

École doctorale n° 386 : Mathématiques Appliquées

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur de Sorbonne Université Spécialité “Mathématiques appliquées”

présentée et soutenue publiquement par

Robin GUEGUEN

le 01 octobre 2018

VIRTUALISATION ARCHITECTURALE VISUELLE ET AUDITIVE DU THÉÂTRE ANTIQUE D'ORANGE

Directeur de thèse : **Pascal FREY**
Co-encadrant de thèse : **Emmanuelle Rosso**

Jury

M. Ilde Fluck,	Professeur	Examinateur
M. MC Grobi,	Professeur	Rapporteur
Mme Dominique de Pégomas,	Professeur	Examinateur
M. Carton Boy,	Professeur	Examinateur

Université Pierre et Marie Curie
Institut des Sciences du Calcul et des Données
4, place Jussieu, 75252 Paris cedex 05, France

T
H
E
S
E

Table des matières

Introduction	1
I Modélisation du théâtre d'Orange	3
Introduction	5
1 Présentation synthétique de l'architecture du théâtre d'Orange	7
1.1 Introduction	8
1.2 Le <i>postscaenium</i> , les basiliques et le <i>pulpitum</i>	9
1.3 L' <i>orchestra</i> , les <i>aditi</i> et la <i>cavea</i>	11
1.4 Les couvertures et le <i>velum</i>	14
2 Modélisation	19
2.1 Introduction	20
2.2 Méthodologie	21
2.3 La <i>cavea</i> et ses substructures	24
2.4 Les <i>maeniana</i>	28
2.5 les <i>aditi</i> et les tribunes	30
2.6 Le mur de scène et ses basiliques	31
2.7 Le <i>pulpitum</i> et l' <i>orchestra</i>	34
2.8 Les couvertures du bâtiment de scène	34
2.9 La <i>porticus in summa cavea</i>	36
2.10 Les escaliers	37
2.11 La colline Saint-Eutrope	38
3 Applications	41
3.1 Introduction	42
3.2 Le <i>velum</i>	42
3.3 Le rideau de scène	44
3.4 Les systèmes de particules	44
3.5 Autres projets ayant utilisé le modèle	45
Conclusion	47
Références	50
II Calculs acoustiques	51
Introduction	53

4 Acoustique de salle	55
4.1 Introduction à l'acoustique de salle	56
4.2 Méthodes de calcul acoustique	57
4.3 Méthode couplée	59
5 Logiciel développé	63
5.1 Introduction	64
5.2 Initialisation	66
5.3 Méthode d'octree	69
5.4 Calcul de rayon	71
5.5 Calcul de sources-images	77
5.6 Génération de réponse impulsionale	79
5.7 Vue d'ensemble	79
6 Validation	81
6.1 Introduction	82
6.2 Comparaison aux cas test	83
6.3 Analyse de complexité	85
Conclusion	87
Références	89
III Analyse acoustique du théâtre d'Orange	61
Introduction	63
7 Configuration initiale	65
7.1 Configuration du maillage	66
7.2 Les matériaux	66
7.3 RIR du théâtre d'Orange	66
8 Test de configurations	67
8.1 position des spectateurs	68
8.2 Présence de spectateurs	68
8.3 Présence de velum	68
8.4 Forme et matériaux du toit	68
9 Comparaison avec d'autres théâtres antiques	69
Conclusion	71
Références	73
A Annexes	I
A.1 Figures annexes	I
A.2 Tableaux annexes	XI
B Liste des acronymes	XV
C Glossaire	XVII

Liste des figures

1	Théâtre d'Orange avant restauration	6
1.1	Vue d'ensemble du théâtre d'Orange	8
1.2	Perspective d'une section de la fosse du rideau de scène au théâtre de Lyon	11
1.3	Vue de dessus - 1er niveau	13
1.4	Vue de dessus - 2ème niveau	13
1.5	Vue de dessus - 3ème niveau	14
1.6	Toitures de basiliques par A.Badie	15
2.1	Illustration de quatre exemples de modifier Blender	23
2.2	Modélisation de la <i>cavea</i>	24
2.3	Modélisation des <i>maenianum</i>	28
2.5	Modélisation de l' <i>aditus</i> occidental et de sa tribune	30
2.6	Modélisation du <i>postscaenium</i> et de ses basiliques	32
2.7	Modélisation de la scène, l' <i>orchestra</i> et le sol des <i>parodos</i>	34
2.8	Modélisation des couvertures de scène et des basiliques	35
2.9	Modélisation de la <i>porticus in summa cavea</i>	36
2.10	<i>Parodos</i> oriental et entrée menant à l' <i>ima cavea</i>	38
4.1	Réponse temporelle d'une impulsion sonore dans une salle	56
4.2	Comparaison d'un théâtre simplifié avec gradins coniques ou gradins cubiques par BEM à 50Hz	58
4.4	Schéma d'un récepteur captant au moins un rayon.	61
5.1	Synopsis de l'architecture logiciel développé pour le calcul d'acoustique de salle	65
5.2	Illustration d'une boite englobant un maillage quelconque	67
5.3	Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%)	69
5.4	Illustration du principe d'octree. Gauche : Subdivision d'un cube en "occitants". Droite : L'arbre correspondant	69
5.5	Diagramme d'activité résumant le processus de création d'un arbre d'octree	70
5.6	Diagramme d'activité résumant le processus de création des rayons	71
5.9	Calcul d'un rayon réfléchi à partir d'un rayon incident et d'une normale	76
5.10	Diagramme d'activité résumant le processus de création des sources-images	77
5.11	Schéma d'un rayon et de la sphère récepteur	78
6.3	Réponse impulsionale en espace libre	84
6.5	Réponse impulsionale dans une sphère 100% réfléchissante pour 30 itérations avec absorption de l'air	85
6.6	Courbes de complexité	86
A.1	Coupe théorique sur la <i>cavea</i>	I

A.2	Vue de dessus par A. Caristie 1856	II
A.3	Plan du rez-de-chaussée au bâtiment de scène	III
A.4	Coupe sur l' <i>aditus</i> occidental	IV
A.5	Coupe sur l' <i>aditus</i> oriental	V
A.6	Elévation du front de scène	VI
A.7	Elévation du retour du mur de scène	VII
A.8	Elévation de la partie sommitale de la basilique occidentale	VIII
A.9	Coupe de l' <i>aditus</i> occidental par A. Caristie - 1856	IX
A.10	Plan topographique de la colline Saint-Eutrope	X

Liste des tableaux

5.1 Exemples de coefficients d'absorption de la base de donnée Odéon 66

Deuxième partie

Calculs acoustiques

Introduction

Dans cette partie, nous allons traiter d'acoustique, d'algorithmes et de mathématiques. Chacune de ces disciplines permettra de répondre aux questions suivantes : Pourquoi ? Quoi ? Comment ? Voyons donc ces problématiques une par une.

Pourquoi ? L'objectif de notre projet, maintenant que nous disposons d'une maquette virtuelle du théâtre d'Orange, est d'en étudier l'acoustique. Nous souhaitons pouvoir simuler, écouter et étudier le son qui était perçu dans ce lieu il y a deux mille ans. Outre le fait d'acquérir ces données, nous avons vu que les restitutions de certaines parties du théâtre était plus ou moins hypothétiques. Nous pourrons comparer ces différentes tentatives de restitution et en mesurer l'impact visuel mais également auditif. Les rares écrits antiques et les récentes études acoustiques sous-entendent que les Romains, et avant eux les Grecs, se basaient énormément sur la physique des matériaux et la géométrie des monuments pour optimiser la propagation sonore. Nous allons donc tenter d'apporter notre pierre à l'édifice au sujet de cette question. L'une de nos contraintes sera alors d'obtenir des résultats sur l'acoustique selon différentes géométries du bâtiment et divers matériaux. Il faudra également que le temps de calcul de chaque essai soit relativement court afin de pouvoir multiplier les configurations.

Quoi ? Cet objectif nous a amené à développer un outil de calcul numérique répondant à des problématiques précises. Il complète ainsi la première partie de notre projet en s'interfaisant directement au logiciel Blender. Nous pourrons alors facilement étudier la maquette virtuelle du théâtre d'Orange précédemment présentée. Néanmoins, il est important de noter que cet outil est générique. Il pourra donc agir sur différents type de problèmes. Dans cette partie nous verrons quelle méthode de calcul a été retenue et les raisons qui ont poussé à faire ce choix. Effectivement, le théâtre d'Orange est un problème complexe car le maillage comporte plusieurs centaines de milliers d'éléments et sa géométrie peut inclure des surfaces concaves, convexes ou toutes sortes d'obstacles. Les outils présents sur le marché ont des limites par rapport à ce cas d'utilisation. Notamment, l'étude se portera aussi sur les résultats d'analyse. Comment visualiser des résultats acoustiques ? Peut-on, par une écoute d'un signal sonore, conclure des résultats ? Peut-on trouver des méthodes ergonomiques d'analyse ? Pour pouvoir répondre à ces questions, il est primordiale de disposer d'un accès total à la technologie. C'est pourquoi un outil complet a été développé pendant ce projet.

Comment ? Tout code informatique présente une part de calcul, et qui dit calcul, sous-entend mathématiques. Ainsi, nous verrons les méthodes et astuces mathématiques qui ont permis de développer ce programme. Nous détaillerons les notions de lancer de rayons statistique, de sources images spatialisée et de réponse impulsionnelle. Aussi, nous verrons comment sont optimisées les performances par un procédé de "*divide and conquer*" utilisant des octree. Un chapitre est également consacré à la validation de l'algorithme en utilisant notamment des méthodes analytiques.

Pour débuter, nous ferons un tour d'horizon de la physique de l'acoustique et plus concrètement dans le cas qui nous concerne, de l'acoustique de salle. Nous présenterons les différentes méthodes permettant d'étudier les lois acoustiques et présenterons leurs limites. Nous détaillerons alors les principes physiques utilisés pour notre algorithme avant de passer à la présentation de son architecture et à sa validation. Cette partie présente l'outil dans son contexte général et l'application au théâtre d'Orange sera faite dans la partie suivante.

Chapitre 4

Acoustique de salle

« La musique, c'est 50% d'un film. »

Georges Lucas

4.1 Introduction à l'acoustique de salle

L'acoustique de salle est une discipline à part entière qui consiste principalement à étudier la réverbération d'une pièce soumis à une onde sonore. Le principe de cette étude est le suivant : Il s'agit en général de placer une source sonore à l'intérieur d'une salle, fermée ou non, et de la faire rayonner dans toutes les directions. L'onde se propage alors jusqu'aux parois et subit un phénomène de diffusion. Il s'agit en réalité d'une combinaison de trois phénomènes : la réflexion, la réfraction et la diffraction. Par réfraction on entend la notion d'absorption suivant les lois de Descartes sur la propagation entre deux milieux¹. La diffraction quant à elle opère lorsque la longueur d'onde est proche de la taille de l'obstacle. En se plaçant en un point à l'intérieur de la salle, on pourra alors recevoir un signal sonore comme étant la somme d'un champ direct et d'un champ réverbéré. Le son direct provient directement de la source sans n'avoir touché aucune surface. Le son réverbéré se distingue en deux catégories : les premières réflexions dont l'ensemble forment la texture du son et le champ diffus qui peut être assimilé à une somme infinie d'ondes se propageant dans toutes les directions². On comprend alors que les principaux facteurs qui vont influer sur l'acoustique perçue dans une salle sont : la source sonore, le milieu de propagation et la nature des parois et des obstacles.

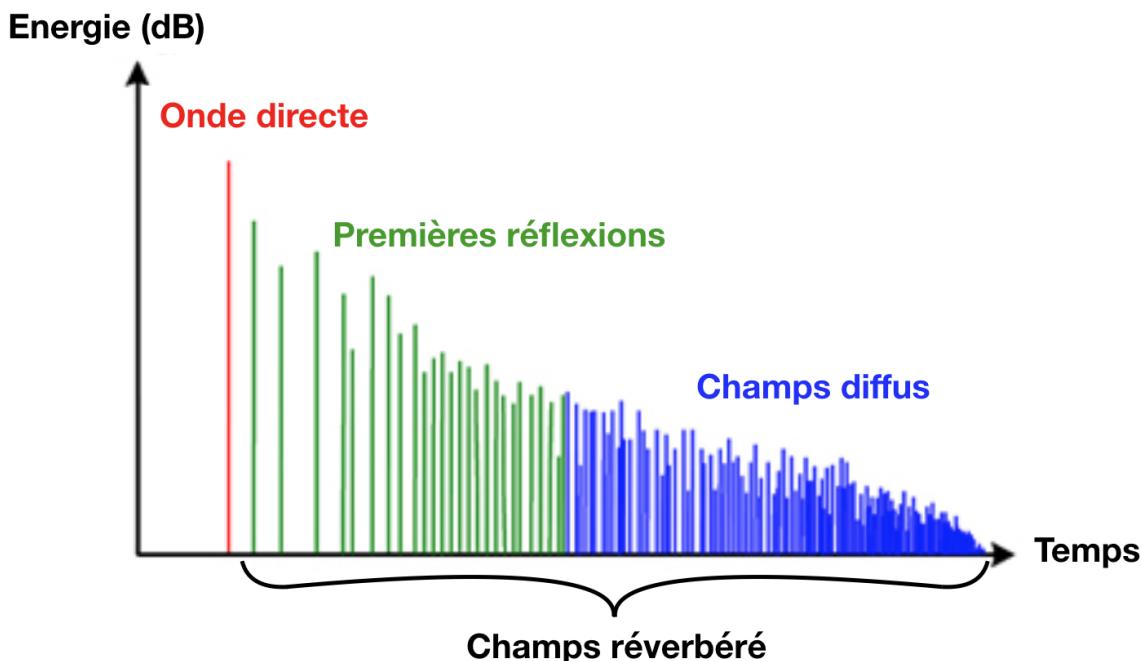


FIGURE 4.1 – Réponse temporelle d'une impulsion sonore dans une salle

La figure 4.1, illustrant une réponse impulsionnelle, montre que l'information perçue est une succession d'ondes sonores arrivant décalées dans le temps. Si l'écart entre ces ondes est long, alors d'auditeur pourra les différencier et entendra le phénomène d'écho. Au contraire, si l'écart est suffisamment restreint et que les ondes sont mélangées au moment d'arriver à l'auditeur, alors celui-ci n'entendra qu'un son prolongé dont l'intensité diminue. Il s'agit de la réverbération⁽³⁾.

1. [JOUHANEAU, 1997, p. 3]
2. [JOUHANEAU, 1997, p. 9]
3. [SABINE, 1900, p. 39]

4.2 Méthodes de calcul acoustique

Le calcul de l'acoustique d'une salle peut se faire selon différentes méthodes. Nous allons succinctement en présenter quelques unes afin d'en dégagé les grands principes et les limites.

4.2.1 Principe statistique

P. E. Sabine écrit en 1932 "*Acoustics and architecture*" en reprenant les principes son homonyme W. Sabine. Ce dernier décrivait 20 ans plus tôt des protocoles de test pour mesurer des temps de réverbérations dans les salles. P. E. Sabine considère que la réverbération suit un modèle purement statistique. De son point de vue, la densité d'échos à prendre en compte est suffisamment importante pour considérer le phénomène comme pseudo-aléatoire.⁴. Il suppose ainsi que l'énergie sonore et le temps de réverbération sont uniformes en tout point de la salle. Ces considérations permettent d'exprimer ces deux valeurs l'une par rapport à l'autre comme par exemple dans la formule dite "de Sabine" :

$$T = \frac{k \cdot V}{A} \quad (4.1)$$

Avec :

$k \approx 0,163$

V : le volume de la salle

et

$$A = \sum_{i=1}^N S_i \alpha_i + 4mV \quad (4.2)$$

où :

α est le coefficient d'absorption

m est l'amortissement du milieu (par exemple l'air)

S_i est la surface de la i^{e}

N est le nombre de paroi total

La théorie de Sabine, est encore aujourd'hui couramment employée par les acousticiens des salles. Pourtant, cette hypothèse dite de "champ diffus" n'est plus vérifiée en pratique, dès lors que la forme du milieu de propagation n'est plus homogène et que l'absorption acoustique devient importante et non uniforme. De plus, cette théorie s'applique mal aux géométries présentant des ouvertures et, en particulier, dans le théâtre d'Orange.⁵.

4.2.2 Méthode de résolution exacte

La méthode de résolution exacte utilise le principe des éléments finis ou des éléments aux frontières. Il s'agit de mailler le domaine d'étude par des petits éléments linéaires (2D) ou surfaciques (3D). Sur chacun de ces éléments, on pourra calculer la pression acoustique par résolution de l'équation d'onde (modèle de Green ou Helmotz-Kirchhoff) en considérant les conditions aux limites. Cependant, même si l'implémentation mathématique ne présente pas de difficulté majeure, le problème se complique nettement selon la géométrie de la salle. Effectivement, la taille et donc le nombre d'éléments, dépen-

4. [KANDELMAN, 2007, p. 19]

5. [PICAUT, 2005, p. 60]

dra de la longueur d'onde⁶. Dans un cas comme le théâtre d'Orange où les longueurs se comptent en dizaines de mètres et les fréquences en kilo-Hertz (fréquences audibles), il faudra des mailles de l'ordre du millimètre, et donc des milliard d'éléments. Ce genre de problème est aujourd'hui quasi-impossible à mettre en place de part la puissance de calcul et l'espace mémoire nécessaire. Par ailleurs la création du maillage conforme de ce type représente une difficulté à part entière. Au début du projet, nous avons tenté d'analyser une version très simplifiée du théâtre à des fréquences très faibles. Nous voulions notamment tester l'impact de la forme incurvée des gradins en comparant de manière récursive différents maillages. Le remaillage était effectué à l'aide de l'outil "mmg" développé à l'[Institut des sciences du calcul et des données \(ISCD\)](#). Les calculs acoustiques ont été effectués avec l'outil "MyBEM" développé par le [Centre de mathématiques appliquées de l'école Polytechnique \(CMAP\)](#). En conservant à peu près des dimension du théâtre, nous obtenions plusieurs centaines de milliers d'éléments et des temps de calcul déjà de quelques dizaines de minute avec un ordinateur standard. Le constat a alors été que ce type d'étude serait trop complexe et les résultats difficiles à interpréter.

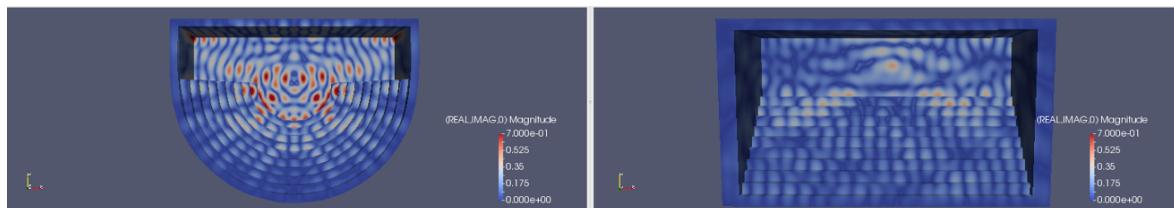


FIGURE 4.2 – Comparaison d'un théâtre simplifié avec gradins coniques ou gradins cubiques par [BEM](#) à 50Hz

Explorons maintenant les méthodes approchées de type géométrique.

4.2.3 Méthode de tracé de rayon

Tout d'abord, la méthode dite de tracé de rayon (*ray-tracing*) qui est très souvent utilisée dans les logiciels d'acoustique de salle. Cette approche suppose que l'énergie sonore émise depuis une source est repartie sur un certain nombre de rayons rectilignes déviés de manière spéculaire lors de leur rencontre avec les parois. L'énergie d'un rayon sera atténuee selon le coefficient d'absorption des parois lors du rebond et décroîtra comme la distance de propagation au carré afin de simuler l'effet de dispersion géométrique d'une onde sphérique. La mesure d'énergie est alors réalisée par comptage du nombre de rayons qui traversent le récepteur. La précision de mesure sera ainsi fonction du nombre de rayons émis et de la taille du récepteur. Il peut notamment y avoir beaucoup de perte d'information si le domaine de propagation est complexe⁷. Il s'agit donc d'une méthode très puissante pour simuler les réflexions géométriques sur les paroi mais qui devient compliqué pour simuler les effets de diffraction. C'est aussi la seule méthode géométrique permettant de simuler des réflexions sur des parois courbes⁸.

4.2.4 Méthode de lancé de particules

Le lancé de particules est très similaire au tracé de rayon. Cependant, dans le concept des particules sonores, chaque particule est porteuse d'une énergie constante qui ne dé-

6. [FUNKHOUSER et collab., 2004, p. 740]

7. [PICAUT, 2005, p. 60]

8. [KANDELMAN, 2007, p. 13]

croit donc pas comme la distance au carré. Lors du contact avec une paroi, la particule sera réfléchie de manière statistique. Par exemple, si α est le coefficient d'absorption de la paroi, alors, la particule aura une probabilité de $(1-\alpha)$ d'être réfléchie et une probabilité α d'être absorbée. En ce sens, il est alors également possible de déterminer, selon une loi de probabilité, l'angle de réflexion et simuler ainsi une "pseudo-diffusion" des matériaux.⁹.

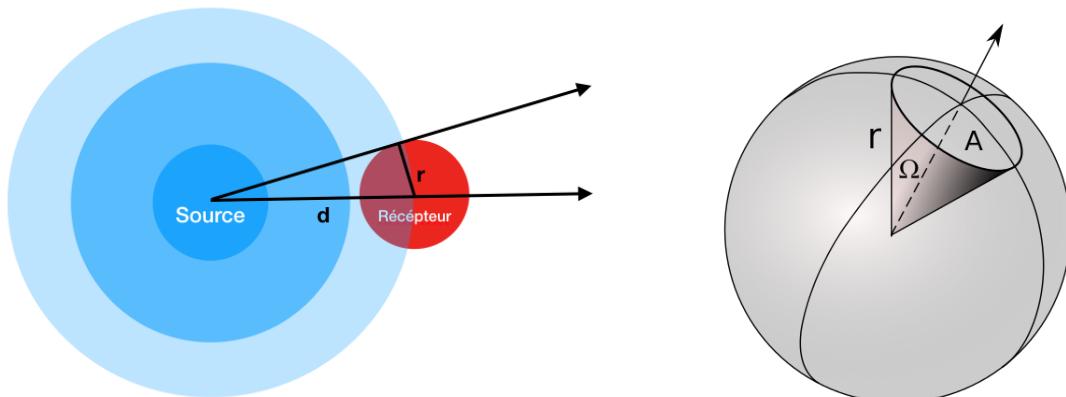
4.2.5 Méthode des sources-image

Cette méthode est fondée sur la construction de sources virtuelles, images de la source réelle, construite par symétrie par rapport aux parois de l'enceinte. La contribution énergétique de chaque source-image est celle habituellement rencontrée dans le cas de la propagation en champ libre, pondérée par le coefficient d'absorption des parois considérées¹⁰. Le problème de cette méthode est que l'on génère l'ensemble des sources-images d'une salle et qu'il est ensuite difficile de discriminer celles qui sont perçues et celles qui sont bloquées par des obstacles. Cela est donc plutôt adapté aux pièces de forme concave et vide. Par ailleurs, comme pour le tracé de rayon, les effets de diffraction ne sont pas pris en compte.

4.3 Méthode couplée

"Il faut également signaler que la plupart de ces approches, comme celles fondées sur les sources images et le tracé de rayons sonores, prennent difficilement en compte les effets météorologiques tels que le vent, les gradients de célérité du son et la turbulence atmosphérique, pourtant très importants en milieu ouvert"¹¹.

Nous comprenons qu'aucune de ces méthodes pourrait convenir parfaitement à notre problème du théâtre d'Orange. Nous optons donc pour une combinaison des différentes approches géométriques ainsi que la théorie statistique évoquées précédemment. Avant de détailler le principe de la méthode utilisé, il est bon de rappeler certains principes physiques.



(a) Schéma en deux dimensions d'une onde sphérique dont une portion d'énergie est mesuré par un récepteur de rayon r .

(b) Représentation de l'angle solide d'un cône de révolution¹²

9. [PICAUT, 2005, p. 62]

10. [PICAUT, 2005, p. 60]

11. [PICAUT, 2005, p. 60]

Nous nous plaçons dans le cas d'une source impulsionnelle. Effectivement, un signal sonore continu peut-être discrétisé par une suite d'impulsions. C'est d'ailleurs le cas de tout signal numérique qui est échantillonné à une certaine fréquence. Nous prenons également le cas, le plus courant, d'une source omnidirectionnelle qui émet de l'énergie de manière uniforme dans toutes les directions de l'espace. Une impulsion étant un signal d'un temps infiniment court, l'énergie émise depuis la source sera répartie sur la surface d'une sphère en expansion. Si l'on mesure à différents instants une portion de taille constante de la sphère, on obtient une valeur inversement proportionnelle au carré de la distance. En d'autres mots, on considère que l'énergie mesurée est l'intersection entre un récepteur de forme sphérique, de rayon r , constant et de la sphère supportant l'énergie totale. Ainsi, si on considère que :

$$E_{tot} \propto S_{tot} \quad (4.3)$$

$$E_m \propto S_m \quad (4.4)$$

Avec :

E_{tot} l'énergie totale

S_{tot} la surface de la sphère portant l'énergie

E_m l'énergie mesurée

S_m la surface de la sphère de mesure

Alors :

$$E_{tot} \propto d^2 \quad (4.5)$$

$$S_m = cste \quad (4.6)$$

$$(4.7)$$

Donc :

$$E_m \propto \frac{E_{tot}}{d^2} \propto \frac{1}{d^2} \quad (4.8)$$

Il s'agit de la loi de propagation géométrique d'une onde sphérique qui comporte donc une énergie à décroissance quadratique. Cette propriété physique devra apparaître dans le résultat final.

Par ailleurs, nous choisissons une approche discrète. Non pas dans le sens de ne pas être repéré par nos ennemis, mais plutôt dans celui d'une discréttisation de l'énergie surfacique. La source sonore ne va donc pas émettre une sphère mais va plutôt projeter de manière uniforme un nombre de N de rayons. Chacun porte l'énergie $\frac{E_{tot}}{N}$. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, l'approximation discrète apporte de l'erreur au résultat car l'information n'est présente qu'au niveau des rayons et non dans l'espace entre deux. C'est pourquoi nous allons chercher à limiter cette erreur. Pour cela, nous devons exprimer le temps au bout duquel il est possible de capter moins d'un rayon dans la sphère de mesure. L'analyse étant théorique, nous effectuons ce raisonnement en espace libre.

Pour cela, nous utilisons la formule de l'angle solide d'un cône :

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(\alpha)) \quad (4.9)$$

12. [M'HENNI, 2010, image]

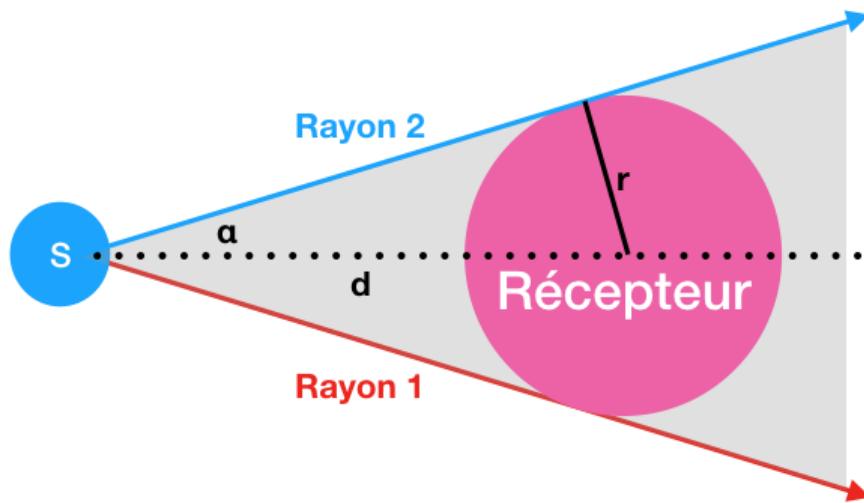


FIGURE 4.4 – Schéma d'un récepteur captant au moins un rayon.

Nous avons vu précédemment que cet angle solide pouvait aussi s'exprimer :

$$\Omega = \frac{E_{tot}}{N} \quad (4.10)$$

Pour :

r : le rayon du récepteur

d : la distance maximale du récepteur à la source

N : le nombre de rayons total

Alors, d'après Pythagore (voir fig. 4.4) :

$$\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{d^2 - r^2}}{d} \quad (4.11)$$

$$= \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}} \quad (4.12)$$

$$\simeq 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{d^2} \quad (4.13)$$

Car on suppose que le rayon de mesure r sera petit devant la distance d parcourue par l'onde. On a alors :

$$2\pi(1 - (1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{d^2})) = \frac{4\pi \cdot d^2}{N} \Rightarrow d^2 = \frac{r}{2} \sqrt{N} \quad (4.14)$$

Nous constatons alors que nous pourrons fixer N , le nombre de rayons d'énergie total émis depuis la source et r , le rayon de la sphère de mesure, pour connaître la distance d au bout de laquelle la probabilité de ne capter aucun rayon sera non nulle. En pratique, on voudra réduire encore l'erreur et il faudra arrêter la mesure avant d'arriver à cet extrême. On pourra alors fixer un nombre n de rayons minimum à capter. Par exemple si on fixe n à 100 rayons, on s'assure que la mesure comprend au moins 100 portions de la sphère énergie et on revient statistiquement à un modèle quasi-continu.

Pour établir la nouvelle expression, il suffit de refaire les mêmes calculs en considérant que :

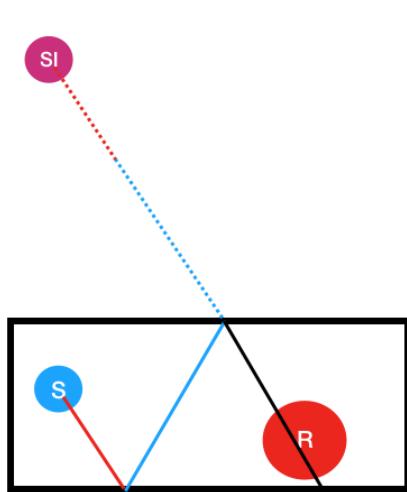
$$\Omega = n \cdot \frac{E_{tot}}{N} \quad (4.15)$$

L'équation 4.14 s'écrit donc :

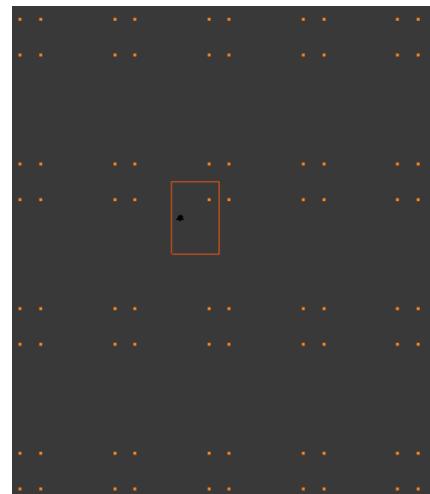
$$d^2 = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{N}{n}} \quad (4.16)$$

Nous obtiendrons de cette façon les premières réflexions de la réponse impulsionnelle. Cependant, les réponses impulsionales acoustiques sont en général calculées jusqu'à ce que l'énergie diminue de 60dB. Il s'agit d'un critère d'arrêt classique de car il assure de couvrir la plage d'audition humaine. Or avec notre méthode, nous ne prenons plus de mesure à partir d'un certain temps, correspondant à la distance d . Il faudra alors jouer sur les paramètres N , r ou n pour s'assurer de dépasser le **Temps de Réverbération à 60dB**. En pratique, le temps de calcul sera très sensible à ces paramètres et il sera plus judicieux d'arrêter la mesure avant. On pourra alors compléter le champs diffus de manière statistique d'après les hypothèses de Sabine. La réponse impulsionnelle sera prolongée par régression linéaire pour atteindre **RT60**.

Le principe de la méthode utilisée consiste donc à propager des rayons à partir d'une source et d'analyser ceux qui traverseront une sphère-récepteur. Leur temps de parcours permet de créer la **réponse impulsionnelle d'une salle, ou Room Impulse Response (RIR)**. Celle-ci pourra alors être convoluée à un signal audio pour créer un son réverbéré. Le chemin de chacun de ces rayons permet aussi de situer dans l'espace la source-image correspondant, c'est à dire l'image de la source suite aux divers réflexions sur les parois (voir fig. 4.5a). Nous obtenons ainsi une constellation de sources-images portant les énergies associées à leurs rayons. Cela permettra par la suite de spatialiser le son. Il sera alors possible de connaître la provenance des échos et ainsi d'écouter le son réverbéré en trois dimensions.



(a) Schéma de la création d'une source image par réflexions successives d'un rayon sur les parois d'une salle



(b) Constellation de sources-images dans une salle rectangulaire

Chapitre 5

Logiciel développé

*« Quand on aime on ne compte pas...
Ça tombe bien, je suis mauvaise en calcul! »*

Sophie Lesellier

5.1 Introduction

Le projet a pour essence le calcul de l'acoustique du théâtre d'Orange. Cela soulève certaines problématiques qui nous ont poussé à développer un nouvel outil de calcul acoustique. Ce travail a été initié pour pouvoir répondre au cahier des charges suivant :

- Permettre l'étude acoustique d'un bâtiment.
- Permettre la modification rapide de la géométrie du maillage et des matériaux.
- Avoir un total contrôle de la technologie afin d'en connaître précisément le fonctionnement et d'accéder aux données brutes.
- S'interfacer facilement avec Blender.
- Calculer les résultats sur une large plage de fréquences audibles (50-8000Hz).
- Prendre en compte l'absorption atmosphérique.
- Pouvoir utiliser des maillages non conforme avec divers niveaux de raffinement et plusieurs centaines de milliers d'éléments.
- Avoir un temps de calcul faible pour pouvoir multiplier les tests.
- Disposer de résultats numériques non ambiguës ainsi que de résultats visuels et auditifs.

Afin de répondre à ces contraintes, nous avons opté pour certains choix technologiques. Premièrement, le code est développé en C++ pour des raisons de rapidité de calcul. Il s'agit d'un exécutable "client" paramétrable directement depuis l'interface Blender. Au lancement du programme, Blender exporte le maillage dans un fichier qui sera traité par le logiciel "client". Ainsi, l'outil acoustique est transparent pour l'utilisateur et l'accès au maillage est donc immédiat. Le format de fichier s'est porté sur le [OBJ](#). Celui-ci est un des formats les plus courants et disponible sur la plupart des logiciels de [CAO \(conception assistée par ordinateur\)](#). Ainsi, l'outil n'est pas exclusif et pourra travailler à partir de n'importe quel maillage au format [OBJ](#).

Nous choisissons dans un premier temps d'utiliser des sources omnidirectionnelles, c'est à dire qui propage le son de manière uniforme dans toutes les directions de l'espace. C'est avec ce principe que nous décrirons l'algorithme. Notons par contre qu'il serait possible d'utiliser d'autres types de source en changeant la répartition des rayons émis. De même nous ne traiterons pas l'aspect de diffraction des parois. Comme nous l'avons évoqué précédemment, il est possible d'utiliser des lois de probabilité sur la direction de réflexion des parois. Nous choisissons néanmoins de ne fonctionner qu'avec des réflexions spéculaires car le sujet de la diffraction est extrêmement vaste et complexe. Il s'agit d'un sujet à part entière que l'on ne traitera pas durant ce projet.

La figure 5.1 présente de manière synthétique l'architecture logicielle développée au cours du projet. Cette partie présentera en détails les différentes briques de l'outil de calcul acoustique. Nous présenterons d'abord la partie algorithmique conçue en C++ et finirons par la l'interface homme-machine accessible depuis Blender.

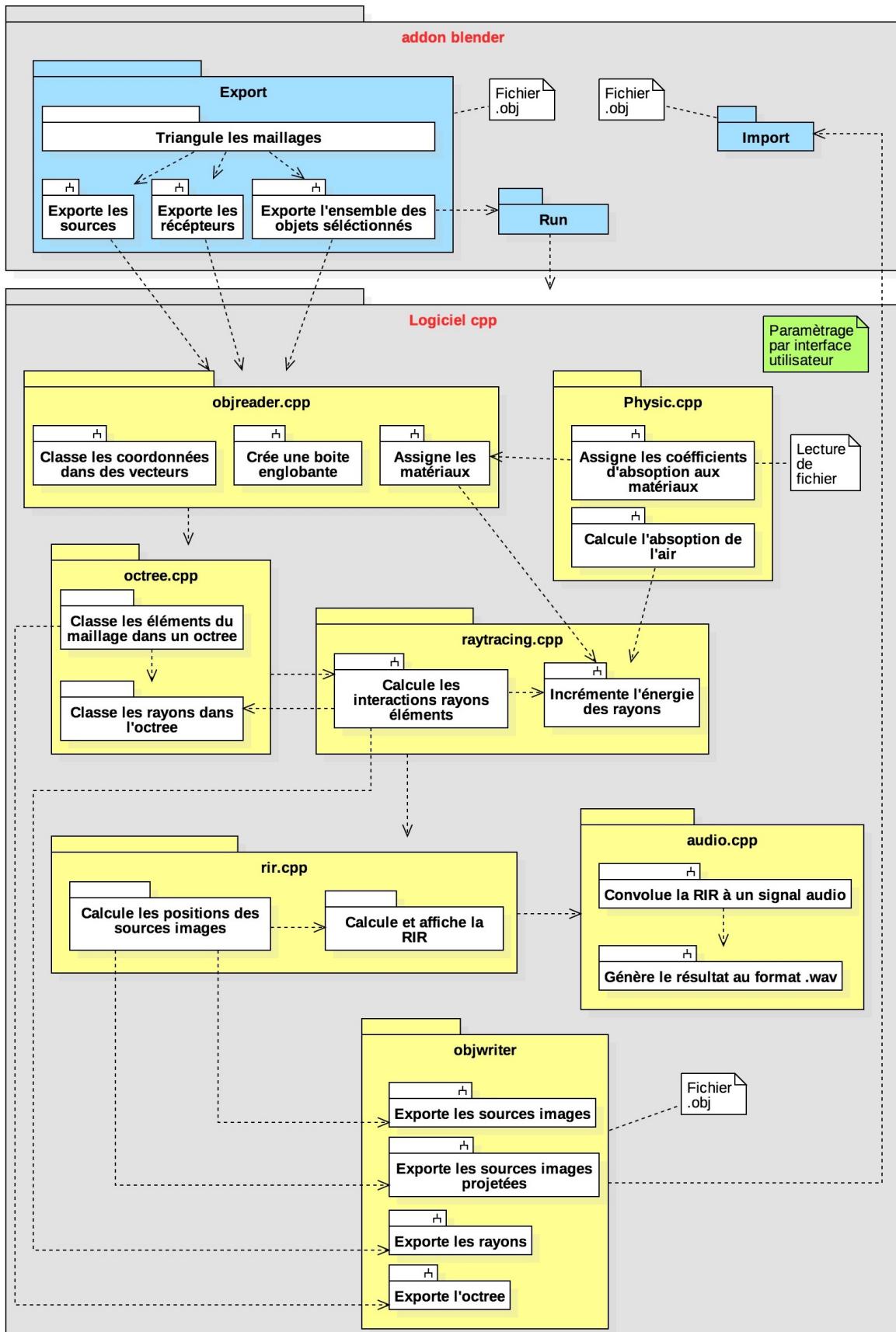


FIGURE 5.1 – Synopsis de l'architecture logiciel développé pour le calcul d'acoustique de salle

5.2 Initialisation

Au démarrage du logiciel, avant de lancer le calcul acoustique, plusieurs paramètres s'initialisent.

5.2.1 Lecture des matériaux

L'une des premières étapes consiste à lire une base de données de matériaux (issue du logiciel Odéon) et d'associer leur référence à leur huit coefficients d'absorption. La référence est un nombre qui pourra être stipulé dans le nom du matériau sous Blender. Celles-ci sont associées dans la base de données à huit coefficients d'absorption correspondant aux bandes d'octave : 62,5Hz, 125Hz, 250Hz, 500Hz, 1kHz, 2kHz, 4kHz, 8kHz. Ces huit bandes de fréquence permettent de couvrir une large plage des fréquences audibles par l'être humain. Il existe de nombreuses bases de données recensant ces coefficients d'absorption pour tout type de matériaux. Elles sont en général créées de manière expérimentale et celle que nous utilisons a l'avantage d'être très complète et en libre accès sur le site d'Odéon¹.

Voici quelques exemples de coefficients d'absorption :

Référence	Nom du matériau	62,5Hz	125Hz	250Hz	500Hz	1kHz	2kHz	4kHz	8kHz
1	100% absorbent	1	1	1	1	1	1	1	1
2	100%reflecting	0	0	0	0	0	0	0	0
107	Concrete block, coarse ²	0.36	0.36	0.44	0.31	0.29	0.39	0.25	0.25
3000	Hollow wooden podium ³	0.4	0.4	0.3	0.2	0.17	0.15	0.1	0.1

TABLEAU 5.1 – Exemples de coefficients d'absorption de la base de données Odéon

5.2.2 Lecture de maillage

Comme évoqué précédemment, l'outil traite les données à partir d'un fichier **OBJ**. Pour faciliter la lecture du maillages, on s'assurera de n'avoir que des faces triangulaires. Cela est réalisé automatiquement lors de l'exportation du fichier par un **modifier "triangulate"** inclue dans le script d'export. Dans fichier de maillage, chaque objet est différencié par un en-tête comprenant son nom. S'en suit les coordonnées de l'ensemble de ses sommets (ou vertices), de ses textures et de ses normales. Ensuite sont regroupées par matériaux, les faces par combinaison de trois vertices, d'une texture et d'une normale. Un vecteur de sommets et un vecteur de normales sont remplis face par face en conservant le même ordre. Ces deux vecteurs stockent ainsi la totalité du maillage. Les textures quant à elles ne nous sont pas utile. Les coefficients d'absorption des matériaux sont aussi assemblés dans un vecteur en les classant également face par face en respectant l'ordre établi précédemment. Par défaut, une source et un récepteur sont positionnés au point [0, 0, 0]. Le rayon de mesure du récepteur est de 1m. Cependant, l'utilisateur pourra changer ces paramètres en créant des objets source et récepteur dans Blender. Pour être reconnus et discriminés du maillage, ces objets doivent respectivement comporter les mots "*source*"

1. [ODEON, Materials]

2. Harris, 1991

3. Dalenbäck, CATT

et "listener" dans leur nom. L'algorithme déterminera alors le centre des objets sources et des récepteurs en calculant la moyenne des coordonnées des sommets. Le rayon de mesure du récepteur correspond au rayon de la sphère circonscrite à l'objet "listener". Il est possible de placer plusieurs sources. L'ensemble des calculs se réaliseront séquentiellement pour une source après l'autre. Un seul récepteur est pris en compte. L'addon Blender permet de mettre à jour les informations sur les sources et récepteurs simplement avant de relancer un nouveau calcul.

5.2.3 Crédit d'une boîte englobante

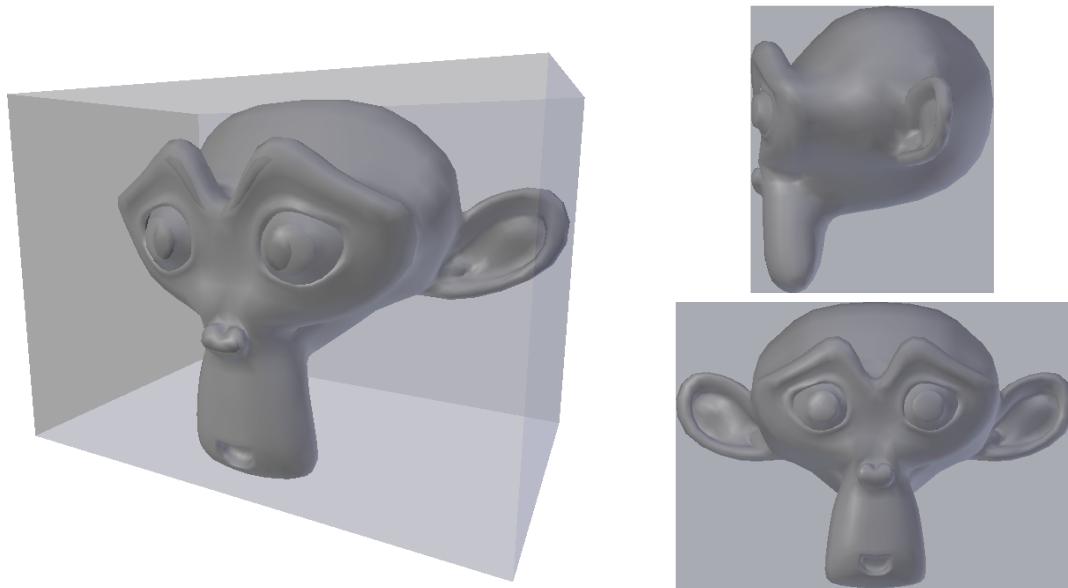


FIGURE 5.2 – Illustration d'une boîte englobant un maillage quelconque

La technique de lancer de rayons présente une problématique pour des maillages ouverts. Effectivement, nous verrons dans la section 5.4 que pour pouvoir itérer les rebonds des rayons sur les parois, il est nécessaire que tous les rayons rencontrent une face. Or, pour une salle ouverte, comme c'est le cas du théâtre d'Orange, certains rayons peuvent ne rencontrer aucune surface. Pour résoudre ce problème facilement et de manière transparente pour l'utilisateur, douze faces triangulaires sont ajoutées aux vecteurs afin de créer une boîte englobant le maillage. On assigne à ces faces un matériau 100% absorbant afin de respecter la perte d'énergie provoquée par les parois ouvertes. Par ailleurs, cette boîte ne sera pas en contact avec le maillage mais sera légèrement plus grande. Ceci permet d'éviter qu'une de ces faces ne soit confondue avec une paroi du maillage et que le rayon soit absorbé par la boîte englobante au lieu d'être réfléchi par la paroi.

5.2.4 Calcul de l'absorption de l'air

Pour se rapprocher d'un modèle réaliste de propagation d'onde, il est important de prendre en compte l'absorption atmosphérique. Ce phénomène est dû à la viscosité et la conduction thermique du milieu ainsi qu'à l'absorption des molécules. Ces effets vont provoquer une décroissance exponentielle de l'énergie d'onde⁴. Selon leur distance parcourue dans l'air, les rayons vont donc subir une atténuation de leur énergie en prenant

4. [JOUHANEAU, 1997, p. 68-70]

en compte trois facteurs principaux : la température, l'humidité et la pression. La température et la pression atmosphérique de référence sont respectivement de 20°C et 101,325 kPa⁵. Nous déterminons le coefficient d'atténuation pour chaque bande de fréquence par formules analytiques.

Tout d'abord, nous calculons le facteur d'humidité h correspondant à la concentration molaire de vapeur d'eau⁶ :

$$C_h = 4,6151 - 6,8346 \times \frac{273,15^{1,261}}{T} \quad (5.1)$$

$$h = hum \times 10^{\frac{C_h}{P_r}} \quad (5.2)$$

(5.3)

Avec :

T : La température en Kelvin

P_r : La pression relative à 101,325kPa ($\frac{Pression}{101,325}$)

hum : L'humidité relative

Nous exprimons ensuite les fréquences de relaxation de l'oxygène et de l'azote⁷ :

$$fr_O = P_r \times \left(24 + \frac{40400 \times h \times (0,02 + h)}{0,391 + h} \right) \quad (5.4)$$

$$fr_A = \frac{P_r}{\sqrt{T_r}} \times \left(9 + 280 \times h \times \exp^{-4,17 \times (\frac{1}{\sqrt{T_r}} - 1)} \right) \quad (5.5)$$

Avec :

T_r : La température relative à 20°C ($\frac{T}{293,15}$)

f : La fréquence en Hz

Nous pouvons alors exprimer le coefficient d'absorption de l'air en dB/m en fonction de la fréquence⁸ :

$$Abs = 8,686 \times f^2 \times \left(\frac{1,84 \times 10^{-11}}{P_r} \times \sqrt{T_r} + T_r^{-\frac{5}{2}} \times \left(0,01275 \times \frac{\exp^{-2239,1}}{fr_O + \frac{f^2}{fr_O}} + 0,1068 \times \frac{\exp^{-3352}}{fr_A + \frac{f^2}{fr_A}} \right) \right) \quad (5.6)$$

5. International Standard Atmosphere

6. [ISO-9613-1, 1993, Annexe B, B.1]

7. [ISO-9613-1, 1993, 6.2, eq. 3 et 4]

8. [ISO-9613-1, 1993, 6.2, eq. 5]

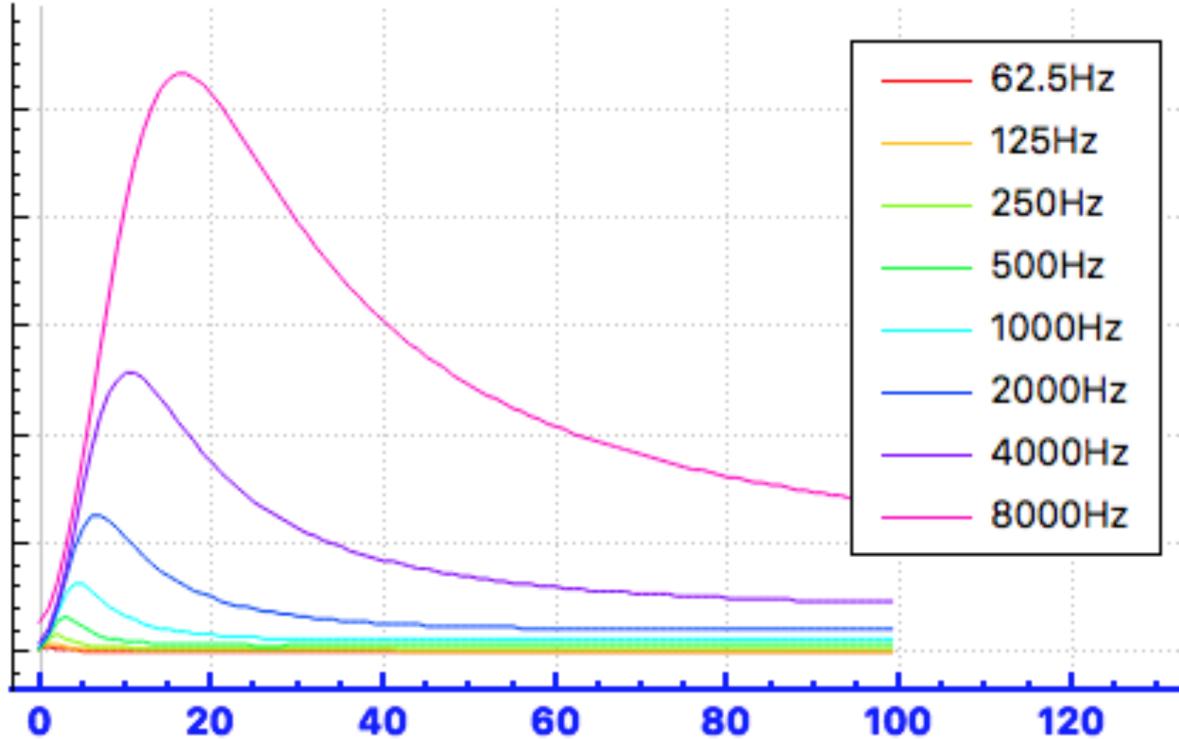
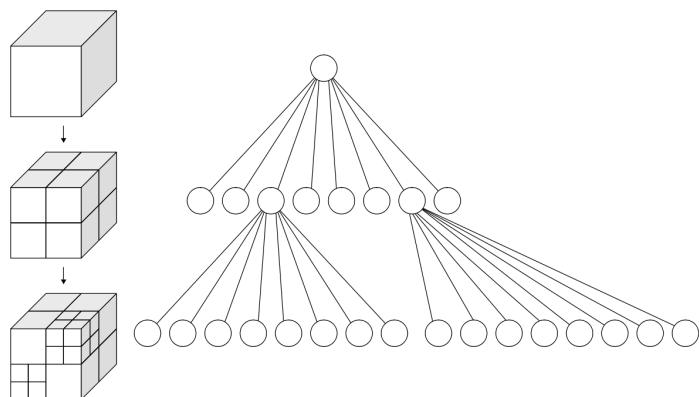


FIGURE 5.3 – Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%)

5.3 Méthode d'octree

Au moment de l'initialisation, le maillage va également être classé dans un **octree**. Cette méthode va permettre par la suite d'accélérer considérablement la vitesse de calcul⁹ (voir 6.3). Le principe consiste à créer une boîte cubique dite "boîte mère" contenant l'ensemble des éléments du maillage. Celle-ci est alors subdivisée en son milieu sur chacun de ses axes pour créer huit "boîtes filles" qui elles-mêmes vont être subdivisées en huit boîtes filles, etc. De manière séquentielle et en descendant dans l'arborescence de l'arbre, chaque élément d'une "boîte mère" va être assigné à la "boîte fille" qui le contient jusqu'à ce que plus aucune "boîte fille" ne contienne plus de n éléments.

FIGURE 5.4 – Illustration du principe d'**octree**. Gauche : Subdivision d'un cube en "octants". Droite : L'arbre correspondant

Le problème que nous avons à résoudre nous impose de pouvoir traiter plusieurs di-

9. [MEAGHER, 1982, p. 5]

zaines, voire centaines de milliers d'éléments. Les algorithmes permettant de gérer ce genre de cas utilisent souvent des méthodes de "diviser pour régner ("divide and conquer"). Cela permet, notamment dans des environnements 3D de pré-trier les données afin de ne réaliser les calculs couteux en temps que sur une quantité de données restreinte. Dans notre cas, l'utilisation d'un arbre nous permettra de ne tester les interactions qu'entre certains rayons et certains éléments : ceux qui seront situés dans la même subdivision de l'espace. Sans ce tri, il sera nécessaire de tester l'intersection de chaque rayon avec chaque élément et ce, pour chaque itération. Cela revient à assembler plusieurs fois une matrice pleine et qui est extrêmement couteux en temps de calcul.

Il existe d'autres types d'arbres permettant également l'optimisation des calculs tels que les arbres binaire ou les arbres kd ...

Ainsi, l'algorithme a été développé de la manière suivante :

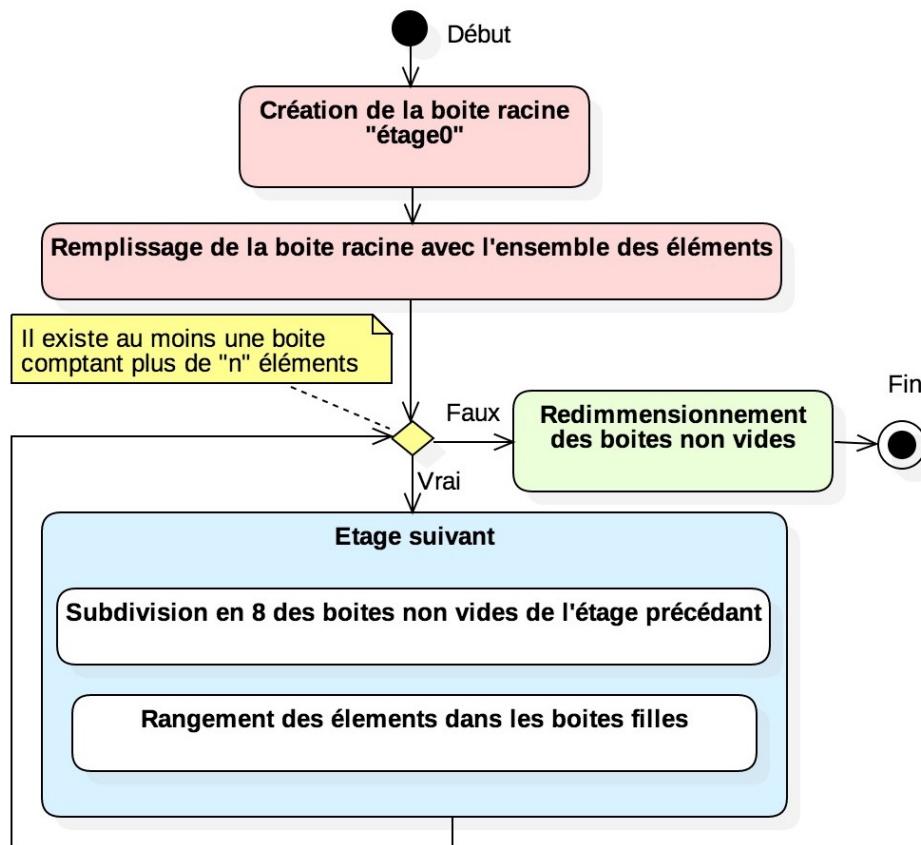


FIGURE 5.5 – Diagramme d'activité résumant le processus de création d'un arbre d'octree

Une première boite contenant l'ensemble des éléments est créée. On y associe donc l'ensemble des indices des éléments. On va ensuite, de manière récursive descendre dans des étages successifs. Passer de l'étage e à l'étage $e + 1$ revient à découper toutes les boites non-vides de l'étage e en huit boites-filles de tailles égales qui deviendront à leur tour les boites-mères de l'étage $e + 1$. Les indices des éléments assignés à une boite-mère sont répartis dans les huit boites-filles. Pour savoir quel élément appartient à quelle boite, on utilise les coordonnées du premier point de l'élément. Effectivement, un élément peut géométriquement appartenir à plusieurs boites mais il est nécessaire d'avoir une unicité, c'est à dire, d'un élément ne puisse se retrouver que dans une boite à la fois. Ainsi, chaque face triangulaire sera traité d'après son premier point. La boucle récursive s'arrête lorsque les boites possèdent toutes moins d'éléments d'une valeur seuil. Ainsi nous nous

assurons que l'octree se raffine de la même manière que le maillage et que chaque boite ne contient qu'un faible nombre d'éléments. Il reste néanmoins une dernière étape qui permettra de s'assurer que les rayons rencontrent les bons éléments. Il s'agit de redimensionner les boites non-vides pour que cette fois, elle englobent bien géométriquement les faces qu'elles contiennent.

5.4 Calcul de rayon

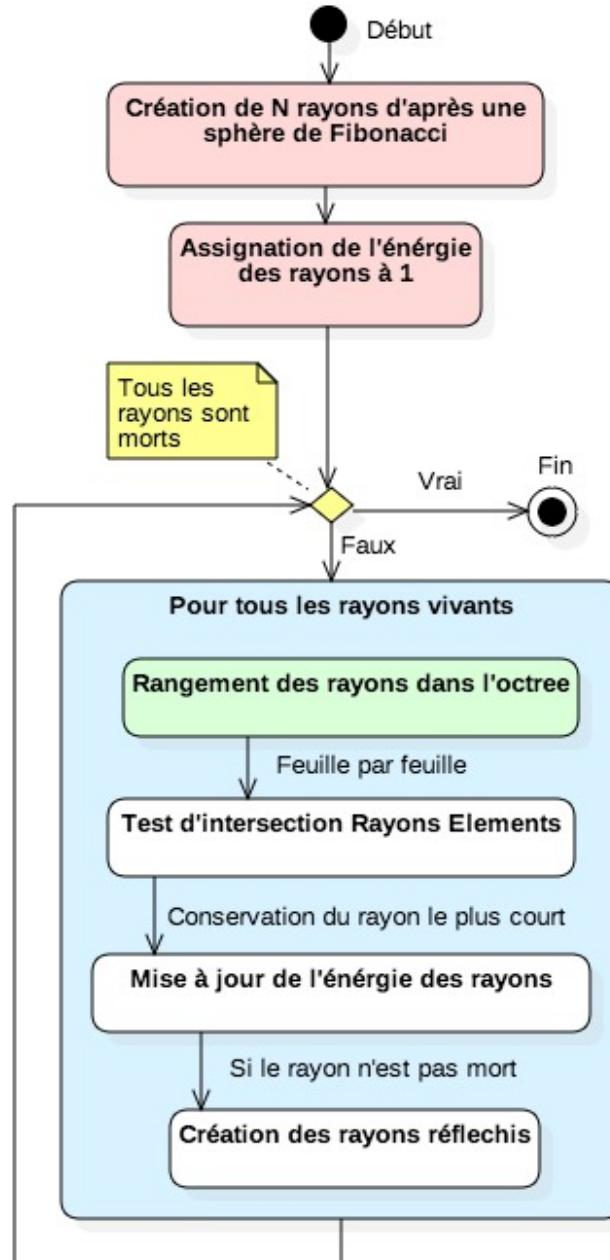
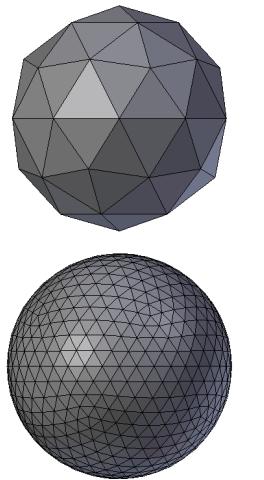


FIGURE 5.6 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des rayons

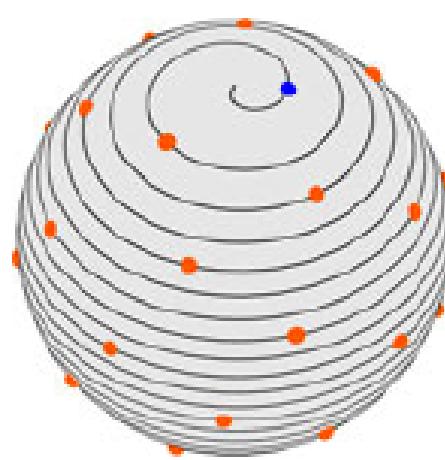
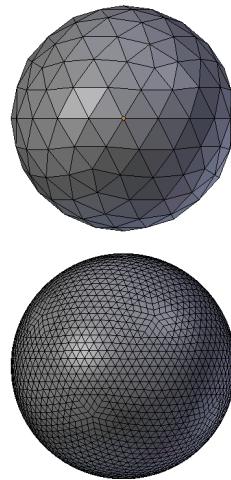
Le principe de la méthode utilisée est d'émettre depuis une source des rayons se propagant en ligne droite jusqu'à atteindre un élément du maillage. Il est bon de noter que

dans la nature les ondes sonores peuvent suivre des trajectoires courbes à cause de certains paramètres comme les gradients de température ou la présence de vent. Néanmoins nous ferons l'approximation que la propagation se fait en ligne droite. Par ailleurs, les sources telles que la voix humaine ou les instruments de musique ne sont pas omnidirectionnelle mais possède une répartition de l'énergie qui lui est propre. Notre étude se place dans le cas générale d'une source ayant une répartition uniforme de son énergie dans toutes les direction de l'espace et pourra ensuite être enrichie par différent type de sources.

Pour générer une émission omnidirectionnelle de rayons nous avions dans un premier temps pensé à utiliser une "Ico Sphère" générée par Blender. L'idée étant d'utiliser le centre comme point d'émission et chaque vertice pour calculer le vecteur directeur des rayons. Effectivement Blender propose dans ses objets de base une sphère formée à la base par un icosaèdre régulier dont chaque segment est redécoupé en son milieu pour raffiner la sphère (voir fig. 5.7a). La répartition est donc uniforme. Cependant, Blender brie ces subdivisions à l'ordre 8, ce qui limite à 163842 points. Outre le fait que cette manipulation aurait largement ralenti Blender, nous souhaitons pouvoir traiter un nombre de rayons bien plus important et de valeur quelconque (avec l'icosphère il ne s'agit que de multiple de 4). Nous utilisons donc une sphère de Fibonacci afin de générer les vecteurs directeurs des rayons. La formule utilisée est la suivante :



(a) Icosphère de Blender subdivisée 2, 3, 4 et 5 fois



(b) Sphère de Fibonacci ¹⁰

$$G_r = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad (5.7)$$

$$\theta = \frac{2\pi \times n}{G_r} \pmod{2\pi} \quad (5.8)$$

$$\phi = \arcsin\left(\frac{2n}{N} - 1\right) \quad (5.9)$$

Avec :

G_r : le golden ratio

θ et ϕ : les coordonnées sphériques

10. [KEINERT et collab., 2015, fig. 1]

N : le nombre total de rayons

$n \in [0, 1, 2, \dots, N - 1]$: le numéro du rayon

A partir de ces coordonnées sphériques, on en déduit les coordonnées cartésiennes des vecteurs directeurs que l'on normalisera par la suite.

$$x = \cos \phi \times \cos \theta \quad (5.10)$$

$$y = \cos \phi \times \sin \theta \quad (5.11)$$

$$z = \sin \phi \quad (5.12)$$

A l'initialisation nous émettrons donc N rayons depuis le centre de l'objet source et dirigés dans toutes les directions de manière uniforme. On leur assigne une énergie normalisée à 1. L'algorithme va ensuite fonctionner par itération jusqu'à ce que tous les rayons soient considérés comme "morts". Ce critère est déterminé en comparant la valeur d'énergie du rayon à une valeur seuil. A chaque itération, on va dans un premier temps classer les rayons dans l'octree en assignant à chaque feuille (c'est à dire, boite non-vide) l'indice des rayons qui la traverse. Pour cela, nous utilisons un algorithme d'intersection Rayon/Boite optimisé¹¹. La particularité des boites d'un octree est qu'elles sont toutes alignées selon les axes du repère cartésien. On appelle communément ce type de boite **Axis-Aligned Bounding Box (AABB)** en opposition aux **Oriented Bounding Box (OBB)**. Nous allons donc utiliser cette propriété pour vérifier si un rayon intersecte une boite. Pour cela rappelons qu'un rayon peut s'écrire sous la forme :

$$f(t) = D \times t + O \quad (5.13)$$

Avec :

D : le vecteur directeur du rayon de coordonnées ($D_x; D_y; D_z$)

O : le point d'origine du rayon de coordonnées ($O_x; O_y; O_z$)

On peut également exprimer les axes délimitant la boite par les équations suivantes :

$$f(t) = X_{min} \quad (5.14)$$

$$f(t) = X_{max} \quad (5.15)$$

$$f(t) = Y_{min} \quad (5.16)$$

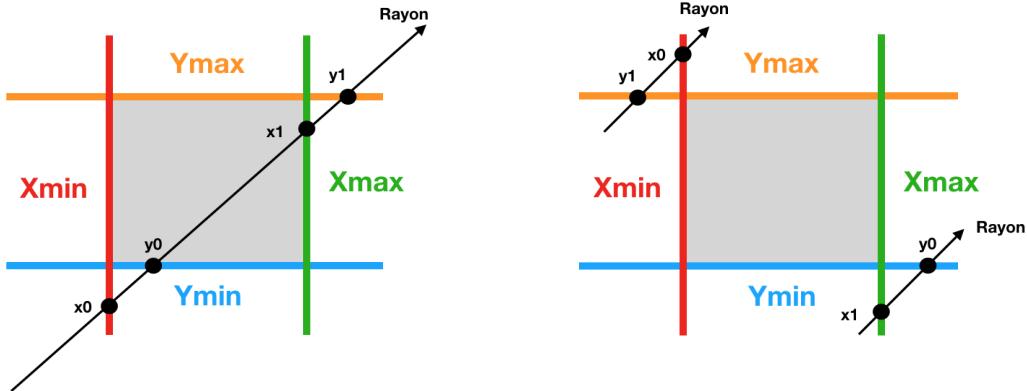
$$f(t) = Y_{max} \quad (5.17)$$

$$f(t) = Z_{min} \quad (5.18)$$

$$f(t) = Z_{max} \quad (5.19)$$

Ainsi, on peut exprimer les points d'intersection entre le rayon et les plans délimitant la boite de type **AABB** avec le système d'équations suivant :

11. [WILLIAMS et collab., 2005, oeuvre intégrale]



(a) Vue 2D d'un rayon intersectant la boîte

(b) Vue 2D de rayons n'intersectant pas la boîte

$$X_{min} = x_0 \times D_x - O_x \Rightarrow x_0 = \frac{X_{min} - O_x}{D_x} \quad (5.20)$$

$$X_{max} = x_1 \times D_x - O_x \Rightarrow x_1 = \frac{X_{max} - O_x}{D_x} \quad (5.21)$$

$$Y_{min} = y_0 \times D_y - O_y \Rightarrow y_0 = \frac{Y_{min} - O_y}{D_y} \quad (5.22)$$

$$Y_{max} = y_1 \times D_y - O_y \Rightarrow y_1 = \frac{Y_{max} - O_y}{D_y} \quad (5.23)$$

$$Z_{min} = z_0 \times D_z - O_z \Rightarrow z_0 = \frac{Z_{min} - O_z}{D_z} \quad (5.24)$$

$$Z_{max} = z_1 \times D_z - O_z \Rightarrow z_1 = \frac{Z_{max} - O_z}{D_z} \quad (5.25)$$

On comprend d'après les figures 5.8a et 5.8b que l'on va pouvoir déterminer si un rayon intersecte une boîte en comparant les coordonnées des points d'intersection avec les plans. Notamment, si $x_0 > y_1$ ou $y_0 > x_1$ le rayon n'intersectera pas la boîte (voir fig 5.8b). Dans le cas contraire, on appliquera le même principe sur z . Il n'y aura alors pas d'intersection si $\max(x_0; y_0) > z_1$ ou $z_0 > \min(x_1; y_1)$. On notera que si le rayon est dirigé dans le sens inverse il faudra inverser les α_0 et α_1 .

De cette façon les feuilles de l'octree prendront comme arguments les indices des rayons les traversant. On pourra ainsi ne tester les intersections d'entre les rayons et les éléments situés dans les mêmes subdivisions de l'espace. Boîte par boîte, l'algorithme va donc déterminer pour chaque face les rayons qui l'intersecte et le cas échéant, sa longueur. Pour cela, nous utilisons l'algorithme de Möller-Trumbore¹² développé à la fin des années 90 d'après les travaux de J.Arenberg¹³ et D.Badouel¹⁴ et reconnu pour être rapide et efficace. Il s'agit d'opérer un changement de base pour le vecteur directeur du rayon et d'exprimer le point d'intersection à l'aide de coordonnées barycentriques. Cela permet d'éviter de devoir travailler avec des équations de plan et soulage ainsi les calculs.

Nous cherchons donc l'intersection entre un rayon d'équation : $R(t) = O + D t$
Et une face triangulaire de sommets V_0, V_1, V_2 .

12. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, p. 2-3]

13. [?, oeuvre intégrale]

14. [?, p. 390-393]

Un point T appartient au triangle si :

$$T(u, v) = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2 \text{ } ^{15} \quad (5.26)$$

Avec :

(u, v) : les coordonnées barycentrique tels que $u \geq 0, v \geq 0$ et $(u + v) \leq 1$.

Ainsi, l'intersection entre le rayon et le triangle s'écrit :

$$O + Dt = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2 \text{ } ^{16} \quad (5.27)$$

Avec :

t : la distance entre le point d'origine du rayon et le point d'intersection.

D'après la règle de Cramer, nous pouvons réarranger cette équation sous la forme :

$$[-D, V_1 - V_0, V_2 - V_0] \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = O - V_0 \text{ } ^{17} \quad (5.28)$$

Ainsi, on aura :

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{|-D, E_1, E_2|} \begin{bmatrix} |T, E_1, E_2| \\ |-D, T, E_2| \\ |-D, E_1, T| \end{bmatrix} \text{ } ^{18} \quad (5.29)$$

Avec :

$$E_1 = V_1 - V_0$$

$$E_2 = V_2 - V_0$$

$$T = O - V_0$$

Ce qui équivaut à :

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{(D \times E_2) \cdot E_1} \begin{bmatrix} (T \times E_1) \cdot E_2 \\ (D \times E_2) \cdot T \\ (T \times E_1) \cdot D \end{bmatrix} \text{ } ^{19} \quad (5.30)$$

Ainsi on pourra connaitre toutes les faces que rencontre chaque rayon et on conservera le point d'intersection pour la face la plus proche dans le sens de propagation du rayon. Effectivement, on admet que les faces peuvent absorber les rayons mais pas les transmettre. Cela ne pose pas de réel problème à partir du moment où l'auditeur est dans la même pièce que la source et que les matériaux ne sont pas trop transmittifs. Dans ce cas, les effets de réflexions sur les parois seront majoritaires sur la résonance du son. Par contre si la source et l'auditeur sont séparé par une paroi, ce modèle devient faux. Dans le théâtre d'Orange, les parois sont très dense, ainsi, même si les mesure sont effectuée dans

15. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 2]

16. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 3]

17. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 4]

18. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 5]

19. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 6]

les *ambulacres* ou les coulisses, un modèle purement basé sur les réflexions/absorptions s'approche de la réalité. Néanmoins, certains cas ne pourront pas être testés comme par exemple l'écoute "portes fermées" ou dans l'*hyposcaenium* car outre la vibro-acoustique et les phénomènes de résonance non pris en compte, le bois ne laissera pas passer le son ce qui ne reflète pas la réalité.

Une fois que l'on sait sur quelle paroi va se réfléchir chaque rayon, on peut multiplier leur énergie pour chaque bande de fréquence par $(1 - \alpha_i)$, les α étant les coefficients d'absorption de la face rencontrée. On stock également la longueur totale du rayon de pouvoir prendre en compte l'absorption de l'air. Effectivement, étant donnée que celle-ci est assez négligeable, on ne l'affectera à l'énergie des rayons qu'à la fin du processus (voir 5.5), c'est à dire quand tous les rayons seront considérés comme "morts". Il y a deux possibilité pour considérer un rayon comme "mort" :

- Les énergies des huit bandes de fréquence portées par le rayon sont toutes en dessous d'un seuil. En général, ce seuil est fixé à 60dB, ce qui assure que le son ne soit plus audible.
- La distance totale parcourue par le rayon a dépassé un seuil déterminé par l'équation 4.14. Cela assure que l'angle solide soit négligeable devant le rayon du récepteur et ainsi que la répartition discrète d'énergie puisse être considérée comme quasi-continue (voir 4.3).

La dernière étape de la boucle d'itération est de calculer, si le rayon n'est pas "mort", le vecteur directeur du rayon réfléchi. Pour cela, il suffit d'utiliser le vecteur normal à la face rencontrée (de norme 1) et d'utiliser la formule suivante :

$$\vec{r} - \vec{i} = 2 \times (-\vec{i} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (5.31)$$

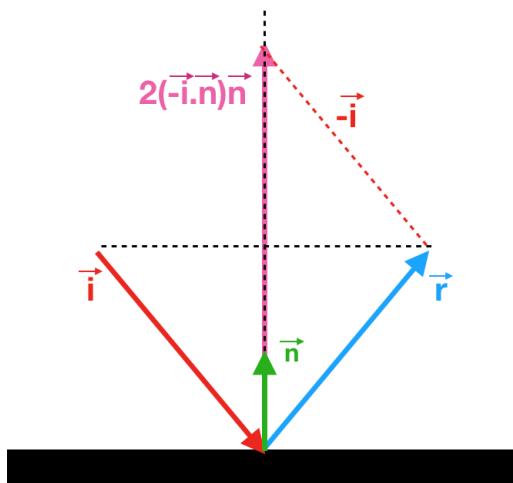


FIGURE 5.9 – Calcul d'un rayon réfléchi à partir d'un rayon incident et d'une normale

Nous pouvons ainsi mettre à jour les informations sur les rayons (origine et vecteur directeur) et boucler afin de propager ce rayon réfléchi vers une nouvelle face.

Notons tout de même qu'il peut se produire des problèmes d'arrondi qui peuvent faire fuir des rayons (c'est à dire qu'il ne rencontre aucune face). Pour éviter cela, on ajoute transforme la condition de l'équation 5.26 par $(u + v) \leqslant 1.00001$. De même, si un rayon tombe dans un coin, son rayon réfléchi pourra sortir du maillage. Pour éviter cela on enlève systématique $1\mu m$ à la longueur des rayons.

5.5 Calcul de sources-images

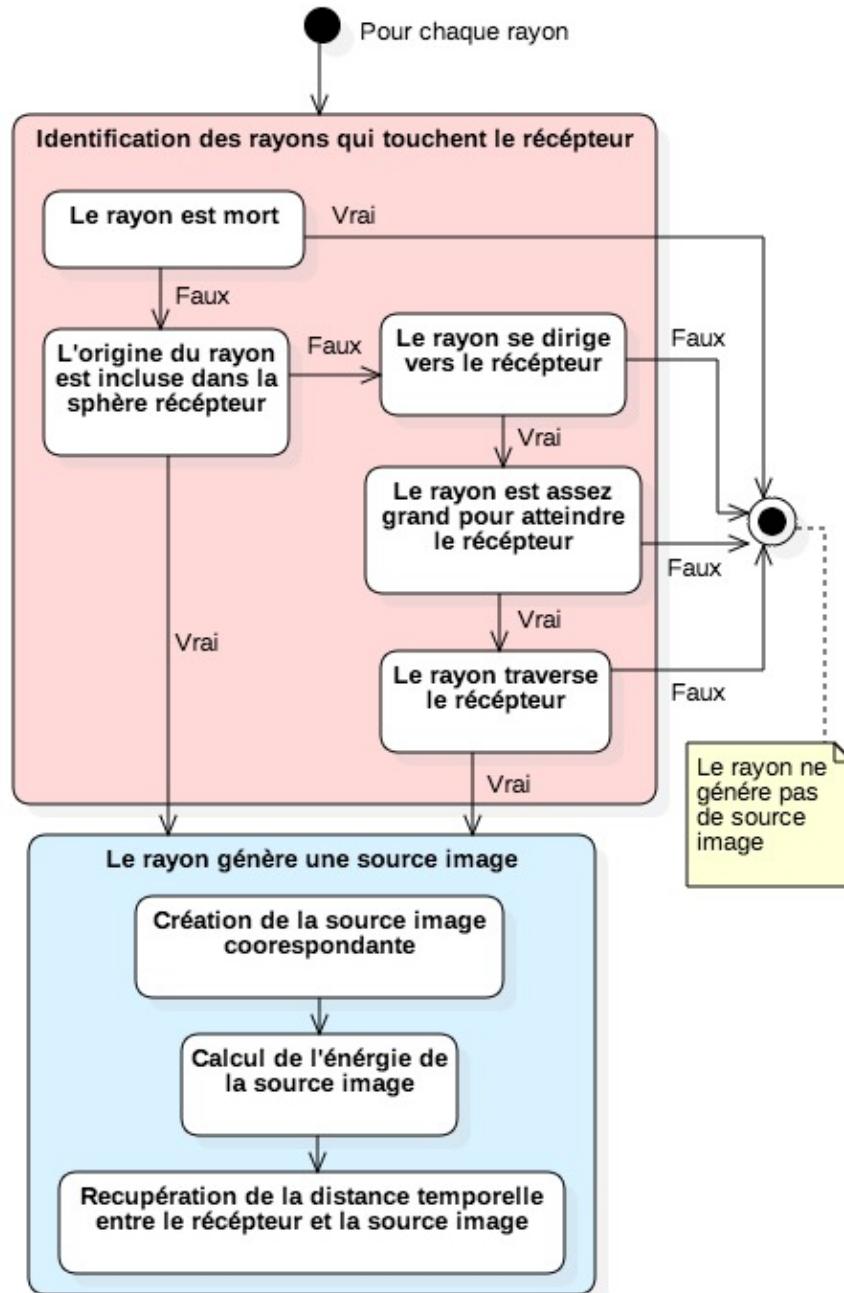


FIGURE 5.10 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des sources-images

A chaque itération, c'est à dire à chaque fois que les N rayons sont entrés en contact avec une paroi et avant qu'ils ne soient réfléchis, on détermine ceux qui ont traversé le récepteur. Nous allons ainsi pouvoir ajouter au fur et à mesure des itérations de nouvelles sources-images. Pour savoir si un rayon (parmi les rayons "vivants") donnera naissance à une source image, on vérifie dans un premier temps si le point d'origine du rayon est à l'intérieur de la sphère réceptrice :

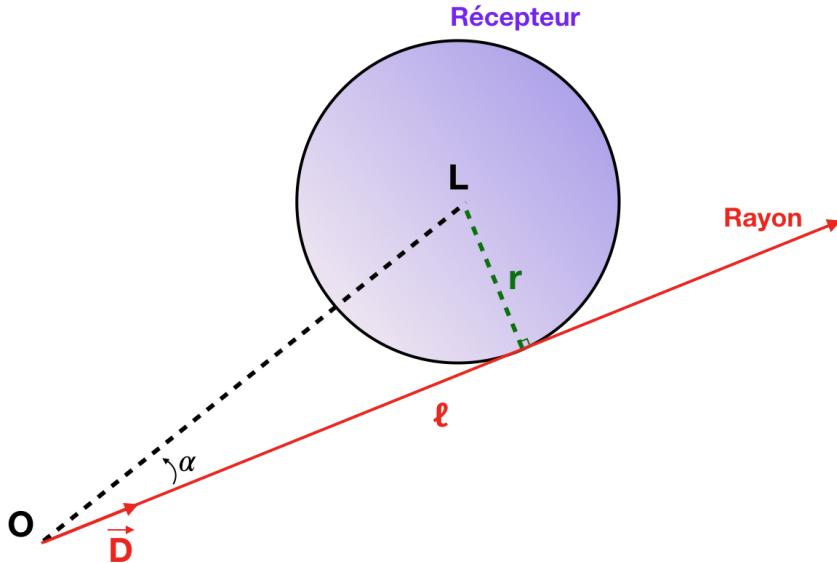


FIGURE 5.11 – Schéma d'un rayon et de la sphère récepteur

$$||\vec{OL}|| \leq r \quad (5.32)$$

Avec :

O : L'origine du rayon.

L : Le centre du récepteur (Listener).

r : Le rayon de la sphère récepteur.

Si c'est le cas, alors le rayon est perçu par le récepteur et une source image va être créée. Sinon, on vérifie si le rayon se dirige bien vers le récepteur. Pour cela il suffit de vérifier que :

$$\cos \alpha \geq 0 \quad (5.33)$$

Avec :

α : L'angle entre le rayon de vecteur directeur \vec{D} et \vec{OL}

Par ailleurs, on vérifie que le rayon est assez grand pour atteindre le récepteur (donc qu'il n'est pas interrompu par une paroi avant) :

$$||\vec{OL}|| \leq l \quad (5.34)$$

Avec :

l : La longueur du rayon.

Pour finir, on s'assure que le rayon intersecte bien la sphère récepteur :

$$\sin \alpha \times ||\vec{OL}|| \leq r \Rightarrow \alpha \leq \arcsin \frac{r}{||\vec{OL}||} \quad (5.35)$$

Si ces conditions sont réunies, alors le rayon traverse bien le récepteur et une source image va être générée. Ses coordonnées seront données en traçant un vecteur de même

origine mais de sens opposé au rayon courant et dont la norme sera égale à la distance totale parcourue par le rayon avant sa dernière réflexion (voir fig. 4.5a). On assigne à cette source-image huit coefficient d'énergie correspondant aux coefficients d'énergie finaux du rayon atténusés par l'absorption de l'air sur le trajet total :

$$E_{si,i} = E_{r,i} \times 10^{\frac{abs_i \times l_{tot}}{10}} \quad (5.36)$$

Avec :

$E_{si,i}$: L'énergie portée par la source image sur la i-ème bande de fréquence.

$E_{r,i}$: L'énergie finale portée par le rayon sur la i-ème bande de fréquence.

abs_i : Le coefficient d'absorption de l'air sur la i-ème bande de fréquence (voir 5.2.4).

l_{tot} : La distance totale parcourue par le rayon entre la source et le récepteur.

Pour finir, on converti l_{tot} en temps pour pouvoir tracer le graphe temporel.

$$t_{tot} = \frac{l_{tot}}{v} \quad (5.37)$$

Avec :

v : la vitesse du son dans l'air (340m/s)

5.6 Génération de réponse impulsionale

Disposant de la distance temporelle entre les sources-images et le récepteur, il est possible d'afficher les courbes de pression sonore en fonction du temps. La pression acoustique s'exprime comme le carré de l'énergie :

$$P = E^2 \quad (5.38)$$

Aussi, pour chaque bande d'octave aura nous sommes les énergies par tranches temporelles. Ces tranches sont déterminées par la fréquence d'échantillonnage. Celle-ci devra être identique à celle du signal audio avec lequel la réponse impulsionale sera convoluée (voir 5.7.1). Typiquement, pour une fréquence standard de 44100Hz chaque échantillon concatènera les énergies des sources-images par tranches de 22,7μs. Les énergie seront ensuite normalisées avant d'être converties en pression.

On a vu dans les sections 4.3 et 5.4 que la mesure pouvait être arrêtée avant d'atteindre le seuil limite d'audition, c'est à dire -60dB. Ce cas se présente lorsque le nombre de rayons est faible, lorsque le rayon de la sphère récepteur est petit ou bien lorsque les rayons ont une longue distance à parcourir avant d'être suffisamment atténus (dans le cas d'une pièce fermée avec des parois très réfléchissantes par exemple). Dans ce cas, la RIR doit être complétée pour atteindre le niveau de pression minimum demandé (-60dB). Pour cela, les courbes vont être complétée par régression linéaire afin de générer de manière statistique la queue de réverbération. D'après Sabine²⁰ ...

5.7 Vue d'ensemble

Add-on blender, traitement du signal, etc

20. [SABINE, 1900]

5.7.1 Traitement du signal

Chapitre 6

Validation

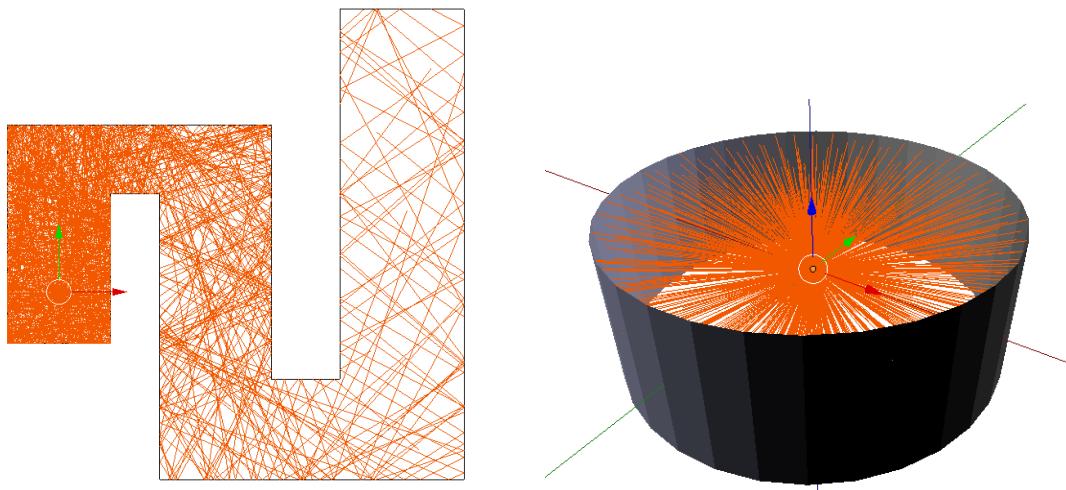
« L'observateur modifie ce qu'il observe. Certains événements ne se produisent que parce qu'ils sont observés. Sans personne pour les voir ils n'existeraient pas. »

Bernard Werber

6.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons détailler le fonctionnement de l'algorithme conçu pour analyser l'acoustique d'une salle. La méthode utilisée couple les principes de lancé de rayons, de sources-images et d'extrapolation stochastique. Elle vise à répondre aux problématiques de calcul acoustique en environnement complexe de manière géométrique et discrétisée. Géométrique car seuls les effets de réflexion et absorption sont pris en compte et discrétisée car l'énergie d'onde n'est pas protégée par une sphère mais par un grand nombre de rayons repartis de manière uniformes. Ainsi, il est essentiel de confirmer la justesse de ses approximations en les confrontant à des modèles théoriques. Dans ce chapitre, nous allons donc valider l'algorithme d'un point de vu physique et analyser ses performances.

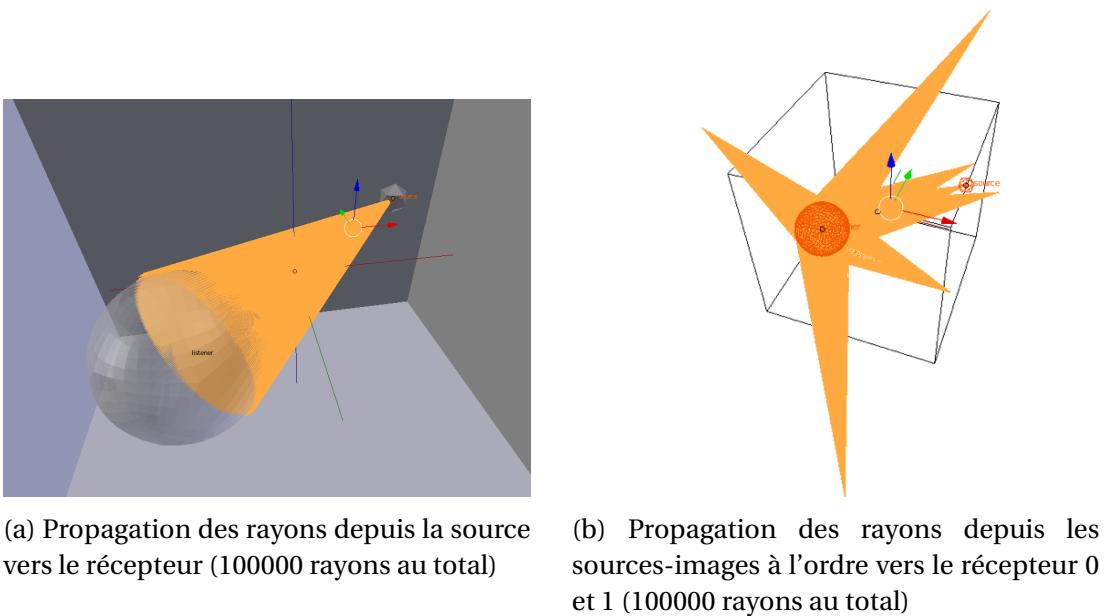
Avant cela, nous vérifions que les rayons ne traversent pas les parois et que la boîte englobante assure bien son rôle.



(a) Propagation des rayons dans un labyrinthe

(b) Absorption des rayons par une boîte englobante autour d'un cylindre ouvert

Nous vérifions aussi que les rayons captés par le récepteur sont bien portés par des cônes. Pour cela nous affichons sur blender uniquement les rayons générant une source image depuis celle-ci.



6.2 Comparaison aux cas test

6.2.1 Décroissance quadratique

Le premier test à réaliser est celui décrit dans la section 4.3. Il s'agit de vérifier si l'utilisation d'un grand nombre de rayons et d'un récepteur de diamètre fixe permet de retrouver la loi de décroissance en d^2 . Pour effectuer ce test, nous plaçons une source et un récepteur de rayons 1m au centre d'un cube de 2m de coté. Afin de simuler des mesures en espace libre où le récepteur s'éloigne de la source, nous allons affecter au cube des matériaux 100% absorbant sur toutes ses parois sauf celles sur l'axe des X qui seront 100% réfléchissantes. Ainsi, cela revient à effectuer une mesure tous les 4m, soit le temps d'aller retour des rayons du centre du cube jusqu'aux parois. N'ayant des réflexions que sur un axe, on reproduit une propagation en espace libre puisque seuls les rayons contenus dans le cône autour de l'axe X conserveront leur énergie. Nous obtenons la figure suivante pour 30 intégrations et un million de rayons :

Pour ce test, l'absorption de l'air a été désactivée afin de ne prendre en compte que la décroissance d'énergie portée par les rayons perçus. On observe bien que l'énergie diminue comme le carré de la distance entre la source et le récepteur.

6.2.2 Salle sphérique

Le deuxième test consiste à vérifier que l'énergie est bien conservée. Pour cela, nous plaçons de la même façon une source et un récepteur de rayons 1m au centre d'une sphère 100% réfléchissante de rayon 15m. Ainsi à chaque itération, l'ensemble des 100000 rayons revient se croiser au centre de la sphère et sont donc tous captés par le récepteur. Nous obtenons ainsi une réponse impulsionale de la forme d'une peigne de Dirac. Pour éviter la dispersion des rayons il est nécessaire d'avoir une sphère très bien raffinée. Celle utilisée pour le test possède 20000 triangles. Par ailleurs, la fréquence d'échantillonnage est descendue à 100Hz pour s'assurer que les sources-images de chaque itération soient parfaitement synchronisée dans le calcul de l'énergie.

Si l'on active l'absorption de l'air, on constate bien que les hautes fréquences sont plus

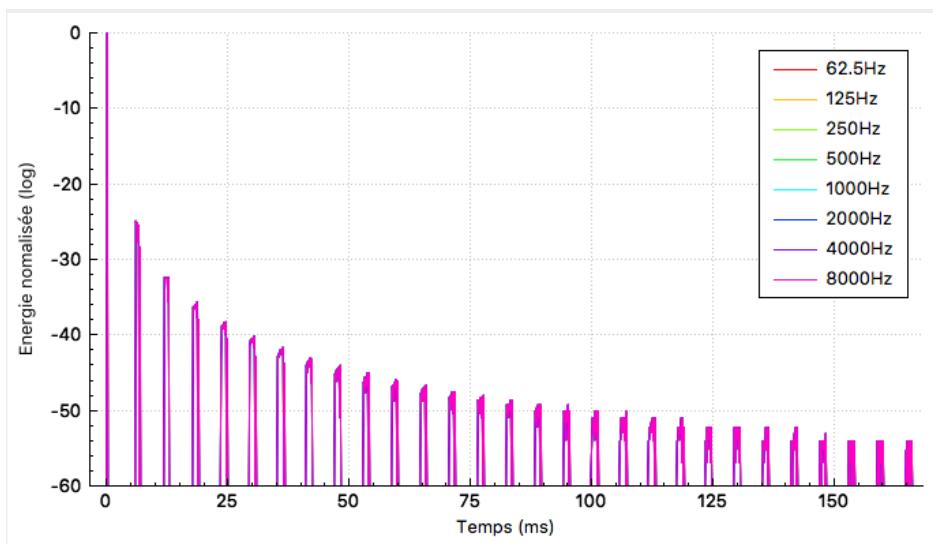
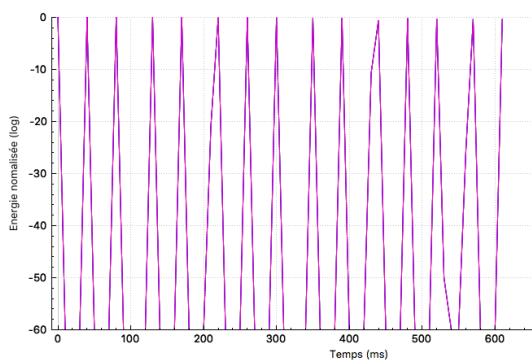
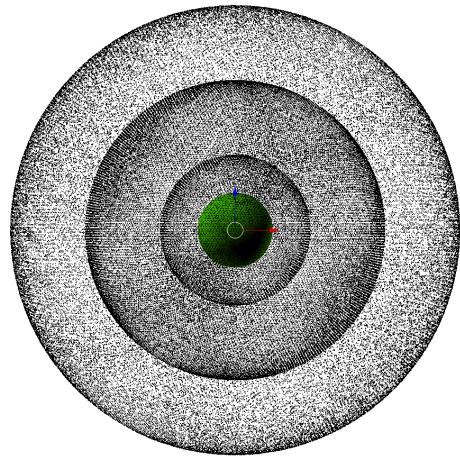


FIGURE 6.3 – Réponse impulsionnelle en espace libre



(a) Réponse impulsionnelle dans une sphère 100% réfléchissante pour 15 itérations



(b) Position des sources images dans le cas d'une sphère 100% réfléchissante pour 4 itérations

absorbées que les basses fréquences en fonction de la distance.

On peut aussi vérifier ce comportement dans le cas plus général d'un ellipsoïde de révolution. Celui-ci peut être créé sous blender à l'aide de l'add-on "Extra Objects" en configurant un objet de type "XYZ Math Surface". Nous créons alors un ellipsoïde avec les équations suivantes :

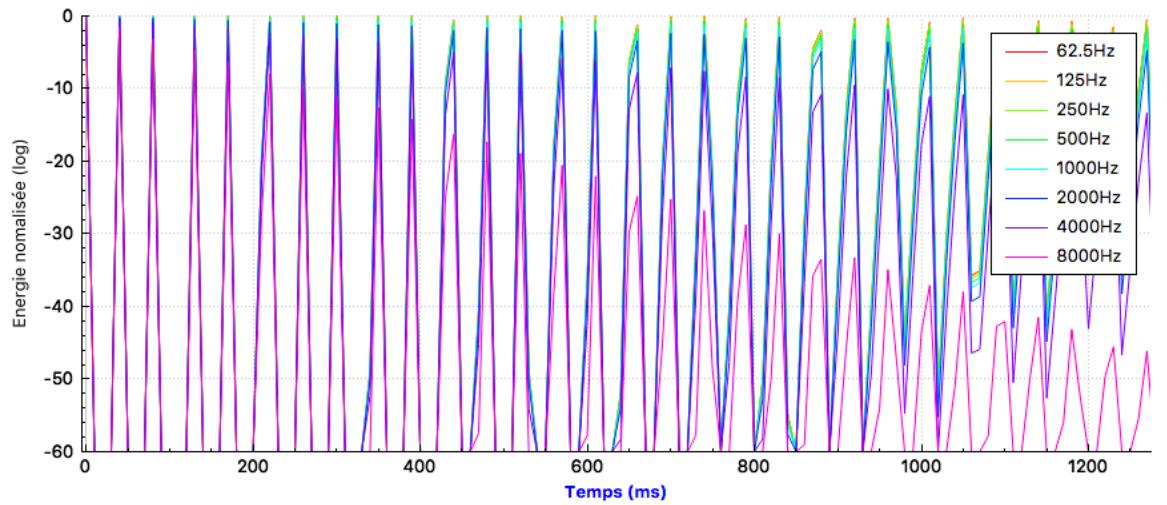


FIGURE 6.5 – Réponse impulsionnelle dans une sphère 100% réfléchissante pour 30 itérations avec absorption de l'air

6.2.3 Salle rectangulaire

Le dernier test consiste à comparer les résultats de calcul avec une formule analytique pour une pièce de type pavé droit. La formule ¹ est la suivante :

$$A = (-1)^i \quad (6.1)$$

$$B = i + 0,5 - 0,5 \times (-1)^i \quad (6.2)$$

$$P_{si} = A \times P_s + B \times D \quad (6.3)$$

Que l'on peut plus simplement écrire :

$$P_{si} = i \times D + P_s \times (-1)^i \quad (6.4)$$

Avec :

$i \in (-n, n)$ et $n \in \mathbb{N}$

P_{si} : La coordonnée de la position de la source image selon X, Y ou Z

P_s : La coordonnée de la position de la source selon X, Y ou Z

D : La dimension de la salle selon X, Y ou Z

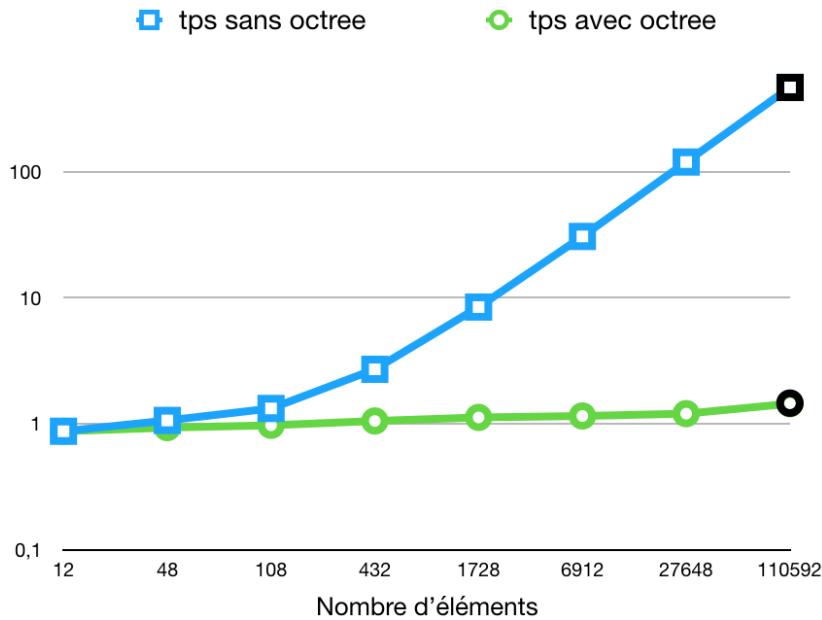
On constate alors qu'on a un superposition des sources-images dans l'espace. Cette précision se dégrade légèrement lorsque le nombre de rayons ou le nombre d'itérations augmente à cause de l'imprécision machine mais reste acceptable. Typiquement, pour un million de rayons et 20 itération, l'écart entre les sources-images obtenues par lancé de rayons et celles obtenue par formule analytique est inférieur au millimètre.

En terme de mesure d'énergie

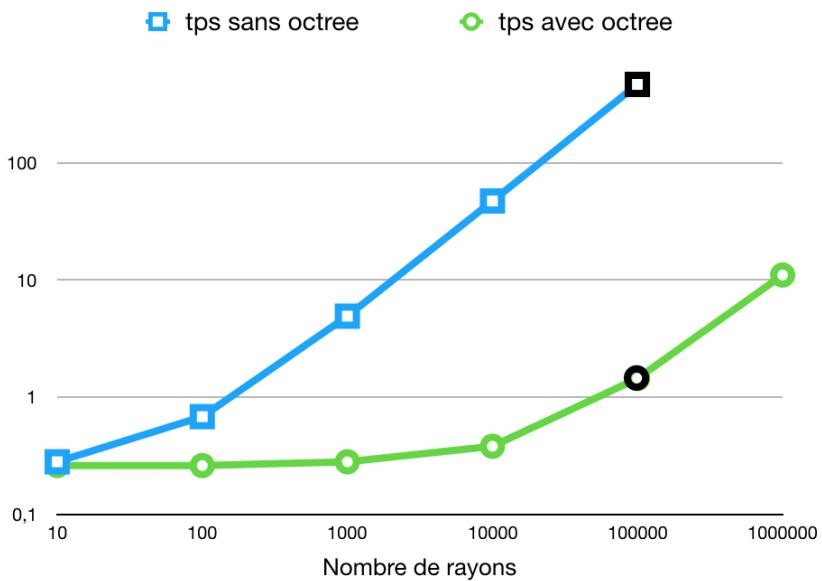
1. [?], p. 182-189]

6.3 Analyse de complexité

Afin de pouvoir qualifier les performances de l'algorithme, il est d'usage d'en mesurer la **complexité**. La lecture du maillage et le classement dans l'**octree** est assez rapide puisque ceci s'effectue de manière linéaire. Cela va dépendre du nombre d'élément mais ne sera effectué qu'une fois au lancement du programme. La partie la plus complexe qui va nous intéresser est le calcul d'interaction entre les rayons et les éléments. Effectivement, sans utiliser d'**octree**, chaque rayon doit être testé avec chaque élément. Cela revient à assembler une matrice plein et comporte une **complexité** en N^2 . Cependant, lorsque l'on utilise un **octree**, seules les interactions entre les rayons et les éléments compris dans la même boîte sont calculées. Il faut par ailleurs classer les rayons dans les boîtes à chaque itération, mais cela est linéaire. Le calcul revient finalement à assembler une matrice creuse et porte une **complexité** théorique de type $N \log N$. Pour vérifier ce comportement nous mesurons les temps de calcul avec et sans utilisation d'**octree**.



(a) Temps (s) d'une itération en fonction du nombre d'éléments pour 100000 rayons (échelle log)



(b) Temps (s) d'une itération en fonction du nombre d'éléments pour 100000 éléments (échelle log)

FIGURE 6.6 – Courbes de complexité

Conclusion

Références

- FUNKHOUSER, T., N. TSINGOS, I. CARLBOM, G. ELKO, M. SONDHI, J. E. WEST, G. PINGALI, P. MIN et A. NGAN. 2004, «A beam tracing method for interactive architectural acoustics», *Acoustical Society of America*, , n° 115, p. 739–756. [58](#)
- ISO-9613-1. 1993, «Acoustics - attenuation of sound during propagation outdoors», . [68](#)
- JOUHANEAU, J. 1997, *Acoustique des salles et sonorisation, Acoustique appliquée*, vol. 3, Conservatoire national des arts et métiers. [56](#), [67](#)
- KANDELMAN, M. 2007, *Simulation acoustique par la méthode des sources images*, mémoire de maîtrise, Ecole Nationale Supérieur Louis-Lumière. [57](#), [58](#)
- KEINERT, B., M. INNMANN, M. SANGER et M. STAMMINGER. 2015, «Spherical fibonacci mapping», *ACM Transactions on Graphics*, vol. 34. [72](#)
- MEAGHER, D. 1982, *Octree Generation, Analysis and Manipulation*, vol. TR, Image processing laboratory. [69](#)
- M'HENNI, H. 2010, «L'angle solide correspond à un cône de révolution d'angle au sommet inscrit dans la sphère de projection», Wikipédia. URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_solide. [60](#)
- MÖLLER, T. et B. TRUMBORE. 1997, «Fast, minimum storage ray-triangle intersection», *Journal of Graphics Tools*, vol. 2, n° 1, p. 21–28. [74](#), [75](#)
- ODEON. «Odeon webpage», URL <https://odeon.dk/>. [66](#)
- PICAUT, J. 2005, «Application numérique du concept de particules sonores à la modélisation des champs sonores en acoustique architecturale», CAHIER THÉMATIQUE : MÉTHODES NUMÉRIQUES EN GÉNIE CIVIL, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Centre de Nantes. [57](#), [58](#), [59](#)
- SABINE, W. C. 1900, *Architectural Acoustics*, vol. Part I. Reverberation, Reprints of the American Architect. [56](#), [79](#)
- WILLIAMS, A., S. BARRUS, R. MORLEY et P. SHIRLEY. 2005, «An efficient and robust ray-box intersection algorithm», *ACM SIGGRAPH*, , n° 9. [73](#)

Annexe B

Liste des acronymes

BEM *Boundary Element Method.* [ix, 58](#)

CAO *Conception Assistée par Ordinateur.* [64](#)

CMAP *Centre de Mathématiques Appliquées de l'école Polytechnique.* [58](#)

ISCD *Institut des Sciences du Calcul et des Données.* [58](#)

RIR Réponse impulsionnelle d'une salle, ou *Room Impulse Response.* [62](#)

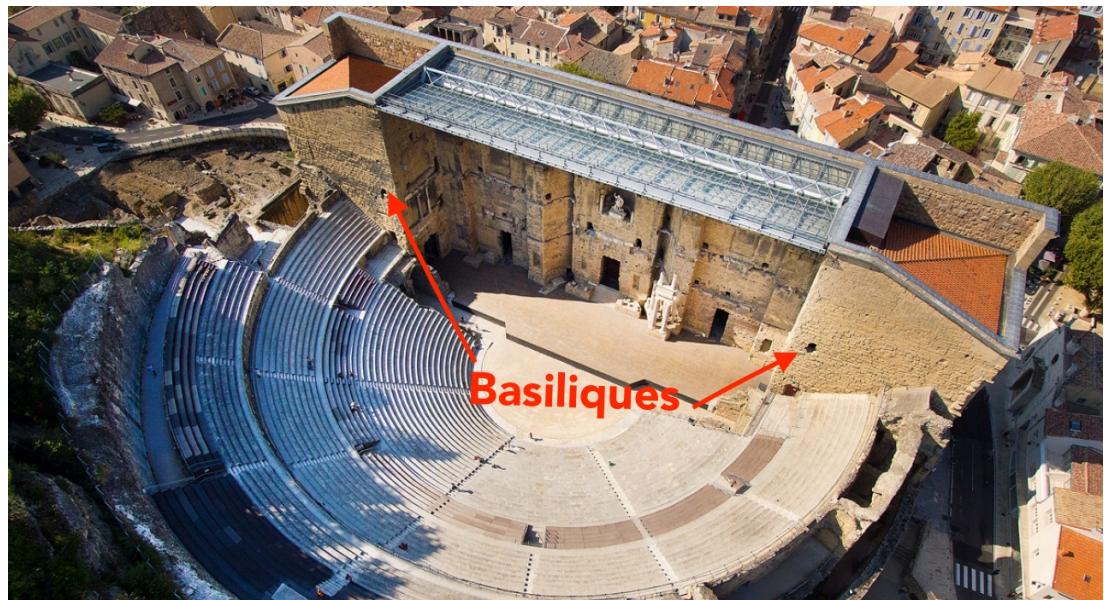
RT60 Temps de réverbération pour que l'énergie diminue de 60dB : *Reverberation Time at 60dB.* [62](#)

Annexe C

Glossaire

ADITUS Portes conduisant de l'extérieur à l'*orchestra*. [vii](#), [ix](#), [XVIII](#), [XIX](#)

BASILIQUE Large pièce de forme quasi-carré qui flanque le mur de scène et les *parascae-nium*



. [vii](#), [ix](#), [XIX](#)

CAVEA Désigne l'ensemble des rangées concentriques composant les gradins. [vii](#), [ix](#), [XVII](#)–[XIX](#)

IMA CAVEA Désigne le premier niveau (niveau inférieur) de la cavea. [ix](#)

KEYFRAME Marqueur temporelle stockant la valeur d'un paramètre. [XVII](#)

MAENIANUM Portions de la cavea séparées par un *podium* et rassemblant un ensemble de gradins. [vii](#), [ix](#), [XIX](#)

MODIFIER Outil Blender permettant d'affecter automatiquement à des objets des opérations non-destructives. [ix](#), [66](#)

ORCHESTRA Espace semi-circulaire (chez les romains) ou circulaire (chez les Grecs) se situant entre la scène et le premier gradin. [vii](#), [ix](#), [XVII](#)–[XIX](#)

PARASCAENIUM Espace intermédiaire entre la scène et les **basiliques** comportant des escaliers pour atteindre les niveaux supérieurs. **XVII**

PARODOS Entrée menant à l'*orchestra* traversant les *aditus*. **ix**

PARTICULE L'outil physique "Système de Particules" est utilisé lorsque l'on veut émettre quelque chose depuis un objet en quantité importante. Ces particules peuvent ensuite être soumise à des effets physiques pour simuler des cheveux, de la fumée, du feu ou autres. **vii**

PODIUM Massif de maçonnerie élevé au-dessus du sol et servant de soubassement. **XVII**

PORTICUS IN SUMMA CAVEA Arcade bordée de colonnes située au dessus du troisième *maenianum*. **vii, ix, XVIII**

POSTSCAENIUM Mur séparant la scène de l'extérieur comportant des salles pouvant servir de coulisses. **vii, ix**

PULPITUM Ensemble de l'estrade sur lequel jouent les acteurs orné en son front par un petit mur de marbre décoré. **vii**

VELUM Grande pièce de tissu généralement en lin tirée au dessus de la *cavea* pour protéger les spectateurs du soleil. **vii, XVIII**

VOMITORIUM Issues permettant aux spectateurs d'accéder aux gradins. **XIX**

WAVEFRONT OBJ Format de fichier contenant la description d'une géométrie 3D. Les fichiers OBJ sont au format ASCII et se présente de la façon suivante :

- Le nom de l'objet est précédé d'un o
- Le nom du matériau est précédé de usemtl (un fichier .mtl accompagne en général les fichier obj)
- Les coordonnées de sommets sont précédés d'un v
- Les coordonnées de textures sont précédés d'un vt
- Les coordonnées de normales sont précédés d'un vn
- Chaque face est ensuite définie par un ensemble d'indices faisant référence aux coordonnées des points, de texture et des normales définies précédemment