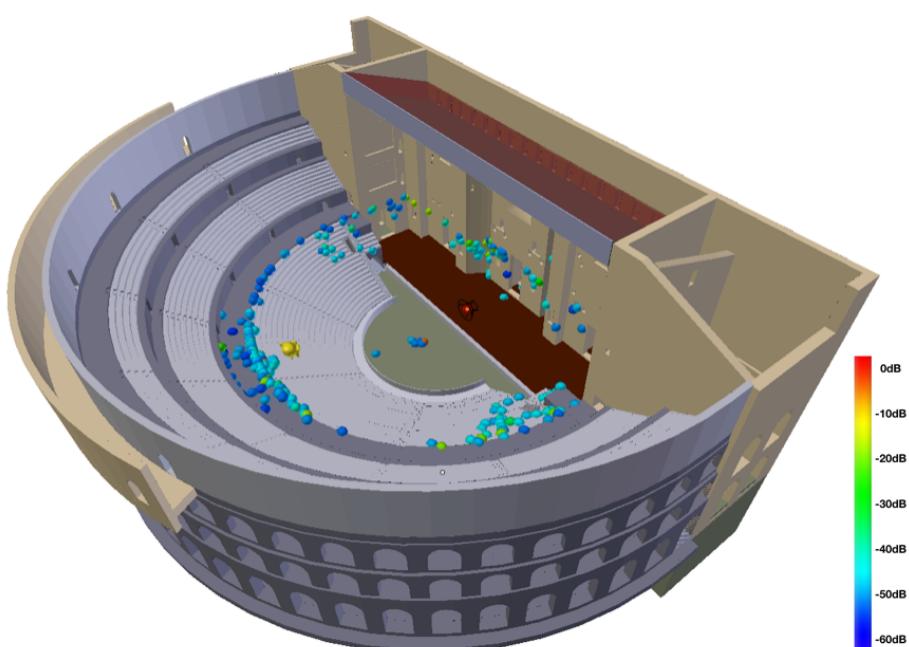


FIGURE 8.4 – Projété des sources-images sur les parois du théâtre d'Orange.

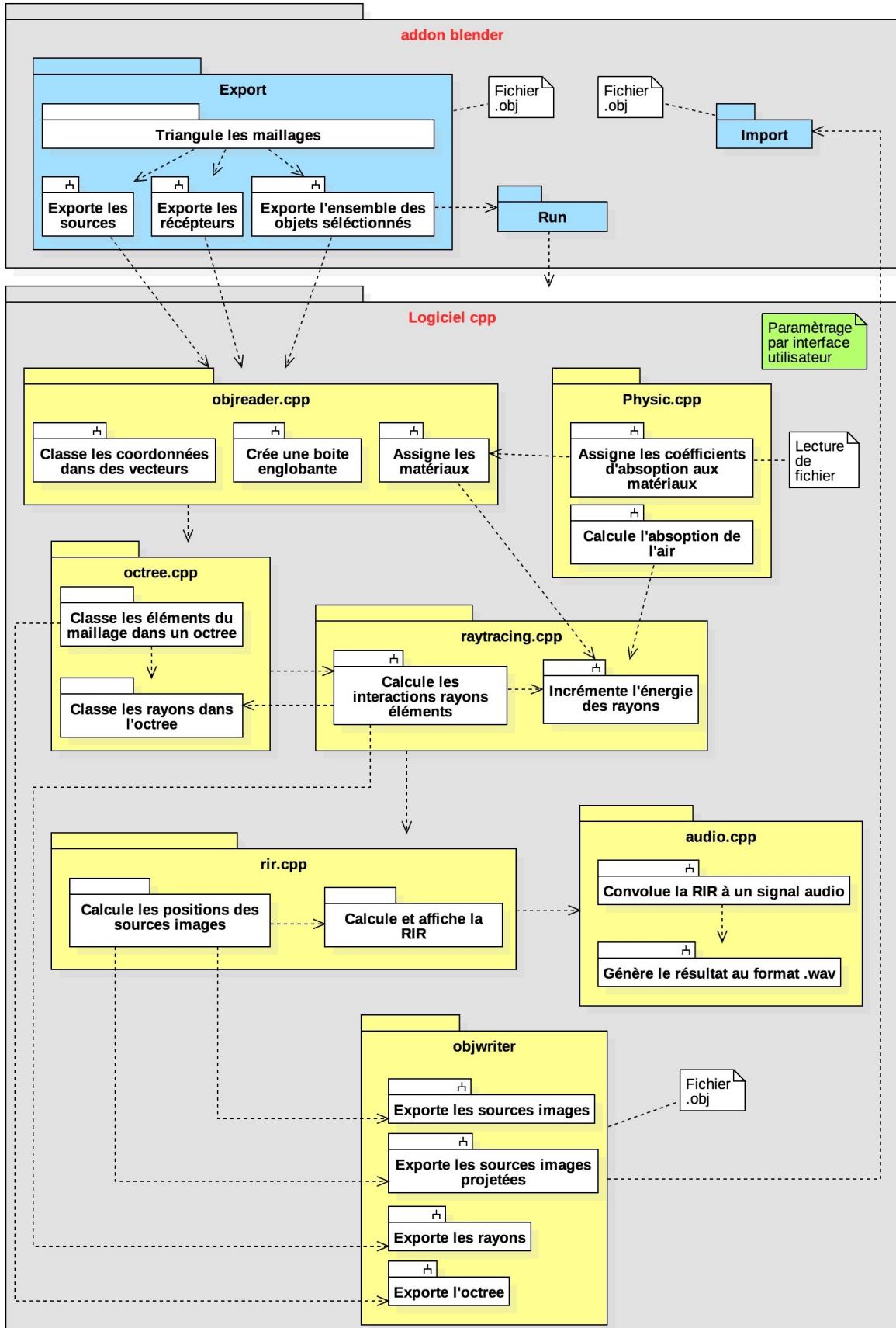


FIGURE 8.5 – Synopsis de l'architecture logiciel développé pour le calcul d'acoustique de salle.

## 8.2 Paramètres de sortie

L'étude de l'acoustique d'un bâtiment passe par le calcul de différents paramètres obtenus à partir de la **RIR**. Ceux-ci permettent de qualifier les qualités d'une salle. C'est Leo L. Beranek qui proposa le premier, bien après les études de Sabine, une approche de définition générale de la qualité acoustique d'une salle de spectacle. Il propose à des experts (chefs d'orchestre, interprètes et critiques musicaux) de comparer différentes salles de concert. Ceux-ci ont permis de dégager sept facteurs perceptifs :

- Reverberance : réverbération, évaluation subjective du phénomène de réverbération;
- Loudness : puissance sonore;
- Spaciousness : spacieux, sensation d'espace et d'enveloppement sonore;
- Clarity : clarté ou transparence;
- Intimacy : intimité, sensation de proximité sonore;
- Warmth : chaleur apportée par la coloration des timbres par la salle;
- Hearing on stage : aptitude pour les musiciens, les comédiens ou les conférenciers (donc dans le contexte d'une salle de spectacle uniquement) à s'entendre correctement.

Dans notre étude nous nous appuierons sur certains de ces paramètres et calculerons ceux qui sont le plus couramment utilisés. Nous utilisons pour cela les formules implémentées dans le logiciel Odéon<sup>1</sup>.

### 8.2.1 Réverbération : **T<sub>30</sub>**

En pratique, le temps de réverbération est en général estimé grâce au facteur **T<sub>30</sub>**. Il correspond au double de l'intervalle de temps permettant de passer de -5 à -35dB sur les courbes d'affaiblissement ce qui ramène bien à 60dB. Ces courbes sont calculées par intégration inverse de Schroeder<sup>2</sup> sur la **RIR**. Dans notre cas, cela revient à faire la somme cumulative des énergies en partant de la fin du signal :

$$E'(t) = \sum_{-\infty}^t E(\tau) d(-\tau).^3 \quad (8.1)$$

Cette extrapolation permet d'éviter les perturbations du signal souvent observées en début et en fin de réponse. Cependant, il est possible que, si la réponse impulsionnelle s'arrête avant -35dB, on ait un résultat tronqué. En échelle logarithmique on effectue donc une régression linéaire de ces courbes de décroissance pour atteindre la valeur seuil demandée.

### 8.2.2 Early Decay Time : **EDT**

Il sera également intéressant de séparer les premières réflexions du champs diffus. Pour cela, nous pouvons, comme pour le **T<sub>30</sub>** établir la pente des courbes d'affaiblissement de 0 à -10dB. En multipliant ce temps par 6 on obtient le paramètre **EDT**. Celui-ci

1. [ODEON, 2016, p.87-92]

2. [SCHROEDER, 1964, p.410]

3. La norme ISO 3382 part 1 donne la formule :  $E(t) = \int_0^\infty p^2(\tau) d(\tau) = \int_{-\infty}^t p^2(\tau) d(-\tau)$ .

permet d'apprécier l'influence de la salle sur la netteté des attaques et la dynamique des sources en prenant mieux en compte l'influence des premières réflexions. La valeur de l'**EDT** est à comparer à celle du **RT<sub>60</sub>** : plus l'EDT sera faible devant le **RT<sub>60</sub>**, plus la pente initiale de la décroissance sera forte, révélant une concentration de l'énergie sonore dans le début de la réponse impulsionnelle favorable à une bonne intelligibilité. Notons également que l'**EDT** varie plus facilement que le TR60 en fonction de la position d'écoute dans la salle.

### 8.2.3 Clarté : **C<sub>80</sub>**

La clarté est un paramètre qui vise à exprimer la compréhensibilité en dB tel que :

$$C_{80} = 10 \log \left( \frac{E_{0-80}}{E_{80-\infty}} \right). \quad (8.2)$$

$E_{a-b}$  est la fraction d'énergie sonore comprise dans l'intervalle [a,b] en ms telle que :

$$E_{a-b} = \int_a^b p^2(t) dt. \quad (8.3)$$

Nous utilisons comme limite utile pour la compréhension de la parole la valeur de 80ms car c'est celle qui est le plus largement utilisée (introduite par Reichardt <sup>5</sup> en 1975). Présons par ailleurs que ce facteur est subjectif, c'est à dire qu'il sera sensible à l'interprétation de l'auditeur en terme de psychoacoustique. Aussi, selon la répartition des premières réflexions, deux **RIR** dont la clarté "calculée" est identique pourra donner une clarté "perçue" différente <sup>6</sup>.

### 8.2.4 Définition : **D<sub>50</sub>**

Le paramètre **D<sub>50</sub>** exprime en pourcentage le ratio entre les premières réflexions et le son réverbéré total. Il se calcule par la formule suivante :

$$D_{50} = \frac{E_{0-50}}{E_{0-\infty}}. \quad (8.4)$$

On distingue généralement les intervalles décrit dans le tableau 8.1 <sup>7</sup> pour juger de la qualité de la définition sonore dans une salle en fonction de la valeur mesurée ou calculée du critère D<sub>50</sub>.

<b>D<sub>50</sub></b>	0 à 30%	30 à 45%	45 à 60%	60 à 75%	75 à 100%
Définition	Mauvaise	Pauvre	Moyenne	Bonne	Excellent

TABLEAU 8.1 – Évaluation du critère de définition.

4. [JOUHANEAU, 1997, eq 74, p. 221]

5. [REICHARDT, 1975, p.126]

6. [JOUHANEAU, 1997, p. 226]

7. [KRAUSS et collab., 2009, p.59]

### 8.2.5 Temps central : $T_s$

Le paramètre  $T_s$  est le centre de gravité temporel de la réponse impulsionnelle de la salle c'est à dire le temps pour lequel la moitié de l'énergie sonore totale est reçue. Il se calcule comme le barycentre continu des instants de réception du son pondéré par l'énergie sonore en ces instants et s'exprime en milli-secondes.  $T_s$  donne un ordre d'idée de "l'étalement" de la réponse impulsionnelle c'est à dire du temps moyen que prend un son pour parvenir aux auditeurs.

$$T_s = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} t E_t}{E_{0 \rightarrow \infty}}. \quad (8.5)$$

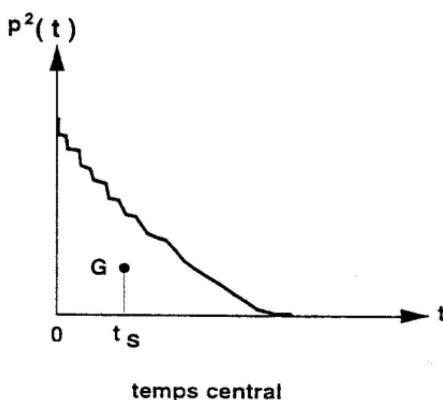


FIGURE 8.6 – Représentation du temps central  $T_s$  sur le graph de l'énergie en fonction du temps.

### 8.2.6 Sound Pressure Level : SPL

Il est possible de connaître le gain  $G$  en (dB) apporté par la réverbération de la salle par la formule :

$$G = 10 \log E_{0 \rightarrow \infty}. \quad (8.6)$$

Cependant, il faut par ailleurs connaître l'atténuation du son direct avant qu'il n'atteigne l'auditeur afin d'obtenir le niveau réel d'énergie. Pour cela, on retirera un offset calculé tel que l'énergie mesurée à 10m en champs libre soit de -31dB<sup>8</sup>. On a alors :

$$E'(t) = E(t) \frac{10^{-1,1} e^{-m \cdot t \cdot v}}{(t \cdot v)^2}, \quad (8.7)$$

avec :

- $E'(t)$  : l'énergie adaptée pour valoir -31dB à 10m en champs libre,
- $E(t)$  : l'énergie normalisée pour que le son direct vale 0dB,
- $m$  : le coefficient d'absorption atmosphérique en fonction de la température, l'humidité et la fréquence,
- $v$  : la vitesse du son dans le milieu (=340m/s pour l'air).

La valeur du niveau de pression sonore **SPL** correspond au gain pour l'énergie  $E'(t)$ .

8. ISO 3382-1, 2009

### 8.2.7 Spaciosité : $\text{LF}_{80}$

Pour déterminer la spaciosité, c'est à dire la largeur apparente de la source et l'enveloppement des auditeurs, on étudie le rapport entre les réflexions latérales et l'ensemble des réflexions précoces. Ce paramètre se calcule avec la formule suivante :

$$\text{LF}_{80} = \frac{\sum_{t=5}^{80} E_t \cos^2(\beta_t)}{E_{0 \rightarrow 80}}, \quad (8.8)$$

où  $\beta_t$  est l'angle entre l'axe reliant la source-image au récepteur et l'axe reliant les deux oreilles du récepteur. Pour déterminer cet axe on orientera le regard de l'auditeur vers la source. Un LF important correspond à une impression d'espace. L'auditeur se sent au centre du son, mais pour un LF trop important il ne peut plus localiser la source qu'il écoute. Inversement, si ce critère est trop faible l'auditeur se sent éloigné de la source, mis à l'écart.



# Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté les problématiques soulevées par une étude acoustique d'un monument antique. La géométrie complexe de ce type de bâtiment et leur taille colossale impose l'utilisation de méthodes de calcul approchées. Ainsi, par simulation des réflexions et absorptions des parois, il est possible d'étudier la réverbération d'une salle. Malgré les approximations inéluctables du modèle, nous avons prouvé que les lois de la physique sont respectées. Un algorithme rapide a été mis en place pour permettre aux utilisateurs de tester facilement et rapidement leurs hypothèses architecturales. Ainsi, le temps de calcul devient peu sensible aux nombres d'éléments du maillage ce qui est souvent limitant dans ce genre d'étude. Le fonctionnement de l'algorithme développé a été présenté en détail de même que les différents outils d'analyse qui en décourent. Celui-ci permet l'étude du graphe temporel de réverbération du bâtiment ainsi que la position dans l'espace des différentes réflexions sonores (voir fig 8.4). Ces résultats pourront aussi être analysés à l'oreille en écoutant le son réverbéré émis depuis une ou plusieurs sources et entendu par un auditeur virtuel placé dans le bâtiment.

Il y a cependant de nombreuses possibilités d'améliorations qui restent à l'étude pour ce type d'outil logiciel. Premièrement, l'écoute du signal sonore pourrait être rendue en trois dimensions grâce à des filtres binauraux. Ceux-ci permettent par l'intermédiaire d'un casque audio de transmettre un signal différent à chacune des deux oreilles afin de donner l'illusion d'espace et de profondeur. Cela est réalisable grâce au calcul de positionnement des sources-images dans l'espace. Tout en restant en position statique, l'auditeur pourra donc orienter son regard selon différentes directions et écouter en temps réel le son changer. Le contrôle de la direction pourrait alors être effectué au clavier ou à l'aide d'un casque avec "*Head Tracker*". En se plaçant en vu subjective dans le modèle 3D de Blender, on peut faire un premier pas vers l'analyse audiovisuelle immersive. Dans un second temps, dans un contexte où la réalité virtuelle prend de plus en plus d'importance dans les applications d'aujourd'hui, on pourrait envisager de déplacer l'auditeur en temps réel et permettre ainsi une visite virtuelle complète du bâtiment.

Du point de vu des résultats d'analyse, il y a de nombreuses améliorations envisageables au niveau graphique. Cela pose certaines questions. Comment visualiser des résultats de calculs acoustiques? Quelles sont les informations indispensables à recueillir pour un archéologue voulant étudier l'acoustique d'un monument?

De la même manière, est-il essentiel d'ajouter les effets de diffraction au modèle? Si oui, quelle est la meilleure méthode? Pourrait-on traiter de manière locale certains comportements acoustiques et les insérer ensuite dans le modèle par lancer de rayons? Typiquement, pourrait-on analyser par méthode de résolution exacte (voir section 4.2.2) le comportement acoustique d'une colonne, ou de tout autre ornement avec un fort niveau de détail, puis de l'incorporer de manière analytique dans l'outil de lancer de rayons? Ou bien, peut-on resonner avec des résolutions exactes pour les faibles fréquences et conserver notre approche par méthode couplées pour les hautes fréquences?

Pour finir, nous l'avons déjà évoqué dans la section 5.3, mais il serait également in-

teressant d'utiliser des sources dont la directivité n'est pas uniforme. Cela serait d'ailleurs plus représentatif des cas réels et notamment de l'usage fait à Orange à l'origine du théâtre. Les sons étaient alors émis par des instruments de musique ou par la voix humaine éventuellement amplifiée par un masque.

La prochaine partie vise à présenter concrètement comment s'utilise cet outil dans son état actuel autour du cas d'étude du théâtre antique d'Orange. Ainsi, nous tenterons d'analyser des hypothèses archéologiques précises grâce à l'étude acoustique du bâtiment.

# Références

- ACOUPHILE.FR. 73
- ARENBERG, J. 1988, «Ray/triangle intersection with barycentric coordinates», *Ray Tracing News*, vol. 1, n° 11. 76
- AUSSAL, M. «Gypsilab github», URL <https://github.com/matthieuaussal/gypsilab>. 68
- AUSSAL, M. 2014, *Méthodes numériques pour la spatialisation sonore, de la simulation à la synthèse binaurale*, thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 62
- BADOUEL, D. 1990, «An efficient ray-polygon intersection», *Graphics Gems*. 76
- BATTENBERG, E. et R. AVIZIENIS. 2011, «Implementing real-time partitioned convolution algorithms on conventional operating systems», *DAFx-11*. 82
- CATT-ACOUSTIC. «Catt-acoustic webpage», URL <http://www.catt.se/>. 63
- CEI. 2015, «Ec 60050», Vocabulaire électrotechnique international. 55
- D'ALEMBERT, J. L. R. 1747, *Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration*, Histoire de l'Académie des Sciences et Belles-Lettre de Berlin. 61
- DAPOGNY, C., C. DOBRZYNISKI, P. FREY et A. FROEHLY. 2004, «mmg github», URL <https://github.com/MmgTools/mmg>. 68
- EYRING, C. F. 1930, «Reverberation time in "dead" rooms», *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 1, n° 2A, p. 217–241. 61
- FUNKHOUSER, T., N. TSINGOS, I. CARLBOM, G. ELKO, M. SONDHI, J. E. WEST, G. PINGALI, P. MIN et A. NGAN. 2004, «A beam tracing method for interactive architectural acoustics», *Acoustical Society of America*, , n° 115, p. 739–756. 68
- ISO-9613-1. 1993, «Acoustics - attenuation of sound during propagation outdoors»,. 57, 58
- JOT, J. M. 1992, *Etude et Réalisation d'un Spatialisateur de Sons par Modèles Physique et Perceptifs*, thèse de doctorat, Telecom Paris. 61
- JOUHANEAU, J. 1997, *Acoustique des salles et sonorisation, Acoustique appliquée*, vol. 3, Conservatoire national des arts et métiers. 54, 57, 58, 60, 64, 113
- KANDELMAN, M. 2007, *Simulation acoustique par la méthode des sources images*, mémoire de maîtrise, Ecole Nationale Supérieur Louis-Lumière. 60, 61, 64

- KEINERT, B., M. INNMANN, M. SANGER et M. STAMMINGER. 2015, «Spherical fibonacci mapping», *ACM Transactions on Graphics*, vol. 34. [75](#)
- KNUTH, D. 1997, *The Art of Computer Programming*, vol. 1, 3<sup>e</sup> éd., Fundamental Algorithms. [87](#)
- KRAUSS, G., R. YEZOU et F. KUZNIK. 2009, «Acoustique du batiment», Cours-Institut national des sciences appliquées de Lyon. [113](#)
- KULOWSKI, A. 1985, *Algorithmic representation of the ray tracing technique*, vol. 18, Applied Acoustics. [63](#)
- MCGOVERN, S. 2009, «Fast image method for impulse response calculations of box-shaped rooms», *Applied Acoustics*, vol. 70, n° 1. [102](#)
- MEAGHER, D. 1982, *Octree Generation, Analysis and Manipulation*, vol. TR, Image processing laboratory. [88](#)
- M'HENNI, H. 2010, «L'angle solide correspond à un cône de révolution d'angle au sommet inscrit dans la sphère de projection», Wikipédia. URL [https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle\\_solide](https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_solide).
- MÖLLER, T. et B. TRUMBORE. 1997, «Fast, minimum storage ray-triangle intersection», *Journal of Graphics Tools*, vol. 2, n° 1, p. 21–28. [76](#), [77](#)
- ODEON. «Odeon webpage», URL <https://odeon.dk/>. [63](#), [73](#)
- ODEON. 2016, *ODEON Room Acoustics Software*, Odeon A/S, Scion DTU Diplomvej, building 381 DK- 2800 Kgs. Lyngby Denmark. [112](#)
- PICAUT, J. 2005, «Application numérique du concept de particules sonores à la modélisation des champs sonores en acoustique architecturale», CAHIER THÉMATIQUE : MÉTHODES NUMÉRIQUES EN GÉNIE CIVIL, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Centre de Nantes. [63](#), [64](#)
- PREMAT, E. 2000, *Prise en compte d'effets météorologiques dans une méthode d'éléments finis de frontière*, thèse de doctorat, L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. [62](#), [63](#)
- REICHARDT, W. 1975, *Definition und Messgrundlage eines objektiven Masses zur Ermittlung der Grenze zwischen brauchbarer und unbrauchbarer Durchsichtigkeit bei Musikdarbietung*, vol. 32, *Acustica*. [113](#)
- SABINE, P. 1932, «Acoustics and architecture»,. [60](#)
- SABINE, W. C. 1900, *Architectural Acoustics*, vol. Part I. Reverberation, Reprints of the American Architect. [55](#)
- SALMON, F., M. AUSSAL, É. HENDRICKX, J.-C. MESSONNIER et L. MILLOT. 2017, «Optimization of interactive binaural processing», Audio Engineering Society. [83](#)
- SCHOREDER, M. 1964, «New method of measuring reverberation time», *Bell Telephone Laboratories*. [112](#)

VORLÄNDERA, M. et E. MOMMERTZ. 2000, «Definition and measurement of random-incidence scattering coefficients», *Applied Acoustics*, vol. 60, p. 187–199. 69

WIKIPÉDIA. a, «Angle solide», URL [https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle\\_solidé](https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_solidé). 71

WIKIPÉDIA. b, «Sound pressure», URL [https://en.wikipedia.org/wiki/Sound\\_pressure](https://en.wikipedia.org/wiki/Sound_pressure). 56

WILLIAMS, A., S. BARRUS, R. MORLEY et P. SHIRLEY. 2005, «An efficient and robust ray–box intersection algorithm», *ACM SIGGRAPH*, , n° 9. 91





# Annexe B

## Liste des acronymes

- C<sub>80</sub>** Désigne les propriétés acoustiques d'une salle où les détails de l'image sonore sont aisément perceptibles. On l'obtient par le calcul du rapport exprimé en décibels entre une impulsion sonore perçue à la position d'écoute pendant les 80 premières milli-secondes divisée par l'énergie perçue après 80ms. [132](#), [134](#)
- D<sub>50</sub>** Exprime le degré de séparation acoustique d'un son par rapport à un autre. [132](#), [134](#)
- EDT** **RT<sub>60</sub>** exprimé à partir de l'extrapolation de l'énergie entre -0 et -10dB, ou *Early Decay Time*. [132](#), [134](#)
- G** Gain acoustique. [132](#)
- LF<sub>80</sub>** Exprime le rapport de l'énergie parvenant latéralement à la source pendant l'intervalle de temps de la réponse impulsionale compris entre 5ms et 80ms sur celle lui parvenant de toutes les directions pendant les 80 premières millisecondes de la réponse impulsionale. [132](#), [134](#)
- RIR** Réponse impulsionale d'une salle, ou *Room Impulse Response*. [130](#), [134](#)
- RT<sub>60</sub>** Temps de réverbération pour que l'énergie diminue de 60dB, ou *Reverberation Time at 60dB*. [130](#), [132](#), [134](#), [XV](#), [XVI](#)
- SPL** Niveau de pression acoustique, ou *Sound Pressure Level*. [132](#), [134](#)
- T<sub>30</sub>** **RT<sub>60</sub>** exprimé à partir de l'extrapolation de l'énergie entre -5 et -35dB. [132](#), [134](#)
- T<sub>s</sub>** Exprime le centre de gravité temporel de la réponse impulsionale de la salle, c'est à dire le temps pour lequel la moitié de l'énergie sonore totale est reçue. [132](#), [134](#)



# Annexe C

## Glossaire

**ADITUS** Portes conduisant de l'extérieur à l'*orchestra*. [i](#), [128](#), [XVIII](#), [XIX](#)

**BASILIQUE** Large pièce de forme quasi-carré qui flanque le mur de scène et les *parascae-nium*. [i](#), [XIX](#)

**CAVEA** Désigne l'ensemble des rangées concentriques composant les gradins. [i](#), [128](#), [131](#), [134](#), [XVII-XIX](#)

**KEYFRAME** Marqueur temporelle stockant la valeur d'un paramètre. [XVII](#)

**MAENIANUM** Portions de la cavea séparées par un *podium* et rassemblant un ensemble de gradins. [i](#), [128](#), [XIX](#)

**ODÉON** Petit théâtre couvert dédié exclusivement aux spectacles musicaux. [125](#)

**ORCHESTRA** Espace semi-circulaire (chez les romains) ou circulaire (chez les Grecs) se situant entre la scène et le premier gradin. [i](#), [128](#), [XVII](#), [XIX](#)

**PARASCAENIUM** Espace intermédiaire entre la scène et les **basiliques** comportant des escaliers pour atteindre les niveaux supérieurs. [XVII](#)

**PARTICULE** L'outil physique "Système de Particules" est utilisé lorsque l'on veut émettre quelque chose depuis un objet en quantité importante. Ces particules peuvent ensuite être soumise à des effets physiques pour simuler des cheveux, de la fumée, du feu ou autres. [i](#)

**PODIUM** Massif de maçonnerie élevé au-dessus du sol et servant de soubassement. [XVIII](#)

**PORTICUS IN SUMMA CAVEA** Arcade bordée de colonnes située au dessus du troisième *maenianum*. [i](#), [ii](#), [128](#), [133](#), [135](#), [XVIII](#)

**POSTSCAENIUM** Mur séparant la scène de l'extérieur comportant des salles pouvant servir de coulisses. [i](#)

**PULPITUM** Ensemble de l'estrade sur lequel jouent les acteurs orné en son front par un petit mur de marbre décoré. [i](#), [125](#), [128](#)

**VELUM** Grande pièce de tissu généralement en lin tirée au dessus de la *cavea* pour protéger les spectateurs du soleil. [i](#), [126](#), [XVII](#)

**VOMITORIUM** Issues permettant aux spectateurs d'accéder aux gradins. [XIX](#)