

Table des matières

Introduction	1
I Modélisation du théâtre d'Orange	3
Introduction	5
1 Présentation synthétique de l'architecture du théâtre d'Orange	7
1.1 Le <i>postscaenium</i> , les basiliques et le <i>pulpitum</i>	9
1.2 L' <i>orchestra</i> , les <i>aditi</i> et la <i>cavea</i>	11
1.3 Les couvertures et le <i>velum</i>	15
2 Modélisation	19
2.1 Méthodologie	21
2.2 La <i>cavea</i> et ses substructures	24
2.3 Les <i>maeniana</i>	28
2.4 Les <i>aditi</i> et les tribunes	30
2.5 Le mur de scène et ses basiliques	31
2.6 Le <i>pulpitum</i> et l' <i>orchestra</i>	34
2.7 Les couvertures du bâtiment de scène	34
2.8 La <i>porticus in summa cavea</i>	36
2.9 Les escaliers	37
2.10 La colline Saint-Eutrope	38
3 Applications	41
3.1 Le <i>velum</i>	42
3.2 Le rideau de scène	44
3.3 Les systèmes de particules	44
3.4 Autres projets ayant utilisé le modèle	45
Conclusion	47
Références	50
II Calculs acoustiques	51
Introduction	53
4 Acoustique de salle	55
4.1 Généralités sur l'acoustique de salle	56
4.2 Méthodes de calcul acoustique	62

5 Développement d'une méthode couplée	69
5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée	71
5.2 Environnement géométrique	74
5.3 Calcul de rayons	76
5.4 Calcul de sources-images	80
5.5 Génération de réponse impulsionnelle	83
5.6 Auralisation	84
6 Optimisation algorithmique	87
6.1 Méthode d'octree	89
6.2 Analyse des résultats	95
7 Validation	99
7.1 Analyse visuelle	100
7.2 Décroissance quadratique	102
7.3 Cas de la salle sphérique	103
7.4 Cas de la salle cubique	104
Conclusion	109
Références	114
 III Analyse acoustique du théâtre d'Orange	115
Introduction	117
8 Configuration initiale	119
8.1 Configuration du maillage	120
8.2 Les matériaux	120
8.3 RIR du théâtre d'Orange	120
9 Test de configurations	121
9.1 Position des spectateurs	122
9.2 Présence de spectateurs	122
9.3 Présence de velum	122
9.4 Forme et matériaux du toit	122
10 Comparaison avec d'autres théâtres antiques	123
Conclusion	125
Références	127
 A Annexes	I
A.1 Figures annexes	I
A.2 Tableaux annexes	II
 B Liste des acronymes	V
 C Glossaire	VII

Introduction

La pluridisciplinarité consiste à aborder un objet d'étude selon les différents points de vue de regards spécialisés. Il s'agit de juxtaposer le travail de plusieurs disciplines autour d'un même objet d'étude. L'objectif de la pluridisciplinarité est ainsi d'utiliser la complémentarité intrinsèque des disciplines pour la résolution d'un problème. 2018 marque l'année de fusion entre l'[Université Pierre et Marie Curie \(UPMC\)](#) et Paris-Sorbonne, développant ainsi la transversalité et la collaboration entre de nombreux domaines scientifiques et littéraires. C'est pourquoi ce projet de thèse s'inscrit dans une démarche pluridisciplinaire en sollicitant les sciences mathématiques pour l'étude de problématiques archéologiques.

En 2014, dans le cadre du projet NUMERO, les équipes d'archéologues de la Sorbonne et du [CNRS](#) s'associent à l'[Institut des sciences du calcul et des données \(ISCD\)](#) de l'[UPMC](#) afin de virtualiser des fragments de décoration retrouvés dans les décombres du théâtre antique d'Orange. Cette collaboration a permis la numérisation de blocs, issus de la frise du cortège dionysiaque ornant autrefois la façade du mur de scène, et de pouvoir par la suite les rassembler virtuellement à l'aide d'un logiciel spécialement développé. Comme le disent Alain Badie, Jean-Charles Moretti et Dominique Tardy dans "*Pouvoir du théâtre et théâtre du pouvoir*" : "*Il s'agit à terme, non seulement de restituer l'histoire du front de scène du théâtre et de comprendre les finalités de ses concepteurs, mais de fournir un corpus de référence pour l'ornementation architecturale en Narbonnaise*".

Cette démarche a naturellement ouvert la voie à une étude plus large du théâtre d'Orange. L'objectif de cette thèse est ainsi de virtualiser le théâtre dans son ensemble afin de pouvoir en étudier l'architecture et les hypothèses de reconstitution de son état d'origine. Pour compléter cette démarche purement visuelle, l'équipe projet s'associe au [Centre de mathématiques appliquées de l'école Polytechnique \(CMAP\)](#) pour étudier le comportement acoustique du théâtre. Comment virtualiser un monument d'une corpulence telle que celle du théâtre d'Orange (103 m de large pour 37 m de haut) ? Comment remonter le temps pour restituer son architecture originelle malgré les multiples transformations qu'elle a subit durant des siècles ? Comment en faire un outil numérique exploitable pour des études scientifiques divers ? Quelles sont les solutions et les contraintes d'études acoustiques une tel lieu ? Quelles hypothèses archéologiques peut-on analyser par le biais d'une étude acoustique ? Comment diffuse-t-on des résultats pluridisciplinaires ? Voici la liste non-exhaustive des problématiques soulevées par un projet comme celui traité dans ce manuscrit de thèse.

TABLE DES MATIÈRES

Première partie

Modélisation du théâtre d'Orange

Introduction

Le théâtre antique d'Orange situé dans le Vaucluse est le théâtre romain le mieux conservé d'Europe et un des trois seuls au monde à avoir conservé son mur de scène¹. Il est adossé à la colline Saint-Eutrope sur laquelle sa *cavea* repose partiellement.

En 45 avant notre ère, suite à la victoire de César sur la Gaule, de larges vagues de colonisations amenèrent des soldats vétérans à s'installer dans la province de Gaule transalpine qu'Auguste réorganise par la suite en province de Narbonnaise. L'architecture urbaine est dictée par des modèles venant de Rome qui sont ensuite adaptés à la géographie locale. On trouve quelques aperçus de ces préceptes dans les écrits de Vitruve². De nombreux théâtres sont alors construits selon une structure assez semblable comme par exemple celui d'Arles bâtie en 20 avant notre ère. La construction du théâtre de Aurosio (l'ancienne ville d'Orange) fut démarrée par les vétérans de la II^e légion gallique de César vers 10 avant notre ère et dura quelques dizaines d'années³. Cette origine nous est d'ailleurs rappelée par la présence du sigle C.I.S (*Colonia Iulia Secundanorum*) inscrit à plusieurs endroits du grand mur du *postscaenium*⁴.

Lorsque le théâtre fut abandonné comme édifice de spectacle, il ne fut pas détruit. Les princes d'Orange y firent installer un poste avancé de leur château et l'ensemble de l'édifice fut investi par des habitations utilisant le mur de scène comme rempart de protection (fig. 1a). Au XVII^e siècle le roi Louis XIV qualifiait en ces mots son impressionnant mur de scène de 103m de large par 37m de haut comme : « La plus belle muraille de mon royaume »⁵ et quelques écrits tentèrent déjà d'imaginer les démonstrations qui pouvaient se tenir dans ce lieu de spectacle.

Ce n'est pourtant qu'au XIX^e siècle que débuta un vaste chantier de déblaiement de l'enceinte dans le but de restituer au bâtiment son rôle premier. Avec ce projet apparurent les premières images d'archive du théâtre. En charge du chantier, Augustin Caristie fait paraître en 1846 "*Monuments antiques à Orange, arc de triomphe et théâtre*", oeuvre de référence qui recense l'état des vestiges avant et après la destruction des maisons. Ces textes et dessins bien que, comme le stipule l'auteur, parfois hypothétiques sont par la suite complétés par d'autres architectes comme Pierre-Honoré Daumet qui réalisa en 1873 le relevé des élévations du monument. Les premières représentations théâtrales modernes purent alors avoir lieu. À la fin du siècle l'architecte Jean-Camille Formigé fut chargé de restaurer la *cavea* selon les indications de A.Caristie et en s'inspirant du modèle de Vitruve. Son fils Jules Formigé poursuivit son travail et mis à jour de nombreux éléments de décors notamment en creusant au niveau de l'*hyposcaenium*. Depuis les années 20 jusqu'aux années 80 de nombreuses restaurations ou constructions ont été effectuées avec

1. Les deux autres théâtres ayant conservés leur mur de scène sont à Aspendos en Turquie et à Sabratha en Libye

2. [MAUFRAS, 1847, Livre V]

3. [BADIE et collab., 2007, p. 31]

4. [FORMIGÉ, 1923, p26]

5. [?, webpage]

une rigueur archéologique contestable dans le but principalement d'habiller le lieu plus que pour le restituer. En 1981, le théâtre entre au patrimoine mondiale de l'UNESCO et quelques années plus tard d'autres constructions modernes telle que la couverture métallique de la scène viennent s'ajouter, détériorant au passage une partie de la maçonnerie antique. Certains projets ont pu être stoppés avant que des dégâts irréparables ne soient causés comme l'installation d'ascenseurs dans le mur de scène. Malgré tout, ces travaux ont souvent été entrepris sans le moindre regard archéologique et de nombreuses données ont été perdues⁶.

Depuis la fin du XX^e siècle l'[Institut de recherche sur l'architecture antique \(IRAA\)](#) et l'UMR 3155 du [CNRS](#) ont relancé une étude approfondie du bâtiment et de sa décoration avec une approche archéologique rigoureuse. Ce projet de thèse s'articule dans la continuité de cette étude avec pour premier objectif : la modélisation numérique du théâtre. La première partie de ce document présente l'agencement architectural du bâtiment sans entrer dans les détails de sa décoration. Elle est suivie par la description détaillée des méthodes de modélisation graphique ayant permis de créer le modèle numérique. Celui-ci compile une grande partie des informations architecturales du théâtre dans sa version d'origine. Nous expliquerons d'où proviennent ces diverses informations, quel crédit nous pouvons leur accorder et les problèmes soulevés par ce travail. Certaines hypothèses des architectes ayant étudié ce monument seront remise en question et d'autres seront explorées afin d'en déterminer la vraisemblance. Cette partie se terminera par la présentation de certaines applications et tests visuels élaborés à partir du modèle numérique.



(a) Vue de la scène avant le déblaiement par A. Caristie⁷ (b) Vue intérieure du théâtre par Asselineau⁸

FIGURE 1 – Dessins du théâtre d'Orange avant et après déblaiement par A. Caristie

6. [ROUMÉGOUX et PROVOST, 2009, p 231- 236]

7. [cha, 1856, cliché]

8. [ASSELINEAU, XIX^e siècle, cliché]

Chapitre 1

Présentation synthétique de l'architecture du théâtre d'Orange

« *L'architecture, c'est ce qui fait les belles ruines* »

Auguste Perret

Sommaire

1.1	<i>Le postscaenium, les basiliques et le pulpitum</i>	9
1.2	<i>L'orchestra, les aditi et la cavea</i>	11
1.3	<i>Les couvertures et le velum</i>	15
1.3.1	La couverture des basiliques et du <i>parascaenium</i>	15
1.3.2	La couverture du <i>postscaenium</i> et du <i>pulpitum</i>	15
1.3.3	La couverture de la <i>cavea</i>	16

Introduction

En 2013, l'[IRAA](#) conclue une série de campagnes de relevés et d'analyse du théâtre d'Orange démarrée en 1998. Ce travail recense les relevés effectués sur le terrain ainsi qu'une étude approfondie des documents d'archive, conservés pour la plupart à la Médiathèque de l'architecture et du patrimoine à Charenton-le-Pont. Ceux-ci comportent les plans des architectes A.Caristie et P.G.H.Daumet et permettent d'avoir un état des lieux du théâtre avant que celui-ci ne soit restauré par J.Formigé. L'étude réalisée dans le cadre de cette thèse est donc principalement basée sur le rapport de l'[IRAA](#) résultant de ces travaux d'analyse^{1, 2}.

Le théâtre d'Orange a été bâti en grande partie selon préceptes de l'architecture romaine de l'époque impériale. Comme la plupart de ces édifices, il se présente en demi-cercle fermé par un mur rectiligne. Sa *cavea* tournée vers le nord est adossée à la colline Saint-Eutrope qui offre un support naturel à l'édifice. A la différence des *odéons* qui étaient entièrement couverts, seul un *velum* couvrait l'espace réservé aux spectateurs. Collées au flan est du théâtre se trouvent les ruines d'un sanctuaire du culte impérial qui ne fait pas partie de l'étude. De même, la façade nord était prolongée par une grande *porticus post scaenam* qui n'a pas été modélisée mais qui pourra l'être dans une étude postérieure.

Ce chapitre présente l'architecture non détaillée du théâtre d'Orange par grands sous-ensembles. Il servira d'introduction au chapitre suivant et permettra au lecteur de se familiariser avec le monument en le replaçant dans son contexte d'utilisation.

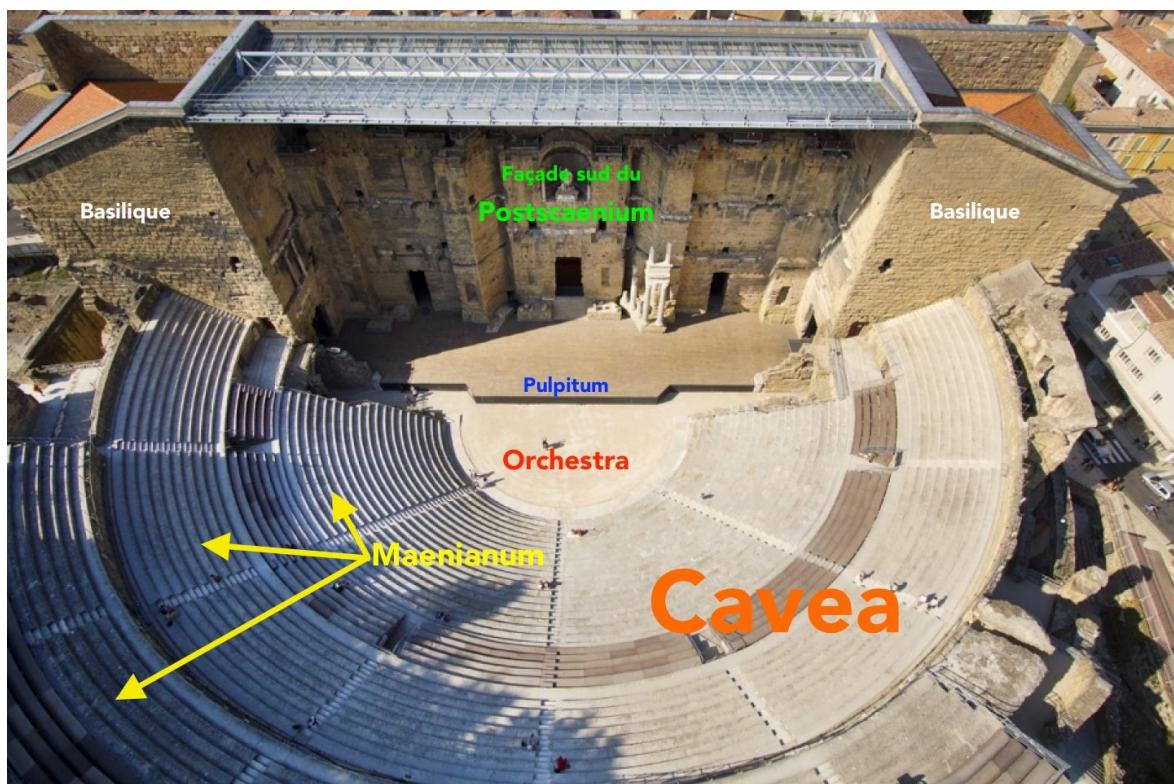


FIGURE 1.1 – Vue d'ensemble du théâtre d'Orange³

1. [BADIE et collab., 2013b, oeuvre intégrale]
2. [BADIE et collab., 2013a, oeuvre intégrale]
3. [BOURDEREAUX, cliché]

1.1 Le *postscaenium*, les **basiliques** et le *pulpitum*

Le *postscaenium* (ou mur de scène) constituant la façade nord du bâtiment, ainsi que les deux **basiliques** l'enclavant, constituent les parties les mieux conservées du théâtre. Le *postscaenium* servait de décor pour les représentations et tenait probablement un rôle acoustique (voir Partie III). Les côtés est et ouest donnaient sur des rues, alors qu'adosée à la façade nord se trouvait une *porticus post scaenam* large d'environ neuf mètres. Celle-ci donnait accès au *postscaenium* par le biais de dix-sept portes reparties de manière symétrique de part et d'autre de la porte centrale. Le deuxième niveau du mur est orné, dans sa partie haute, d'une série d'arcades composée de vingt-deux **pilastres**. Au troisième niveau de la façade se trouvent deux séries de **consoles** ainsi qu'une assise de bouches d'eau qui permettaient d'évacuer les eaux qui tombaient sur le toit du bâtiment de scène. Les **consoles** de la série supérieure présentent un trou traversant permettant d'accueillir les mâts de maintien du *velum*. Seules les deux **consoles** situées aux extrémités font exception. Celles de la série inférieure sont creusées à leur lit d'attente d'une grande mortaise circulaire prolongée par un petit trou permettant l'écoulement de l'eau de pluie. Pour pouvoir placer un mât dans un couple de **consoles**, il fallait également que l'assise de bouche d'eau soit percée. Or cela n'est le cas que pour douze emplacements correspondant aux mâts n° 4 à 9 à partir des deux extrémités du mur. Il semble donc que les mâts n'aient été présents qu'à ces emplacements, c'est à dire au niveau des **basiliques**. L'absence de mât au niveau du mur de scène pourrait s'expliquer par le fait que la forte tension liée au poids du *velum* aurait été trop importante pour un mur rectiligne de cette longueur et cette épaisseur. La forme carrée des **basiliques** permet une plus grande résistance à la tension. Néanmoins, il est aussi possible de supposer que les **consoles** aient été initialement prévues pour couvrir l'estrade par des voiles montées sur des vergues comme à Aspendos et que l'idée fut abandonnée en cours de construction au profit d'une toiture de tuiles sur charpente de bois⁴.

Le *postscaenium* comporte huit pièces donnant uniquement sur la *porticus post scaenam* à l'extérieur du théâtre. Ces pièces servaient de coulisses pour l'habillement des acteurs ou le stockage des décors et des costumes⁵. Trois portes, dont la porte royale, donnent directement accès à la scène. Deux portes de part et d'autre conduisent aux **basiliques** et une à des escaliers permettant de monter aux étages supérieurs via les *parascaenia*. À l'intérieur du *postscaenium*, en plus du rez-de-chaussée et des combles, on compte deux étages assurés par la présence de baies à arcatures permettant de passer d'une pièce à l'autre. Cela permettait aux acteurs d'accéder à des niches traversantes en hauteur pour faire apparaître sur le mur de scène des personnages divins (ou effectuer des bruits de tonnerre par exemple).

La façade sud du mur (ou front de scène) est celle qui servait de décor aux spectacles. Aujourd'hui, il ne reste que le mur en calcaire de Courthézon (calcaire de couleur jaune foncé-beige) qui été jadis partiellement caché par des ornements en marbre. On y trouve plusieurs niches de diverses profondeurs ainsi que les traces d'encastrement du placage de marbre sur lesquels s'appuient aujourd'hui les archéologues pour reconstituer la décoration. Le mur a une géométrie quasi-symétrique par rapport à l'axe décrit par la porte royale rectangulaire et la niche voutée, située au dessus, accueillant aujourd'hui une statue dite "d'Auguste" (faite de ciment et de fragments antiques et placée là en 1944). Cet axe est placé sur une paroi rectiligne qui fait saillie au fond d'une *exèdre* curviligne ce qui attire naturellement l'oeil vers la porte royale et la niche voutée. De part et d'autre

4. [MORETTI, 1993, p. 144-147]

5. [FORMIGÉ, 1923, p. 56]

se trouvent deux **exèdres** rectangulaires peu profondes. Le mur est divisé verticalement en trois ordres sur les extrémités et seulement deux sur la partie centrale. Au dessus de façade se trouve l'espace réservé au toit qui couvrait le **postscaenium** et la scène. On y voit aujourd'hui les trous d'encastrement dans lesquels venaient s'insérer les poutres.

Le mur de la façade du bâtiment de scène est flanqué de part et d'autre de deux **basiliques** de forme presque carrée auxquelles on accède depuis la scène en traversant un **parascaenium**. Celui-ci communique avec la basilique via une porte arquée et à la scène par une grande porte rectangulaire. **parascaenium** comporte une cage d'escaliers permettant d'atteindre les niveaux supérieurs du **postscaenium**. Les **basiliques** sont composées de deux niveaux séparés par un plancher en bois et accessible uniquement depuis le rez-de-chaussée. On retrouve cette même disposition dans les théâtres d'Arles, Aspendos ou de Marcellus à Rome par exemple⁶. Leur taille monumentale semble indiquer une fonction de foyer luxueux permettant aux spectateurs de se retrouver pendant les entre-actes ou en cas d'intempéries. Elles pouvaient également servir de coulisses pendant les spectacles ou pour stocker les éléments de décor volumineux. Ces salles étaient accessibles par les trois cotés autres que la scène par un couple de baies à arcature.

La scène ou **pulpitum** était une structure en bois d'une largeur de 61m et d'une profondeur de 10m qui a complètement disparu. Sa façade était ornée par une décoration de marbre souvent composée de niches rondes ou carrées alternées. Vitruve⁷ dit que sa largeur doit valoir le double du diamètre de l'orchestre et que sa hauteur ne doit pas excéder cinq pieds (soit 1m50) afin que les spectateurs assis dans l'orchestre voient facilement. Celle de Orange s'élève à 1m25 d'après les traces laissées sur le mur de scène⁸. Le mur de façade ornant le **pulpitum** est défini du côté de l'orchestre par un caniveau et de l'autre côté par l'alignement avec des cassettes. J. Formigé en mesure ainsi une épaisseur de 75cm supposant qu'il n'était pas orné de niches mais plutôt d'une frise continue comme au théâtre de Dionysos à Athènes⁹. En dessous se trouve l'**hyposcaenium** qui étaient composé principalement d'une fosse et d'un espace dédié à la machinerie du rideau de scène. En effet, entre le mur de front du **pulpitum** et la scène, un rideau en étoffe peinte ou tissée d'une hauteur de moins de trois mètres descendait pour laisser apparaître la scène aux spectateurs. Il venait s'enrouler autour de cylindres et était actionné par un système de poulies et contrepoids. Lorsque le rideau était descendu, le plancher venait fermer cet espace permettant ainsi aux acteurs de s'approcher jusqu'au bord du **pulpitum**, voire de descendre au niveau de l'**orchestra**. Le plancher était soutenu par des poutres et les acteurs ou les machinistes pouvaient se rendre en dessous par le biais de trappes et d'escaliers. La présence d'escaliers menant de la scène à l'orchestre n'est pas prouvée, néanmoins, deux escaliers de quatre marches étaient présents aux extrémités du **pulpitum** et permettaient d'accéder aux **parodoi**¹⁰.

6. [FORMIGÉ, 1923, p. 35]

7. [MAUFRAS, 1847, p. 10-11]

8. [BADIE et collab., 2013b, p. 318-319]

9. [FORMIGE, 1916, p. 457]

10. [FORMIGE, 1916, p. 458]

11. [DUCAROY et AUDIN, 1960, fig. 11, p. 70]

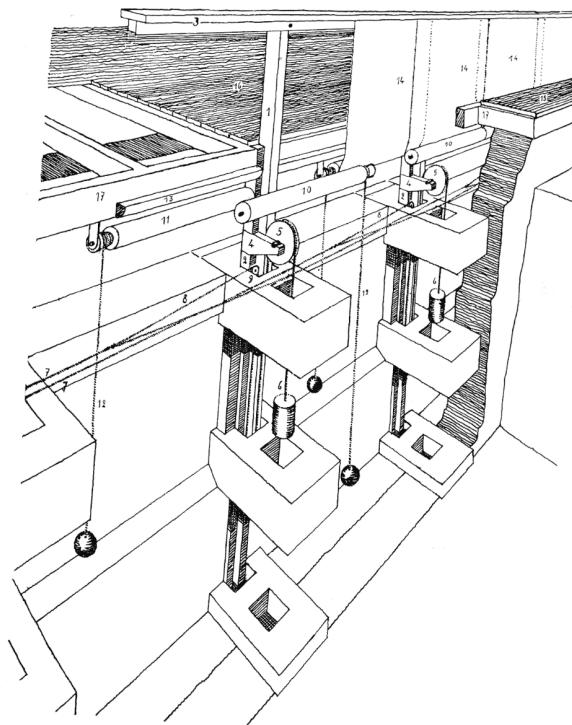


FIGURE 1.2 – Perspective d'une section de la fosse du rideau de scène au théâtre de Lyon et restitution de la machinerie¹¹

1.2 L'*orchestra*, les *aditi* et la *cavea*

L'*orchestra* est la partie semi-circulaire située entre la scène et le premier gradin. Anciennement nommée *choros* chez les grecs où elle accueillait le choeur, elle ne servirait plus aux représentations chez les romains d'après Vitruve¹² : "l'orchestre est réservé pour les sièges des sénateurs. Cependant, Formigé¹³ conteste cette hypothèse en affirmant que : "si l'on examine avec attention un orchestre romain, on remarque de suite qu'il se divise en deux parties : l'une, horizontale, souvent dallée de marbres rares comme à Arles, à Athènes, à Carthage, à Pompéi, etc., ou même de mosaïques comme à Chemtou ; l'autre, composée d'un ou de plusieurs gradins de pierre, larges et bas. Il appuie ses dires sur une citation de Gaston Boissier¹⁴ stipulant que les mimes jouaient "*in plano orchestra*". Cela lui permet de conclure que : "il y a bien une partie plane, libre, dans l'orchestre, et qu'elle ne comprend pas tout l'orchestre. Il relève d'ailleurs des marques laissant supposé qu'il y aurait eu trois gradin d'une largeur de un mètre permettant d'accueillir des siège mobile pour les sénateurs¹⁵. L'*orchestra* est aujourd'hui recouverte de graviers compacts qui camoufle son aspect antique. Elle était limitée par un *balteus* qui marquait la séparation avec la *cavea* et qui surplombait un petit caniveau permettant d'évacuer l'eau de pluie. Elle comportait aussi des escaliers qui pouvaient mener à la scène soit par le centre soit par les extrémités¹⁶.

Depuis l'extérieur du théâtre on accède à ce lieu par deux larges *parodos* formant les *aditi*. Chacun est composé d'une succession de trois voûtes en décrochement qui por-

12. [MAUFRAS, 1847, p. 10]

13. [FORMIGÉ, 1923, p. 28-29]

14. [BOISSIER, article MIMVS]

15. [FORMIGÉ, 1916, p. 455]

16. [FORMIGÉ, 1923, p. 52]

taient les extrémités de la *cavea* et les tribunes. Ces dernières, considérées comme des places d'honneur, étaient souvent décorées de sculpture comme à Dougga ou à Herculaneum et étaient accessibles par des escaliers particuliers¹⁷. Ces entrées étaient dallées sur toute leur longueur mais sont aujourd'hui recouvertes par un sol moderne¹⁸.

La *cavea*, telle qu'elle a été restaurée, comprend trois hémicycles appelés *maeniana*, séparés l'un de l'autre par une *précinction* et un *podium*. Cela a été déduit par A.Caristie grâce au profil des *aditi* et aux vestiges des substructures¹⁹. C'est donc en ce sens que la *cavea* fut reconstruite par Formigé. Chaque *maenianum* est divisé par des escaliers en un certains nombre de sections appelées *cunei*.

Le premier *maenianum*, ou *ima cavea* est séparé par cinq escaliers en quatre *cunei* comme le révèlent les vestiges des premiers gradins dégagés pendant les fouilles. Il comprend un repose-pied à sa base et vingt gradins comme à Aspendos, à Athènes (odéon d'Hérode Atticus) ou à Pompéi (grand théâtre)²⁰. Leur hauteur moyenne est de 40cm et leur largeur de 80cm²¹. Au niveau de la première *précinction*, neuf ouvertures donnent sur un couloir souterrain (premier *ambulacre*). Ce dernier est accessible depuis l'extérieur du théâtre au rez-de-chaussée par deux escaliers longeant les *aditi*. Le couloir ouvre aussi sur dix-huit pièces aveugles, mais seules les salles numérotées de 1 à 8 (fig. 1.3) sont des constructions antiques. Il était également possible de rejoindre le premier *maenianum* à mi-hauteur depuis les *parodoi* par le biais de deux escaliers installés sous les gradins. Ceux-ci n'ont pas été remis en fonction lors de la restauration. Les *vomitoria* et les *pré-cinctions* étaient généralement bordés de balustrades souvent ornées de sculptures.

Le deuxième *maenianum*, ou *media cavea*, repose, dans sa partie inférieure, sur l'*ambulacre* du premier niveau et, dans sa partie supérieure, sur de la terre ou du remblai que complète, à proximité des *aditi*, deux niveaux de chambres voûtées. Il a été restauré pour former neuf gradins divisés en huit *cunei* par neuf escaliers, ce qui semble être un choix acceptable²². Par ailleurs A.Caristie a relevé l'existence de cinq caissons de soutènement (C7 à C11 - fig. 1.4) situés sous l'*ima cavea* qui délimitent les passages permettant de se rendre au second *ambulacre*. Celui-ci est souterrain dans la zone où la *cavea* est adossée à la colline et construit sur deux niveaux de chambres voûtées dans sa partie la plus orientale. Il est directement accessible de l'extérieur par une porte à l'est et une autre à l'ouest.

Le troisième *maenianum*, ou *summa cavea*, comporte cinq gradins restitués divisés également par neuf escaliers. On constate que la profondeur des gradins diminue lorsqu'on s'élève, ainsi, ils ne mesurent plus que 72cm en moyenne sur le troisième *maenianum*, ce qui a pour effet d'augmenter la pente et d'améliorer la visibilité des derniers rangs. Il était jadis couronné par une *porticus in summa cavea*, dont l'existence est assurée par des traces sur les faces méridionales des murs des *basiliques*. D'une largeur de 3m55, il semble comporter un toit-terrasse donnant accès aux mécanismes *velum*. On trouve aujourd'hui des gradins sur échafaudages à cet emplacement de même que sur les deux premières *précinctions*. Une rue périphérique enclave la *porticus in summa cavea* séparée par un mur que J-C.Formigé avait percé de quatre portes au niveau des escaliers E9 à E12 (fig. 1.4 et 1.5). L'accès en face de E9 est probable, non seulement parce qu'H.Daumet

17. [FORMIGÉ, 1923, p. 37]

18. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XVI]

19. [BADIE et collab., 2013b, p. 340]

20. [FORMIGÉ, 1923, p. 34]

21. [FORMIGÉ, 1923, p. 31]

22. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XVII et XX fusionnées]

23. [BADIE et collab., 2013b, p. 340]

24. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XVIII et XX fusionnées]

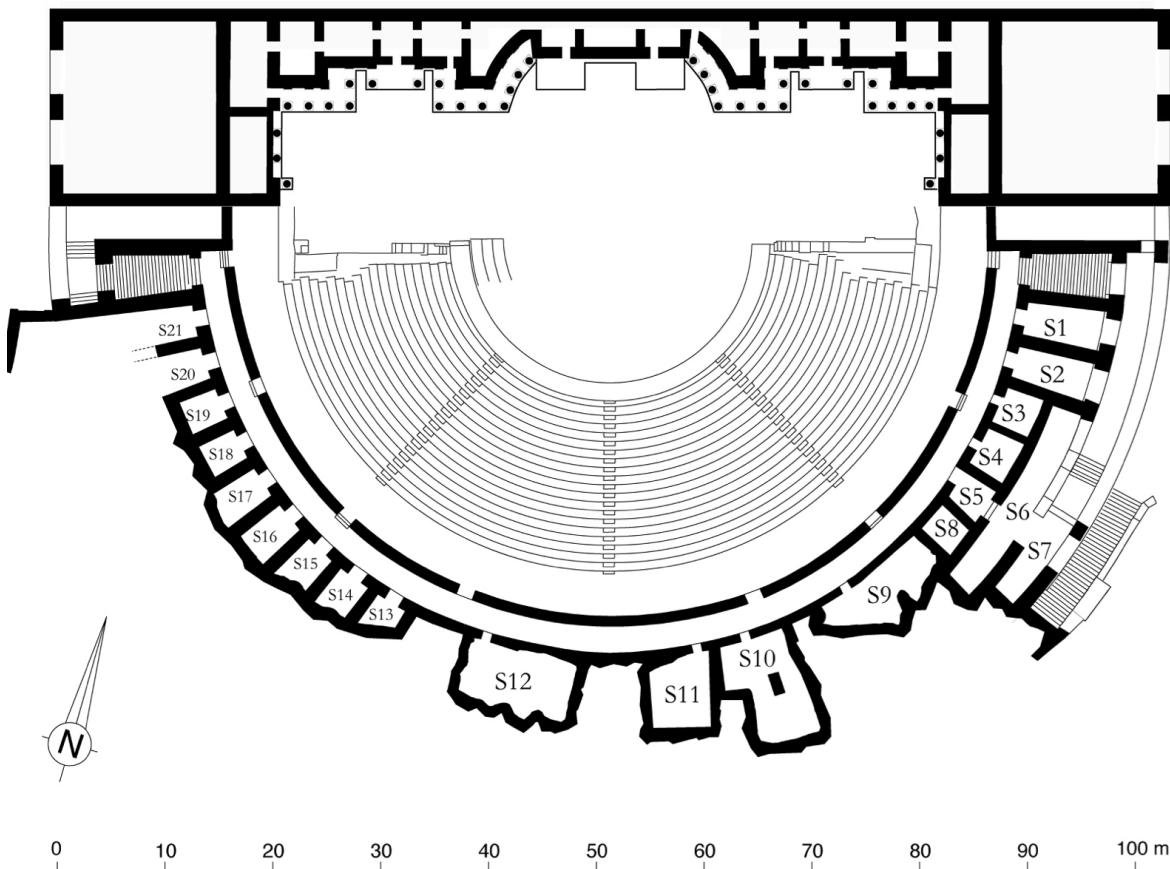


FIGURE 1.3 – Plan du théâtre au niveau du premier *ambulacre*²²

a noté une interruption du mur périphérique à cet endroit²⁵, mais aussi parce que le mur bordant la rue en amont est également percé d'une porte dans la prolongation de E9.

25. [BADIE et collab., 2013a, Pl. VII]

26. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XIX et XX fusionnées]

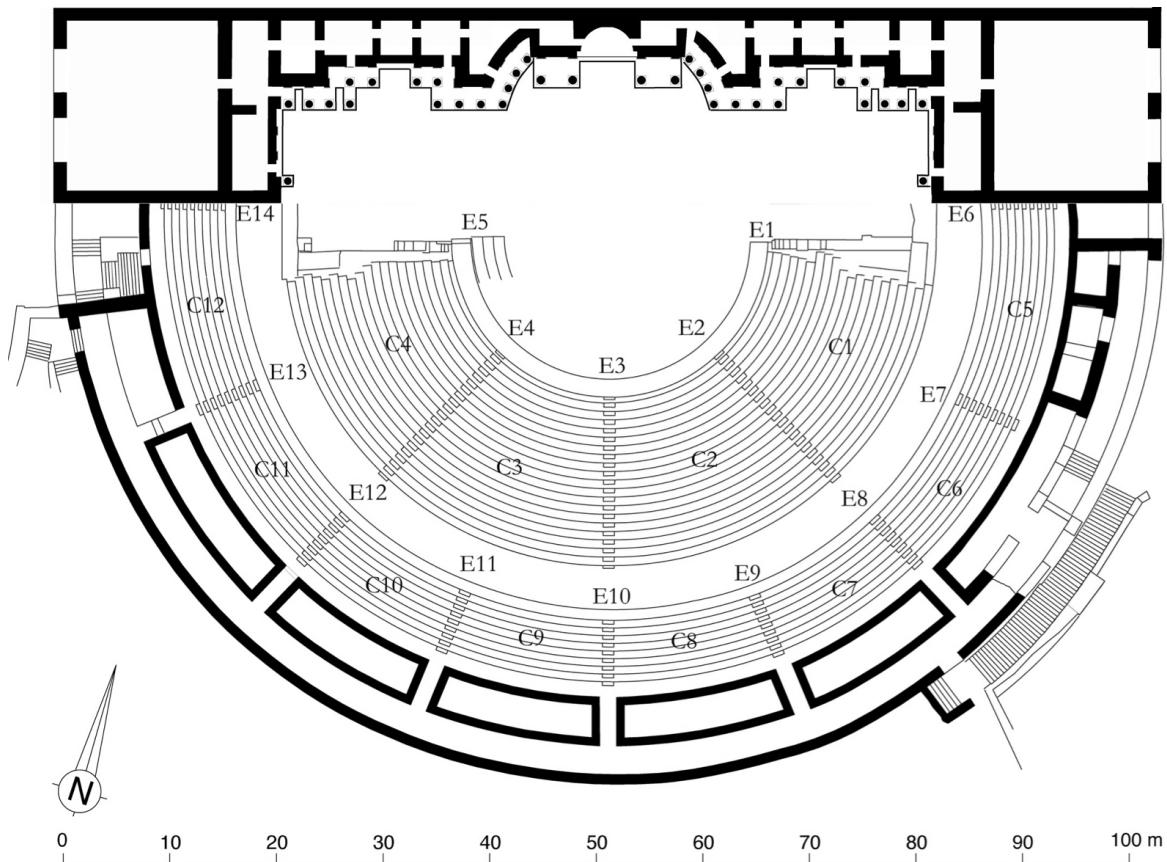


FIGURE 1.4 – Plan du théâtre au niveau du second ambulacre²⁴

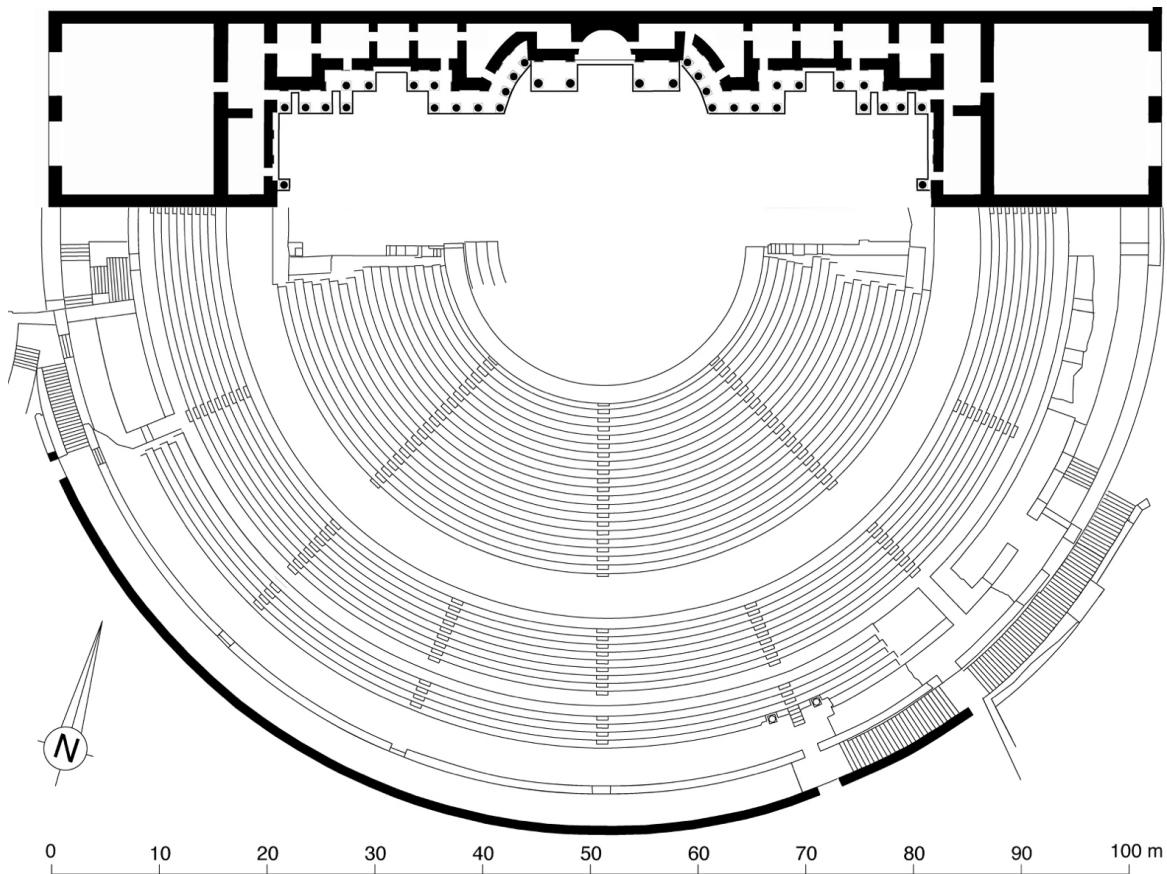


FIGURE 1.5 – Plan du théâtre au niveau de la rue périphérique²⁶

1.3 Les couvertures et le *velum*

1.3.1 La couverture des **basiliques** et du *parascaenium*

La toiture qui couvre aujourd’hui les **basiliques** et le *parascaenium* (installée en 2006) reflète à peu près la proposition de restitution d’A.Caristie (voir fig. 1.7a), à savoir un toit à double pente avec **arêtier** sur la diagonale partant de l’angle du mur arrière. L’étude de l’IRAA²⁷ tend à corriger cette hypothèse en supposant plutôt la présence de deux toitures successives et, au-dessus de la cage d’escalier, d’un petit toit à double-pente permettant non pas d'accéder aux combles mais au toit lui-même (fig. 1.6). Cette dernière hypothèse s’appuie sur des traces symétriques situées au-dessus de la cage d’escalier orientale et donne de nouvelles pistes aux archéologues sur la façon dont travaillaient les architectes de l’antiquité, et les moyens d’entretien du bâtiment dont ils disposaient.

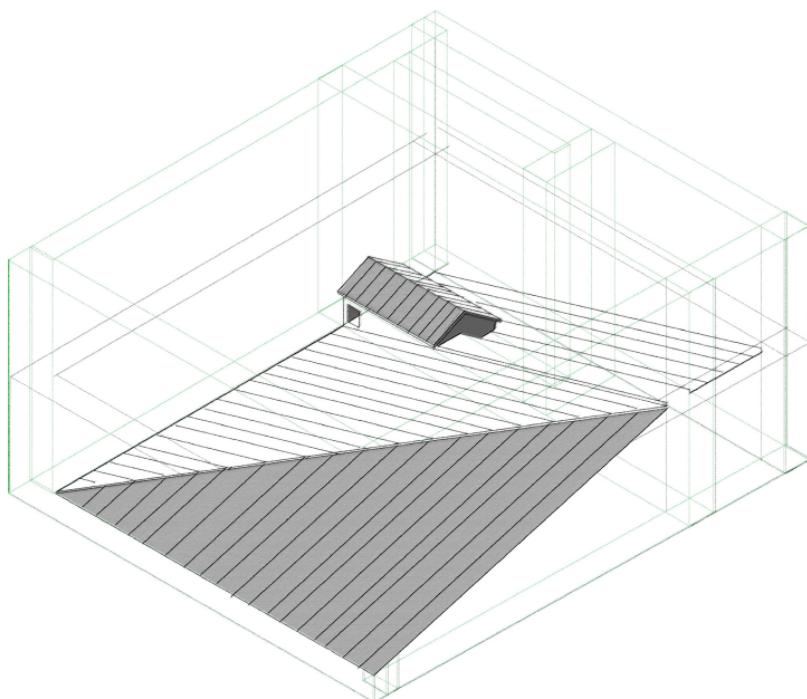


FIGURE 1.6 – Proposition de restitution des toitures de la **basilique** occidentale, de la cage d’escalier et du *parascaenium*²⁸

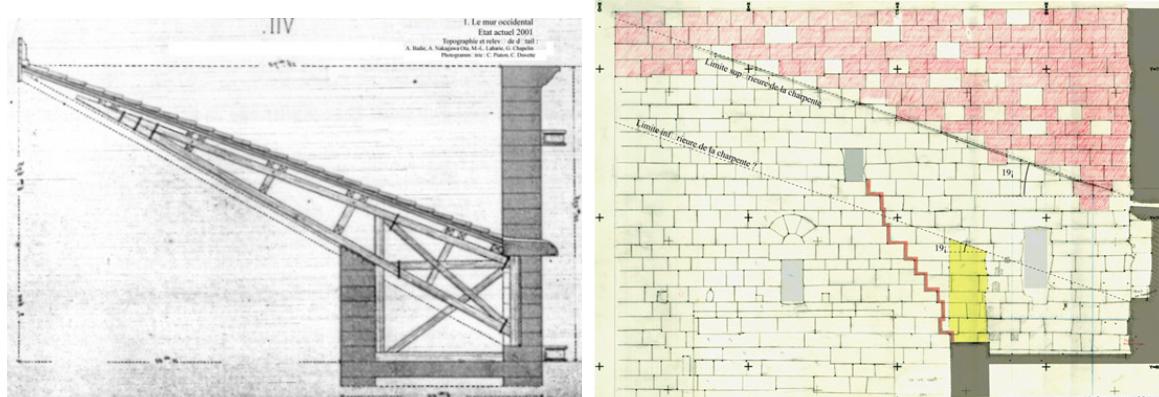
1.3.2 La couverture du *postscaenium* et du *pulpitum*

Comme les toitures des **basiliques** évoquées précédemment, le *postscaenium* et le *pulpitum* possèdent une couverture récente, cette fois réalisée en métal. Le choix de cette toiture reste sujet à controverse car bien que l’acier présente de nombreux avantages face au bois (poids, résistance au temps, etc), il dénature l’aspect du bâtiment en plus d’être anachronique. La version antique n’a laissé aucun vestige en elle-même car elle devait être faite en matériaux périssables et semble avoir subi un ou plusieurs incendies au cours de son histoire. Néanmoins les études de A.Caristie (fig. 1.7a) puis de l’IRAA (fig. 1.7b) par la suite permettent d’entrevoir la forme de cette couverture. Premièrement, on distingue

27. [BADIE et collab., 2013b, p. 36]

28. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XLVII]

dans la partie sommitale du mur de scène des cavités d'encastrement permettant d'accueillir la charpente de la toiture, elles-même couronnées par une série de déversoirs par lesquels s'échappait l'eau de pluie. Deuxièmement, on peut observer une saignée sur le mur occidental indiquant la pente de la partie supérieure de la charpente (voir fig. 1.7b). Troisièmement, on constate que le mur sud du *postscenium* (le front de scène) se terminait avec une pente de 19°, d'après les marques laissées par un incendie sur les murs latéraux. Celles-ci reflète la pente inférieure de la toiture. A.Caristie a proposé une restitution de la couverture (fig. 1.7a) en s'inspirant des grues en bois utilisées à son époque et précise qu'il s'agit de "la combinaison qui [lui] a paru la plus vraisemblable, sous le rapport de la construction, pour la couverture du proscenium sans prétendre cependant que ce soit la seule solution possible de cette intéressante question"²⁹. Effectivement, l'IRAA³⁰ conteste la forme triangulaire proposée par A.Caristie en faveur d'une forme parallélépipédique qui semble plus vraisemblable compte tenu du parallélisme des traces évoquées précédemment (fig. 1.7b). Par ailleurs, cela coïncide avec la présence d'ouvertures au sommet des murs latéraux, permettant probablement d'atteindre la partie antérieur du comble, alors que la proposition d'A.Caristie les obstruait partiellement. Cette forme de toiture semble d'autant plus plausible au plan architectural qu'il en a été retrouvé des similaires dans les archives d'autres monuments³¹. Cependant, il a été constaté par l'IRAA que les cavités d'encastrement ont été plusieurs fois ajustées, agrandies ou rétrécies, ce qui suppose qu'il y aurait eu plusieurs toitures installées au cours de la "vie" du bâtiment³². Notre étude pourra ainsi permettre d'en restituer différentes versions et de les comparer entre elles, pour éventuellement, les soumettre à des tests physiques afin d'apporter des pistes de réflexion sur ces hypothèses.



(a) Proposition de restitution de la couverture (b) Relevé de la partie sommitale du retour de la scène par A.Caristie³³

1.3.3 La couverture de la *cavea*

Il est reconnu que les théâtres romains possédaient généralement un appareillage permettant de déplier au dessus des spectateurs de longues toiles appelées *vela* et communément assimilées à un ensemble unique : le *velum*. Celui-ci permettait aux spectateurs

29. [BADIE et collab., 2013b, p. 31]

30. [BADIE et collab., 2013b, p. 32]

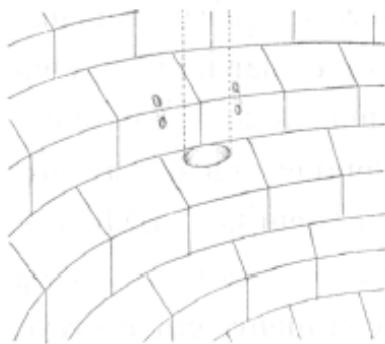
31. [BADIE et collab., 2013b, fig. 27]

32. [BADIE et collab., 2013b, p. 33]

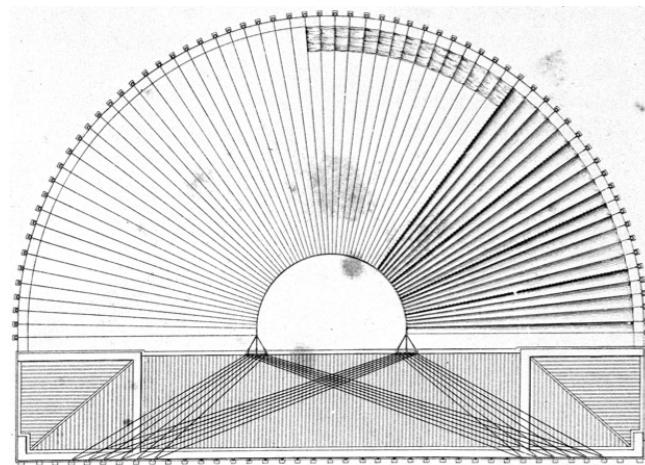
33. [BADIE et collab., 2013b, fig. 24]

d'être protégés du soleil et se déployait probablement partiellement en suivant le déplacement de l'astre notamment pour garantir une bonne ventilation. On peut lire dans la traduction de Vitruve³⁴ que "comme il n'y avait que les portiques et le bâtiment de la scène qui fussent couverts, on était obligé de tendre, sur le reste du théâtre, des voiles soutenues par des mâts et des cordages, pour défendre les spectateurs de l'ardeur du soleil". Nous savons par ailleurs d'après Pline l'ancien³⁵ que ce fut après Cléopâtre qu'on fit usage des toiles de lin pour donner de l'ombre dans les théâtres : "Q. Catulus, le premier, les appliqua à cet usage quand il fit la dédicace du Capitole". Nous avons déjà évoqué précédemment (voir section 1.1) les **consoles** permettant d'accueillir les mâts auxquels étaient accrochés les cordages. Il y en a douze au niveau du mur de scène et vraisemblablement tout autour du mur périphérique de la *cavea* (dont il ne reste malheureusement aucune trace). Les modèles les plus courants représentent le *velum* par un anneau situé au dessus de l'*orchestra* auquel sont attachés les cordages qui permettent de le hisser par un système de poulières. Nous avons vu que les machinistes se plaçaient probablement au niveau de la *porticus in summa cavea* pour, dans un premier temps hisser l'anneau, puis ensuite, déployer certaines *vela* au moment approprié.

Le théâtre d'Arles présente un certain nombre de trous au niveau de son premier gradin qui semblent avoir accueilli des mâts de soutien pour le *velum*³⁶. À coté de ceux-ci on trouve de plus petits trous probablement utilisés pour fixer les cordes. Cette particularité a peu été observée par ailleurs. Elle pourrait être due à la présence d'un fort mistral dans cette région et donc pourrait également avoir été mis en place à Orange.



(a) Traces de mâts et de leur accroche dans les gradins du théâtre d'Arles³⁷



(b) Proposition de restitution du velum d'Orange par A. Caristie³⁸

A. Caristie propose une restitution de *velum* avec un anneau semi-circulaire et 67 mâts autour de la *cavea* (fig. 1.8b). Nous verrons dans la section 3.1 que ce chiffre ne coïncide pas avec ses autres dessins.

34. [MAUFRAS, 1847, p. 38]

35. [LITTRÉ, 1848-1850, V-VI]

36. [FORMIGÉ, 1923, p. 38]

37. [FORMIGÉ, 1923, fig. 5]

38. [BADIE et collab., 2013a, Pl. VI]

*CHAPITRE 1. PRÉSENTATION SYNTHÉTIQUE DE L'ARCHITECTURE DU
THÉÂTRE D'ORANGE*

Chapitre 2

Modélisation

« *Les détails font la perfection et la perfection n'est pas un détail* »

Léonard de Vinci

Sommaire

2.1	Méthodologie	21
2.2	La <i>cavea</i> et ses substructures	24
2.3	Les <i>maeniana</i>	28
2.4	Les <i>aditi</i> et les tribunes	30
2.5	Le mur de scène et ses basiliques	31
2.6	Le <i>pulpitum</i> et l'<i>orchestra</i>	34
2.7	Les couvertures du bâtiment de scène	34
2.8	La <i>porticus in summa cavea</i>	36
2.9	Les escaliers	37
2.9.1	Accès aux tribunes par les <i>aditus</i>	37
2.9.2	Accès à la <i>cavea</i> depuis l'extérieur	38
2.9.3	Les cages escaliers des <i>parascaenium</i> et les paliers internes	38
2.9.4	Les escaliers extérieurs	38
2.10	La colline Saint-Eutrope	38

Introduction

Pour pouvoir étudier un monument dans ces moindres détails, de nombreux chercheurs s'orientent aujourd'hui vers la modélisation 3D. Effectivement, jusqu'à ces quelques dernières années, les analyses architecturales antiques étaient principalement menées à l'aide de plans, de dessins, ou bien de maquettes à échelle réduite. Cependant, les outils numériques disponibles aujourd'hui comportent de nombreux avantages par rapport à ces anciennes techniques. Tout d'abord, il est possible d'obtenir les mêmes informations qu'avec des dessins ou des maquettes en terme de côtes, formes, aspect. Par ailleurs, la technologie numérique apporte au chercheur un nouveau champ d'observation et de nouveaux outils de travail. "En effet, il est clair que si les modèles 3D étaient à l'origine de simples outils d'aide à la visualisation et à la diffusion de contenu scientifique au grand public, le processus de modélisation tridimensionnelle doit maintenant être considéré comme une méthode qui offre la possibilité de faire de nouvelles découvertes." ¹.

Premièrement, un modèle numérique permet d'archiver la quasi totalité des informations en un document unique. Le mode d'affichage que l'on choisira pourra être adapté à la cible de la présentation. "L'image n'est qu'un élément d'un discours qui doit, dans son ensemble, être pertinent vis-à-vis du public auquel il s'adresse." ². On peut donc par exemple observer un monument par vue du dessus avec ses cotes et en étudier ainsi le plan topographique 2D correspondant. De la même manière, il sera possible de réaliser une impression 3D de l'objet pour en avoir une maquette physique à l'échelle réduite. Ainsi, "la maquette électronique répond à l'une des critiques qui avaient été adressées aux maquettes rigides; elle est capable de montrer les documents, les arguments, les hypothèses sur lesquels la restitution architecturale s'est fondée." ³ ce qui lui confère une force supplémentaire. Par ailleurs, la précision et la qualité des documents est largement renforcée par la manipulabilité des modèles numériques. La précision est alors celle des ordinateurs, soit, inférieure à 10^{-4} dans le pire des cas ⁴.

Deuxièmement, un modèle numérique 3D peut être utilisé par des logiciels de calcul ou de simulation afin de tester des comportements physiques. On citera comme exemple les écoulements de fluide, l'ensoleillement ou la propagation d'ondes sonores. Il en est de même pour les questions architecturales d'agencement de décor ou de portance par exemple. Ce type d'outil permet également de réaliser des animations (déplacement de personnages, ouverture de haut-vents, ...) ou des visites immersives grâce aux technologies de réalité virtuelle. On peut alors visualiser l'objet d'étude dans son ensemble ou bien partie par partie à l'aide de technologies telles que les écrans 3D, les caves (écrans géants parabolique ou cubiques) ou les casques de réalité virtuelle. Cela apporte un point de vu immersif quasi inatteignable sans la technologie numérique.

Il existe bien entendu de nombreuses limites à la numérisation 3D car cette technique est relativement récente (quelques dizaines d'années) et beaucoup de développements sont en cours. La principale contrainte est la puissance de calcul des ordinateurs et leurs espaces de stockage qui doivent prendre en charge de très grandes quantités de données.

Pour virtualiser des monuments, nous citerons deux techniques parmi les plus souvent utilisées. La première consiste à réaliser un nuage de point à l'aide d'appareils de mesure (laser, appareils photo, ...) à la manière d'un scanner. Prenons l'exemple de la

1. [ROCHELEAU, 2010, p. 246]

2. [GOLVIN, 2005, p. 20]

3. [GOLVIN, 2005, p. 26]

4. [WIKIPÉDIA, 2017, Tableau : Valeur pour les unités matérielles standard d'arithmétique à virgule flottante]

photogrammétrie qui est aujourd’hui largement répandue dans la restitution numérique de monument. Il s’agit de photographier l’ensemble du bâtiment sous tous ses angles, en s’assurant que chaque photo a une partie commune avec une autre. Les logiciels de traitement peuvent alors corrélérer les photos les unes avec les autres et recréer l’image en trois dimensions. Cependant, la limite de cette technique est que, plus la précision est grande, plus le volume de données à traiter est conséquent, ce qui rend les calculs plus difficiles. C’est pour cette raison que nous avons utilisé la deuxième méthode dite de [CAO \(conception assistée par ordinateur\)](#). Il s’agit de retranscrire l’architecture du monument par des formes géométriques 3D plus ou moins complexes.

Dans ce chapitre nous allons présenter comment le théâtre antique d’Orange a été modélisé, quelles ont été les difficultés soulevées et les astuces utilisées. Il sera précisé quelles sont les informations architecturales et archéologiques que concatène le modèle numérique, ainsi que les sources qui ont permis de les implémenter. Avant de détailler uns par uns les éléments modélisés, nous ferons un point sur la méthodologie entreprise durant le projet.

2.1 Méthodologie

Il existe de nombreux projets ayant pour objectif de virtualiser des monuments antiques. On citera par exemple le projet de virtualisation basé sur "le plan de Rome" de Paul Bigot. Il s’agit d’une maquette de plâtre de $70m^2$, à l’échelle 1/400, représentant une partie de la Rome de Constantin (IV^e siècle après JC). Ce projet est mené par le [Centre Interdisciplinaire de Réalité Virtuelle de l’Université de Caen \(CIREVE\)](#) depuis plus de dix ans et a pour but d’utiliser la réalité virtuelle comme outil de recherche archéologique⁵. Ce type d’étude commence toujours par un état des lieux bibliographique et le choix de la temporalité. Comme nous l’avons vu dans la section I, un monument de cette ancienneté subit de nombreuses transformations au cours de sa vie. Il est donc primordial de situer dans le temps la représentation qui sera faite du bâtiment. Nous choisissons pour notre part de restituer le théâtre d’Orange dans son état au premier siècle de notre ère, c’est à dire dans ses toutes premières années de vie. Néanmoins nous ne pouvons nous baser que sur les relevés actuels ayant subit les effets du temps et les manipulations humaines, le résultat ne pourra donc être qu’approché.

La deuxième étape de ce travail de modélisation est de choisir l’outil qui permettra de la réaliser. Comme indiqué en introduction de ce chapitre, nous utilisons la technique de [CAO](#) car nous avons besoin d’un maillage "léger" (notamment pour les simulations acoustiques de la deuxième partie du projet). Avec un monument comme le théâtre d’Orange, on atteint déjà des dizaines de milliers d’éléments. Cela reste malgré tout bien moindre qu’avec un nuage de points qui aurait constitué des millions d’éléments. Par ailleurs, notre étude porte dans un premier temps sur les formes géométriques du théâtre. Il sera possible d’y greffer, dans un deuxième temps, des éléments plus précis réalisés par photogrammétrie. Ce fut d’ailleurs l’un des buts premier à l’initiative de ce projet de thèse. Il a notamment été numérisé en 2015, par photogrammétrie, une partie des fragments de la frise dionysiaque retrouvés dans les décombres. La dernière raison qui nous pousse à modéliser le monument par [CAO](#) est que la "photogrammétrisation" du lieu aurait apporté beaucoup d’informations erronées pour la restitution du bâtiment dans son état d’origine. Effectivement, les restaurations ayant été conséquentes notamment sur la partie [cavea](#) et l’érosion ayant quelque peu dégradé les façades, la restitution aurait de toute

5. [FLEURY et MADELEINE, 2007, p. 157-158]

façon dû subir une large étude documentaire pour compléter le modèle. Par ailleurs une campagne de mesure par photogrammétrie ou lasergrammetrie est très longue et fastidieuse, ce qui aurait retardé d'autant plus le projet. La technologie de CAO est largement répandue depuis une trentaine d'années et le nombre de logiciels permettant d'utiliser cette méthode est conséquent. Voici quelques exemples parmi les plus connus : *AutoCAD*, *CATIA*, *SketchUp*, *3DSMax*. Après une étude comparative, le choix s'est porté sur le logiciel *Blender* car celui-ci possède l'avantage d'être :

- gratuit
- multiplateforme (Windows, Mac, Linux)
- modulaire (de nombreuses fonctionnalités peuvent y être ajoutées selon les besoins)
- suivi et commenté par une large communauté

Par ailleurs, Blender :

- permet un rendu réaliste (voire photo-réaliste) notamment grâce au texturage
- permet de réaliser des animations et des vidéos
- utilise des effets physiques tels que : la gravité, la déformation de type tissu, l'écoulement de fluides ...
- peut exporter les maillages sous différents formats couramment utilisés (obj, fbx, stl, ...)
- permet le développement de scripts en python

Toutes ces spécificités vont être utilisées dans le projet et c'est pourquoi c'est ce logiciel qui a été choisi. Il comporte néanmoins quelques limites, notamment sa difficulté de prise en main, le fait qu'il soit peu utilisé dans le milieu architectural et que son "*game engine*" soit de moins bonne qualité que certains de ses concurrents (Unity ou Unreal Engine par exemple). Le "*game engine*" est le moteur de jeu vidéo permettant de se déplacer dans l'environnement avec un personnage ou bien en vue subjective. Néanmoins, ce point n'est pas bloquant car Blender peut exporter des modèles texturés dans Unity ou Unreal pour des visites virtuelles de très haute qualité. Par ailleurs Blender, comme tous les logiciels de CAO, propose toute une gamme d'outils mathématiques permettant de modifier les objets. Voici quatre exemples qui vont être beaucoup utilisés lors de la modélisation du théâtre d'Orange :

L'intérêt d'utiliser de tels outils est de pouvoir effectuer sur les objets des modifications non permanente. Nous verrons par exemple que les gradins ne sont qu'un simple plan de forme quasi-triangle auquel on affecte tout un panel de **modifiers**.

Pour modéliser le théâtre, il faut d'abord le voir dans son ensemble pour pouvoir le situer dans son repère. Globalement, et comme tous les théâtres romains, le théâtre d'Orange a une enveloppe extérieure en forme de U fermée par un mur rectiligne. Sa *cavea* est construite sur le flanc d'une colline, qui sera pour sa part, créée dans un deuxième temps (contrairement à la construction réelle du théâtre).

On a choisi de prendre l'axe X pour la direction sud-nord et l'axe Y pour la direction ouest-est. Sur le plan XY, c'est à dire le plan de l'horizon on a choisi le point (0,0) au centre du demi-cercle formé par la *cavea*. Nous faisons ce choix car cette dernière possède un centre de révolution, et il sera plus pratique par la suite, notamment au moment d'appliquer des outils automatiques, de placer celui-ci au centre du repère de Blender. Concernant l'axe Z portant les informations d'élévation, nous utiliserons les relevés d'altitude,

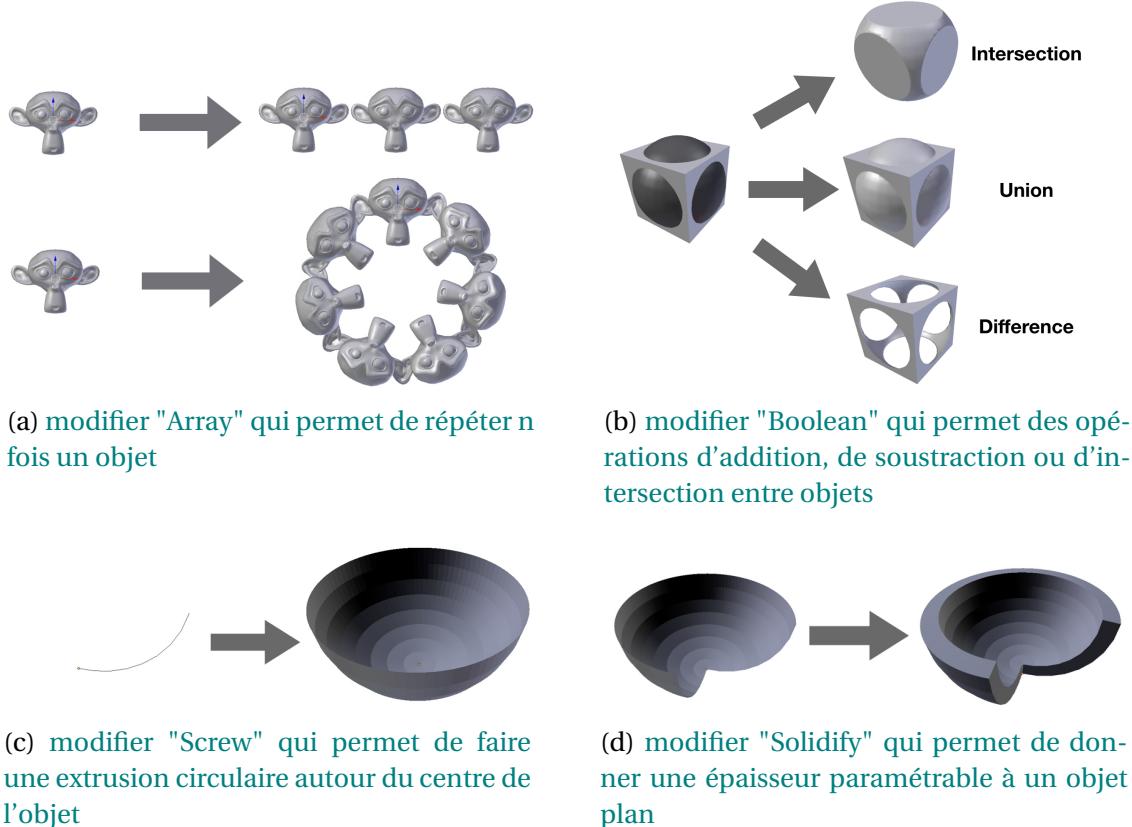
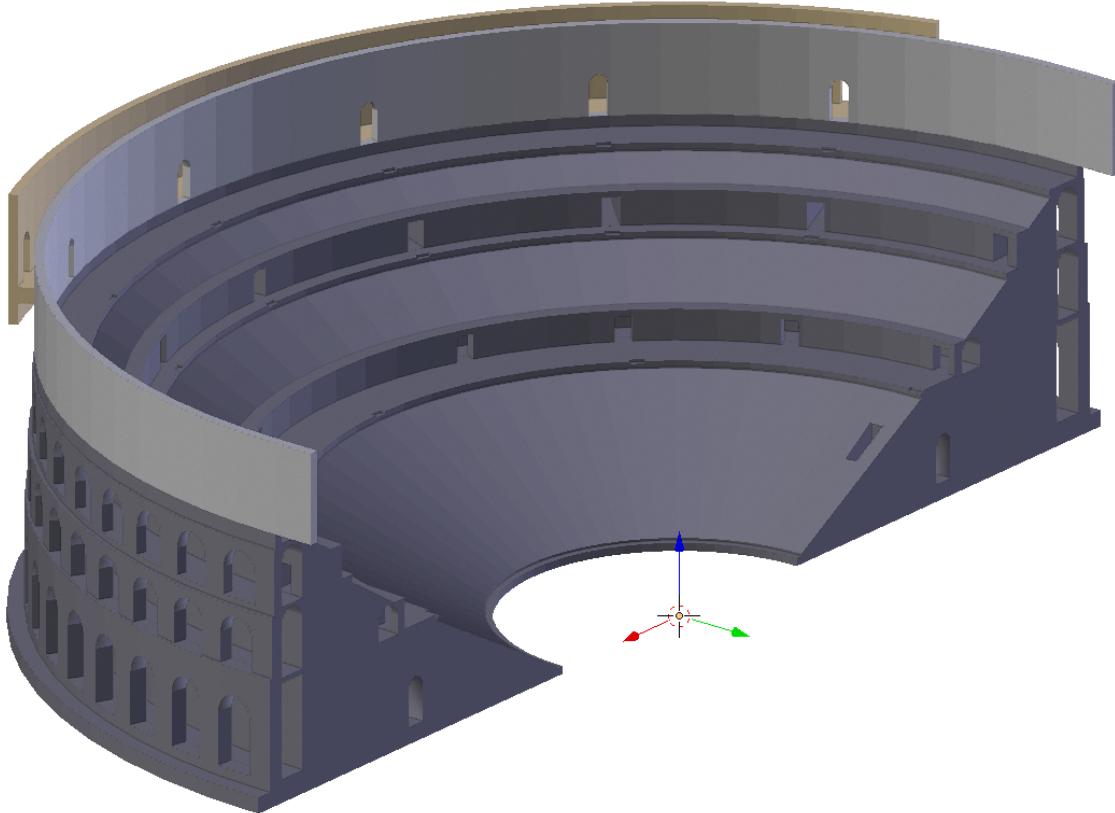


FIGURE 2.1 – Illustration de quatre exemples de modifier Blender

présents dans le rapport de l'[IRAA](#)⁶, et donnant des élévations géoréférencées par rapport au niveau de la mer. Le plan supérieur de l'[orchestra](#), par exemple, se trouve donc à 40m sur l'axe des Z. Le modèle est réalisé à l'échelle 1, ce qui signifie que les cotes apparaissant sur Blender sont les cotes réelles. Par ailleurs, certaines d'entre elles proviennent de relevés effectués sur le terrain, et sont donc fidèles à l'architecture du bâtiment au cm près. D'autres, seront des valeurs moyennes, approchées, ou bien calculées, et cela sera bien entendu précisé. "Le chercheur confronté au problème de la restitution d'un site est obligé de considérer trois types de données : les données connues, les données cachées, les données détruites." ⁷. Effectivement, le but de ce projet étant de restituer le théâtre dans sa version d'origine, il faudra discriminer les données antiques de celles produites par la restauration de Formigé. Nous travaillerons ainsi sur des éléments complètement disparus, comme la [porticus in summa cavea](#) ou le [velum](#), uniquement à partir d'hypothèses de restitutions. Les différents éléments présentés dans ce document apparaissent dans l'ordre logique de leur modélisation.

Il est important de noter que la modélisation a été faite par rapport à des plans qui peuvent être affichés en transparence sur Blender pour les superposer au modèle. On dispose alors du résultat ainsi que des sources dans un seul et même fichier.

FIGURE 2.2 – Modélisation de la *cavea*

2.2 La *cavea* et ses substructures

La *cavea* est le premier élément que nous modélisons car, comme stipulé précédemment, son centre de révolution est situé à l'origine du repère XY. La modélisation se fait à partir de la figure ???. La première chose à noter est que sur ce plan, on ne connaît pas la distance par rapport au centre de révolution. Par contre, on sait que la paroi extérieure est au même niveau que la bordure des *basiliques*, c'est à dire à 51,96m du centre (d'après la figure ??). Cette valeur est obtenue en prenant la moitié de la longueur totale du mur de scène. On part donc de cette paroi extérieure pour dessiner sur Blender la coupe de la *cavea* en suivant les cotes indiquées. Cependant, plusieurs points posent difficulté. Premièrement les gradins sont représentés par des traits discontinus et sont donc hypothétiques. Leurs modélisations sont décrites dans la partie 2.3. Nous avons par contre besoin de connaître précisément l'espace qui leur est dédié, afin de concevoir l'objet *cavea* qui leur sert de support. Nous obtenons ces valeurs en utilisant les quatre lignes de cotes horizontales. Or pour les deux lignes arrivant au niveau du mur du *podium* au dessus du deuxième *maenianum*, on a deux informations contradictoires. D'une part, nous avons :

$$1,25 + 2,60 + 1,13 + 2,90 + 1,03 = 8,91m$$

et d'autre part :

$$0,35 + 0,92 + 2,59 + 4,83 = 8,69m$$

soit 22cm de différence.

6. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XXIX, XLIV, XLVIII, XLIX, LX]

7. [GOLVIN, 2005, p. 27]

Or on estime qu'il n'est pas crédible que le mur soit incliné de la sorte. Trois causes d'erreur sont possibles :

- La mesure qui a été faite a été mal reportée et le document présente une coquille.
- Les mesures ne sont pas toutes effectuées sur un même plan de coupe, et d'un endroit à l'autre de la *cavea*, l'épaisseur des murs peut effectivement varier.
- La mesure est exacte mais les pierres s'étant érodées par endroit, on observe des fluctuations d'épaisseur qui n'étaient pas présentes à l'origine.

Pour trancher sur la décision nous adoptons la règle suivante :

Théorème 1 *Lorsque deux cotes sont contradictoires, on utilise celle correspondant à la plus grande épaisseur de pierre.*

Cela permet de trancher dans le choix des cotes tout en prenant en compte la possibilité que les pierres se soient érodées. Nous prenons dans un premier temps le parti pris de modéliser la *cavea* avec des cotes identiques sur tout son pourtour.

Pour cette même longueur, A.Carisite (voir fig. ??) donne des mesures encore différentes :

$$4,55 + 2,70 + 0,95 = 8,20m.$$

En ajoutant le décrochage de 35cm on obtient 8m55.

On voit donc bien que la *cavea* ne pourra pas être modélisée avec une précision supérieure à quelques dizaines de centimètres en utilisant des cotes communes sur toute la circonférence. Pour obtenir un résultat plus réaliste, il faudrait effectuer de nouvelles campagnes de mesure en un nombre significatif de points. Néanmoins, les restaurations de la *cavea* ayant été très conséquentes, il semble extrêmement difficile de remonter à la structure initiale avec grande précision.

Pour créer la substructure du troisième *maenianum* nous appliquons donc la règle 1 explicitée plus haut, et nous nous référerons au plan théorique ?? pour connaître les élévations. Lorsque celles-ci ne sont pas chiffrées et qu'on ne les retrouve pas dans un autre document, nous obtenons la valeur par mise à l'échelle du plan. Nous modélisons également les trois niveaux de galeries qui seront solidaires à cet objet. Les caissons de soutènement situés sous le troisième *maenianum* sont par contre modélisés séparément. Effectivement, contrairement à la *cavea*, on ne va pas les extruder en un seul bloc sur 180° mais chaque caisson va être séparé de son voisin pour laisser l'espace des vomitoires. A.Caristie restitue dans ses plans six de ces caissons de soutènement (dont un incomplet) validant leur origine antique. Ainsi on utilise, à partir de la figure ??, les cotes en deux dimensions de ces caissons que l'on répète huit fois avec un angle de 21,95°, et que l'on extrude à l'aide d'un modifier "Screw" sur 19,2°. On fait ensuite subir une rotation globale à l'ensemble des huit caissons afin qu'ils soient symétriques par rapport à l'escalier central de la *cavea* (quatre de chaque côté).

Pour réaliser la substructure du deuxième *maenianum* on complète le modèle afin que la première *précinctio* arrive à l'affleurement du mur de scène. Là encore on trouve un problème de cotes puisque, d'après la figure ??, la largeur de la basilique est de :

$$1,34 + 14,22 + 1,17 + 3,55 + 1,19 = 21,47m.$$

Or on a :

$$4,35 + 0,91 + 2,41 + 0,88 + 4,48 = 13,03m.$$

En les ajoutant aux 8m91 déjà modélisés, on arrive à :

$$13,03 + 8,91 = 21,94m$$

soit 47cm de différence.

A.Caristie (fig. ??) donne 8m entre les *podia* du deuxième et du troisième niveau contre 8m68 pour M. Fincker et J.M Labarthe (fig. ??). Les deux plans sont par contre cohérent à 5cm près concernant la largeur de l' *ambulacre* ainsi que l'épaisseur de ses murs. C'est donc au niveau du remblai soutenant la partie supérieure du deuxième *maenianum* que se trouvent les écarts de mesure. On part donc de l'angle de la basilique pour créer au premier niveau : la *précinctio*, le *podium*, l'*ambulacre* et son mur interne. Au deuxième niveau, la *précinctio* du deuxième niveau est par contre créée à partir du *podium* car on connaît sa longueur et son élévation. Cela nous donne 7m96 entre les *podia* du deuxième et du troisième niveau, ce qui corrobore la valeur de A.Caristie.

Il reste la substructure du premier *maenianum*. Ici encore la longueur des gradins n'est pas stipulée. Par contre, A.Caristie (fig. ??) nous dit que le repose-pied se trouve à 14m95 du centre de la *cavea* et que le *podium* du premier niveau se trouve 20m plus loin. On constate qu'en enlevant les 4m35 de la première *précinctio* aux 34m94 de A.Caristie, on obtient 30m59. Cette valeur est proche de la demi-longueur du mur de scène auquel on ôte la basilique :

$$51,96 - 21,47 = 30,49m.$$

Il ne manque que l'information de la largeur du marche-pied et de la couverture du caniveau pour connaître l'espace réservé au premier *maenianum* et terminer cette partie. Ces dimensions sont obtenues par mise à l'échelle des plans ?? et ?. Il reste également un doute sur le fait que la *précinctio* arrive bien à l'affleurement de la basilique, puisque ce n'est pas le cas sur la représentation de la coupe des *aditi* (voir fig. ?? et ??).

Une fois ce plan de coupe réalisé on utilise le **modifier "Screw"** sur 90° et le **modifier "Mirror"** (qui permet de recopier des objets en symétrie) pour obtenir un objet en volume sur un hémicycle. Le **modifier "Mirror"** permet de s'affranchir d'une étape au moment de fermer le maillage. Effectivement, pour pouvoir créer les arcades, les vomitoires et autres ouvertures, il faudra avoir un maillage fermé. Or, la présence des différentes galeries empêchent de créer simplement une face pour fermer la structure, il faut en créer plusieurs. En effet, Blender ne comprend pas quels points sont à relier ensemble si le problème n'est pas subdivisé. Il faudra donc créer des faces dont les bords sont concaves. L'utilisation du **modifier "Mirror"** permet de n'effectuer cette opération que sur un seul des cotés de l'objet. Appliquer le **modifier "Screw"** et fermer le maillage sera indispensable par la suite pour utiliser le **modifier "Boolean"**.

Cette structure va donc pouvoir être percée par différents objets, à commencer par les arcades donnant sur l'extérieur. Celles-ci sont créées en élévation grâce au plan de coupe théorique (fig. ??). Leur largeur de 3,419m est donnée par le plan de A.Caristie (fig. ??). On estime que l'entrée des *aditi* est également de cette largeur et s'élargit par la suite au niveau des *parodos*. On peut considérer que les arcades des trois niveaux ont une hauteur différente mais une largeur identique, notamment car les parois internes des *aditi* ne présentent pas de marque contredisant cette hypothèse. Si les arcades avaient fait tout le tour de la *cavea*, c'est à dire dans le cas où il le théâtre n'aurait pas été adossé à une colline, il y aurait eu 31 arcades sur chaque niveau. C'est le résultat que l'on obtient en prenant l'hypothèse que la largeur des arcades est constant tout comme leur espacement. Cela corrige le plan de A.Caristie qui lui, présente 33 arcades sur toute la périphérie. Un triplet

d'arcades verticales, placé au niveau de l'*aditus* oriental, est alors répété à l'aide d'un **modifier "Array"** de manière circulaire autour du centre de la *cavea* avec un angle de 6,13°. Leur nombre est paramétrable et importe peu puisque la colline viendra en masquer une partie, par contre, les arcades orientales devront être reflétées en miroir sur la partie occidentale. Effectivement, l'arcade de références étant sur la partie rectiligne de la *cavea*, on ne peut pas utiliser la rotation sur 180° car la dernière n'arriverait pas dans l'axe. On peut fixer à 15 le nombre de triplet d'arcades de chaque côté de la *cavea* dans un premier temps (c'est à dire toutes sauf celle dans l'axe) et lorsqu'on appliquera les **modifiers**, on supprimera celles qui sont complètement occultées par la colline. Ne pas mettre l'arcade centrale permet de visualiser l'effet de la soustraction sur la *cavea* avant l'application des **modifiers**. Effectivement, avec une seizième arcade on aurait une superposition de deux objets identiques au niveau du miroir et cela est mal géré par Blender dans un **modifier "Boolean"**.

Au niveau de la première et deuxième **précinctio**, on perce la structure à l'aide d'un nouveau **modifier "Boolean"** pour créer les *vomitoria* qui permettent d'accéder aux **ambulacres**. La forme qui va être soustraite à la *cavea* se compose d'un pavé droit créant un trou rectangulaire au niveau du *podium*, puis d'un demi-cylindre extrudé permettant de créer un couloir vouté allant jusqu'à l'**ambulacre**. Le niveau bas est au niveau de la **précinctio**, et le niveau haut arrive à 50cm en dessous du *podium*, en considérant que l'espace au dessus du vomitoire est du même ordre de grandeur qu'un gradin. Ces passages sont disposés dans l'espace entre deux caissons. La forme de référence est donc répétée avec un angle de 21,95° grâce au **modifier "Array"** et l'ensemble est pivoté de 2° autour de l'axe Z.

Une porte venant des *aditus* permet aux spectateurs de se rendre à mi hauteur de l'*ima cavea*. La modélisation de cette cage d'escalier est décrite dans la section 2.9, néanmoins, on note que l'"objet *cavea*" va être percée d'une ouverture permettant aux spectateurs de se rendre au dixième gradin.

Deux nouveaux objets séparés sont créés afin de modéliser la rue périphérique et ses murs intérieur et extérieur. Ils sont séparés de "l'objet *cavea*" afin de conserver une représentation fidèle au plan ???. Le mur intérieur est simplement le duplicata d'une arrête de la paroi supérieure du mur extérieur de la *cavea*, à laquelle on affecte les **modifiers "Screw"** et **"Solidify"**. Ceux-ci permettent de créer un mur circulaire sur la périphérie de la *cavea* et de paramétriser sa hauteur. Aucune donnée ne nous permettant de connaître l'élévation exacte de ce mur, nous laissons cette valeur modifiable dans le **modifier "Solidify"**. Sur ce mur sont découpées quatre portes alignées avec les escaliers E9 à E12 (voir fig. 1.4) conformément à la restauration de J-C.Formigé. Celles-ci auraient permis d'accéder à la *porticus in summa cavea* depuis la rue périphérique et ne sont que de simple hypothèses. Elles sont d'ailleurs facilement modifiables grâce au **modifier "Boolean"** qui rend la transformation non permanente. Grâce à un nouveau **modifier "Solidify"** et un **modifier "Mirror"**, ce mur est prolongé au dessus des *aditi*. La rue périphérique, ainsi que son mur extérieur, forment un objet séparé délimité par l'arrivée de deux escaliers périphériques représentés sur la figure 1.5. Cet objet est pivoté de 21° autour de l'axe Z et s'étend sur 94° à l'aide d'un **modifier "Screw"**. Ce dernier est appliqué définitivement afin de pouvoir retirer deux portes arquées alignées avec E9 et E12. Leur position est donnée sur la figure 1.5 et semble crédible d'après les restitutions de H.Daumet⁸. Leur forme est sous-entendue par la restitution de A.Caristie⁹ mais reste hypothétique. Le mur extérieur se prolonge d'ailleurs sous le niveau du sol sur une longueur que l'on estime grâce à cette

8. [BADIE et collab., 2013a, Pl. VII]

9. [BADIE et collab., 2013a, Pl. VI]

même référence.

2.3 Les *maeniana*

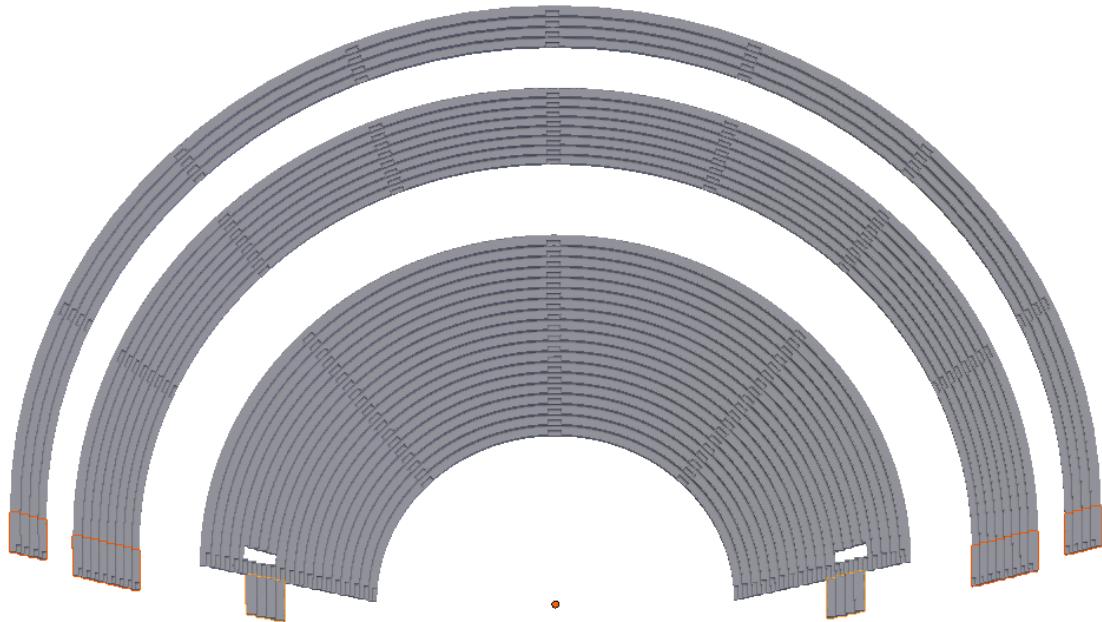


FIGURE 2.3 – Modélisation des *maenianum*

Les *maeniana*, c'est à dire les gradins, sont modélisés séparément de la *cavea*. Chacun des trois *maeniana* est modélisé à partir d'un objet plan, de forme quasi-triangle, créé d'après la forme du morceau de gradin antique apparaissant dans le théâtre (voir fig. 2.4a). Les gradins étaient à priori assemblés à partir de blocs rectangulaires sciés en deux sur une diagonale décalée d'une dizaine de centimètres à partir de l'angle. Ce méplat permettait de poser les blocs les uns sur les autres. Le reste de leur longueur reposait sur de l'*opus caementicium*, sorte de remblai constitué de mortier et de tout-venant qui n'est pas modélisé.

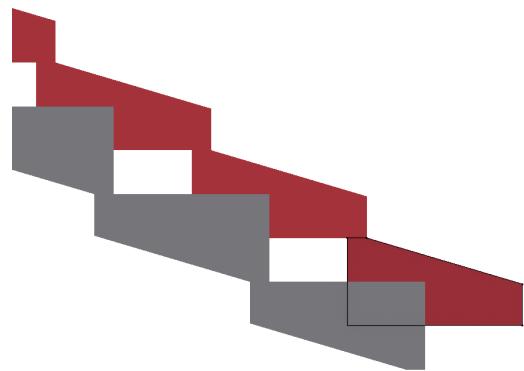
On commence par créer le repose-pied dont on place l'extrémité à 14m95 du centre (fig. ??). Sa largeur sera de 50cm dont 40cm apparents et 10cm recouverts par le premier gradin. Le premier gradin est donc placé à 15m35 du centre et possède un méplat de 10cm positionné au dessus du marche pied. La hauteur du gradin est des 45cm et sa partie haute mesure 89,6cm au total, dont 10cm recouvert par le gradin suivant. Celui-ci sera répété 19 fois avec un **modifier "Array"** dont le décalage relatif est de 1 sur Z et 0,889 sur X (ce qui permet de positionner sur son méplat le gradin suivant). Le dix-neuvième gradin arrive ainsi à 30m59 du centre, ce qui permet bien à la **précinctio** de le recouvrir de 10cm comme s'il s'agissait d'un ultime gradin. De la même manière, pour le deuxième *maenianum*, on place le premier gradin à 95cm du bord du *podium* comme indiqué sur la figure ?? et on donne comme longueur 69cm apparents et 10cm recouverts par le prochain gradin. Sa hauteur est également de 45cm. On répète la forme 8 fois avec le même **modifier "Array"** pour que le dernier gradin arrive à 41m50 du centre, soit 10cm de plus que la **précinctio**. On effectue exactement la même opération sur le troisième *maenianum*, lui donnant une hauteur de 49cm et une longueur de 85,7cm dont 10 recouverts par le gradin suivant. On constate donc que le deuxième *maenianum* présente une pente de

33,11°. Celle-ci est plus raide que pour le premier *maenianum* dont la pente est de 29,48°. Par ailleurs le troisième *maenianum* présente une pente de 32,9°, soit à peu près comme le premier, mais avec plus de hauteur et de profondeur.

À partir de ces objets plans, on applique le **modifier "Array"** selon le nombre de gradins par *maenianum*, soit respectivement 19, 8 et 4 (la *précinctio* faisant office de gradin supplémentaire). On peut alors utiliser ensuite un **modifier "Screw"** pour extruder la forme sur 180°. De la même façon, on extrude les formes rectangulaires du repose-pied situées devant le premier gradin, ainsi que la couverture de caniveau. Au dessus des *aditi*, on duplique la forme de base des trois *maeniana* pour en faire une partie rectiligne de 3,6m à l'aide d'un **modifier "Solidify"**. Les deuxième et troisième *maeniana* sont complets sur cette partie, tandis que le premier ne comporte que les gradins 10 à 14. Ces gradins rectilignes sont symétrisés grâce à un **modifier "Mirror"**.



(a) Le repose pied et le premier gradin du premier *cuneus*: vu de l'extrême nord avec au premier plan, le mur bordant l'*aditus* est



(b) Modélisation des *maenianum* et de l'emprunte des escaliers à retirer après application des modifieurs Array et Screw

En ce qui concerne les escaliers, nous créons d'abord une forme plane de base pour un gradin. Chaque marche mesure la moitié de la hauteur et de la profondeur apparente d'un gradin, et, il s'agit d'en découper le coin extérieur. Pour cela, pour chaque *maenianum*, on crée une copie du gradin de référence (la forme plane sans modificateur) à qui on fait effectuer une rotation de 180° autour de sa normale. On place ensuite le coin extérieur de la copie au centre du gradin (voir fig. 2.4b) et on la décale de cinq centimètres sur sa longueur. On applique alors à cet "objet escalier" le même **modifier "Array"** que pour les gradins afin de répéter la forme sur toute la hauteur du *maenianum*. On utilise ensuite un **modifier "Solidify"** pour donner à l'escalier sa largeur. Cette valeur est fixée d'après¹⁰ mais reste modifiable. On utilise à nouveau un **modifier "Array"** pour répéter de manière circulaire les escaliers autour du centre de la *cavea*. On a ainsi cinq escaliers au niveau du premier *maenianum* et neuf au niveau des deuxième et troisième. L'escalier de référence est sur l'axe X (donc en $y = 0$). Pour le premier *maenianum* on le répète tous les 45°. Pour les deuxième et troisième *maeniana*, l'escalier de base est répété comme les caissons et les vomitoires, avec un angle de 21,95°, et, en leur faisant faire une rotation de 23,95° par rapport l'origine. Il y a néanmoins une subtilité pour ce qui concerne les marches alignées avec les *parodos*. Pour le premier *maenianum*, ces marches ne sont pas centrées sur l'axe des X, mais décalées de la moitié de leur largeur. Les dix premiers gradins s'arrêtent en $y = 0$, on aurait eu des marches deux fois trop étroites à cet endroit, de même qu'au niveau de

10. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XIX]

la tribune. Pour les modéliser, il suffit de dupliquer l'objet de base utilisé pour soustraire les marches et paramètrer son **modifier "Solidify"** avec un offset de -1 au lieu de 0. Cela permet d'extruder le plan d'un coté uniquement, alors qu'un offset 0 extrude le plan de part et d'autre. On effectue la même démarche pour le repose-pied. Pour les deuxième et troisième *maeniana*, les traces présentes sur le mur des basiliques indiquent que les escaliers étaient en bordure de gradins. Les marches alignées avec les *parodos* sont donc creusées en utilisant une copie de la forme de base décalée de 3,6m sur l'axe Y. On utilise un **modifier "Mirror"** pour les rendre symétriques par rapport au centre de la *cavea*. Une fois les **modifiers** appliqués sur les *maeniana* et le maillage fermé, on peut soustraire les marches d'escaliers à l'aide d'un **modifier "Boolean"**. On soustrait également une marche sur chaque **précinction** de "l'objet *cavea*". Le premier *maenianum* est également percé, tout comme la *cavea*, au niveau de l'entrée menant au dixième gradin.

2.4 Les *aditi* et les tribunes

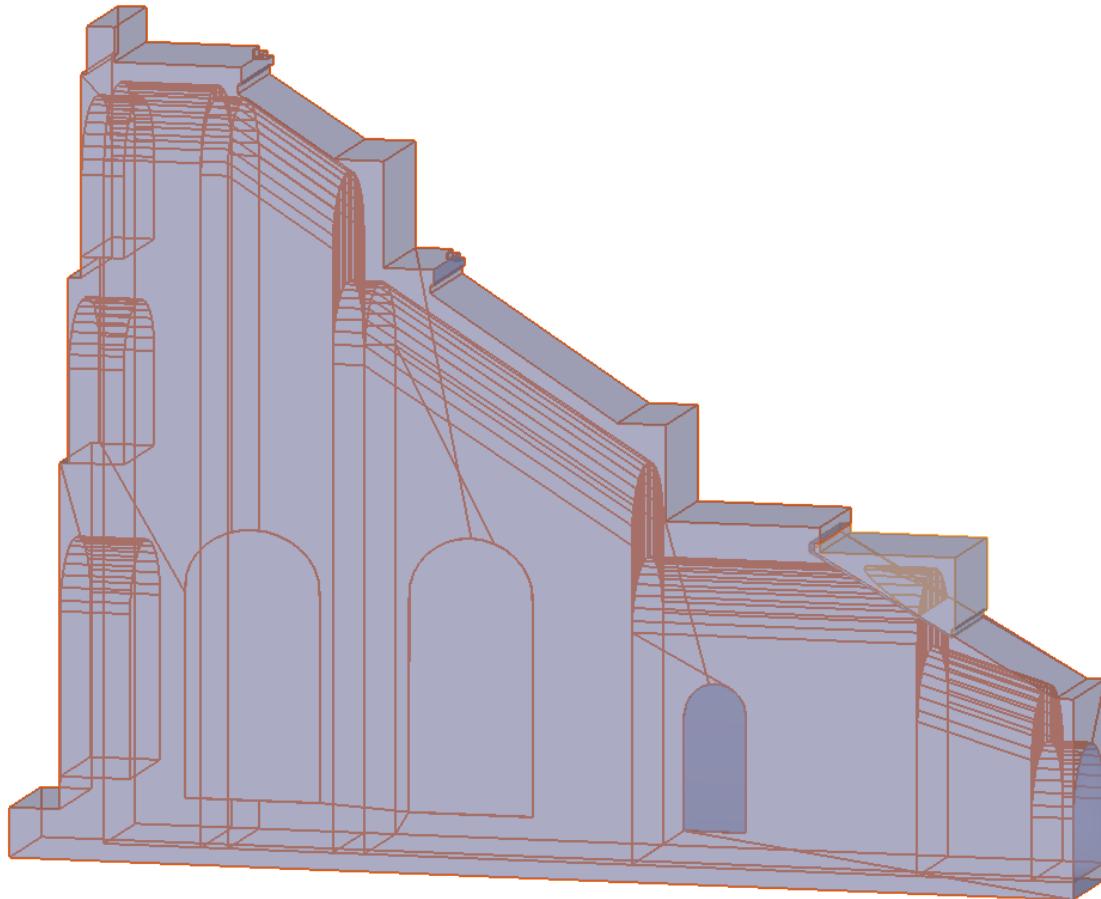


FIGURE 2.5 – Modélisation de l'*aditus* occidental et de sa tribune

les *aditi* sont en réalité une extension de la *cavea* qui se prolonge de manière rectiligne sur l'axe Y (sud-nord). Il est important pour le modèle numérique qu'il y ait jonction entre "l'objet *cavea*" et les "objets *aditus*", en tout cas sur la partie commune, c'est à dire, partout excepté au niveau des *parodos*. Or, les relevés (voir fig. ?? et ??) stipulent des mesures qui différents d'un *aditus* à l'autre. Par ailleurs, ces plans donnent également des informations contradictoires avec la coupe théorique de la *cavea* (fig. ??) ayant servie de

référence pour la modélisation de "l'objet *cavea*". Néanmoins, nous avons vu dans la section 2.2 les différentes causes possibles d'incohérence au niveau des cotes. Il faut donc trancher, et dans un premier temps, nous modélisons les *aditi* est et ouest de façon à ce qu'ils coïncident avec la *cavea* théorique. Il sera facile dans un deuxième temps d'affiner les cotes de chaque *aditus* si l'on souhaite que le modèle porte ces informations. On comprend donc qu'il s'agit ici d'un choix de modélisation privilégiant des cotes théoriques, ou en tout cas moyennes, en dépit de cotes exactes relevées en certains points précis. Cela permet d'avoir une *cavea* à un niveau d'élévation parfaitement constant d'une *basilique* à l'autre.

L'intérieur des *aditi* est composé d'un enchainement de voûtes en berceau permettant le passage sous la *cavea*. Les mesures de ces voûtes sont données par la figure ?? pour l'*aditus* occidental, et la figure ?? pour l'*aditus* oriental. Un objet à l'est et un objet à l'ouest, épousant la forme de ces voûtes, sont créés par extrusions successives, et permettent de creuser les "objets *aditus*" par **modifier "Boolean"**. Ces voûtes sont alignées sur l'axe X (est-ouest) et centrée à 1m80 de l'origine car, la figure ?? indique que la partie rectiligne de la *cavea* mesure 3m60. Leur largeur, et donc la largeur des *parodos*, est de 1,52m d'après¹¹ et en appliquant le règle 1. les *aditi* sont symétrisés à l'identique à l'est et à l'ouest par un **modifier "Mirror"**, mais, les voûtes à l'intérieur sont différenciées et modélisées selon les figures ?? et ?. La partie extérieure est modélisées grâce à une copie de l'objet *cavea* que l'on coupe à partir du dixième gradin pour laisser l'espace aux *parodos*. L'objet plan est ensuite épaissi de 3,6m grâce à un **modifier "Solidify"**. Il est important de noter que tant qu'un **modifier** n'est pas appliqué, il est toujours possible de le masquer ou de le modifier. A la différence du **modifier "Screw"**, le **modifier "Solidify"** permet l'utilisation du **modifier "Boolean"** sans avoir besoin de l'appliquer définitivement. Cela laisse une grande flexibilité quand à la modifiabilité du modèle. les *aditi* sont percés par deux grandes baies à arcature donnant dans les basiliques. Les figures ?? et ?? en donne les élévations tandis que leur largeur est donnée par A.Caristie (fig. ??) du côté occidental. Celles-ci seront réutilisées du côté oriental. les *aditi* sont également percés par la porte (symétrisée en miroir) donnant accès aux tribunes, dont la modélisation est décrite dans la section 2.9.

La tribune est modélisée séparément afin de venir s'imbriquer sur l'*aditus*. Elle repose sur le quatorzième gradin et s'élève jusqu'à 48m98, soit environ la moitié du dix-neuvième (voir fig. ??). Sa bordure donnant vers l'orchestre est alignée avec celle du quinzième gradin. Elle est symétrisée par un **modifier "Mirror"**.

2.5 Le mur de scène et ses *basiliques*

Le mur de scène ainsi que ses deux basiliques constituent un bloc distinct. La base est entièrement créée grâce aux cotes de la figure ?. La première étape est de positionner un point aux coordonnées [-51,96; 3,52; 40] correspondant au point sud-ouest de la base de la basilique ouest. On extrude alors ce point selon les axes X et Y, en respectant les cotes indiquées, afin de tracer la forme extérieure du mur. Les cotes de profondeur de basiliques ne correspondent pas entre la partie orientale et occidentale, on utilise donc la règle 1 afin de s'assurer que la façade nord soit bien alignée avec l'axe X. Construire un mur tilté aurait grandement compliqué la modélisation sur reste du bâtiment. Lorsqu'une cote n'a pas été spécifiée, on utilise la mise à l'échelle du plan. La seule partie qui n'est pas alignée sur les axes X et Y est l'**exèdre** curviligne enclavant la porte royale. Celle-ci est modélisée

11. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XXI]

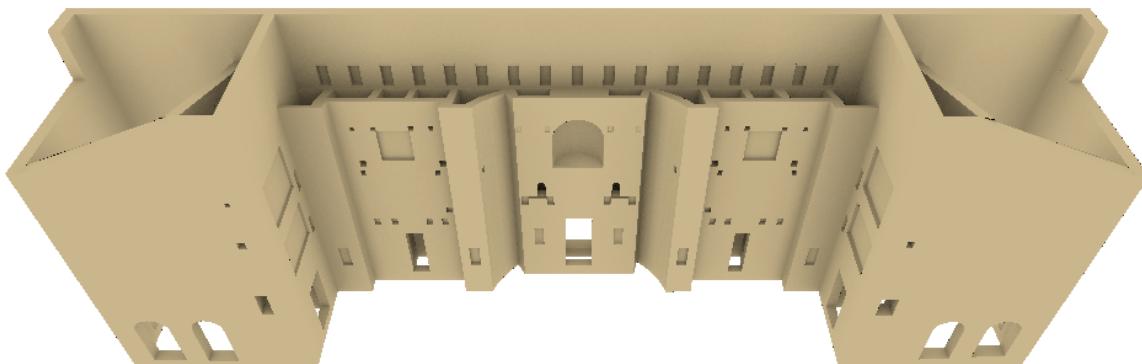


FIGURE 2.6 – Modélisation du *postscaenium* et de ses *basiliques*

à partir d'un cercle de 23,5m de diamètre pour lequel on ne garde que six segments à gauche et sept à droite. Cela forme la partie incurvée du mur. Une fois le contour de la base complet, on extrude le plan ainsi obtenu verticalement jusqu'à 76,42m, ce qui correspond à la plus haute élévation du mur. Sont ensuite créées des objets aux dimensions des pièces et traversant le mur dans toute sa hauteur. A l'aide d'un *modifier "Boolean"* ces objets sont soustraits à la forme de base. On note quelques valeurs aberrantes sur le plan de ¹², sûrement dues à des erreurs de recopie, et qui sont à présent corrigées dans le modèle numérique.

La même méthode est utilisée pour découper le haut du mur qui supportait le toit. On s'appuie alors sur la restitution de A.Caristie (voir fig. 1.7a et 1.7b) qui propose, pour la partie sommitale du front de scène, une taille en biseau permettant de soutenir les poutres de la couverture de scène. Cet angle de 19,25° est aligné avec les traces que la couverture a laissé sur le mur, et coupe l'intégralité du sommet du *postscaenium*. On notera que la modélisation nécessite une valeur d'angle plus précise que celle du rapport de l'*IRAA* ¹³ de 19°. On creuse également la façade sud du mur nord avec un "objet poutre", dont la modélisation est expliquée dans la section 2.7, afin de créer les trous d'enca斯特ment. La partie sommitale des *basiliques* est également découpée en soustrayant un objet dont la forme est dessinée selon la méthode suivante : Ayant plus d'information sur la basilique occidentale que sur l'orientale, la même forme sera reproduite en miroir pour les deux basiliques et on appliquera le modifier pour pouvoir modifier les cotes qui diffèrents. Avec de nouvelles informations il sera par la suite facile pour les archéologues d'affiner les autres cotes de la partie orientale en corrigeant cet objet. Le sommet des murs est et ouest des *basiliques* se présente horizontalement tout comme la partie au dessus des *parascae-nia*. Nous les plaçons selon les élévations des figures ?? et ?. Sur le mur sud, ces deux parties se rejoignent avec une pente de 21°. On laissera le mur nord revenir sur les flancs extérieurs sur 4,3m ¹⁴. Pour créer la pente sommitale du mur séparant la *basilique* avec la cage d'escalier, on utilise la figure ?. Ce mur soutenait la charpente de la couverture. On constate à ce stade un problème d'incohérence avec le plan ?? qui indique, comme longueur de mur, 15m44. En appliquant l'échelle de la figure ??, on obtient 16m de longueur. Ce plan a pourtant l'air correct car les dimensions de la porte donnant dans les combles correspond bien à celles indiquées dans le rapport. On comprend alors que l'épaisseur des murs diminue avec la hauteur. Cet amincissement s'opère à priori au moment des

12. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XXI]

13. [BADIE et collab., 2013b, fig. 24]

14. [BADIE et collab., 2013b, p. 38]

changements d'ordre, et paraît logique d'un point de vue architecturale. Effectivement, les parties hautes sont souvent plus fines que les parties basses afin d'alléger la charge et améliorer la portance. Il suffit donc d'augmenter la longueur des salles des **basiliques** au niveau du troisième ordre pour obtenir la bonne cote. N'ayant pas d'information précise sur l'épaisseur des murs entre les combles et la base du théâtre, nous conservons les cotes initiales pour le reste du bâtiment. Néanmoins, ces données pourront être affinées par la suite.

Pour réaliser les 17 portes donnant sur la *porticus post scaenam*, on utilise également le plan ??, en réalisant une mise à l'échelle lorsque les valeurs numériques de largeur ne sont pas indiquées. La modélisation de leurs élévations n'est malheureusement pas très précise car, faute de valeur numérique, celles-ci sont estimées grâce aux dessins de H.Daumet ¹⁵. On note que certaines portes arrivent à l'affleurements des pièces du *post-scaenium*, or, les **modifier "Boolean"** se comportent mal lorsque deux faces sont superposées entre l'objet soustrait et l'objet à soustraire. Pour résoudre ce problème, on décale la porte de quelques millimètres, ce qui créera une légère saillie sur le mur, mais qui pourra être corrigée une fois le modifier appliqué. A l'intérieur du *postscaenium* se trouvent également des passages permettant d'accéder d'une pièce à l'autre pour chaque étage. On utilise les figures 1.3, 1.4 et 1.5 pour les placer dans le plan XY et on les positionne en élévation au niveau du bas du *podium* de chaque ordre. Leur forme est donnée par A.Caristie ¹⁶

La façade du front de scène possède elle aussi des trous d'enca斯特ment ayant pour leur part servis à accrocher la décoration. Ceux-ci sont créés à l'aide d'un **modifier "Boolean"** en respectant les mesures d'élévation du plan ?? . Sur cette même façade sont également percées les trois portes traversant le *postscaenium* ainsi que les différentes niches représentées sur ce plan. Tous ces objets sont modélisés par mise à l'échelle des plans ¹⁷ ou grâce aux valeurs numériques indiquées dans le rapport ¹⁸. Ils sont symétrisés par rapport à la porte royale. Effectivement, les informations recueillies concernent principalement la partie occidentale et ne reflètent que l'état actuel du mur. L'érosion des arrêtes fausse donc de toute façon une éventuelle restitution exacte. L'étude de ces encastrements ne peut donc être décorrélée de la restitution globale du décor du front de scène (voir 3.4). De part et d'autre de la porte royale se trouvent deux niches créées par la soustraction d'un demi-cylindre verticale. Au-dessus, à la frontière avec le second ordre se trouvent de petites baies à arcature. Encore au dessus, et centré sur le front de scène, se trouve une grande niche abritant aujourd'hui une statue dite d'Auguste. Cette niche est l'emprunte d'un demi-cylindre vertical dont la face supérieur est un demi-cylindre horizontal. L'assemblage se fait en faisant la différence de ces deux objets et en pointant les normales du demi-cylindre du haut vers l'extérieur. Au dessus des portes latérales du front de scène et au niveau du troisième ordre se trouvent deux niches que l'on creuse dans le mur sur la moitié de son épaisseur. Cela correspond également à la profondeur de la porte d'après le plan ?? . Leur emplacement est déterminé par le plan ?? . En considérant ces deux plans ainsi que le relevé ?? , on crée, sur les murs de retour, les portes donnant accès aux *parrascaenium*, les niches, ainsi que les ouvertures qui permettaient vraisemblablement à l'époque l'apparition de personnages sur des balcons. De la même manière on produit trois ouvertures rectangulaires sur la façade sud de la **basilique** ouest (voir fig. ??) et deux sur la **basilique** est (voir fig. ??). L'ouverture la plus basse est une porte menant de la première **précinctions** au premier étage des **basiliques**.

15. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XII, XIII, XIV]

16. [BADIE et collab., 2013a, Pl. II]

17. [BADIE et collab., 2013a, oeuvre intégrale]

18. [BADIE et collab., 2013b, Chap. II]

2.6 Le *pulpitum* et l'*orchestra*

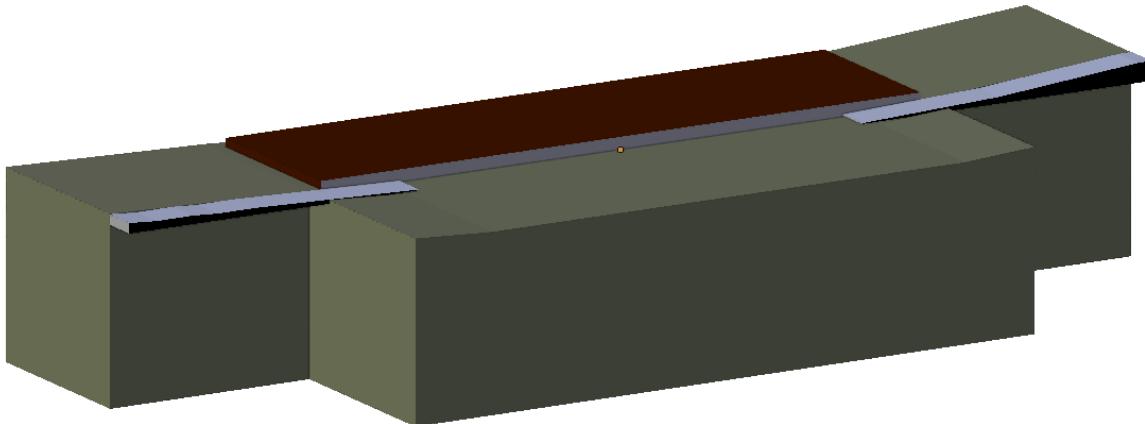


FIGURE 2.7 – Modélisation de la scène (marron), l'*orchestra* (vert) et le sol des *parodos* (gris)

Le *pulpitum*, autrement dit l'estrade de scène, a aujourd'hui complètement disparu et a été remplacé par un plancher moderne. Il reste néanmoins des traces sur le mur de scène qui permettent de s'approcher de sa version antique. Les figures ?? et ?? donnent les élévations du *pulpitum* ainsi que de l'orchestre sur les extrémités orientales et occidentales. Ces mêmes plans donnent aussi les niveaux du sol des *parodoi*. Nous créons donc un objet selon ces élévations. La différence étant notable à l'est ou à l'ouest, l'objet n'est pas symétrisé mais bien singularisé de chaque coté. La face inférieure termine au même niveau d'élévation que l'orchestre pour faire jonction. Entre les deux *aditi*, le front du *pulpitum* était ornée d'une frise de 75cm d'épaisseur terminant a ses extrémités par deux escaliers de quatre marches et larges de 89cm¹⁹. La frise est ainsi créée par extrusion et les escalier par d'opération de différence à l'aide d'un modifier "Boolean".

L'orchestre est une forme volumique dont la face supérieure représente le sol. Il pourra être, dans une prochaine étape, creusé à l'aide de modifier "Boolean" pour réaliser l'*hyposcaenium* et le caniveau²⁰. Cet objet sera également de sol à l'intérieur des *basiliques*. De la même manière que la couverture du caniveau (voir 2.2) nous créons le *balteus* d'après les relevés de A.Carisite²¹. Son épaisseur est fixée à 13cm conformément aux éléments encore visible en bordure de la moitié orientale de l'*orchestra*²². Sa hauteur est fixée à 1m50 comme celui du théâtre antique de Sabratha²³ est n'a donc qu'un rôle purement illustratif.

2.7 Les couvertures du bâtiment de scène

Nous avons expliqué dans la section 1.3.2 quelles sont les hypothèses de restitution de la couverture du *pulpitum* et avons vu que plusieurs propositions existent. Nous en avons choisi une, à implémenter dans le modèle, sans toute fois entrer dans une étude de construction architecturale. Nous modélisons donc l'hypothèse de toiture parallélépi-

19. [FORMIGE, 1916, p. 458]

20. [BADIE et collab., 2013b, Chap. VI]

21. [BADIE et collab., 2013a, Pl. I]

22. [BADIE et collab., 2013b, p. 340]

23. [LACHAUX, 1970, p. 96]

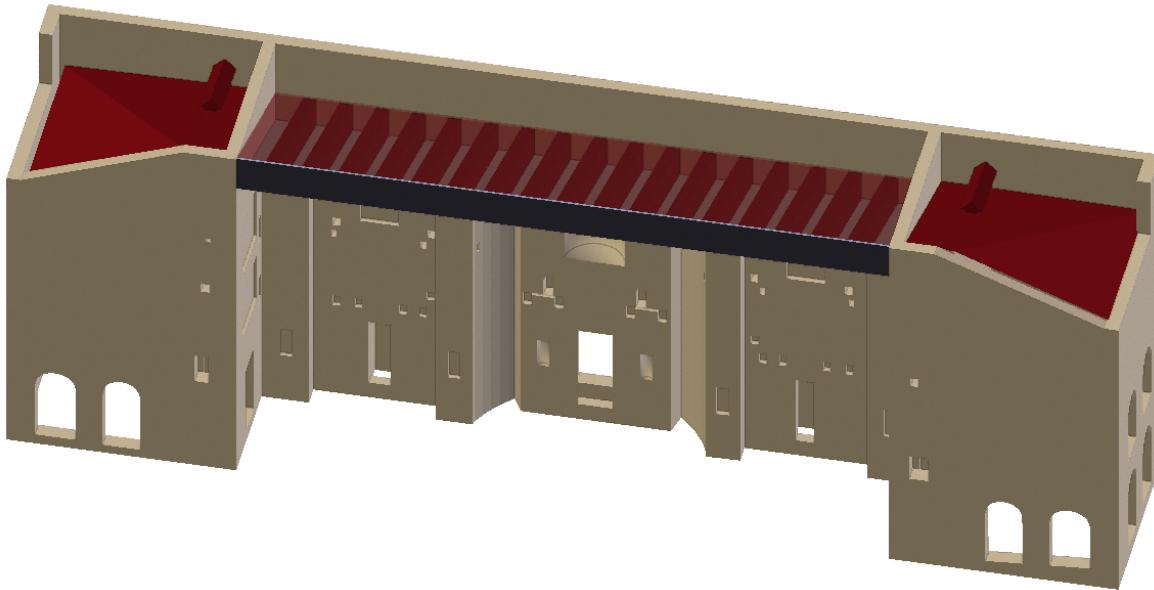


FIGURE 2.8 – Modélisation des couvertures de scène et des basiliques

pédique²⁴, qui remet en question celle de A.Caristie de forme triangulaire (voir fig. 1.7a et 1.7b). Nous créons donc, dans le plan YZ, un parallélogramme incliné à 19,25°, épousant l'emprunte dans le mur donnée par la figure 1.7b. Cette forme plane est placée à 27,25m du centre sur l'axe X pour correspondre à la figure ???. En utilisant un **modifier "Solidify"** sur 1,2m nous créons la largeur de la poutre. Cette largeur est une moyenne approximative déterminée d'après les trous d'encastrement actuellement visibles. Ceux-ci ayant subi de nombreuses altérations, il est très difficile de déterminer une largeur exacte sans une étude approfondie du sujet. L'IRAA explique d'ailleurs que plusieurs toitures différentes auraient été testées, voire utilisées, durant le vie du théâtre et qu'il n'y a donc pas une unique solution²⁵. Néanmoins, une simple modification du paramètre de largeur permettra de tester facilement les différentes hypothèses. Cette poutre est alors répétée dix-sept fois avec un espacement de 2,83m par un **modifier "Array"** (espacement moyen estimé pour les mêmes raisons que les largeurs). Nous créons ensuite un nouvel objet composé de trois plans de quelques centimètres d'épaisseur, allant d'une basilique à l'autre, et encapsulant les poutres par le dessus, le dessous et le l'avant. Le plan de devant est vertical et simule l'emplacement d'une frise décorant la devanture du toit. Les deux autres simulent respectivement le dessus et le dessous de la toiture.

Nous avons vu dans la section 2.5 comment a été modélisé le sommet des **basiliques** et quelles en étaient les cotes. Nous reprenons donc ces valeurs pour modéliser la couverture de cette partie du bâtiment. On utilise uniquement des objets plans car l'aspect volumique ne nous intéresse pas à ce stage de l'étude. Seule la forme et la présence de cet objet nous est utile et celui-ci pourra être améliorer par la suite par des experts charpentiers. La structure se compose d'une partie plate inclinée à 21° (comme le mur la soutenant) couvrant le *parascaenium* et la cage d'escalier et d'un plan, couvrant la **basilique**, coupé en deux triangles, représentant l'**arêtier** (voir section 1.3.1). L'IRAA décrit la présence d'un "petit toit à double pente"²⁶ au dessus de la cage d'escalier permettant de monter sur le toit. Celui-ci est modélisé à titre démonstratif mais trop peu d'informations

24. [BADIE et collab., 2013b, Chap. I, sect. 6]

25. [BADIE et collab., 2013b, p. 34]

26. [BADIE et collab., 2013b, p. 34]

sont disponibles pour nous permettre d'utiliser des cotes précises.

2.8 La *porticus in summa cavea*

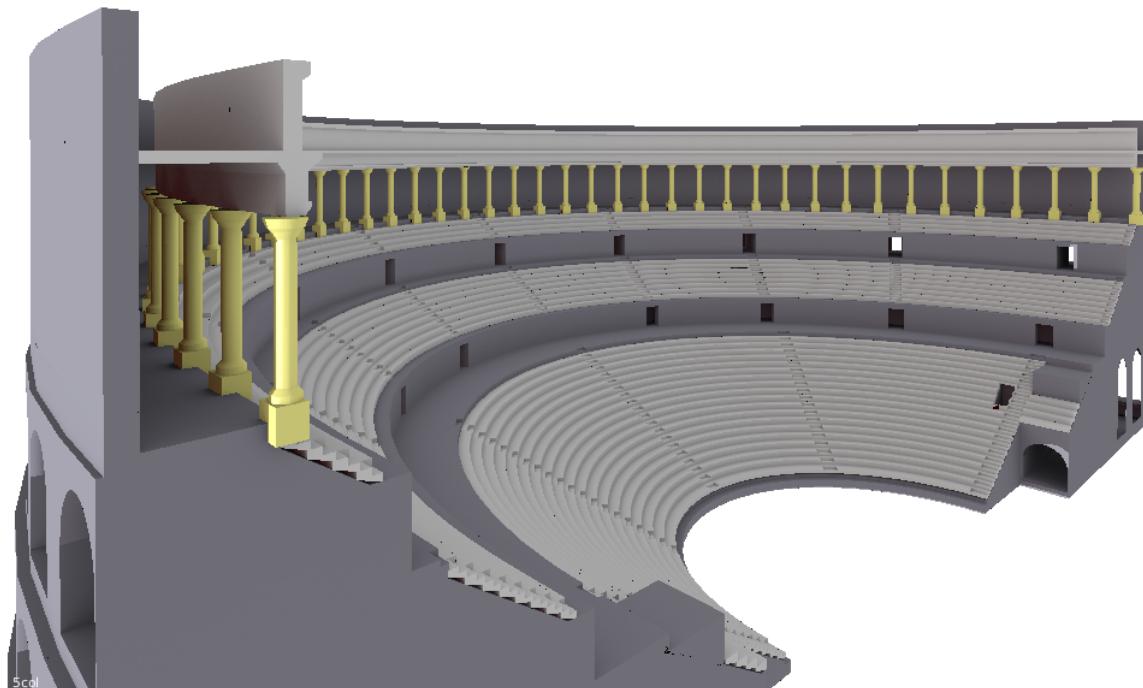


FIGURE 2.9 – Modélisation de la *porticus in summa cavea*

Au dessus du troisième *maenianum* se trouvait une *porticus in summa cavea* faisant tout le tour de la *cavea*. La première colonne était encastrée sur la moitié de sa largeur dans le mur de la basilique. C'est d'ailleurs grâce à cela que l'on peut connaître ses dimensions. On sait par ailleurs que l'entrecolonnement d'un portique était constant et précis dans les théâtres romains. On crée donc la première colonne avec une forme géométrique grossière correspondant au dessin de A.Caristie (fig. ??) que l'on duplique en miroir. Ces deux colonnes sont créées séparément car elles sont au dessus des *aditi*, donc en dehors du cercle formé par la *cavea*. On va ensuite créer le reste des colonnes circulairement autour de la *cavea* comme nous l'avons fait pour les caissons soutenant le troisième *maenianum* (voir 2.2). Or, on se pose la question du nombre de colonnes qu'il y a en tout. A.Caristie suppose qu'il y en 34, c'est à dire cinq pour les *cuneus* aux extrémités de la *cavea* et quatre aux autres. On prend comme hypothèse que les escaliers arrivent toujours à égale distance de deux colonnes successives. On mesure entre la première colonne et l'escalier E13 (voir 1.4) un angle de 28,35°. Cet angle correspond à $n + 0,5$ fois l'entrecolonnement que l'on cherche. Dans l'hypothèse de A.Caristie, il y a quatre colonnes par *cuneus*, plus une encastrée. Sur le rapport de l'IRAA²⁷ il y en à quatre aussi pour les six *cuneus* centraux et deux de plus pour les *cuneus* latéraux. On remarque que dans ce dessin, l'entrecolonnement n'est pas régulier, ce qui est contraire à nos hypothèses de modélisation. On va donc chercher le nombre de colonnes nécessaires pour répondre à nos conditions avec une, deux ou trois colonnes supplémentaires sur les *cuneus* latéraux. On résout alors le système d'équation suivant :

27. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XX]

$$\begin{cases} \alpha \times n_{Col} = 21,95 \\ \alpha \times (n_{Col} + n_{Sup} - 0,5) = 28,35 \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec :

α : l'angle décrit entre deux colonnes

n_{Col} : le nombre de colonnes dans les cuneus centraux

n_{Sup} : le nombre de colonnes en plus dans les cuneus latéraux

On obtient :

$$n_{Sup} = 1 \Rightarrow \alpha = 12,8^\circ \text{ et } n_{Col} = 1,7$$

$$n_{Sup} = 2 \Rightarrow \alpha = 4,7^\circ \text{ et } n_{Col} = 5,14$$

$$n_{Sup} = 3 \Rightarrow \alpha = 2,56^\circ \text{ et } n_{Col} = 8,57$$

Ces résultats montrent que l'agencement le plus probable est d'avoir cinq colonnes par *cuneus* et deux de plus pour les extrémités de la *cavea*. On ne tombe cependant pas sur un chiffre rond mais on peut estimer que cette erreur de $0,14^\circ$ est négligeable sur l'ensemble de la structure. Dans le modèle, nous positionnons donc une colonne en $y = 0$ et en $x = -46,78m$ (distance correspondant à la troisième *précinctio*). Celle-ci est répétée 42 fois pour atteindre 180° et se retrouver en symétrique de l'autre côté de la *cavea*. On utilise pour cela un **modifier "Array"** avec un angle de $4,39^\circ$, soit $180^\circ/41$. On obtient donc un entrecolonnement de :

$$\frac{l}{2} = 46,78 \times \sin\left(\frac{180}{2 \times 41}\right) \quad (2.2)$$

$$\text{soit } l = 3,58m$$

La première colonne, et son symétrique, sont encastrées de moitié dans le mur de la basilique en $y = 3,6m$, ce qui nous donne bien un entrecolonnement régulier sur l'ensemble de la *porticus in summa cavea*. Sa couverture est modélisée à partir de la représentation de A. Caristie²⁸ puis extrudée à l'aide d'un **modifier "Screw"** autour de la *cavea*. Elle est dupliquée et étendue au dessus des *aditi* à l'aide d'un **modifier "Solidify"** couplé à un **modifier "Mirror"**. On constate sur la figure 2.9 que les vomitoires séparent bien les colonnes du portique par groupe de cinq et qu'il en reste deux au dessus des *aditus*.

2.9 Les escaliers

2.9.1 Accès aux tribunes par les *aditus*

À l'est et à l'ouest, depuis l'intérieur des *aditus*, certains spectateurs privilégiés avaient accès aux tribunes par un escalier menant à la moitié de l'*ima cavea*. Ceux-ci n'ont pas été restaurés mais le plafond vouté est néanmoins visible aujourd'hui (voir fig. 2.10). Pour modéliser cet escalier, on sait que la première marche commence à 41,11m d'altitude et la dernière arrive à 45,58m. Or celui-ci débouchait probablement au dixième gradin, là où la partie basse de la *cavea* s'arrête et où la partie haute est soutenue par l'*aditus*. On a donc 20 marches d'une hauteur de 22,35cm. À partir de la première marche, que l'on ajuste en longueur, et à l'aide d'un **modifier "Array"**, on complète l'escalier pour arriver au dixième gradin. On perce alors la *cavea* avec un objet représentant l'ouverture dans les gradins. A compléter ...

28. [BADIE et collab., 2013a, Pl. III et VI]

29. [BADIE et collab., 2013b, fig. 418]



FIGURE 2.10 – *Parodos* oriental et entrée menant à l’ *ima cavea*²⁹

2.9.2 Accès à la *cavea* depuis l’extérieur

2.9.3 Les cages escaliers des *parascaenium* et les paliers internes

On place également en haut des basiliques un plancher supporté par six poutres qui faisait office de combles. Les trous d’encastrement supposent des poutres alignées sur l’axe est-ouest de largeur : 55cm, de hauteur 48cm et enfoncées de 48cm en moyenne. Nous en modélisons une que nous plaçons à l’aide du plan ?? et que nous répétons six fois avec un [modifier "Array"](#) avec une espacement de 4,18m. Cette structure sera dupliquée pour créer les deux autres paliers de la basilique. Leurs élévations sont données par ... explication des escaliers

2.9.4 Les escaliers extérieurs

Section à reprendre ...

À l’est et à l’ouest, la première porte d’arcades après l’*aditus* donnait sur un escalier permettant d’accéder au premier *ambulacre*. L’escalier oriental (fig. 435) a été restauré avec 31 marches par J.-C. Formigé, qui l’a fait aboutir dans l’*ambulacre* à un niveau de sol séparé par 4 marches de celui de la première *précinctio*. A. Caristie restituait un escalier de 24 marches conduisant à un premier *ambulacre*, dont le niveau de sol aurait été beaucoup plus bas que celui de la première *précinctio* (pl. VI). Une dizaine de marches aurait permis d’aller de l’*ambulacre* à la *précinctio*. Du côté ouest, J.-C. Formigé a restauré un escalier de 32 marches conduisant à l’*ambulacre* (fig. 428)

2.10 La colline Saint-Eutrope

La colline Saint-Eutrope, qui soutient le théâtre sur sa partie méridionale, a été modélisée d’après les lignes d’altitude représentées sur la figure ?? . On commence par créer la ligne la plus basse que l’on trace point par point pour faire une face de base. Celle-ci sera alors extrudée vers le haut six mètres par six mètres. Tranche par tranche, on ajuste les points pour coller au plan. Seule la partie soutenant le théâtre nous intéresse, la partie sud de la colline se termine donc simplement en reliant les points du flanc ouest et est. Les élévations ont ensuite été légèrement adaptées tranche par tranche pour s’encastrer

au mieux dans le théâtre. La colline est donc actuellement peu précise et il est nécessaire de l'affiner à l'aide d'un document détaillant mieux sa géométrie. Il sera notamment appréciable d'affiner précisément la partie soutenant le théâtre ce qui risque d'être difficile de par la non accessibilité du terrain. Le plus important est d'être précis sur la substructure de la *cavea* en plaçant les murs séparant les **ambulacres** de la colline précisément. Effectivement la roche naturelle n'était pas apparente à l'intérieur du théâtre. Elle l'est aujourd'hui par endroit, notamment dans les pièces de type "grotte" du premier **ambulacre**, mais celles-ci ne sont pas d'origine. On utilise un effet "*smooth*" pour lisser les arrêtes et rendre l'aspect plus naturel.

Chapitre 3

Applications

« *Imagination is as effortless as perception, unless we think it might be ‘wrong’, which is what our education encourages us to believe.* »

Keith Johnstone

Sommaire

3.1 Le <i>velum</i>	42
3.2 Le rideau de scène	44
3.3 Les systèmes de particules	44
3.3.1 Les spectateurs	44
3.3.2 Les arbres	45
3.4 Autres projets ayant utilisé le modèle	45
3.4.1 Restitution du décor du front de scène	45
3.4.2 Graphisme et animation	45
3.4.3 Réalité virtuelle	45

Introduction

Le modèle numérique décrit dans la partie précédente tend à restituer de manière simplifiée le théâtre d'Orange dans sa version d'origine. Le maillage n'est fait que de formes géométriques simples, c'est à dire avec un niveau de détail ne descendant pas en dessous de la dizaine de centimètres. Les cotes sont par contre précises lorsqu'elles proviennent d'un plan référencé. Mais il est important de noter que ce projet s'inclut dans une thématique plus vaste de restitution du théâtre antique d'Orange. Son essence est donc de permettre l'incorporation de nouveaux résultats de recherche. Cette partie a pour but de présenter le potentiel d'une telle maquette en terme d'applications. Nous verrons les différentes implémentations architecturales ou graphiques qui permettent de réaliser des simulations statiques ou dynamiques.

3.1 Le *velum*

Il existe de nombreuses théories sur la disposition des *vela* des théâtres romains et pour cause, il en reste très peu de trace. Seules quelques documentations d'origine décrivent approximativement cette toile protégeant le public du soleil. Nous choisissons donc d'adopter la représentation de A.Caristie¹ qui, bien qu'hypothétique, est une source toute aussi vraisemblable que les autres. On s'intéresse d'abord aux consoles soutenant les mats sur la face nord du bâtiment de scène. Pour les positionner, on utilise la représentation de la façade nord de A.Caristie² en créant une console centrée en haut du mur reproduite 21 fois horizontalement et une fois verticalement. On note que leur espacement est de 1m91. Ces deux séries sont ensuite symétrisées par un **modifier "Mirror"**. On ajoute une dernière paire de console en bord de mur symétrisée de la même manière. Les élévations ne sont pas parfaitement connues, c'est pourquoi on utilise la mise à l'échelle du plan de A.Caristie. Leur forme est rectangulaire et pourra par la suite être dessinée d'après leur forme réelle. Comme expliquée dans la section 1.1, seules douze de ces consoles pouvaient accueillir un mat. Néanmoins, 41 mats sont modélisés afin de percer les consoles du haut et réaliser la mortaise dans celles du bas. Ceux-ci, de forme cylindrique, se terminent dans la partie basse par une fine tige permettant de percer le trou d'évacuation d'eau. Ces mats sont répétés grâce à un **modifier "Array"** et seront soustrait aux consoles par un **modifier "Boolean"**. Ils ne servent qu'à cette fonction et seront cachés par la suite. On laissera par contre apparaître un nouvel objet similaire, comportant les six mats, se trouvant aux positions où les bouches d'eau sont percées.

Sur sa représentation du *velum* en vue du dessus (fig. 1.8b), A.Caristie ne représente que 39 consoles sur le mur arrière au lieu de 43, ce qui rend ce dessin peu fiable. Néanmoins, nous utiliserons ce concept d'anneau central en fer à cheval que nous modélisons de manière fidèle à sa représentation. L'objet de référence est également muni de deux longs et fins cylindres représentant des cordages et reliant les mats à deux boucles au bout du fer à cheval. Tout autour de la *cavea* se trouvent également deux séries de consoles fixées au mur arrière de la *porticus in summa cavea*. L'agencement le plus crédible est représenté sur le dessin de la face est³, c'est à dire, un jeu de deux consoles entre chaque *pilastre* du mur extérieur. Il y aura donc deux fois plus de mats que de triplets d'arcades autour de la *cavea* (voir section 2.2). Nous avions 31 arcades, on peut donc placer 62 mats

1. [BADIE et collab., 2013a, Pl. VI]

2. [BADIE et collab., 2013a, Pl. III]

3. [BADIE et collab., 2013a, Pl. IV]

et leur paire de consoles respective. Il y a deux mâts de part et d'autre au niveau des *aditi*, il y en aura donc 58 à repartir autour de la *cavea*. Pour déterminer l'angle, on se base sur les 31 arcades précédemment modélisées. On utilise la moitié de leur angle, c'est à dire $3,06^\circ$. L'angle total formé par ces 58 mâts est de $174,42^\circ$, il faudra donc effectuer une rotation de l'ensemble de $2,79^\circ$. L'objet de référence se composant d'une paire de consoles, d'un mât et d'un cordage reliant l'anneau centrale, est placé en $y = 0$ et $x = -51,64m$. Pour placer les consoles de l' *aditus* on calcule l'espacement entre les mâts :

$$l = 51,64 \times \sin(3,06) \quad (3.1)$$

soit $l = 2,76m$.

Le premier mât situé sur la partie circulaire de la *cavea* ayant subit une rotation de $2,79^\circ$ autour de l'axe vertical, on calcule la position du mât de référence pour les *aditus* :

$$\begin{aligned} l &= 51,64 \times \sin(2,79) \\ l &= 2,51m \end{aligned} \quad (3.2)$$

donc $y = 0,25m$.

On utilisera ensuite un **modifier "Array"** pour répéter une fois l'ensemble mât-consoles-cordes avec une distance de 2,76m et un **modifier "Mirror"** pour le symétriser à l'est. Encore une fois, on constate que la modélisation contredit les dessins de A.Caristie qui représentaient 67 mâts autour de la *cavea*. On comprend donc que son intention sur ce type de représentations était plus une étude de principe qu'une restitution vraisemblable.

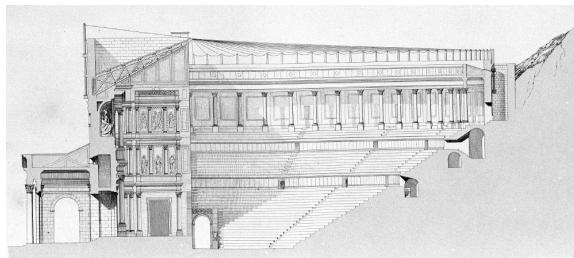
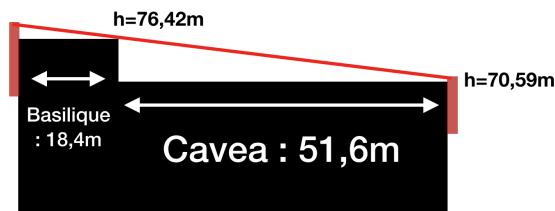
En ce qui concerne l'élévation des mâts, on constate que ceux situé sur le *postscaenium* sont à priori plus haut que ceux autour de la *cavea*. C'est en tout cas ce que suppose les restitutions qui estiment le haut du mur de scène à 76,42m et le mur aval de la rue périphérique à 70,59m⁴. Il semble en effet cohérent que ce mur continu dans le prolongement des *basiliques*. Selon l'hypothèse de A.Caristie (fig. 3.1a) où le *velum* serait un arceau de la taille de l'orchestre maintenu par des cordages tendus, nous pouvons calculer la hauteur des mâts afin que les cordages arrivent à l'affleurement du toit. Pour cela, considérons que les cordes sont parfaitement tendue et que le cordage arrive également à l'affleurement du mur de la mur périphérique (fig. 3.1b). D'après le théorème de Thales, on obtient :

$$\begin{aligned} h &= \frac{18,4 \times (76,42 - 70,59)}{51,6} \\ h &= 2,08m \end{aligned} \quad (3.3)$$

Les mâts du *postscaenium* dépasseront donc d'au moins deux mètres pour s'assurer que les cordages ne soient pas en contact avec le toit. Cette hauteur pourra diminuer si les cordages du mur périphérique sont accrochés plus haut. Si h' est la hauteur de l'accroche des cordages au dessus du mur périphérique alors, la hauteur de l'accroche des cordages du *postscaenium* sera de :

$$\begin{aligned} h' &= 2,08 - \frac{18,4}{51,6} \\ h' &= 2,08 - 0,36 \times h \end{aligned} \quad (3.4)$$

Par exemple si les cordages du mur périphérique sont à 1m au dessus du mur ceux du *postscaenium* seront à 1,72m au dessus du mur. Cela dit, nous sommes dans une situation où les cordages sont parfaitement tendus, or dans la pratique le poids global du velum va

(a) Coupe axiale vers l'est par A.Caristie⁵

(b) Schéma de l'angle du velum

entrainer une courbure qui imposera de surélever les accroches des cordages. Nous avons donc calculé ici une hauteur minimum.

Pour modéliser le voilage située au dessus de la *cavea*, nous allons dans une première étape uniquement placer des objets plans entre chaque cordages. Il suffit pour cela d'utiliser une des arrêtes de la corde pour créer un nouvel objet comportant les mêmes propriétés (centre et *modifiers*). Il suffit ensuite d'utiliser un *modifier "Screw"* pour étendre le plan entre les deux cordages sur 2,79°, ou moins, si l'on souhaite laisser du jour avant le prochain cordage. On peut également tourner l'arrête de référence ou changer le nombre de répétitions afin d'ombrager une partie ou l'autre de la *cavea*. Grâce à cela nous pouvons tester l'ensoleillement du théâtre et le nombre de voiles à déplier pour abriter les spectateurs. Nous utilisons pour cela un objet "Lamp" de type "soleil" qui émet une lumière depuis l'infini dans une direction choisie. On réalise ainsi l'animation d'une journée du levé au couché du soleil et on analyse selon l'angle au zénith la façon dont les *vela* devaient être déployés.

Dans un deuxième temps on peut simuler l'ouverture et la fermeture réaliste des toiles en leur affectant une propriété physique de type "cloth". Il faut pour cela créer des toiles rectangulaires de largeur 2m76 et les subdiviser en un nombre important de petits rectangles. On peut alors sélectionner sur le bord des toiles des points qui resteront accrochés aux cordes (en pratique il y aurait des anneaux pour faire coulisser les toiles sur les cordes). On place alors ces points en position "velum déployé" puis "velum rentré", leur affectant à chaque fois une *keyframe* pour réaliser l'animation. Lorsque l'outil physique est appliqué, la toile subit l'effet de la gravité et se plie avec une résolution correspondant à la subdivision effectuée précédemment. On peut alors lancer l'animation pour voir le *velum* se déplier. En utilisant l'option de *baking*, on peut passer l'animation à l'endroit et à l'envers sans avoir besoin de refaire un rendu.

3.2 Le rideau de scène

3.3 Les systèmes de particules

3.3.1 Les spectateurs

Une fois le théâtre modélisé, nous pouvons ajouter des spectateurs dans les gradins. Ceux-ci sont fixes dans un premier temps mais pourraient être animés lors de visualisations vidéo. La modélisation des personnages ne sera pas décrite dans ce document, néanmoins, on peut noter que différents types de spectateur pourraient être modélisés car le placement dans le théâtre dépendait de la classe sociale.

4. [BADIE et collab., 2013a, Pl. XLVIII et XLIX]

5. [BADIE et collab., 2013a, Pl. V]

Pour représenter un type de personnage il faut le prendre comme objet de référence et le placer dans une position assise à l'aide d'[armatures](#). Il faudra ensuite créer un nouvel objet correspondant au bord des gradins afin que les personnages soient bien positionner sur ceux-ci. Cet objet est subdivisé plusieurs fois, puis l'outil d'élimination de double vertice est utilisé afin de conserver entre chaque vertice, l'espace requit pour un personnage. On lui affecte alors un système de [particules](#) de type "hair" auquel on associera le personnage de référence ou le groupe de personnage (si on a choisi de diversifier les personnages qui apparaîtront). On peut ainsi choisir le nombre de personnages à afficher. Par contre, se pose un problème de disposition qui n'est pas vraiment aléatoire. Pour augmenter l'effet de répartition aléatoire (notamment si on ne veut pas un amphithéâtre rempli), on pourra effectuer une sélection aléatoire des vertices de l'objet et les assigner à un "Vertex Group". On n'affichera alors que les particules sur ce groupe de vertices.

3.3.2 Les arbres

De la même manière que pour les spectateurs, on utilise un système de [particules](#) de type "hair" pour générer des arbres sur la colline. Il est bon de noter que cette opération ralenti considérablement le logiciel car une grande quantité d'éléments doivent être traitées. On ne l'utilisera donc que pour exporter des rendus images ou vidéos. La modélisation des arbres peut se faire simplement à l'aide de l'outil "tree" qui permet de configurer le tronc, les branches et les feuilles d'un arbre. On peut alors modéliser les espèces d'arbres se trouvant à Orange.

3.4 Autres projets ayant utilisé le modèle

3.4.1 Restitution du décor du front de scène

3.4.2 Graphisme et animation

L'application de matériaux, et notamment de matériaux texturés, permet de donner du réalisme à une scène. Pour certains éléments, il sera nécessaire de modeler les formes pour créer des motifs en relief. Pour d'autres, le simple fait de plaquer une image permet de décorer une surface. Il est alors possible de déformer la surface de l'objet d'après les motifs de l'image plaquée. L'outil de "displacement", par exemple, creuse l'objet selon les niveaux de gris de l'image. Une autre méthode permet simplement d'influencer l'éclairage de la surface et donner l'illusion de relief. Il s'agit d'utiliser les "normales maps" qui, à partir d'une image [RVB](#), fournit l'information d'élévation et d'inclinaison de la surface au moteur de rendu. Cette dernière solution permet d'augmenter considérablement le réalisme sans augmenter le poids du maillage.

Exemple chapiteaux

3.4.3 Réalité virtuelle

Conclusion

Nous constatons que l'engouement actuel autour de la 3D n'a pas un simple enjeu de divertissement, mais possède une réelle force heuristique. Bien que le procédé de modélisation soit très ancien, notamment la représentation par maquette réduite qui fut particulièrement marquante dans le monde archéologique, on constate que les méthodes numériques ouvrent de nouveaux horizons à la science. "La modélisation 3D rend compte de ce qui est connu d'un sujet, et surtout de ce qui est inconnu, car elle force le chercheur à s'intéresser à l'ensemble des éléments d'une construction. [...] Un modèle 3D peut tenir lieu de résumé de la connaissance sur un sujet et constituer une excellente synthèse de ce qui est connu et inconnu"⁶. Effectivement, ce travail sur le théâtre antique d'Orange révèle que la création d'une maquette numérique scientifique doit passer par une très large étude documentaire. En outre, les monuments vivent dans le temps de même que leur méthode d'analyse. C'est pourquoi les diverses sources de ce projet comportaient un certain lot de divergences et d'approximations imposant une part de subjectivité à la restitution. Tout au long de la modélisation, des choix ont été fait et des partis ont été pris mais ceux-ci sont toujours accompagnés de leurs justifications. Il est indispensable que chaque cote du document puisse être reliée à sa source afin de connaître de manière non équivoque le crédit que l'on peut y apporter. Restituer un monument antique de manière exacte semble parfaitement utopique puisque, par définition, chaque hypothèse de restitution sera toujours contestable. Par ailleurs, cette modélisation a été conçue et pensée dans l'objectif de rendre le modèle vivant. Ainsi, l'utilisation de **modifiers** permet une modification rapide et efficace des paramètres sans pour autant altérer définitivement la géométrie des objets. Chaque sous ensemble peut-être étudié et remanié séparément, rendant la maquette utile et exploitable pour de nouveaux projets.

Cela ouvre de nombreuses questions comme : comment stocker et partager ces données archéologiques ? Quels sont les droits d'accès ? Comment faire travailler différentes équipes, chacune avec ses propres sujets d'études, à partir d'une maquette de base commune ? Un modèle numérique est-il valable et exploitable sans un compte rendu détaillé sur sa construction ? Il semble qu'un tel condensé d'information doit donc être considéré avec beaucoup d'attention et archivé avec grand soin.

Nous comprenons également qu'un projet de ce type fait appel à des compétences techniques très variées telles que l'infographie, l'ingénierie ou l'archéologie. Ainsi, il est indispensable pour mener à bien ce type de travail de s'entourer d'experts dans ces différentes disciplines, notamment pour pouvoir assurer une transmission viable de l'outil numérique. "Le travail de restitution d'un site archéologique majeur est devenu un travail d'équipe et ne peut plus être le fait d'un seul individu."⁷. Cette communication interdisciplinaire est aussi une difficulté non-négligeable sous-jacente à ce projet. Nous allons d'ailleurs voir dans la suite de ce document que la pluridisciplinarité va encore plus loin en s'ouvrant au vaste monde de l'acoustique.

6. [ROCHELEAU, 2010, p. 249]

7. [VERGNIEUX, 2005, p. 158]

Références

1856, «Vue de la scène avant le déblaiement par a.caristie», Médiathèque de l'Architecture et du Patrimoine de Charenton. [6](#)

ASSELINEAU. XIX^e siècle, «Vue intérieure du théâtre», Musée d'Art et d'Histoire d'Orange. [6](#)

BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013a, «Le théâtre d'orange - rapport final d'opération - planches», PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. [8](#), [12](#), [13](#), [15](#), [17](#), [24](#), [27](#), [29](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [36](#), [37](#), [42](#), [44](#)

BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013b, «Le théâtre d'orange - rapport final d'opération - texte», cahier de recherche. PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. [8](#), [10](#), [12](#), [15](#), [16](#), [32](#), [33](#), [34](#), [35](#), [37](#)

BADIE, A., J.-C. MORETTI et D. TARDY. 2007, «Pouvoir du théâtre et théâtre du pouvoir. nouvelles recherches sur le théâtre d'orange», *Archéopages*. [5](#)

BOISSIER, G. «article mimvs», *Dictionnaire des Antiquités grecques et romaines*. [11](#)

BOURDEREAUX. «Vue d'ensemble du théâtre d'orange», URL choregies.fr. [8](#)

DUCAROY, A. et A. AUDIN. 1960, «Le rideau de scène du théâtre de Lyon», *Gallia*, vol. 18, n° 1, p. 57–82. [10](#)

FLEURY, P. et S. MADELEINE. 2007, «Réalité virtuelle et restitution de la Rome antique du IV^e siècle après J.-C.», *Histoire urbaine*, vol. 1, n° 18, p. 157–165. [21](#)

FORMIGE, J. 1916, «Observations sur le théâtre romain d'Orange», *Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, vol. 5, p. 455–458. [10](#), [11](#), [34](#)

FORMIGÉ, J. 1923, *Remarques diverses sur les théâtres romains, à propos de ceux d'Arles et d'Orange, Sujets divers d'érudition*, vol. 13, Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des inscriptions et belles-lettres de l'Institut de France. [5](#), [9](#), [10](#), [11](#), [12](#), [17](#)

GOLVIN, J.-C. 2005, «L'image de restitution et la restitution de l'image», dans *Cours de Tunis*, vol. 1. [20](#), [24](#)

LACHAUX, J. C. 1970, «Théâtres et amphithéâtres d'Afrique proconsulaire», *Aix-en-Provence : Diffusion Édisud*. [34](#)

LITTRÉ, É. 1848-1850, *Pline l'ancien : Histoire Naturelle*, vol. XIX, Dubochet. [17](#)

MAUFRAS, M. C.-L. 1847, *Vitruve : De l'architecture*, vol. V, Panckoucke. [5](#), [10](#), [11](#), [17](#)

MORETTI, J.-C. 1993, *Étude sur la nomenclature grecque de l'architecture théâtrale. ΠΕΤΑΣΟΣ et la dénomination grecque des vélums*, vol. 2, Anatolia Antiqua. 9

ROCHELEAU, M. 2010, «La modélisation 3d comme méthode de recherche en sciences historiques», dans *ACTES DU 10e COLLOQUE INTERNATIONAL ÉTUDIANT DU DÉPARTEMENT D'HISTOIRE*. 20, 47

ROUMÉGOUS, A. et M. PROVOST. 2009, *CARTE ARCHEOLOGIQUE DE LA GAULE*, Académie des Inscriptions et Belles-Lettres Ministère de l'Education Nationale, Ministère de la Recherche Ministère de la Culture et de la Communication Académie des Inscriptions et Belles-Lettres Ministère de l'Education Nationale, Ministère de la Recherche Ministère de la Culture et de la Communication. 6

VERGNIEUX, R. 2005, «Archéogrid : vers un conservatoire national des données», dans *Virtual Retrospect*, p. 157–162. 47

WIKIPÉDIA. 2017, «Epsilon d'une machine», URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Epsilon_d'une_machine. 20

Deuxième partie

Calculs acoustiques

Introduction

Dans cette partie, nous allons traiter d'acoustique, d'algorithme et de mathématiques. Chacune de ces disciplines permettra de répondre aux questions suivantes : Pourquoi ? Quoi ? Comment ? Voyons donc ces problématiques une par une.

Pourquoi ? L'objectif de notre projet, maintenant que nous disposons d'une maquette virtuelle du théâtre d'Orange, est d'en étudier l'acoustique. Nous souhaitons simuler, étudier et écouter le son qui était perçu dans ce lieu il y a deux mille ans. En outre, nous avons vu que les restitutions de certaines parties du théâtre étaient plus ou moins hypothétiques. Nous pourrons comparer différentes tentatives de restitution et en mesurer l'impact visuel mais également auditif. Les rares écrits antiques et les récentes études acoustiques sous-entendent que les Romains, et avant eux les Grecs, se basaient sur la physique des matériaux et la géométrie des monuments pour optimiser la propagation sonore. En outre, les moyens d'analyse de résultats deviennent également une problématique. Comment visualiser des résultats acoustiques ? Peut-on, par une écoute d'un signal sonore, conclure des résultats de manière non-équivoque ? Peut-on trouver des méthodes ergonomiques d'analyse ? Nous allons donc tenter d'apporter notre pierre à l'édifice au sujet de ces questions.

Quoi ? Cet objectif nous a amené à développer un outil de calcul numérique répondant à des problématiques précises. Il complète ainsi la première partie de notre projet en s'interfaisant directement au logiciel Blender. Nous pourrons alors facilement étudier la maquette virtuelle du théâtre d'Orange précédemment présentée. Néanmoins, il est important de noter que cet outil est générique. Il pourra donc agir sur différents types de problèmes. Dans cette partie nous verrons quelle méthode de calcul a été retenue et les raisons qui ont poussé à faire ce choix. Effectivement, le théâtre d'Orange est un problème complexe car le maillage comporte plusieurs centaines de milliers d'éléments et sa géométrie peut inclure des surfaces concaves, convexes ou toutes sortes d'obstacles. Les outils présents sur le marché ont des limites par rapport à ce cas d'utilisation. Par ailleurs, l'une de nos contraintes est d'obtenir des résultats sur l'acoustique selon différentes géométries du bâtiment et divers matériaux. Il faut donc pouvoir effectuer les calculs dans un temps relativement court afin de pouvoir multiplier les configurations. C'est pourquoi un outil adapté à ce cahier des charges a été développé pendant ce projet.

Comment ? Tout code informatique présente une part de calcul, et qui dit calcul, sous-entend mathématiques. Ainsi, nous verrons les méthodes et astuces mathématiques qui ont permis de développer ce programme. Nous détaillerons les notions de lancer de rayons statistique, de sources images spatialisées et de réponse impulsionnelle. Aussi, nous verrons comment sont optimisées les performances par un procédé de "*divide and conquer*" utilisant des *octree*. Un chapitre est également consacré à la validation de l'algorithme en utilisant notamment des méthodes analytiques.

Pour débuter, nous ferons un tour d'horizon de la physique de l'acoustique et plus

concrètement dans le cas qui nous concerne, de l'acoustique de salle. Différentes méthodes permettant d'étudier les lois acoustiques seront présentées ainsi que leurs limites. Nous détaillerons alors les principes physiques utilisés pour notre algorithme avant de passer à la présentation de son architecture et à sa validation. Cette partie présente l'outil dans son contexte général et l'application au théâtre d'Orange sera faite dans la partie suivante.

Chapitre 4

Acoustique de salle

« *La musique, c'est 50% d'un film.* »

Georges Lucas

Sommaire

4.1 Généralités sur l'acoustique de salle	56
4.1.1 Notion de réverbération	56
4.1.2 Notion de flux d'intensité acoustique	57
4.1.3 Absorption atmosphérique	59
4.2 Méthodes de calcul acoustique	62
4.2.1 Principe statistique	62
4.2.2 Méthode de résolution exacte	63
4.2.3 Méthodes géométriques	65

4.1 Généralités sur l'acoustique de salle

4.1.1 Notion de réverbération

L'acoustique de salle est une discipline à part entière qui consiste principalement à étudier la réverbération d'une pièce excitée par des ondes sonores. Le principe de cette étude est le suivant : il s'agit en général de placer une source sonore ponctuelle à l'intérieur d'une salle, fermée ou non, et de la faire rayonner. L'onde se propage alors jusqu'aux parois et subit un phénomène de diffusion. Il s'agit en réalité d'une combinaison de trois phénomènes : la réflexion, la réfraction et la diffraction (fig. 4.1). Par réfraction on entend la notion d'absorption suivant les lois de Descartes sur la propagation entre deux milieux¹. La diffraction quant à elle opère lorsque la longueur d'onde est proche de la taille de l'obstacle. L'interaction entre une onde sonore et une paroi ou un obstacle dépend donc de leur forme et la nature de leur matériau.

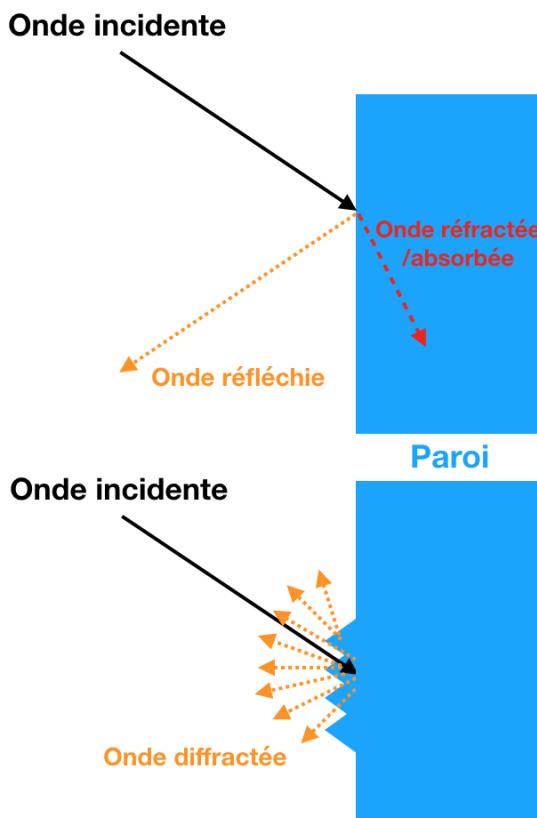


FIGURE 4.1 – Les différents comportements d'une onde lorsqu'elle rencontre une paroi

En se plaçant en un point à l'intérieur de la salle, on pourra alors recevoir un signal sonore comme étant la somme d'un champ direct et d'un champ réverbéré. Le son direct provient directement de la source sans avoir touché aucune surface. Le son réverbéré se distingue en deux catégories : les premières réflexions dont l'ensemble forment la texture du son et le champ diffus qui peut être assimilé à une somme infinie d'ondes se propageant dans toutes les directions². On comprend alors que les principaux facteurs qui vont influer sur l'acoustique perçue dans une salle sont : la source sonore, le milieu de propagation et la nature des parois et des obstacles.

1. [JOUHANEAU, 1997, p. 3]
2. [JOUHANEAU, 1997, p. 9]

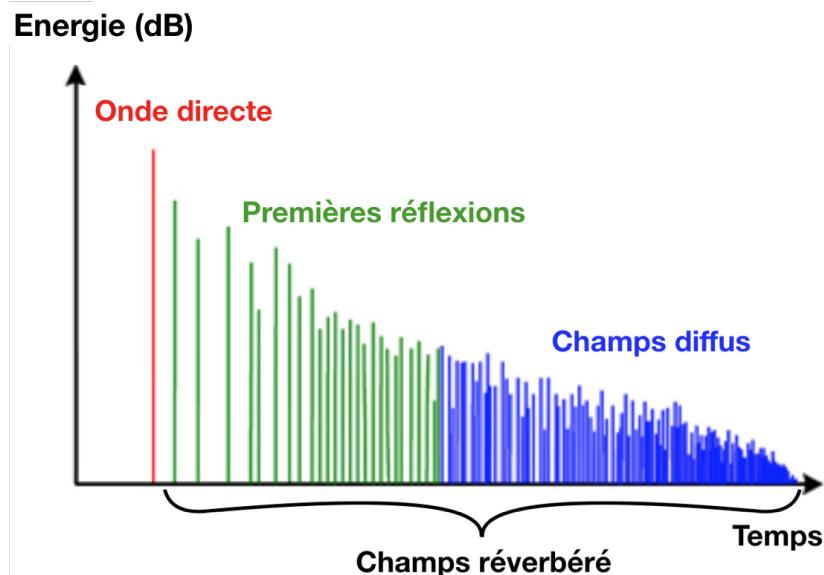


FIGURE 4.2 – Réponse temporelle d'une impulsion sonore dans une salle

La figure 4.2, illustrant la **réponse impulsionnelle d'une salle, ou Room Impulse Response (RIR)**, montre que l'information perçue est une succession d'ondes sonores arrivant décalées dans le temps. Si l'écart entre ces ondes est long, alors d'auditeur pourra les différencier et entendra le phénomène d'écho. Au contraire, si l'écart est suffisamment restreint et que les ondes sont mélangées au moment d'arriver à l'auditeur, alors celui-ci n'entendra qu'un son prolongé dont l'intensité diminue. Il s'agit de la réverbération³.

4.1.2 Notion de flux d'intensité acoustique

On définit par intensité acoustique la puissance transportée par les ondes sonores, par unité de surface, mesurée perpendiculairement à la direction de ce transfert⁴. Cette notion permet d'étudier le son perçu par les humains en la reliant à la pression acoustique qui va s'exercer de proche en proche dans l'air jusqu'à atteindre le tympan. Ainsi, la puissance sonore transportée par l'onde acoustique sera mesurable en un point de l'espace. Toute la puissance sonore mesurée en un point a une origine (actuelle ou passée) dans un flux d'énergie provenant d'une ou plusieurs directions identifiables. L'intensité acoustique mesure le flux résultant de ces transferts.

L'intensité acoustique est un vecteur ayant pour origine le point de mesure et de même direction que le vecteur vitesse de l'onde. On peut l'écrire comme la moyenne dans le temps de l'intensité acoustique instantannée :

$$\vec{I}(\vec{d}, t) = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot \vec{v} dt, \quad (4.1)$$

avec :

- p : la pression acoustique exprimée en $N.m^{-2}$ ou Pascal (Pa),
- \vec{v} : le vecteur vitesse.

Le **niveau de pression acoustique ou SPL (Sound Pressure Level)** repère la valeur efficace de la pression acoustique par rapport à une valeur de référence, $20\mu Pa$. On utilise,

3. [SABINE, 1900, p. 39]

4. [CEI, 2015, IEC 60050]

plutôt que le rapport brut, le décibel, qui représente dix fois son logarithme décimal. Ce repère a été choisi parce que, tout en étant simple et utilisant des nombres ronds, un décibel (une variation de 12 %) représente à peu près la plus faible variation de pression acoustique que les humains puissent distinguer. Le niveau de référence, correspond de la même manière à la pression acoustique (dont l'intensité est de 1 pW/m^2) au seuil de la perception humaine. On obtient ainsi un repère pratique où tous les niveaux sont des nombres positifs, et se passent de décimales. On a alors :

$$L_p = 10 \log_{10} \left(\frac{p_{eff}^2}{p_{réf}^2} \right), \quad (4.2)$$

avec :

- L_p : le niveau de pression en dB,
- p_{eff} : la valeur efficace de pression RMS,
- $p_{réf} = 20 \mu\text{Pa}$: la référence de pression sonore.

Le flux de l'intensité acoustique instantanée à travers une surface $\gamma(t)$ donnée correspond à l'énergie acoustique $E(t)$ transférée à travers cette surface, à l'instant considéré :

$$E(t) = E_0 \int_{\gamma(t)} \vec{I}(t) \cdot \vec{dS} \quad \forall t > 0. \quad (4.3)$$

L'acoustique suit le premier principe de la thermodynamique selon lequel il y a conservation d'énergie au cours du temps. Ainsi, pour une source sonore ponctuelle, si l'on néglige les effets de pertes liés à l'absorption du milieu de propagation, on a :

$$\int_{S(t)} \vec{I}(t) \cdot \vec{dS} = 1 \quad \forall t > 0. \quad (4.4)$$

Après intégration sur la surface sphérique $S(t)$, nous pouvons écrire l'intensité acoustique infinitésimale telle que :

$$\begin{aligned} \vec{I}(t) &= \frac{\vec{d}(t)}{4\pi d(t)^3} \quad \forall t > 0, \\ \|\vec{I}(t)\| &= \frac{1}{4\pi d(t)^2} \quad \forall t > 0, \end{aligned} \quad (4.5)$$

On comprend que l'intensité décroît comme le carré de la distance et qu'une portion d'énergie considérée va donc être portée par un angle solide (voir fig. 4.3). Ainsi, à une distance d la même quantité d'énergie est répartie sur une surface de a^2 que à une distance de $2d$ sur une surface de $(2a)^2$. L'énergie se répartie donc sur une surface proportionnelle au carré de la distance. Sur une portion de $S(t)$ l'énergie est portée par un angle solide Ω_S tel que :

$$E_S(t) = E_0 \int_{S(t)} \frac{1}{4\pi d(t)^2} dS = \frac{E_0}{4\pi} \Omega_S. \quad (4.6)$$

Cela traduit le fait que l'énergie d'un angle solide est constante au cours du temps et correspond à une portion de l'énergie initiale E_0 .

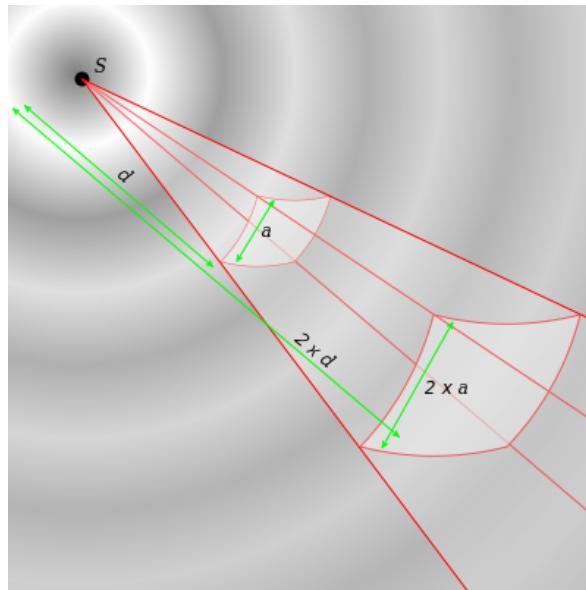


FIGURE 4.3 – Représentation de la répartition du flux énergétique dans la propagation d'une onde sphérique

4.1.3 Absorption atmosphérique

Pour se rapprocher d'un modèle réaliste de propagation d'onde, il est important de prendre en compte l'absorption atmosphérique. Ce phénomène est dû à la viscosité et la conduction thermique du milieu ainsi qu'à l'absorption des molécules. Ces effets vont provoquer une décroissance exponentielle de l'énergie d'onde⁵. Selon leur distance parcourue dans l'air, l'intensité acoustique va subir une atténuation en prenant en compte trois facteurs principaux : la température, l'humidité et la pression. La température et la pression atmosphérique de référence sont respectivement de 20°C et 101,325 kPa⁶. Le coefficient d'atténuation dépend de la fréquence du son et peut être obtenue d'après les formules analytiques de la norme ISO-9613-1. Ces formules assez complexe ont été obtenue à l'aide de tables de mesures expérimentales.

Tout d'abord, nous calculons le facteur d'humidité h correspondant à la concentration molaire de vapeur d'eau⁷ :

$$C_h = 4,6151 - 6,8346 \times \frac{273,15^{1,261}}{T},$$

$$h = h_r \times 10^{\frac{C_h}{P_r}},$$

avec :

- T : La température en Kelvin,
- P_r : La pression relative telle que $P_r = \frac{P_a}{101,325}$, avec P_a la pression absolue,
- h_r : L'humidité relative mesurée en %.

Nous exprimons ensuite les fréquences de relaxation de l'oxygène et de l'azote⁸ :

5. [JOUHANEAU, 1997], p. 68-70]

6. International Standard Atmosphere

7. [ISO-9613-1, 1993], Annexe B, B.1]

8. [ISO-9613-1, 1993], 6.2, eq. 3 et 4]

$$fr_O = P_r \times \left(24 + \frac{40400 \times h \times (0,02 + h)}{0,391 + h} \right),$$

$$fr_A = \frac{P_r}{\sqrt{T_r}} \times \left(9 + 280 \times h \times \exp^{-4,17 \times (\frac{1}{\sqrt{T_r}} - 1)} \right),$$

avec :

- T_r : La température relative à 20°C $\left(\frac{T}{293,15}\right)$,
- f : La fréquence en Hz.

Nous pouvons alors exprimer le coefficient d'absorption de l'air "m" (en dB/m) en fonction de la fréquence ⁹ :

$$m_{(dB/m)} = 8,686 \times f^2 \times \left(\frac{1,84 \times 10^{-11}}{P_r} \times \sqrt{T_r} + T_r^{-\frac{5}{2}} \times \left(0,01275 \times \frac{\exp^{-2239,1}}{fr_O + \frac{f^2}{fr_O}} + 0,1068 \times \frac{\exp^{-3352}}{fr_A + \frac{f^2}{fr_A}} \right) \right).$$

On obtient le facteur final (en m^{-1}) par la formule :

$$m = 10 \log_{10} \left(\frac{m_{(dB/m)}}{10} \right) - 1. \quad (4.7)$$

Notons tout de même que l'on aurait pu utiliser une formule simplifiée issue de la norme AFNOR S.30 009 qui donne des résultats similaires entre 20 et 80% d'humidité relative ¹⁰ :

$$m = \frac{0,0275}{h} \times \left(\frac{f}{1000} \right)^{1,7}. \quad (4.8)$$

Néanmoins cette norme étant obsolète depuis 2016 et les résultats étant légèrement différents (voir fig. 4.5), nous optons pour la norme ISO-9613.

L'énergie de l'onde acoustique est ensuite déterminée par la formule suivante :

$$E = E_0 e^{-m.d}, \quad (4.9)$$

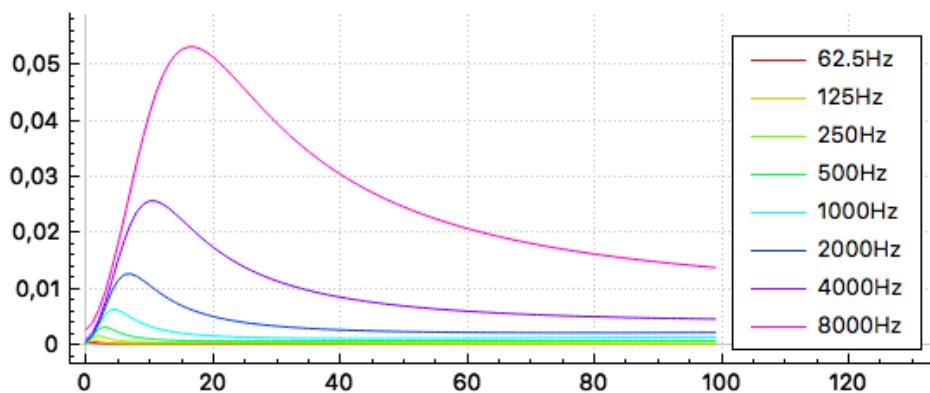
avec :

- E_0 : l'énergie initiale,
- d : la distance parcourue par l'onde.

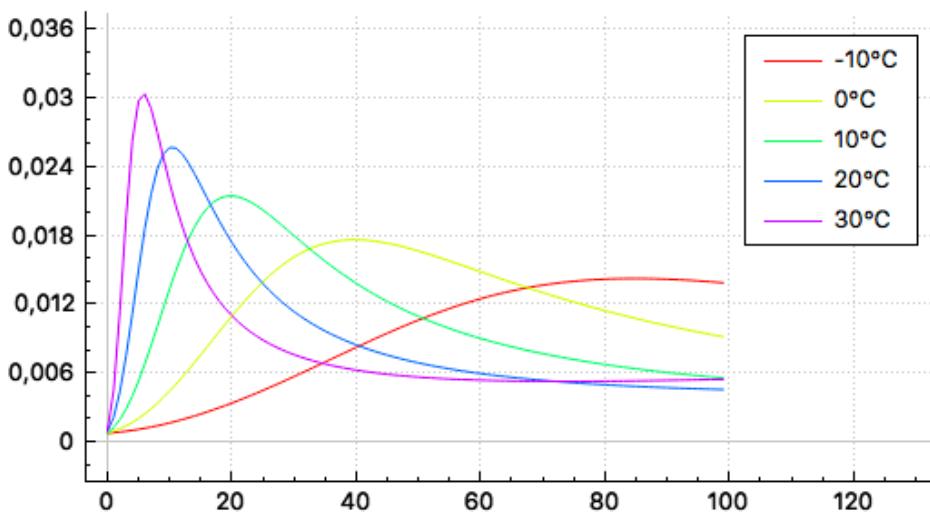
Cela permet donc de représenter l'absorption atmosphérique en fonction de la température et l'humidité pour différentes fréquences. On constate notamment que les basses fréquences sont très peu absorbées par l'atmosphère tandis qu'à partir de 2kHz l'absorption devient significative.

9. [ISO-9613-1, 1993, 6.2, eq. 5]

10. [JOUHANEAU, 1997, p. 68-70]



(a) $m(h)$ - Absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes fréquences



(b) $m(h)$ - Absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes températures

FIGURE 4.4 – Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) (ISO-9613)

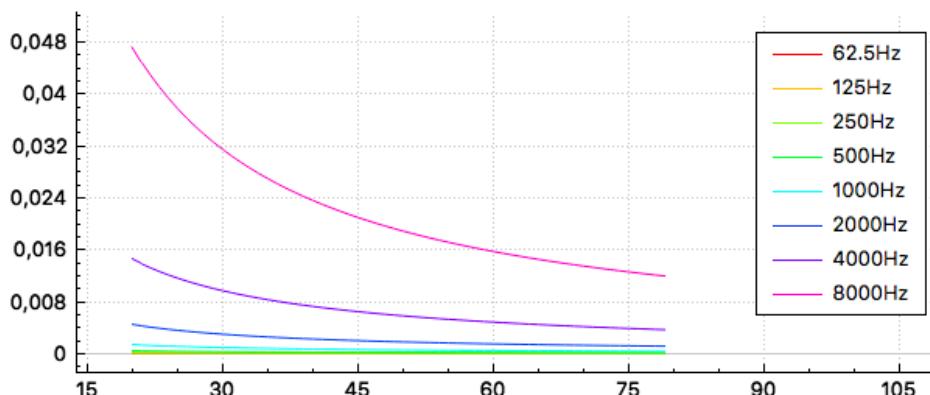


FIGURE 4.5 – $m(h)$ - Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes fréquences d'après l'équation 4.8

4.2 Méthodes de calcul acoustique

Le calcul de l'acoustique d'une salle peut se faire selon différentes méthodes. Nous allons succinctement en présenter quelques unes afin d'en dégager les grands principes et les limites.

4.2.1 Principe statistique

P. E. Sabine écrit en 1932 "Acoustics and architecture" en reprenant les principes de son homonyme W. Sabine. Ce dernier décrivait 20 ans plus tôt des protocoles de test pour mesurer des temps de réverbérations dans les salles. P. E. Sabine considère que la réverbération suit un modèle purement statistique. De son point de vue, la densité d'échos à prendre en compte est suffisamment importante pour considérer le phénomène comme pseudo-aléatoire¹¹. Il suppose ainsi que l'énergie sonore et le temps de réverbération sont uniformes en tout point de la salle. Il exprime la notion de libre parcours moyen en ces termes : "Pour former l'image 2D des réflexions dans une salle, on peut imaginer une boule de billard lancée au hasard sur une table et noter la variation des longueurs des trajets entre deux impacts successifs. (...) La distance moyenne de ces longueurs peut être assimilée au libre parcours moyen d'une onde sonore dans la salle"¹². Ces considérations permettent d'exprimer le Temps de Réverbération à 60dB (RT₆₀) en fonction du volume de salle et de l'absorption des parois comme par exemple dans la formule dite "de Sabine"¹³ :

$$RT_{60} = \frac{k \cdot V}{A}, \quad (4.10)$$

avec :

- $k \approx 0,163$,
- V : le volume de la salle,
- A : l'aire d'absorption équivalente telle que :

$$A = \sum_{i=1}^N S_i \alpha_i + 4mV, \quad (4.11)$$

où :

- α est le coefficient d'absorption de la i^{e} paroi,
- m est l'amortissement du milieu (par exemple l'air),
- S_i est la surface de la i^{e} paroi,
- N est le nombre de parois total.

Diminuer le volume sonore de 60dB garanti de passer en dessous au seuil audible (voir section 4.1.2) c'est pourquoi cette limite est classiquement utilisée. La théorie de Sabine, est encore aujourd'hui couramment employée par les acousticiens des salles. Pourtant, cette hypothèse dite de "champ diffus" n'est plus vérifiée en pratique dès lors :

- la forme du milieu de propagation n'est plus homogène,
- l'absorption acoustique devient importante,

11. [KANDELMAN, 2007, p. 19]

12. [SABINE, 1932]

13. [JOUHANEAU, 1997, p. 71-81]

- l'absorption acoustique devient non uniforme,
- la géométrie présente des ouvertures.

Pour remédier à cela, et notamment au critère sur l'absorption, Eyring propose avec le même modèle théorique une formule qui fournit de meilleurs résultats¹⁴. Celle-ci, précisée dans les années 1920 et utilisée lors la conception acoustique de bâtiments durant leur phase de construction, est valable pour n'importe quel α :

$$RT_{60} = \frac{k \cdot V}{4m \cdot V - S \ln(1 - \alpha)}. \quad (4.12)$$

On constate que pour les faibles valeurs de α , $\ln(1 - \alpha) \approx -\alpha$ et on retrouve la formule de Sabine.

4.2.2 Méthode de résolution exacte

La méthode de calcul exacte d'un champs sonore consiste à résoudre une équation aux dérivées partielles avec comme conditions aux limites, les parois de la pièce. Il s'agit ainsi de mailler le domaine d'étude par des petits éléments surfaciques (**Boundary Element Method - BEM**), volumiques (**Finite Element Method - FEM**) ou sur une grille régulière (**Finite Difference Time Domain - FDTD**). Sur chacun de ces éléments, on pourra calculer la pression acoustique $p(x, y, z, t)$ par résolution de l'équation d'onde de D'Alembert :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad 15 \quad (4.13)$$

avec

- Δ : l'opérateur laplacien,
- c : la célérité de l'onde.

Pour cela, il faudra se placer dans les conditions de l'acoustique linéaire telles que¹⁶ :

- l'air est un fluide parfait,
- la température et la pression restent constantes,
- la vitesse macroscopique du fluide est faible devant la célérité du son,
- les fluctuations dues aux déplacements d'air sont faibles devant ces valeurs moyennes.

On pourra ensuite définir les impédances complexes des parois de la salle comme conditions aux limites (**Dirichlet**, **Neumann**, ...).

Les solutions de cette équation sur chacun des axes de l'espace (x, y, z) sont les p_i tels que :

$$p_i(x_i, t) = f_+(t - \frac{x_i}{c}) + f_-(t + \frac{x_i}{c}), \quad 17 \quad (4.14)$$

avec :

- x_i : chacun des axes de l'espace (x, y, z),
- f_+ et f_- : des fonctions ne dépendant que d'une variable et définies à partir des conditions initiales. Elles représentent respectivement une onde se propageant sans se déformer vers $+\infty$ et $-\infty$.

14. [EYRING, 1930, p. 217-241]

15. [KANDELMAN, 2007, p. 10]

16. [JOT, 1992, p. 19]

17. [D'ALEMBERT, 1747, p. 214-249]

Si l'on cherche à résoudre cette équation en tout point de l'espace et non seulement sur les axes cela devient beaucoup plus complexe. L'équation d'Helmholtz apparaît lorsque l'on cherche des solutions "stationnaires" de l'équation 4.13 de D'Alembert telles que :

$$p(M) = u(M)e^{i\omega t}, \quad (4.15)$$

avec $\omega = 2\pi f$: la pulsation (rad/s). On a alors :

$$(\Delta + k^2)u(M) = g(M) \quad \forall M \in \Omega, \quad 18 \quad (4.16)$$

avec :

- $g(M)$: la distribution des sources,
- k : le nombre d'onde tel que $k = \frac{\omega}{c}$ avec c la célérité du son,
- $\Omega \subset \mathbb{R}^n$: le domaine d'étude (voir fig 4.6).

La fonction de Green qui s'écrit :

$$G(S, M) = -\frac{\exp^{ikr(S, M)}}{4\pi r(S, M)} \quad 19 \quad (4.17)$$

est une solution élémentaire pour la source ponctuelle S de l'équation 4.16 de Helmholtz telle que :

$$(\Delta + k^2)G(S, M) = \delta_s(M) \quad \forall M \in \Omega, \quad 20 \quad (4.18)$$

avec : δ_s : la mesure de Dirac centrée en S .

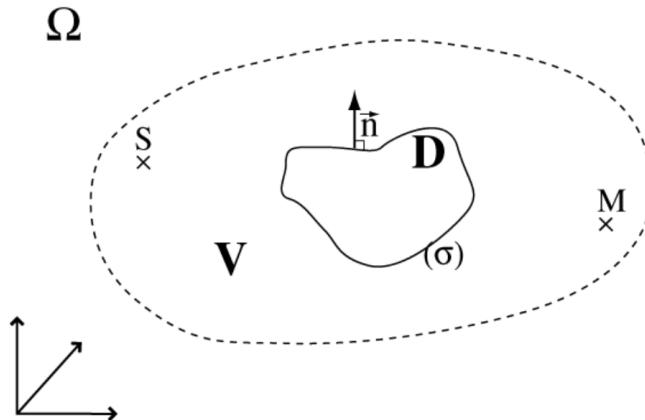


FIGURE 4.6 – Schéma général pour l'établissement de la représentation de Green²¹

Pour que le problème soit bien posé, il faut ajouter des conditions aux limites pour fixer le sens du temps et fermer le système²². On introduit alors la condition de radiation de Sommerfeld telle que :

$$r(\partial_r u' + iku') \rightarrow 0 \quad r \rightarrow +\infty, \quad (4.19)$$

18. [PREMAT, 2000, eq. 2.1]

19. [PREMAT, 2000, eq. 2.29]

20. [PREMAT, 2000, eq. 2.2]

21. [PREMAT, 2000, fig. 2.1]

22. [AUSSAL, 2014, p. 92]

avec $u' = u - \frac{u_i}{f}$, u_i étant la pression incidente. On aboutit à une représentation intégrale sur la surface σ du domaine D telle que :

$$u'(M) = p_0(M) - \int_{\sigma} G(S, M) \frac{\partial u'}{\partial n}(M) dS - \int_{\sigma} u'(M) \frac{\partial G}{\partial n}(S, M) dS \quad \forall M \in \Omega. \quad 23 \quad (4.20)$$

Ainsi, si on connaît u et $\partial_n u$ la dérivée normale de u sur la surface σ , on peut calculer $u(M)$ en tout point M de Ω . En acoustique des salles, il est cependant très difficile de calculer u et $\partial_n u$.

4.2.3 Méthodes géométriques

Les méthodes géométriques sont largement utilisées dans le domaine de l'acoustique de salle. Elles se basent sur le trajet que parcourt l'onde sonore entre une source et un récepteur (fig. 4.7). L'onde, percutant les parois, subit un changement de direction de propagation. Par ailleurs, chaque paroi ou obstacle porte une **impédance** lié à la nature de son matériau qui atténuerà l'énergie de l'onde réfléchie en fonction de sa fréquence.

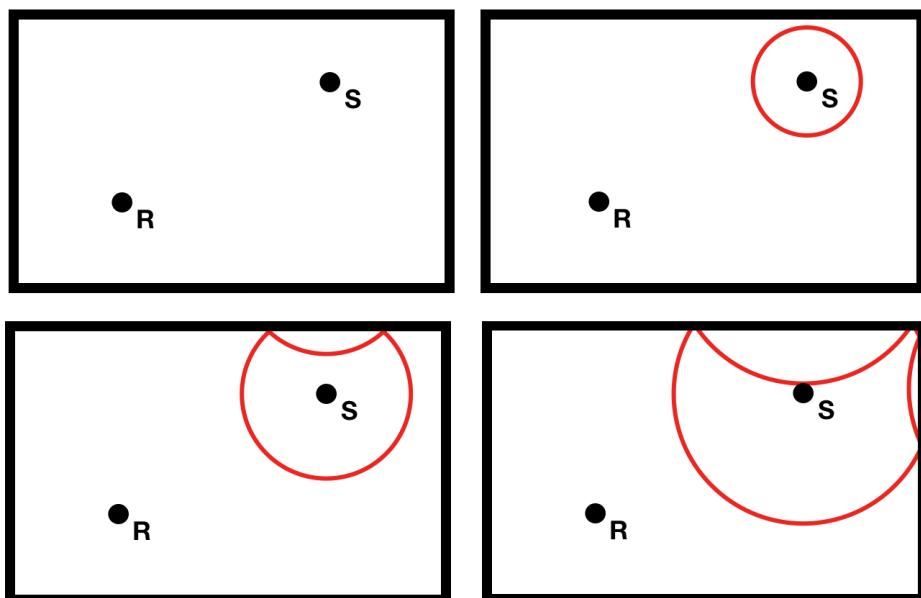


FIGURE 4.7 – Vu 2D de la propagation d'une onde sphérique dans une salle rectangulaire

En pratique certaines méthodes de calcul permettent de simuler ce comportement. Tout d'abord, la méthode dite de lancé de rayon (*ray-tracing*)²⁴ qui est très souvent utilisée dans les logiciels d'acoustique de salle (Odéon²⁵, CATT-acoustic²⁶, ...). Cette approche suppose que l'énergie sonore émise depuis une source est repartie sur un certain nombre de rayons rectilignes déviés de manière **spéculaire** lors de leur rencontre avec les parois. La mesure d'énergie est alors réalisée par comptage du nombre de rayons qui traversent une sphère transparente. La précision de mesure sera ainsi fonction du nombre de rayons émis et de la taille de la sphère-récepteur. Il peut notamment y avoir beaucoup de perte d'information si le domaine de propagation est complexe²⁷. Il s'agit donc d'une

23. [PREMAT, 2000, eq. 2.6]

24. [KULOWSKI, 1985, p.449-468]

25. [ODEON, page web]

26. [CATT-ACOUSTIC, page web]

27. [PICAUT, 2005, p. 60]

méthode très puissante pour simuler les réflexions géométriques sur les parois mais inadaptée pour simuler les effets de diffraction. Effectivement, pour simuler ces effets il faudrait re-générer un panel de rayons pour chaque réflexion sur une paroi diffractante, ce qui augmenterait exponentiellement le nombre de rayons et donc le temps de calcul. Pour résoudre ce problème, une approche de type "lancer de particules" sert d'alternative au lancer de rayon. Dans ce concept très similaire, lors du contact avec une paroi, la particule sera réfléchie de manière statistique. Par exemple, si α est le coefficient d'absorption de la paroi, alors, la particule aura une probabilité de $(1 - \alpha)$ d'être réfléchie et une probabilité α d'être absorbée. En ce sens, il est également possible de déterminer, selon une loi de probabilité, l'angle de réflexion et simuler ainsi une "pseudo-diffusion" des matériaux²⁸. Néanmoins, dans certains contextes il est possible de négliger les effets de diffraction.

Il existe aussi la méthode dite des "sources-images"²⁹ très appréciée pour son approche spatialisée des réflexions sonores. Cette méthode est fondée sur la construction de sources virtuelles, images de la source réelle, construite par symétrie par rapport aux parois de l'enceinte. La contribution énergétique de chaque source-image est celle habituellement rencontrée dans le cas de la propagation en champ libre, pondérée par le coefficient d'absorption des parois considérées³⁰. Le problème de cette méthode est que l'on génère l'ensemble des sources-images d'une salle et qu'il est ensuite difficile de discriminer celles qui sont perçues et celles qui sont bloquées par des obstacles. Cela est donc plutôt adapté aux pièces de forme concave et vide. Par ailleurs, comme pour le tracé de rayons, les effets de diffraction ne sont pas pris en compte.

28. [PICAUT, 2005, p. 62]

29. [JOUHANEAU, 1997, p.6]

30. [PICAUT, 2005, p. 60]

31. [KANDELMAN, 2007, Fig. 61]

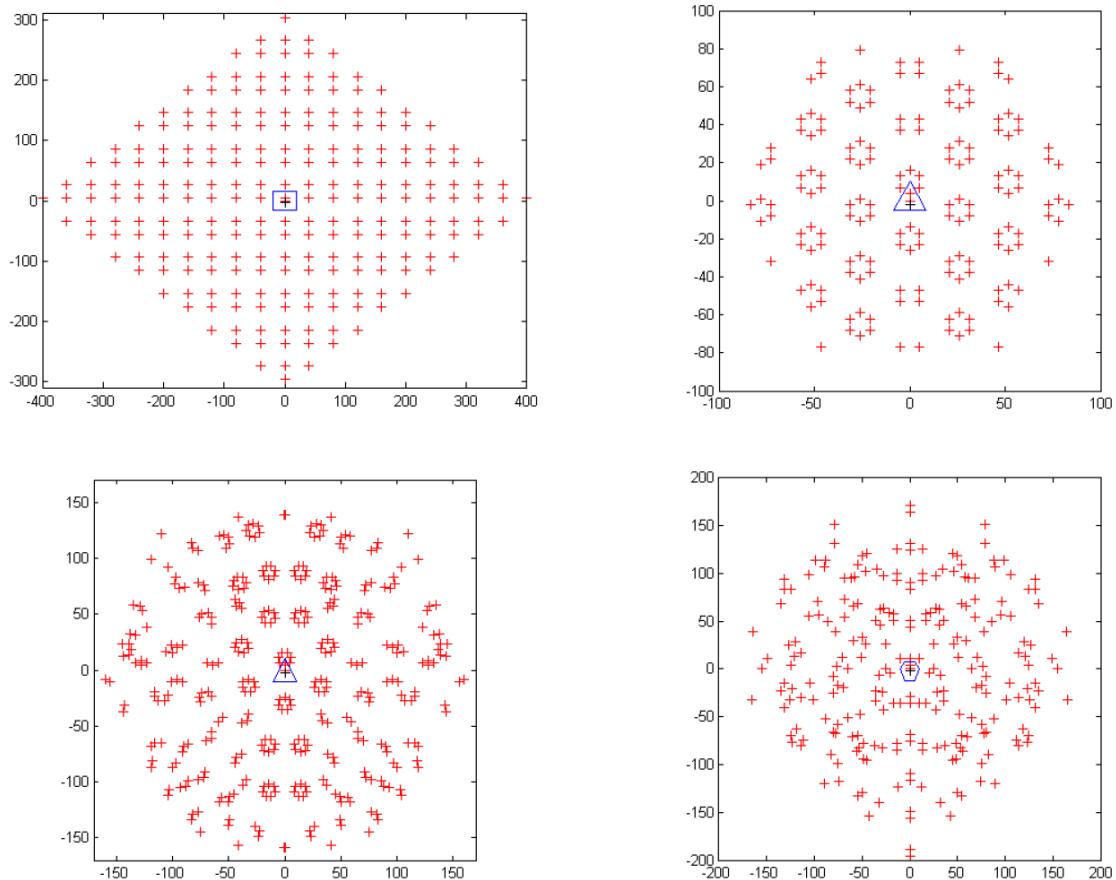


FIGURE 4.8 – Différentes constellations de salle : la densité de sources reste constante³¹

Chapitre 5

Développement d'une méthode couplée

« *Quand on aime on ne compte pas...
Ça tombe bien, je suis mauvaise en calcul!* »

Sophie Lesellier

Sommaire

5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée	71
5.2 Environnement géométrique	74
5.2.1 Maillage de salle et matériaux	74
5.2.2 Création d'une boite englobante	76
5.3 Calcul de rayons	76
5.4 Calcul de sources-images	80
5.5 Génération de réponse impulsionale	83
5.6 Auralisation	84

Introduction

Le projet a pour essence le calcul de l'acoustique du théâtre d'Orange. Cela soulève certaines problématiques qui nous ont poussé à développer une méthode de calcul hybride. Effectivement, ce cas d'application impose le cahier des charges suivant :

- Pouvoir traiter une salle de grande dimension,
- Pouvoir traiter un volume ouvert,
- Prendre en compte l'absorption atmosphérique,
- Calculer les résultats sur une large plage de fréquences audibles par l'être humain (50-15000Hz),
- Permettre l'étude du déplacement de l'onde sonore dans l'espace.

Par ailleurs, il faut pouvoir s'interfacer au modèle numérique réalisé sous Blender et décrit dans la partie I. Pour cela, nous devons rajouter les caractéristiques suivantes au cahier des charges :

- Utiliser un maillage surfacique sans contrainte sur la dimension ou le raffinement des faces.
- Pouvoir traiter plusieurs centaines de milliers de faces en un temps relativement court.
- Pouvoir modifier facilement les coefficients d'absorption des matériaux.

Ces contraintes sont nécessaires afin de rendre l'étude acoustique du théâtre d'Orange (ou de tout type de monument similaire) accessible à des utilisateurs de Blender. Ainsi, la géométrie où la nature des matériaux pourra être facilement modifiable et une large série de tests comparatifs peut être menée rapidement. Le but étant de pouvoir tester des hypothèses de restitution sans avoir à multiplier les manipulations entre chaque calcul.

Sachant cela, nous avons dans un premier temps tenté de réaliser des analyses par méthode de résolution exacte (voir section 4.2.2) mais nous avons vite compris que la géométrie de la salle rendrait la résolution très difficile. Effectivement, le nombre d'éléments que doit comporter le maillage est dépendant de la longueur d'onde¹. Dans un cas comme le théâtre d'Orange où les longueurs se comptent en dizaines de mètres et les fréquences en kilo-Hertz (fréquences audibles), il faut raffiner les mailles à l'échelle du millimètre, ce qui génère des milliards d'éléments. Ce genre de problème est aujourd'hui particulièrement complexe à mettre en place de part la puissance de calcul et l'espace mémoire nécessaire. Par ailleurs la création d'un maillage de type conforme, c'est à dire avec des triangles de taille régulière et dont les angles ne sont pas trop aigües, représente une difficulté à part entière. Au début du projet, nous avions tenté d'analyser une version très simplifiée du théâtre à des fréquences très faibles. Nous voulions notamment tester l'impact de la forme incurvée des gradins en comparant de manière relative différents maillages. Le raffinement fut effectué à l'aide de l'outil "mmg"² développé en partie à l'[ISCD](#). Les calculs acoustiques ont été fait avec l'outil "Gypsilab"³ développé par le [CMAP](#). En conservant à peu près des dimensions du théâtre et pour de faibles fréquences, nous obtenions déjà plusieurs centaines de milliers d'éléments et des temps de calcul de quelques dizaines de minutes (sur un ordinateur standard). En augmentant la fréquence

1. [FUNKHOUSER et collab., 2004, p. 740]

2. [DAPOGNY et collab., 2004, github]

3. [AUSSAL, github]

et donc le raffinement du maillage nous aurions rapidement atteint les limites des machines en terme de mémoire avec des temps de calcul considérables. Or cela ne coïncidait pas du tout avec les objectifs établis. Le constat a alors été que ce type d'étude n'était pas adaptée au cahier des charges.

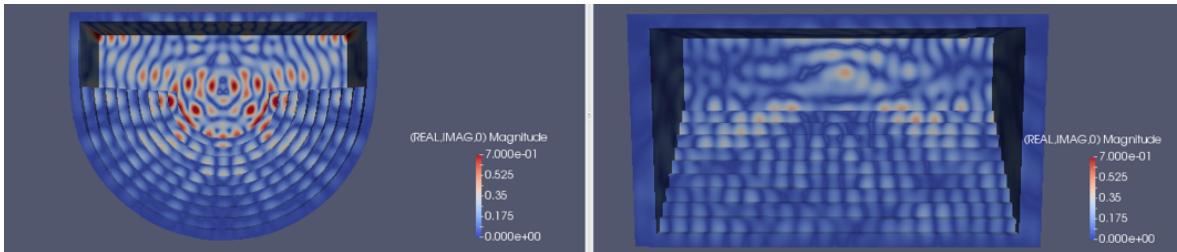


FIGURE 5.1 – Comparaison d'un théâtre simplifié avec gradins coniques ou gradins cubiques par méthode des éléments finis de frontière à 50Hz

La meilleure option fut alors de se tourner vers des solutions approchées utilisant des méthodes de calcul de type géométrique. Cela est acceptable en se plaçant dans l'approximation dite "hautes fréquences" soit typiquement lorsque $k\nu >> 1$ (k étant le nombre d'onde et ν le volume de la salle). La méthode développée, dite "couplée", consiste à propager des rayons à partir d'une source et, à chaque réflexion sur les parois, d'analyser ceux qui traversent une sphère-récepteur pour créer des sources-images. Grâce au temps de parcours des rayons et d'après les hypothèses statistiques de Sabine (voir section 4.2.1), il est alors possible de créer la RIR. Celle-ci pourra alors être convoluée à un signal audio afin de pouvoir écouter le son réverbéré (voir section 5.6).

Le chemin de chacun des rayons permet de situer dans l'espace les sources-images correspondantes, c'est à dire les images de la source suite aux divers réflexions sur les parois. Nous obtenons ainsi une constellation de sources-images portant des énergies atténuées par l'absorption des parois. Cela permettra par la suite de spatialiser le son, c'est à dire de savoir d'où proviennent les différents échos. Il est alors possible d'écouter le son réverbéré en trois dimensions.

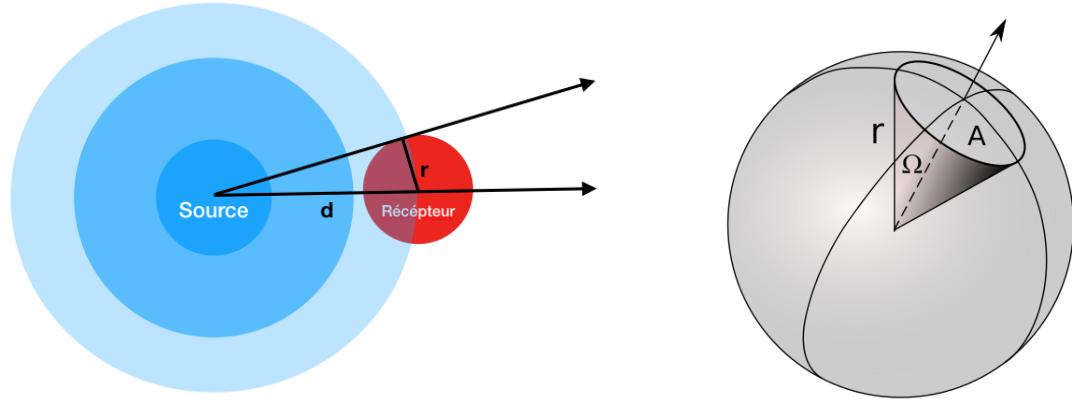
Ce chapitre vise à détailler ce processus. Notons néanmoins que les effets de diffraction ne seront pas traités même si, comme nous l'avons évoqué précédemment au sujet du lancer de particules, il est possible d'utiliser des lois de probabilité pour répartir les rayons réfléchis selon différentes directions⁴. Nous choisissons néanmoins de ne fonctionner qu'avec des réflexions spéculaires car le sujet de la diffraction est extrêmement vaste et complexe. Il s'agit d'un sujet à part entière que l'on ne traitera pas durant ce projet de thèse mais qui pourra venir l'enrichir par la suite. Les grandes dimensions du théâtre d'Orange et la gamme de fréquence utilisée permettent de se placer dans l'approximation "hautes fréquences".

5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée

Dans ce développement, nous choisissons d'utiliser des sources omnidirectionnelles, c'est à dire qui propagent le son de manière uniforme dans toutes les directions de l'espace. Néanmoins, notons qu'il serait possible d'utiliser d'autres types de source en changeant la répartition des rayons émis. Ces sources sont de type impulsionales. Effectivement, un signal sonore continu peut-être discréteisé par une suite d'impulsions (c'est

4. [VORLÄNDERA et MOMMERTZ, 2000, p.187-199]

5. [M'HENNI, 2010, image]



(a) Schéma en deux dimensions d'une onde sphérique dont une portion d'énergie est mesuré par un récepteur de rayon r .

(b) Représentation de l'angle solide d'un cône de révolution⁵

FIGURE 5.2 – Représentations du principe de mesure de l'angle solide

d'ailleurs le cas de tout signal numérique qui est échantillonné à une certaine fréquence). Une impulsion étant un signal d'un temps infiniment court, l'énergie émise depuis la source sera répartie sur la surface d'une sphère en expansion comme nous l'avons vu dans la section 4.1.2 (voir fig. 5.2a). Seul le flux passant par le récepteur sera capté. Ainsi, l'énergie perçue est l'intersection entre la sphère d'émission et la sphère de réception. Il s'agit donc d'un angle solide Ω de type conique (voir fig. 5.2b) tel que :

$$\Omega = \frac{S}{d^2}, \quad (5.1)$$

avec :

- Ω : l'angle solide en stéradian (sr),
- S : l'aire de la portion de sphère d'émission interceptée en mètre carré (m^2),
- d : le rayon de la sphère d'émission en mètre (m).

Par ailleurs, pour simplifier les calculs, la propagation de l'onde peut être discrétisée en N rayons émis depuis la source de manière uniforme. Chaque rayon porte l'énergie E_i tel que :

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i(t) = \frac{E_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Omega_i \quad \forall t > 0, \quad (5.2)$$

avec Ω_i : l'angle solide élémentaire tel que $\sum_{i=1}^N \Omega_i = 4\pi$.

Le problème de cette approximation est qu'elle apporte de l'erreur au résultat. Effectivement, l'information n'est plus portée par un cône mais par des rayons. Toute mesure prise entre deux rayons sera donc impossible. Il faut alors limiter au maximum cette erreur et réduire l'écart entre deux rayons. On pourra ainsi considérer qu'une grande quantité de rayons peut être assimilée à un cône plein. Pour cela, on souhaite connaître la distance au bout de laquelle les rayons sont suffisamment séparés les uns des autres pour être distingués. En se plaçant dans le cas théorique d'une source et d'un récepteur en espace libre, il faut alors exprimer le temps au bout duquel il est possible de capter moins d'un rayon dans la sphère de mesure. Pour se faire, nous utilisons la formule de l'angle

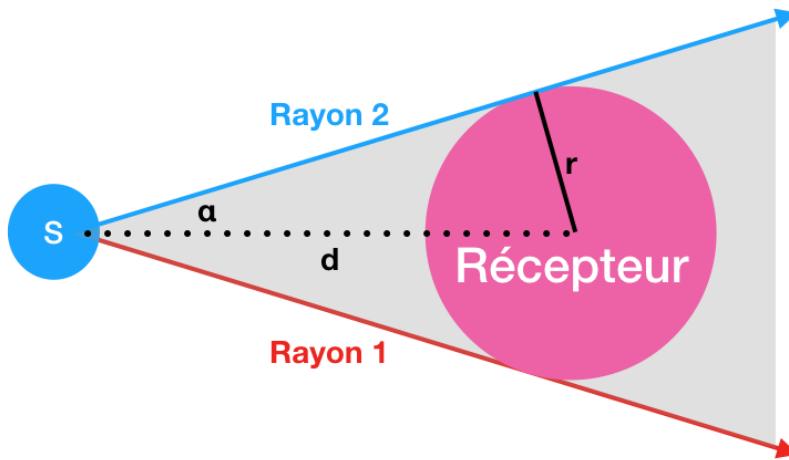


FIGURE 5.3 – Schéma d'un récepteur captant au moins un rayon.

solide d'un cône de révolution⁶ de demi-angle au sommet α (voir fig. 5.2b) :

$$\Omega_i = 2\pi(1 - \cos(\alpha)). \quad (5.3)$$

Or, cet angle solide peut aussi s'exprimer par :

$$\Omega_i = \frac{4\pi}{N}. \quad (5.4)$$

Ainsi, on obtient d'après Pythagore (voir fig. 5.3) :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{\sqrt{d^2 - r^2}}{d}, \\ &= \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

avec :

- r : le rayon du récepteur,
- d : la distance maximale du récepteur à la source,
- N : le nombre de rayons total.

En normalisant l'énergie ($E_0 = 1$), on obtient alors :

$$\begin{aligned} 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}}\right) &= \frac{4\pi}{N}, \\ \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}} &= 1 - \frac{2}{N}, \\ 1 - \frac{r^2}{d^2} &= \left(1 - \frac{2}{N}\right)^2, \\ \frac{r^2}{d^2} &= \frac{4}{N^2}(N-1), \\ \frac{r}{d} &= \frac{2}{N}\sqrt{N-1}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

6. [WIKIPÉDIA, Angle solide d'un cône de révolution]

Nous constatons qu'en fixant N (le nombre de rayons total émis depuis la source) et r (le rayon de la sphère de mesure), nous pouvons connaître la distance d au bout de laquelle la probabilité de ne capter aucun rayon ne sera plus nulle. En pratique, on voudra réduire encore l'erreur et il faudra arrêter la mesure avant d'arriver à cet extrême. On pourra alors fixer un nombre n de rayons minimum à capter. Par exemple si on fixe n à 100 rayons, on s'assure que la mesure comprend au moins 100 portions de la sphère énergie et on revient statistiquement à un modèle quasi-continu.

Pour établir la nouvelle expression, il suffit de refaire les mêmes calculs en considérant que :

$$\Omega_i = n \cdot \frac{4\pi}{N}. \quad (5.7)$$

L'équation 5.6 s'écrit donc :

$$\frac{r}{d} = \frac{2n}{N} \sqrt{\frac{N}{n} - 1} \Rightarrow d_{max} = \frac{N \cdot r}{2n \sqrt{\frac{N}{n} - 1}}. \quad (5.8)$$

Aussi, si $N \gg n$ l'expression se simplifie par :

$$d_{max} \approx \frac{r}{2} \sqrt{\frac{N}{n}}. \quad (5.9)$$

Nous limitons de cette façon le calcul aux premières réflexions de la réponse impulsionnelle. Cependant, les RIR sont en général calculées jusqu'à ce que l'énergie diminue de 60dB. Il s'agit d'un critère d'arrêt classique car, comme expliqué dans la section 4.2.1 il assure de couvrir la plage d'audition humaine. Or avec notre méthode, nous ne prenons plus de mesure à partir d'un certain temps, correspondant à la distance d_{max} . Il faudra alors jouer sur les paramètres N , r ou n pour s'assurer de dépasser le RT₆₀. En pratique, le temps de calcul sera très sensible à la valeur de N tandis que la précision dépendra de r et n . Ainsi, une possibilité est d'arrêter la mesure lorsque d_{max} est atteinte et de compléter le champs diffus de manière statistique. Cela est envisageable d'après les hypothèses de Sabine qui supposent que le champs diffus devient pseudo-aléatoire. La réponse impulsionnelle obtenue par tracé de rayons peut ainsi être prolongée par régression linéaire pour atteindre RT₆₀.

5.2 Environnement géométrique

5.2.1 Maillage de salle et matériaux

Comme nous l'avons vu précédemment, nous allons travailler à partir d'un maillage existant, qui sera dans notre cas d'application le théâtre d'Orange (voir partie I) mais qui pourrait être n'importe quel maillage de salle. La méthode se doit donc d'être générique. Cependant notons qu'il sera obligatoire d'avoir des faces triangulaires et que les normales devront être orientées vers l'intérieur de la salle (voir fig. 5.4).

Chaque face triangulaire est donc considérée comme une paroi à laquelle il faut affecter un matériau. A un matériau on associe huit coefficients d'absorption correspondant aux bandes d'octave : 62,5Hz, 125Hz, 250Hz, 500Hz, 1kHz, 2kHz, 4kHz, 8kHz. Ces huit bandes permettent de couvrir une large plage des fréquences audibles par l'être humain. L'absorption de l'onde sonore dépendra donc de la fréquence et il faudra calculer

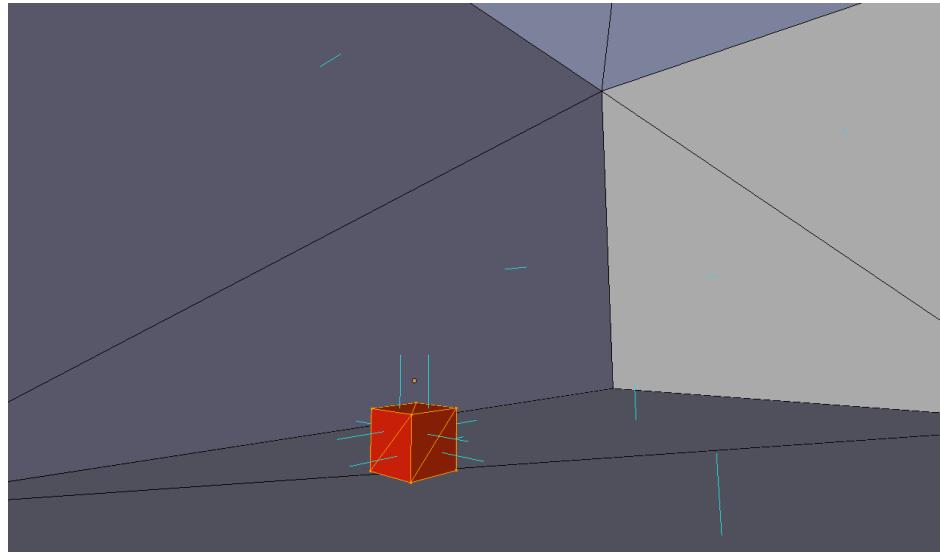


FIGURE 5.4 – Représentation d'un maillages surfacique à faces triangulaires composé d'une salle et d'un obstacle et dont les normales (en bleu) sont orientées vers l'intérieur de la salle.

huit réponses impulsionnelles. Il existe de nombreuses bases de données recensant ces coefficients d'absorption pour tout type de matériaux. Elles sont en général créées de manière expérimentale dans un local spécialement aménagé. L'erreur est de l'ordre de 15%⁷. La base que nous utilisons a l'avantage d'être très complète et en libre accès sur le site d'Odéon⁸. Les coefficients sont sans unité et correspondent à un ratio d'absorption compris entre 0 et 1. Le tableau ?? présente quelques exemples de coefficients d'absorption. L'énergie d'un rayon ayant été réfléchi par plusieurs parois sera proportionnelle à :

$$E = \prod_{i=0}^n (1 - \alpha_i), \quad (5.10)$$

avec :

- n : le nombre de parois rencontrées,
- α_i : le coefficient d'absorption de la i -ème paroi.

Référence	Nom du matériau	62,5Hz	125Hz	250Hz	500Hz	1kHz	2kHz	4kHz	8kHz
1	100% absorbent	1	1	1	1	1	1	1	1
2	100%reflecting	0	0	0	0	0	0	0	0
107	Concrete block, coarse ⁹	0.36	0.36	0.44	0.31	0.29	0.39	0.25	0.25
3000	Hollow wooden podium ¹⁰	0.4	0.4	0.3	0.2	0.17	0.15	0.1	0.1

TABLEAU 5.1 – Exemples de coefficients d'absorption de la base de données Odéon

Notons par ailleurs que l'on définit la ou les sources sonores par une position ponctuelle dans l'espace délimitée par la salle. De la même façon, le récepteur se définit par sa position dans l'espace ainsi que par son rayon de mesure. Il sera assimilé à une sphère.

7. [ACOUPHILE.FR]

8. [ODEON, Materials]

9. Harris, 1991

10. Dalenbäck, CATT

5.2.2 Crédit d'une boîte englobante

La technique de lancer de rayons présente une problématique pour des maillages ouverts. Effectivement, nous verrons dans la section 5.3 qu'il est préférable que chaque rayon puisse rencontrer une paroi afin d'assurer le bon comptage des rayons et éviter ainsi les erreurs algorithmiques. Or, pour une salle ouverte, comme c'est le cas dans le théâtre d'Orange qui est à ciel ouvert, certains rayons peuvent ne rencontrer aucune face. Pour résoudre ce problème facilement et de manière transparente pour l'utilisateur, douze faces triangulaires sont ajoutées systématiquement au maillage afin de créer une boîte englobante. On assigne à ces faces un matériau 100% absorbant afin de respecter la perte d'énergie provoquée par l'absence de paroi. Par ailleurs, cette boîte ne sera pas en contact avec le maillage mais sera légèrement plus grande. Ceci permet d'éviter qu'une de ces faces ne soit confondues avec une paroi réelle du maillage et que les rayons soient absorbés par la boîte englobante au lieu d'être réfléchis par la paroi.

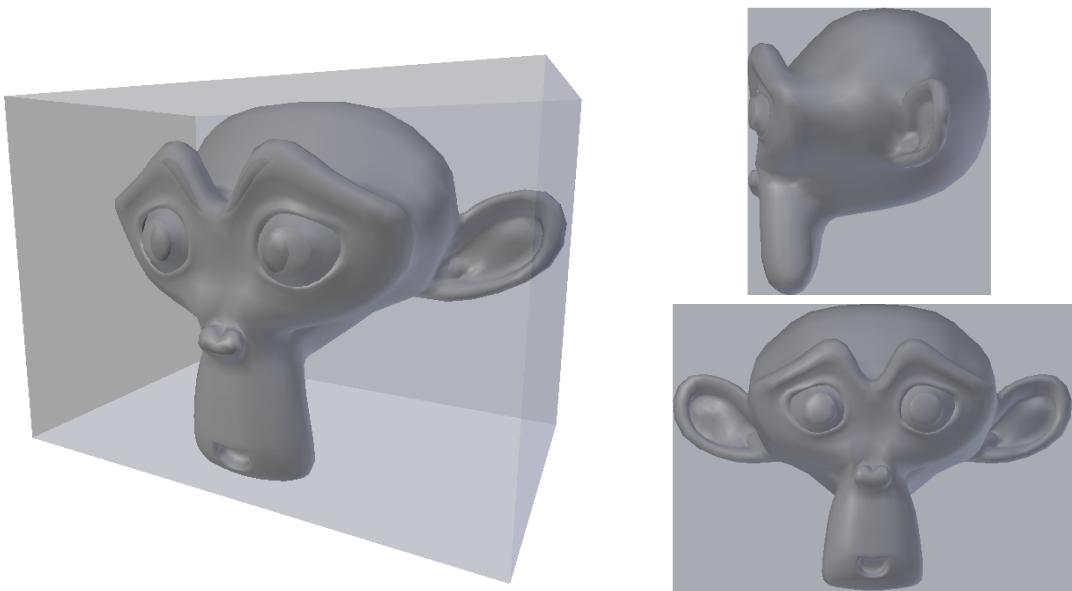


FIGURE 5.5 – Illustration d'une boîte englobant un maillage quelconque (Suzanne)

5.3 Calcul de rayons

Le principe de la méthode utilisée est d'émettre depuis une source des rayons se propageant en ligne droite jusqu'à atteindre un triangle du maillage. Il est bon de noter que dans la nature, les ondes sonores peuvent suivre des trajectoires courbes à cause de certains paramètres comme les gradients de température ou la présence de vent. Néanmoins nous ferons l'approximation que la propagation se fait en ligne droite. Par ailleurs, les sources sonores telles que les instruments de musique ou la voix humaine ne sont pas omnidirectionnelles mais possèdent une répartition de l'énergie qui leur est propre. Comme précisé précédemment, notre étude se place dans le cas général d'une source ayant une répartition uniforme de son énergie dans toutes les directions de l'espace et pourra, dans un second temps, être enrichie par d'autres types de sources.

Pour générer une émission omnidirectionnelle de rayons, nous avons dans un premier temps évalué l'utilisation d'une "*Ico Sphère*" générée par Blender. L'idée est d'utiliser

le centre comme origine et chaque vertice pour calculer le vecteur directeur des rayons. Effectivement, Blender propose dans ses objets de base une sphère formée par un icosaèdre régulier. Selon le raffinement voulu, Blender découpe chaque segment en son milieu et déforme la surface pour obtenir un modèle sphérique (voir fig. 5.6a). La répartition est donc uniforme puisque l'"*Ico Sphère*" n'est composée que de triangles équilatéraux identiques. Cependant, Blender bride ces subdivisions à l'ordre 8, ce qui limite l'"*Ico Sphère*" à 163842 points. Outre le fait que cette manipulation aurait largement ralenti Blender, nous souhaitons pouvoir traiter un nombre de rayons bien plus important et de valeur quelconque. Nous utilisons donc une sphère de Fibonacci afin de générer les vecteurs directeurs des rayons.

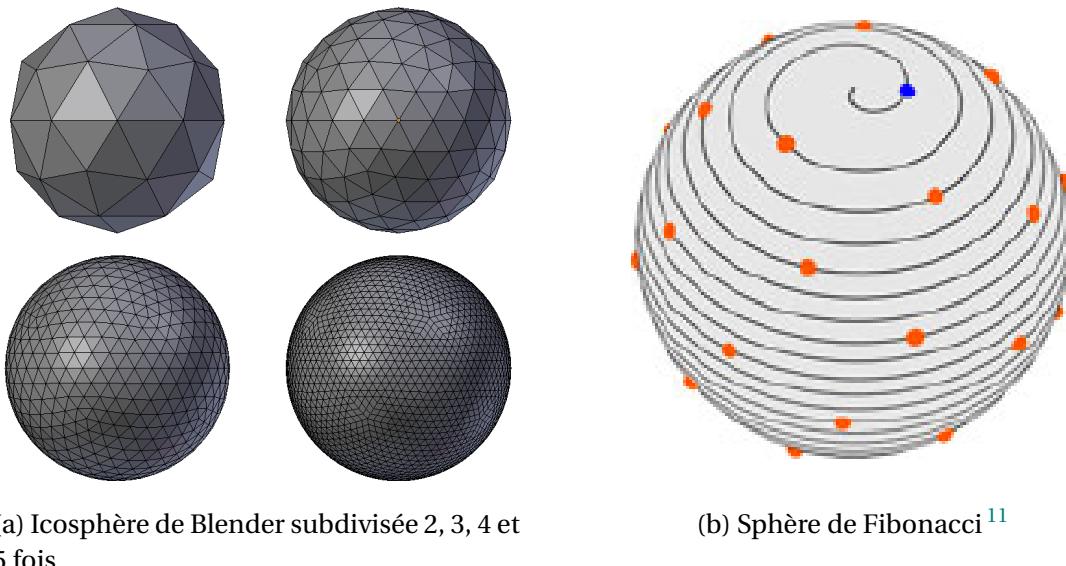


FIGURE 5.6 – Sphères permettant l'émission omnidirectionnelle de rayons

On note Γ le nombre d'or tel que :

$$\Gamma = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}. \quad (5.11)$$

Les coordonnées sphériques sont données par :

$$\begin{cases} \theta &= \frac{2\pi \times n}{\Gamma} \pmod{2\pi}, \\ \phi &= \arcsin\left(\frac{2n}{N-1} - 1\right), \end{cases} \quad (5.12)$$

avec :

- N : le nombre total de rayons,
- $n \in [0, 1, 2, \dots, N-1]$: le numéro du rayon.

A partir de ces coordonnées sphériques, on en déduit les coordonnées cartésiennes des vecteurs directeurs que l'on normalisera par la suite :

$$\begin{cases} x &= \cos \phi \times \cos \theta, \\ y &= \cos \phi \times \sin \theta, \\ z &= \sin \phi. \end{cases} \quad (5.13)$$

11. [KEINERT et collab., 2015, fig. 1]

À l'initialisation nous émettrons donc N rayons depuis le centre de l'objet source et dirigés dans toutes les directions de manière uniforme. Une énergie normalisée à 1 leur est assignée de sorte que l'énergie totale vaille N et ceux pour chaque bande de fréquence. L'algorithme va ensuite propager les rayons sur les parois et à chaque intersection les énergie vont être atténées par l'absorption des parois (voir eq. 5.10). Tant que les huit énergies de d'un rayons ne sont pas toutes inférieures à une valeur seuil alors celui-ci continu de se propager.

Pour tester les intersections entre les rayons et les parois nous utilisons l'algorithme de Möller-Trumbore¹² développé à la fin des années 90 d'après les travaux de J.Arenberg¹³ et D.Badouel¹⁴ et reconnu pour être rapide et efficace. Il s'agit d'opérer un changement de base pour le vecteur directeur du rayon et d'exprimer le point d'intersection à l'aide de coordonnées barycentriques. Cela permet d'éviter de devoir travailler avec des équations de plans et soulage les calculs.

Nous cherchons donc l'intersection entre un rayons d'équation :

$$R(t) = O + Dt, \quad (5.14)$$

et une face triangulaire de sommets V_0, V_1, V_2 .

Un point T appartient au triangle si :

$$T(u, v) = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2, \quad (5.15)$$

avec (u, v) les coordonnées barycentriques tels que :

$$\begin{cases} u \geq 0, \\ v \geq 0, \\ (u + v) \leq 1. \end{cases} \quad (5.16)$$

Ainsi, l'intersection entre le rayon et le triangle s'écrit :

$$O + Dt = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2, \quad (5.17)$$

avec t la distance entre le point d'origine du rayon et le point d'intersection. D'après la règle de Cramer, nous pouvons réarranger cette équation sous la forme :

$$\begin{bmatrix} -D, & V_1 - V_0, & V_2 - V_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = O - V_0. \quad (5.17)$$

Ainsi, on aura :

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{\begin{vmatrix} -D, & E_1, & E_2 \\ -D, & E_1, & E_2 \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} |T, E_1, E_2| \\ | -D, T, E_2 | \\ | -D, E_1, T | \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

avec :

$$\begin{cases} E_1 = V_1 - V_0, \\ E_2 = V_2 - V_0, \\ T = O - V_0. \end{cases} \quad (5.20)$$

12. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, p. 2-3]

13. [ARENBERG, 1988, oeuvre intégrale]

14. [BADOUEL, 1990, p. 390-393]

15. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 2]

16. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 3]

17. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 4]

18. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 5]

Ce qui équivaut à :

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{(D \times E_2) \cdot E_1} \begin{bmatrix} (T \times E_1) \cdot E_2 \\ (D \times E_2) \cdot T \\ (T \times E_1) \cdot D \end{bmatrix}.^{19} \quad (5.21)$$

On peut alors connaître toutes les faces que rencontre chaque rayon en conservant le point d'intersection pour le rayon le plus court. Effectivement, on admet que les faces peuvent absorber les rayons mais pas les transmettre donc le rayon s'arrêtera à la première face rencontrée. En pratique il peut y avoir des phénomènes de vibro-acoustique et de résonance qui peuvent transmettre le son à travers des parois. Nous pouvons négliger ces phénomènes notamment dans un cas comme le théâtre d'Orange dont l'épaisseur et la densité des murs est importante. Il est tout de même bon de noter que, pour cette raison, certains cas d'utilisation ne pourront pas être testés comme par exemple l'écoute dernière une porte ou sous l'estrade de bois.

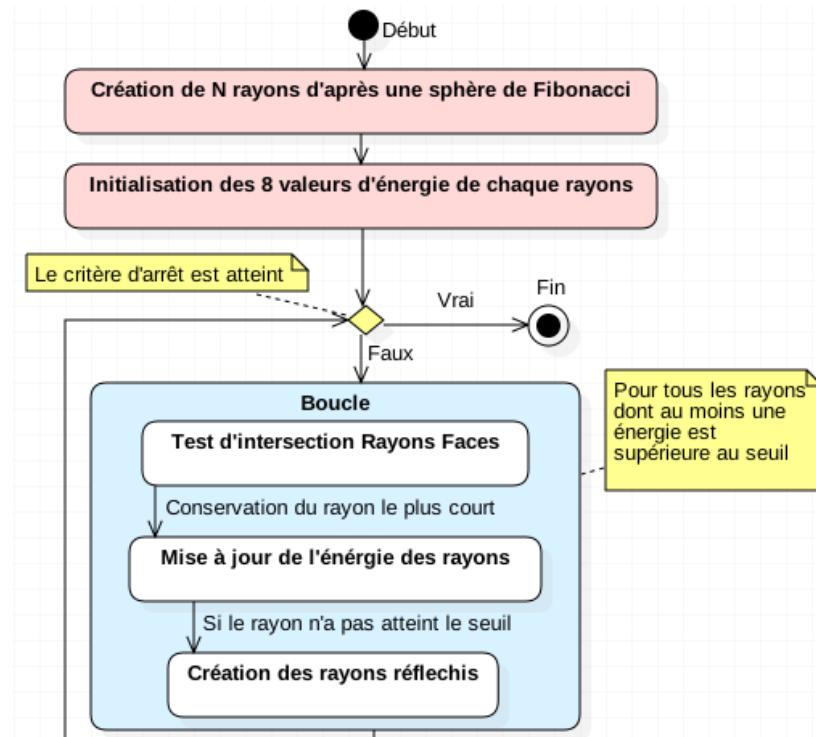


FIGURE 5.7 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des rayons

Une fois que l'on sait sur quelle paroi chaque rayon va se réfléchir, on peut mettre à jour leurs énergies en les multipliant pour chaque bande de fréquence par $(1 - \alpha_i)$, les α_i étant les coefficients d'absorption de la face rencontrée (voir section 5.2.1). La longueur totale du rayon doit être stockée afin de pouvoir prendre en compte l'absorption de l'air, de créer les sources-images (voir section 5.4) et de calculer la RIR (voir section 5.5). Il y a alors deux possibilités pour que le processus s'arrête :

- Les énergies des huit bandes de fréquence portées par le rayon sont toutes en dessous d'un seuil. En général, ce seuil est fixé à -60dB pour une source-image, ce qui assure que le son ne soit plus audible. Il faut donc résonner en terme de faisceau de "n" rayons pour déterminer le seuil limite d'un rayon.

19. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 6]

- La distance totale parcourue par le rayon a dépassé le seuil déterminé par l'équation 5.6. Cela assure que l'angle solide soit négligeable devant le rayon du récepteur et ainsi que la répartition discrète d'énergie puisse être considérée comme quasi-continue (voir section 5.1).

Les rayons pour lesquels aucun de ces deux critères n'est atteint donnent alors naissance à un rayon réfléchi, les autres arrêtent de se propager.

Pour calculer le vecteur directeur des rayons réfléchis, il suffit d'utiliser le vecteur normal à la face rencontrée (de norme 1) et d'utiliser la formule suivante :

$$\vec{r} - \vec{i} = 2 \times (-\vec{i} \cdot \vec{n}) \vec{n}. \quad (5.22)$$

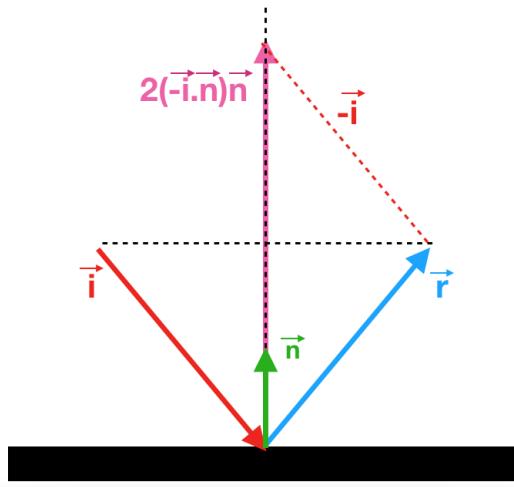


FIGURE 5.8 – Calcul d'un rayon réfléchi à partir d'un rayon incident et d'une normale

Nous pouvons ainsi mettre à jour les informations sur les rayons (origine et vecteur directeur) et boucler afin de propager ces rayons réfléchis vers de nouvelles faces. Notons tout de même que dans l'implémentation algorithmique il peut se produire des problèmes d'arrondis qui peuvent faire fuir des rayons (c'est à dire qu'ils ne rencontrent aucune face). Pour éviter cela, on modifie les conditions de l'équation 5.15 tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} u \geq -\epsilon, \\ v \geq -\epsilon, \\ (u + v) \leq 1 + \epsilon, \end{array} \right. \quad (5.23)$$

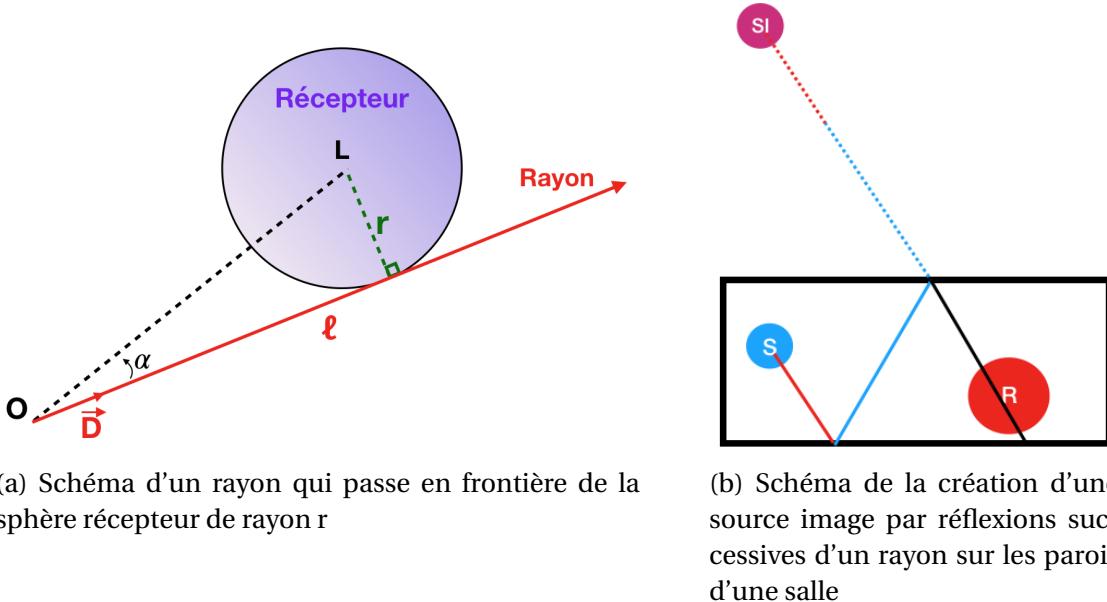
avec $\epsilon = 10^{-5}$ (la précision machine étant de 10^{-6} pour une variable de type *float*). De même, si un rayon tombe dans un coin, son rayon réfléchi pourra sortir du maillage. Pour éviter cela on aura :

$$l = l - \epsilon,$$

avec l la longueur du rayon.

5.4 Calcul de sources-images

A chaque itération, c'est à dire à chaque fois que les N rayons sont entrés en contact avec une paroi et avant qu'ils ne soient réfléchis, on détermine ceux qui ont traversé le



récepteur. Nous allons ainsi pouvoir ajouter au fur et à mesure des itérations de nouvelles sources-images. Pour savoir si un rayon (parmi les rayons qui n'ont pas atteint le critère d'arrêt) donne naissance à une source image, on vérifie dans un premier temps si le point d'origine du rayon est à l'intérieur de la sphère-récepteur :

$$||\vec{OL}|| \leq r, \quad (5.24)$$

avec :

- O : L'origine du rayon,
- L : Le centre du récepteur (Listener),
- r : Le rayon de la sphère récepteur.

Si c'est le cas, alors le rayon est perçu par le récepteur et une source image va être créée. Sinon, on vérifie si le rayon se dirige bien vers le récepteur. Pour cela il suffit de vérifier que :

$$\cos \alpha \geq 0, \quad (5.25)$$

avec α l'angle entre le rayon de vecteur directeur \vec{D} et \vec{OL} . Par ailleurs, on vérifie que le rayon est assez grand pour atteindre le récepteur (donc qu'il n'est pas interrompu par une paroi avant) :

$$||\vec{OL}|| \leq l, \quad (5.26)$$

avec l la longueur du rayon. Pour finir, on s'assure que le rayon intersecte bien la sphère-récepteur :

$$\sin \alpha \times ||\vec{OL}|| \leq r \Rightarrow \alpha \leq \arcsin \frac{r}{||\vec{OL}||} \quad (5.27)$$

Si ces conditions sont réunies, alors le rayon traverse bien le récepteur et une source-image est générée. Ses coordonnées sont obtenues en traçant un vecteur de même origine mais de sens opposé au rayon courant et dont la norme sera égale à la distance totale parcourue par le rayon avant sa dernière réflexion (voir fig. 5.9b). On rétro-propage donc

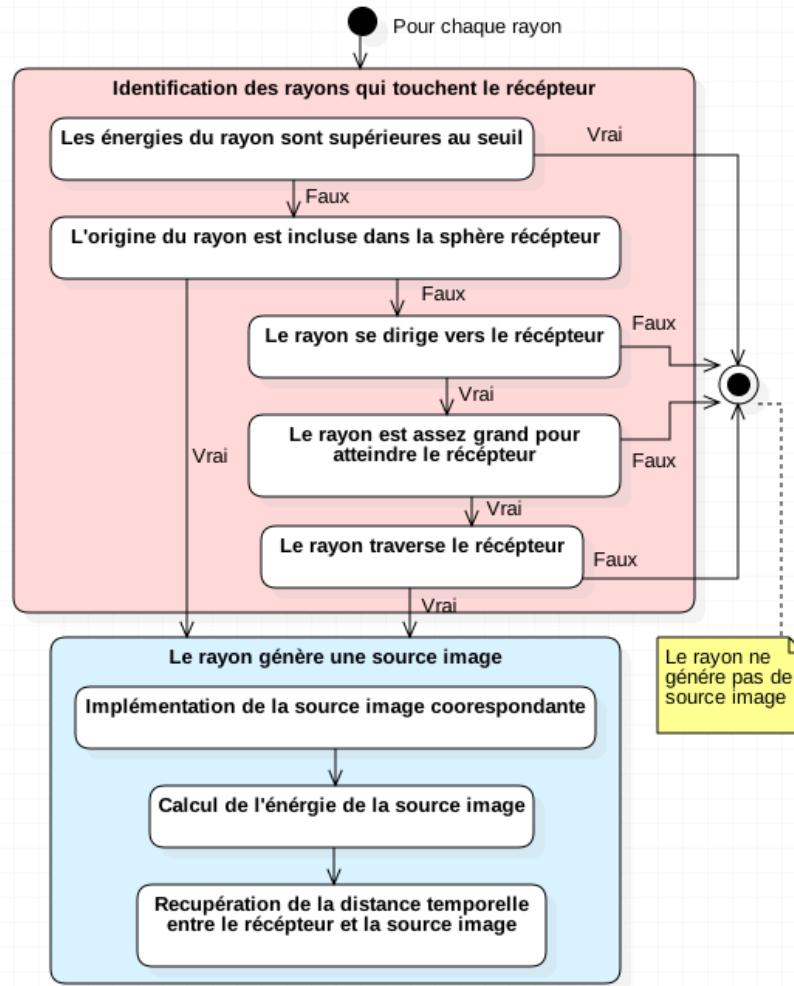


FIGURE 5.10 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des sources-images

le rayon jusqu'à arriver à la source-image dont la position est le symétrique de la source par rapport à tous les plans rencontrés par le rayon. On assigne à cette source-image huit coefficients d'énergie correspondant aux coefficients d'énergie finaux du rayon, atténués par l'absorption de l'air sur le trajet total. Celle-ci est déterminée pour chaque bande de fréquence d'après les formules analytiques décrites dans la section 4.1.3. Le calcul des énergies se fait de la manière suivante :

$$E_{si,i} = E_{r,i} \times e^{-m_i \times l_{tot}}, \quad (5.28)$$

avec :

- $E_{si,i}$: L'énergie portée par la source image sur la i-ème bande de fréquence,
- $E_{r,i}$: L'énergie finale portée par le rayon sur la i-ème bande de fréquence,
- m_i : Le coefficient d'absorption de l'air sur la i-ème bande de fréquence (voir 4.1.3),
- l_{tot} : La distance totale parcourue par le rayon entre la source et le récepteur.

Étant donné que tous les rayons qui se seront réfléchis sur une même paroi vont générer des sources-images en un même point, on peut sommer leur énergie. Il n'y aura donc qu'une seule source-image portant l'énergie de plusieurs rayons.

Pour finir, on assigne à chaque source-image une distance temporelle afin pouvoir tracer la réponse impulsionnelle :

$$t_{tot} = \frac{l_{tot}}{v}, \quad (5.29)$$

avec :

- t_{tot} : le temps de parcours entre la source-image et le récepteur,
- v : la vitesse du son dans le milieu (air : 340m/s).

5.5 Génération de réponse impulsionnelle

Disposant de la distance temporelle entre les sources-images et le récepteur, il est possible d'afficher les courbes d'énergie sonore en fonction du temps. Aussi, pour chaque bande d'octave nous sommes les énergies par tranches temporelles. Ces tranches sont déterminées par la fréquence d'échantillonnage f_s . Celle-ci devra être identique à celle du signal audio avec lequel la réponse impulsionnelle sera convolée (voir section 5.6). Ainsi :

$$nb_{ech} = f_s \times t_{max}, \quad (5.30)$$

avec :

- nb_{ech} : le nombre total d'échantillon,
- f_s : la fréquence d'échantillonnage,
- t_{max} : le temps de parcours de la source image la plus éloignée,

et pour chaque bande d'octave on somme les énergies par échantillon. On a alors :

$$E_i = \sum E_j, \quad (5.31)$$

tel que la partie entière du produit $(t_j \times f_s) = i$ et avec :

- E_i : l'énergie du i^e échantillon,
- E_j et t_j : respectivement l'énergie et temps de parcours de la j^e source-image.

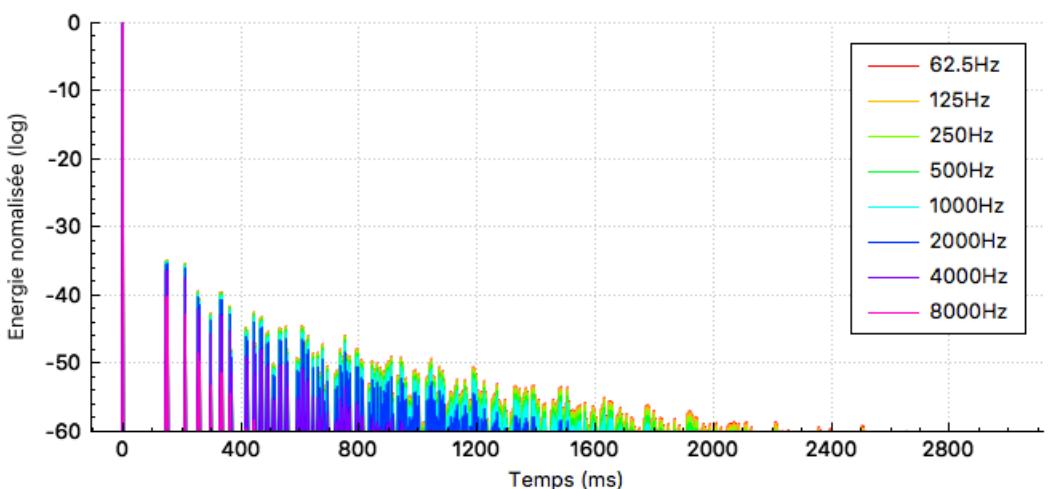


FIGURE 5.11 – Exemple de RIR pour un cube de 50m d'arrête, une source et un récepteur de 20m de diamètre situés au centre, un million de rayons et une fréquence d'échantillonnage de 44100Hz

Typiquement, pour une fréquence standard de 44100Hz chaque échantillon sommera les énergies des sources-images par tranches de $22,7\mu s$. Les énergies seront ensuite normalisées pour obtenir la RIR (voir fig. 5.11).

On a vu dans les sections 5.1 et 5.3 que la mesure pouvait être arrêtée avant d'atteindre le seuil limite d'audition, c'est à dire -60dB. Ce cas se présente lorsque le nombre de rayons est faible, lorsque le diamètre de la sphère récepteur est petit ou bien lorsque les rayons ont une longue distance à parcourir avant d'être suffisamment atténué (dans le cas d'une pièce fermée avec des parois très réfléchissantes par exemple). Dans ce cas, la RIR doit être complétée pour pouvoir atteindre le niveau d'énergie minimum demandé (-60dB). Pour cela, chaque courbe va être prolongée par régression linéaire afin de générer de manière statistique la queue de réverbération. D'après Sabine²⁰
A completer ...

5.6 Auralisation

L'analyse de résultats d'une étude acoustique peut parfois être délicate et difficile pour les personnes extérieures au milieu. Le résultat final qui pourra être analysé par le plus grand nombre est le signal audio de sortie. Même si l'analyse d'un signal audio nécessite une grande finesse auditive, elle présente pour avantage d'être accessible par une simple écoute. Pour obtenir le son réverbéré, il s'agit de convoluer le signal d'origine avec les **filtre à réponse impulsionnelle finie, ou Finite Impulse Response filter (FIR)**. Un FIR est une RIR exprimé en pression telle que :

$$P = \sqrt{E}, \quad (5.32)$$

avec :

- P : La pression sonore normalisée,
- E : L'énergie normalisée.

Convoluer ces signaux revient à multiplier point par point le fichier audio avec les FIR dans le domaine de Fourier (fréquentiel). On utilise pour cela des fichiers au format **WAV**. Dans le cas de longs signaux, il est judicieux d'utiliser une convolution partitionnée afin de réduire le stockage de données et accélérer les calculs²¹.

L'algorithme mis en place fonctionne de la manière suivante (voir fig. 5.12) :

Premièrement, on fixe la longueur des partitions à n échantillons tel que n soit une puissance de 2 (typiquement 1024). Dans un premier temps, le signal audio est découpé par tranches de n échantillons et chaque tranche recouvre la précédente sur la moitié de sa taille. Chacune d'entre elles est ensuite passées dans le domaine spectral par **transformation de Fourier rapide (FFT)**. Dans un second temps, les FIR sont convolus temporellement à des filtres passe-bande (voir fig. 5.13), c'est à dire que chaque pic des FIR sera multiplié par le filtre passe-bande de la fréquence correspondante. Les huit signaux de sortie sont alors découpés par tranches de $n/2$ échantillons que l'on fait précéder de $n/2$ zéros. Ce procédé se nomme "*ZeroPadding*" et permet d'éviter les effets de crénage (*aliasing*) lors de la convolution de deux signaux. En effet, les spectres des signaux présentent sur leur partie négative un repliement qui apporte de l'information redondante lors de la convolution. C'est pour cette même raison que les partitions du signal audio ont un recouvrement de $n/2$ échantillons. Ainsi, seuls les $n/2$ derniers échantillons du résultat de convolution sont utiles. Avant de pouvoir effectuer cette opération il faut passer les filtres dans le domaine spectral et sommer les huit bandes de fréquence. Une par une les partitions du signal audio sont convolues aux filtres et à chaque nouvelle partition, on

20. [SABINE, 1900]

21. [BATTENBERG et AVIZIENIS, 2011, 2. Algorithm overview]

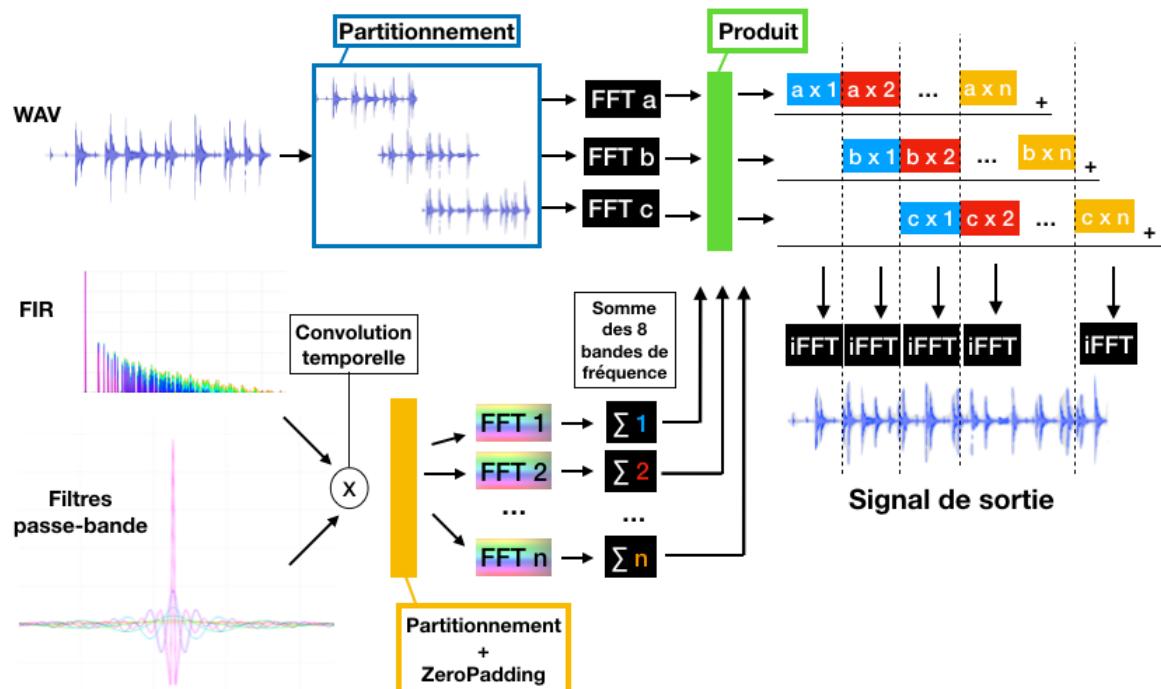


FIGURE 5.12 – Schéma du processus de convolution partitionnée

décale le résultat de $n/2$ échantillons. On pourra alors sommer les résultats et effectuer une transformée de Fourier inverse pour récupérer le signal de sortie. Celui-ci sera identique au signal d'entrée à la différence qu'il sera réverbéré, c'est à dire que chaque pic de la RIR répétera le signal d'entrée en écho.

Dans un futur développement il sera possible de générer une RIR pour l'oreille gauche et une autre pour l'oreille droite afin d'avoir une signal binauralisé. L'écoute pourra alors dépendre des angles d'azimut et d'élévation orientant le regard de l'auditeur. Ainsi, le son sera spatialisé et l'étude acoustique pourra prendre une nature immersive. Celle-ci pourra être renforcée par l'utilisation d'un casque muni d'un *Head-Tracker* afin de corriger les angles d'observation en temps réel²². Ce type de casque possède un gyroscope qui actualise la direction du regard en temps réel et permet d'augmenter considérable la sensation immersive.

22. [SALMON et collab., 2017, oeuvre intégrale]

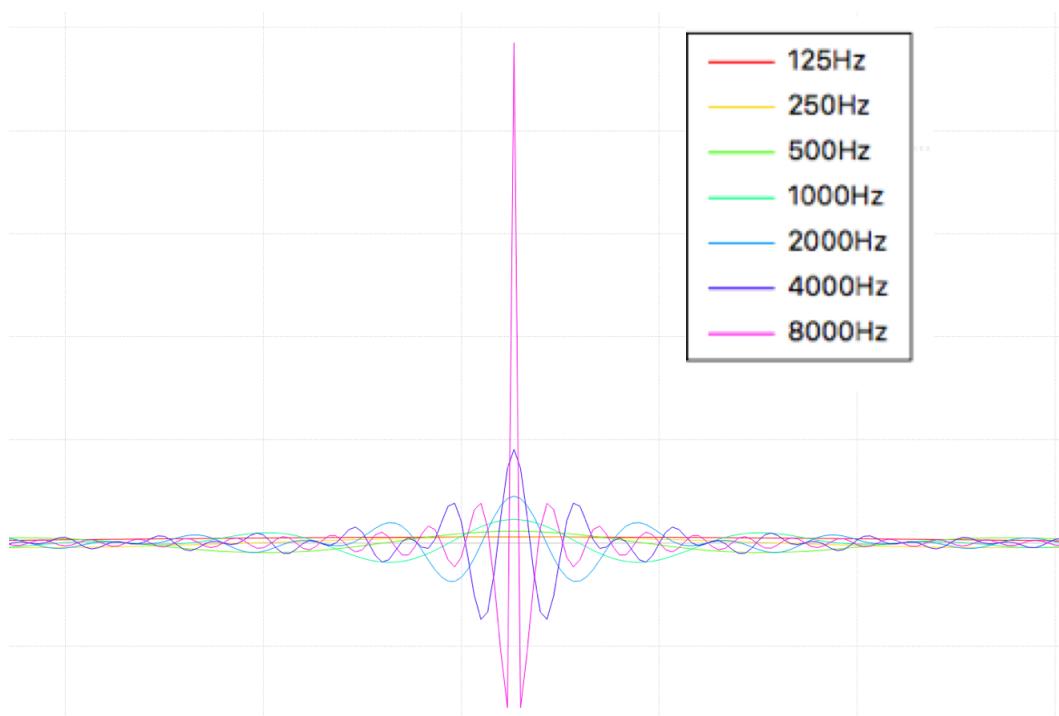


FIGURE 5.13 – Filtres fréquentiels passe-bande

Chapitre 6

Optimisation algorithmique

« *Un pessimiste voit la difficulté dans chaque opportunité, un optimiste voit l'opportunité dans chaque difficulté.* »

Winston Churchill

Sommaire

6.1 Méthode d'octree	89
6.1.1 Principe général	89
6.1.2 Implémentation	92
6.2 Analyse des résultats	95

Introduction

Afin de pouvoir qualifier les performances de l'algorithme, il est d'usage d'en mesurer la **complexité**. Ce coefficient vise à analyser et qualifier le temps de calcul d'un algorithme. Pour rappel les grandes étapes de l'algorithme qui font appel à des boucles d'itérations importantes sont les suivantes :

- lecture du maillage,
- intersection des rayons et des faces,
- création des sources-images.

On note N le nombre de rayons et M le nombre de faces du maillage. Nous allons donc pouvoir analyser la complexité de ces différentes étapes. La lecture du maillage ne dépend que du nombre de faces ; la complexité de cette opération est donc linéaire de type $O(M)$. Par ailleurs cette étape n'est réalisée qu'une fois à l'initialisation. La création des sources-images ne dépend que du nombre de rayons sera elle aussi de complexité linéaire en $O(N)$. Celle-ci se produit en boucle tant que tous les rayons n'ont pas atteint le seuil d'arrêt. Néanmoins on ne peut pas en déterminer le nombre de boucles car celui-ci dépend de la géométrie de la salle et des matériaux. Effectivement plus la salle est grande et plus les matériaux sont absorbants, plus vite s'arrêtera la boucle.

L'étape la plus complexe est la boucle d'itération sur le calcul des intersection entre les rayons et les faces. Lors de cette étape, chaque rayon est testé avec chaque face. La complexité de cet algorithme est donc quadratique en $O(N \times M)$. Il s'agit de l'étape critique de la méthode et la plus chronophage. Pour vérifier cela, nous mesurons le temps de calcul des intersections rayons-faces pour une itération (voir fig. 6.1 et tab. 6.1). Ce test est effectué sur un MacBook de processeur 2,7GHz Intel Core i5 avec 8Go de RAM DDR3. La géométrie utilisée est un tétraèdre dont le nombre de faces est multiplié par deux à chaque mesure.

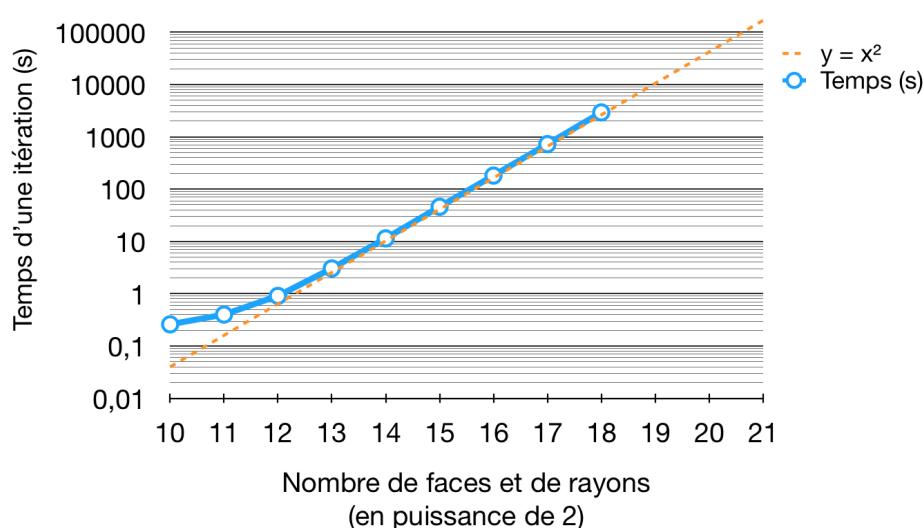


FIGURE 6.1 – Courbe de complexité donnant le temps (s) d'une itération pour $N=M$ en échelle logarithmique

La courbe 6.1 illustrant le temps de calcul en faisant varier le nombre N de rayons et le nombre M de faces tel que $N = M$ comporte bien une pente de 2 en échelle logarithmique. Effectivement :

$$T \propto N^2 \quad \Rightarrow \quad \ln(T) \propto 2\ln(N). \quad (6.1)$$

On constate comme prévu que le temps de calcul évolue comme le produit du nombre de faces par le nombre de rayons ce qui donne bien une complexité quadratique.

Par ailleurs en fixant d'une part le nombre de face et d'autre part le nombre de rayons on constate que le temps augmente bien linéairement par rapport à chacun de ces paramètres (voir fig . 6.2).

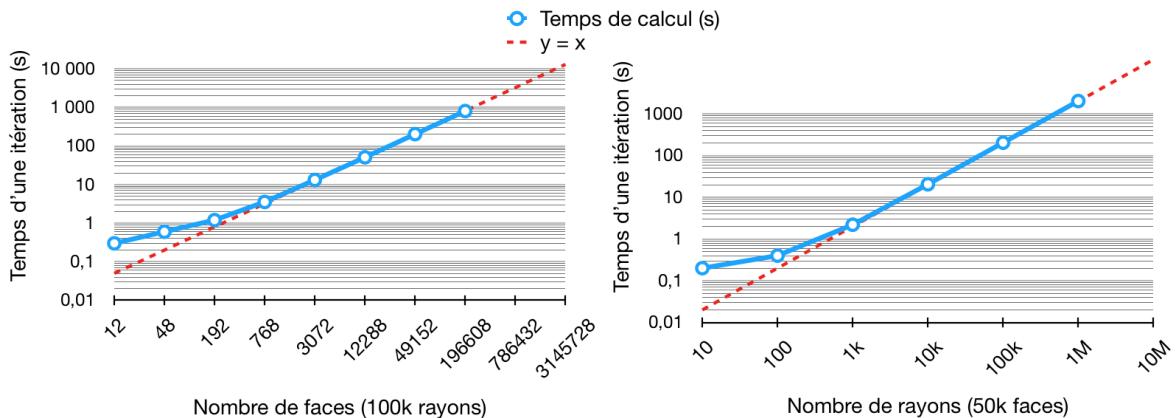


FIGURE 6.2 – Courbes de complexité donnant le temps (s) d'une itération en échelle logarithmique

Dans le cas du théâtre d'Orange, le nombre de faces est supérieur à 100 000 éléments et le nombre de rayons à émettre doit être très important compte tenu de la taille du bâtiment (voir section 5.1). En testant une géométrie simplifiée du bâtiment, nous constatons que son RT₆₀ est de l'ordre de 2 secondes. Il faudra donc pouvoir réaliser des mesures pour des rayons d'environ 700m de long. Or d'après l'équation 5.9 :

$$N > n \left(\frac{2d}{r} \right)^2. \quad (6.2)$$

Pour une sphère de mesure de quelques mètres (celle-ci ne doit pas trop s'étendre afin que la mesure reste localisée) et n de l'ordre d'une centaine de rayons, il faudra que le nombre total de rayons N soit supérieur à 50 millions. En prolongeant la courbe de la figure 6.2 on obtient un temps de calcul d'une trentaine d'heure, ce qui n'est pas acceptable pour entrer dans le cahier des charges. Nous devons donc optimiser l'algorithme afin de résoudre ce problème.

6.1 Méthode d'octree

6.1.1 Principe général

Comme nous l'avons vu précédemment, les maillages que nous devons traiter peuvent comporter plusieurs dizaines, voire centaines de milliers d'éléments. Les algorithmes permettant de gérer ce genre de cas utilisent souvent des méthodes dites de "diviser pour régner" (*divide and conquer*). Cela permet, notamment dans des environnements 3D de pré-trier les données afin de ne réaliser les calculs couteux en temps que sur une quantité de données restreinte.

Il existe plusieurs types d'arbres permettant l'optimisation des calculs par partitionnage de données. On pourra citer l'exemple bien connu des arbres binaires qui subdivisent les données en deux de manière récursive¹. Nous avons choisi d'utiliser un arbre

1. [?], p. 318–348]

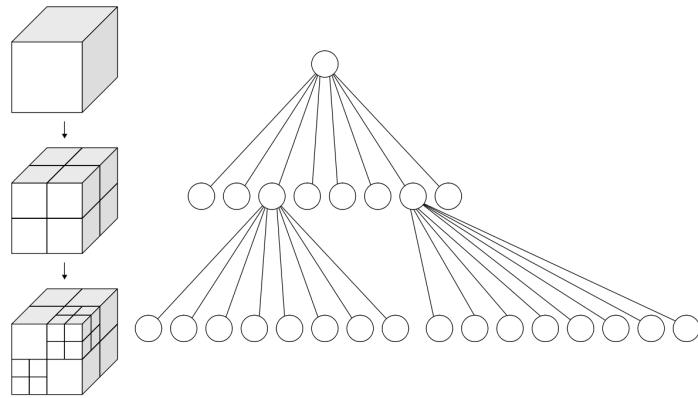


FIGURE 6.3 – Illustration du principe d'*octree*. Subdivision d'un cube en "octants" (gauche) et l'arbre correspondant (droite)

assez similaire à la différence près qu'il sépare l'espace en 2 sur chacune des dimensions de l'espace et crée des subdivisions de taille identiques alignées avec les axes. Chaque itération découpe la partition de l'espace précédente en 8 (soit 2^3) ce qui donne le nom d'*octree* à ce procédé².

Le principe général consiste à créer une boîte cubique dite "boîte-mère" contenant l'ensemble des éléments du maillage, c'est à dire l'ensemble des faces triangulaires. Cette boîte-mère est alors subdivisée pour créer huit "boîtes-filles" de taille identique qui elles-mêmes vont être subdivisées en huit boîtes-filles, etc (voir fig. 6.3). De manière récursive, chaque élément contenu dans une boîte-mère va être rangé dans la boîte-fille qui le contient. On descend de cette façon dans l'arborescence de l'arbre jusqu'à atteindre une condition d'arrêt. Typiquement, l'*octree* s'arrête lorsque plus aucune boîte-fille ne contient plus de n éléments. Les boîtes sont donc raffinées de la même manière que le maillage (voir fig. 6.4) puisque que les boîtes vides ne génèrent pas de boîtes-filles.

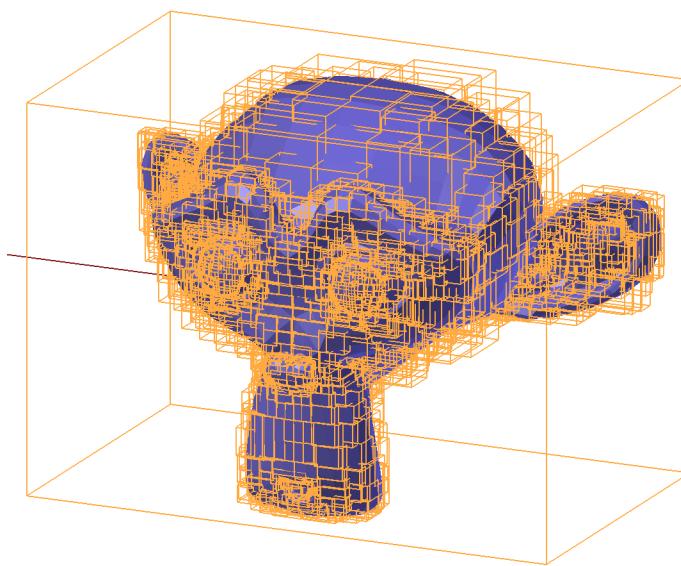


FIGURE 6.4 – Suzanne triée dans un *octree*

Vérifions si ce système de tri permet de réduire la complexité du calcul. Nous avons vu que l'étape la plus chronophage de l'algorithme est l'interaction des rayons et des faces.

2. [MEAGHER, 1982, p. 5]

Avec le partitionnage spatial de l'*octree* nous ne testons que les rayons et les faces d'une même boite. Nous nommons *objet* : un rayon ou une face. Dans un premier temps, voyons la complexité de la répartition des *objets* dans les boites. Nous nous plaçons dans le cas idéal où N *objets* sont repartis de manière uniforme dans l'espace. On nomme *opérations* le rangement des *objets* dans les boites. On note p le nombre d'étages de l'*octree*. Pour $p = 0$, c'est à dire lorsque l'*octree* n'est composée que de sa boite-racine, la boite-mère contient N *objets*. Pour $p = 1$ il faut ranger N élément dans 8 boites-filles. Il y aura donc $8N$ *opérations*. A l'étage suivant, chaque boite-fille contenant $\frac{N}{8}$ *objets* devient alors un boite mère traitée comme précédemment. Ainsi il faut 8 *opérations* par boite-mère pour ranger leurs $\frac{N}{8}$ *objets*. Nous avons donc à cette étape :

$$8 \times 8 \times \frac{N}{8} = 8N \text{ opérations.}$$

De la même manière à l'étape suivante on aura :

$$8^3 \frac{N}{8^2} = 8N \text{ opérations.}$$

Que l'on peut écrire dans le cas général :

$$8^p \frac{N}{8^{p-1}} = 8N \text{ opérations.} \quad (6.3)$$

On constate qu'il faut faire p fois $8N$ *opérations* pour arriver à l'étage p . Il y aura donc $p \times 8N$ *opérations* au total.

Voyons maintenant comment déterminer p . Nous nous plaçons dans le cas où les boites du dernier étage ne contiennent qu'un unique *objet*. Nous avons donc autant de boites que d'*objets*. Ainsi :

$$\begin{aligned} 8^p &= N, \\ p \cdot \ln 8 &= \ln N, \\ p &= \frac{1}{\ln 8} \ln N. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Le nombre total d'*opérations* C est donc :

$$C = p \cdot 8N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N. \quad (6.5)$$

Le rangement des *objets* dans les boites est donc proportionnel à $N \cdot \ln N$. À cela il faudra ajouter les calculs des intersections rayons/faces qui ne sont fait que N fois, c'est à dire une fois par boite (puisque on n'a qu'un rayon et qu'une face par boite). La complexité totale devient :

$$C_{tot} = p \cdot 8N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N + N. \quad (6.6)$$

Dans le cas général où les *objets* ne sont pas répartis de manière uniforme, la démonstration est plus complexe. Effectivement, on ne peut pas prédire quelles boites vont être vides avant les autres et donc combien il y aura de boites par étages (voir fig. 6.3). Cela est dû au fait que l'espace est divisé en 8^p à chaque étage et que selon la répartition des éléments certaines boites vont se retrouver vides et ne plus se subdiviser. La démonstration générale pourrait par contre fonctionner dans le cas d'un arbre binaire par exemple puisque le découpage dans l'espace se fait de manière à avoir un nombre équivalent d'éléments dans chaque boite quelque soit leur répartition. L'équation 6.3 donne :

$$2^p \frac{N}{2^{p-1}} = 2N \text{ opérations.}$$

On obtient alors :

$$C = p \cdot 2N = \frac{2N}{\ln 2} \ln N. \quad (6.7)$$

Or, comme $\frac{2}{\ln 2} > \frac{2}{\ln 2}$ il faudra descendre plus loin dans les étages de l'arbre ce qui en pratique peut s'avérer être plus coûteux en temps.

De la même manière, en revenant au cas de l'*octree* il pourra être plus judicieux de ne pas garder un unique *objet* par boite dans le dernier étage mais plutôt d'arrêter l'arbre lorsque les boites possèdent toutes moins de n *objets*. L'équation 6.4 devient :

$$8^p = \frac{N}{n}. \quad (6.8)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} p \cdot \ln 8 &= \ln N - \ln n, \\ p &= \frac{1}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8}, \end{aligned} \quad (6.9)$$

et

$$C = p \cdot 8N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8} 8N. \quad (6.10)$$

Pour obtenir la complexité totale il faut ajouter le nombre d'opérations qu'il faut pour calculer les intersections rayons/faces par boite, c'est à dire n^2 . On obtient :

$$C_{tot} = \frac{8N}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8} 8N + n^2. \quad (6.11)$$

Le nombre d'étage nécessaire diminue donc d'un terme constant lié à n et pour $n \ll N$ le temps de calcul sera proportionnel à $(aN \ln N + bN + c)$ avec a , b et c des constantes non significatives. La complexité est donc en $O(N \ln N)$.

6.1.2 Implémentation

L'algorithme a été développé comme décrit sur la figure 6.5). Une première boite cubique englobant le maillage dans sa globalité est créée. On y associe les indices de l'ensemble des faces puisqu'elles sont toutes contenues dans cette boite-racine. On va ensuite, de manière récursive descendre dans des étages successifs. Passer de l'étage p à l'étage $p + 1$ revient à découper toutes les boites non-vides de l'étage p en huit boites-filles de tailles égales qui deviendront à leur tour les boites-mères de l'étage $p + 1$. Les indices des faces assignés à une boite-mère sont répartis dans les huit boites-filles. Pour savoir quel face appartient à quelle boite, on utilise les coordonnées du centre de la face. Effectivement, une face peut géométriquement rencontrer plusieurs boites mais il est nécessaire de les considérer comme ponctuelle afin qu'une face ne puisse se retrouver que dans une boite à la fois. La boucle récursive s'arrête lorsque les boites possèdent toutes moins d'éléments qu'une valeur seuil. Ainsi nous nous assurons que l'*octree* se raffine de la même manière que le maillage et que chaque boite ne contient qu'un faible nombre d'éléments.

Il reste néanmoins une dernière étape qui permettra de s'assurer que les rayons rencontrent les bonnes faces. Il s'agit de redimensionner les boites non-vides pour que cette fois, elles englobent bien géométriquement les faces qu'elles contiennent.

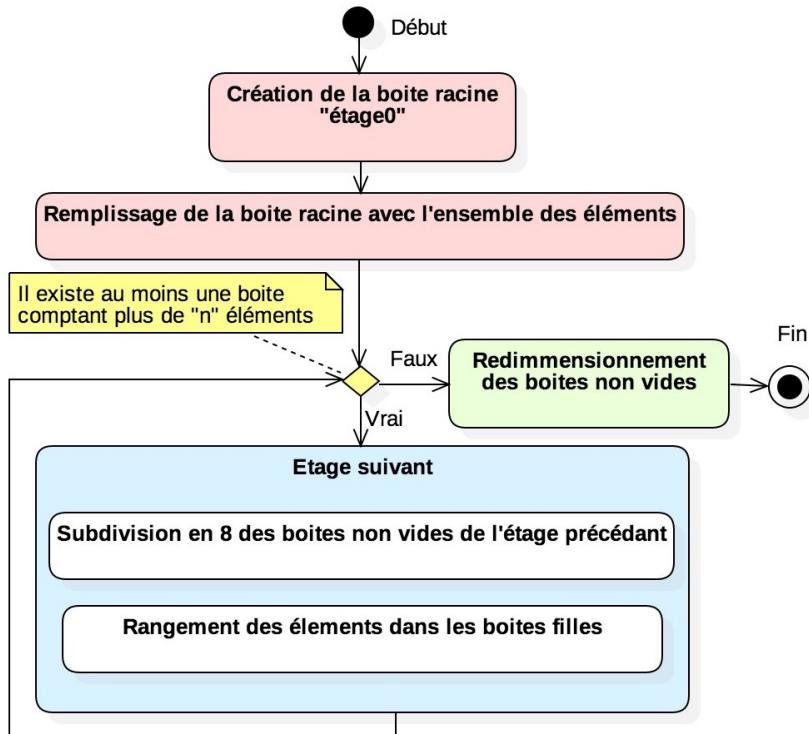


FIGURE 6.5 – Diagramme d'activité résumant le processus de création d'un arbre d'octree

À chaque itération, on va alors pouvoir répartir les rayons dans l'*octree* (voir nouveau diagramme d'activité des rayons, fig. A.1). Pour cela, les rayons sont assignés aux boîtes qu'ils intersectent à partir de la boîte-racine et en descendant dans l'arborescence de chaque branche. De la même manière que pour les triangles, les rayons sont testés avec des boîtes-filles que s'ils ont bien intersecté la boîte-mère correspondante. Pour savoir si l'indice d'un rayon doit être assigné à une boîte, nous utilisons un algorithme optimisé d'intersection Rayon/Boîte³. La particularité des boîtes d'un *octree* est qu'elles sont toutes alignées selon les axes du repère cartésien. On appelle communément ce type de boîte **Axis-Aligned Bounding Box (AABB)** en opposition aux **Oriented Bounding Box (OBB)**. Nous allons donc utiliser cette propriété pour vérifier si un rayon intersecte une boîte. Pour cela rappelons qu'un rayon peut s'écrire sous la forme :

$$f(t) = D \times t + O \quad (6.12)$$

avec :

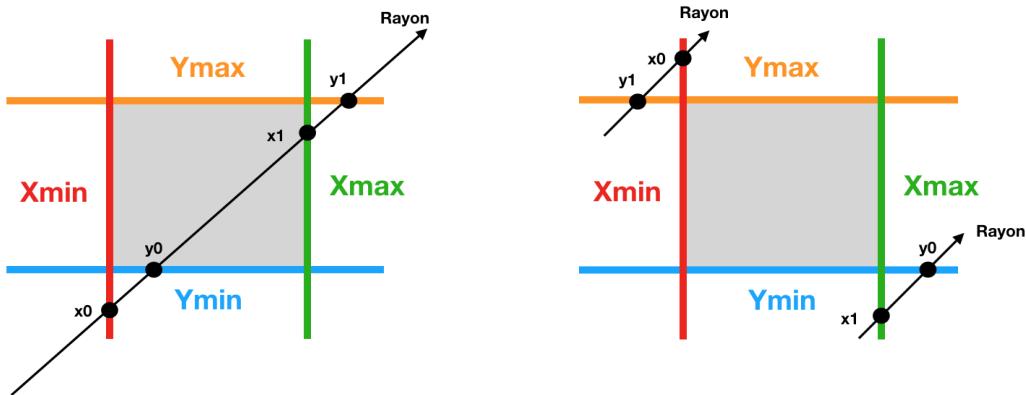
- D : le vecteur directeur du rayon de coordonnées ($D_x; D_y; D_z$),
- O : le point d'origine du rayon de coordonnées ($O_x; O_y; O_z$).

On peut également exprimer les plans délimitant la boîte de type **AABB** par les équa-

3. [WILLIAMS et collab., 2005, oeuvre intégrale]

tions suivantes :

$$\begin{aligned}f(t) &= X_{min} \\f(t) &= X_{max} \\f(t) &= Y_{min} \\f(t) &= Y_{max} \\f(t) &= Z_{min} \\f(t) &= Z_{max}\end{aligned}$$



(a) Vue 2D d'un rayon intersectant la boite

(b) Vue 2D de rayons n'intersectant pas la boite

FIGURE 6.6 – Illustrations de l'intersection Rayon/Boite en 2D

Ainsi, on peut exprimer les points d'intersection entre le rayon et les plans délimitant la boîte avec le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}X_{min} &= x_0 \times D_x + O_x & \Rightarrow & x_0 = \frac{X_{min} - O_x}{D_x}, \\X_{max} &= x_1 \times D_x + O_x & \Rightarrow & x_1 = \frac{X_{max} - O_x}{D_x}, \\Y_{min} &= y_0 \times D_y + O_y & \Rightarrow & y_0 = \frac{Y_{min} - O_y}{D_y}, \\Y_{max} &= y_1 \times D_y + O_y & \Rightarrow & y_1 = \frac{Y_{max} - O_y}{D_y}, \\Z_{min} &= z_0 \times D_z + O_z & \Rightarrow & z_0 = \frac{Z_{min} - O_z}{D_z}, \\Z_{max} &= z_1 \times D_z + O_z & \Rightarrow & z_1 = \frac{Z_{max} - O_z}{D_z}.\end{aligned}$$

On comprend d'après les figures 6.6a et 6.6b que l'on va pouvoir déterminer si un rayon intersecte une boîte en comparant les coordonnées des points d'intersection avec les plans. Notamment, si $x_0 > y_1$ ou $y_0 > x_1$ le rayon n'intersectera pas la boîte (voir fig 6.6b). Dans le cas contraire, on appliquera le même principe sur z . Il n'y aura alors pas d'intersection si $\max(x_0; y_0) > z_1$ ou $z_0 > \min(x_1; y_1)$. On notera que si le rayon est dirigé dans le sens inverse il faudra inverser les α_0 et α_1 (α correspondant aux coordonnées x, y, z) .

De cette façon on saura quelles sont les boites traversées par chaque rayons. Pour chaque feuille de l'*octree*, c'est à dire les boites non-vides les plus basses dans l'arborescence, on testera les intersections entre les rayons et les faces situés dans la subdivision de l'espace correspondante uniquement. Ainsi, le calcul d'intersection ne se fait qu'entre peu de rayons et peu de faces.

6.2 Analyse des résultats

Nous allons maintenant vérifier si l'implémentation de cette méthode permet d'accélérer le temps de calcul et sous quelles conditions. Comme évoqué précédemment, l'étape critique de l'algorithme est le test d'intersection rayons/éléments car la complexité initiale est quadratique et que ce processus se répète à chaque itérations jusqu'à atteindre RT₆₀. La complexité théorique en utilisant un *octree* est de type O(N ln M). Pour vérifier ce comportement nous réitérons le même test qu'en introduction du chapitre 6 afin de comparer les résultats (voir tab. 6.1 et fig. 6.7). Ainsi, nous faisons varier le nombre N de rayons et le nombre M de triangles du maillage tels que N = M. À chaque mesure N et M sont multipliés par 2.

On constate dans un premier temps que le régime stationnaire commence plus tard en utilisant l'*octree*. Effectivement, le temps d'une itération reste inférieur à 1s tant que N est inférieur à 70 000 éléments contre 4 000 sans *octree*. Ensuite on voit que la pente est quasiment linéaire ce qui coïncide à la complexité théorique établie dans la section 6.1.1 puisque en échelle logarithmique :

$$y = x \ln x \quad \Rightarrow \quad \ln y = \ln x + \ln(\ln x) \approx \ln x.$$

En observant le tableau 6.1, on constate par exemple que pour N = 262 144 on divise par 1000 le temps de calcul par itération ce qui est très prometteur pour le calcul dans le théâtre d'Orange.

Dans un second temps nous ne faisons varier qu'un des deux paramètres et mesurons l'impact sur le temps de calcul (voir tab. 6.2, 6.3 et fig. 6.8 et 6.9). Sur ces figures on constate que le temps de calcul redevient quadratique lorsque le nombre de faces ou le nombre de rayons devient majoritaire sur l'autre paramètre. On constate par ailleurs qu'en fixant un nombre important de rayons le temps de calcul ne dépendra pas du nombre de faces du maillage. Cela est encourageant dans le cadre du théâtre d'Orange puisque des surfaces plus détaillées pourront être implementées sans grand impact sur le temps de calcul.

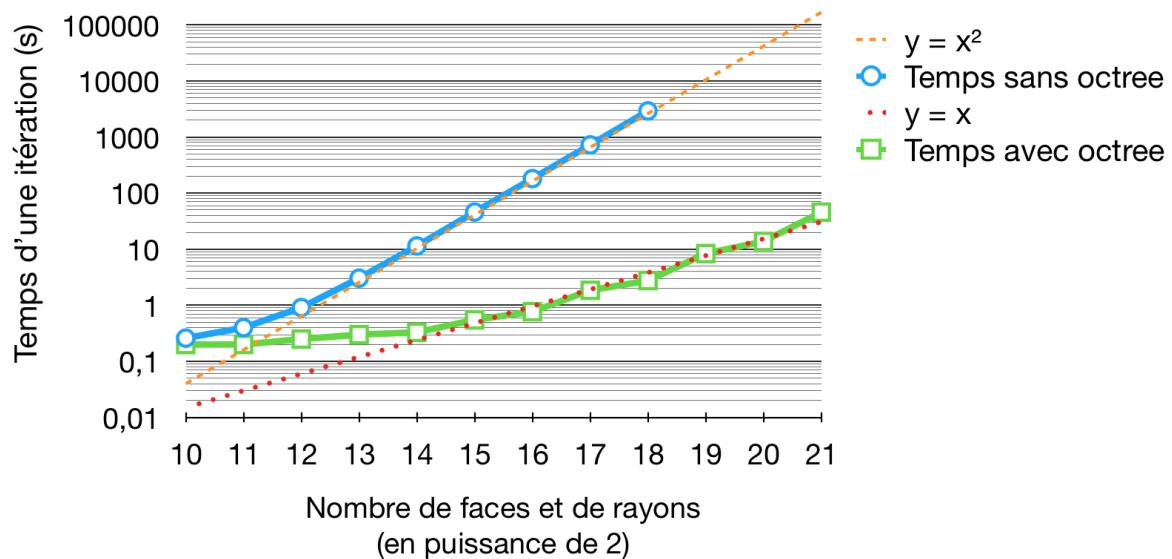


FIGURE 6.7 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de rayons et de faces avec $N=M$ (échelle log)

Nombre de faces et de rayons	Temps sans <i>octree</i> (s)	Temps avec <i>octree</i> (s)
2^{10} (=1 024)	0,26	0,2
2^{11} (=2 048)	0,4	0,2
2^{12} (=4 096)	0,91	0,25
2^{13} (=8 192)	3,05	0,3
2^{14} (=16 384)	11,44	0,33
2^{15} (=32 768)	46,02	0,55
2^{16} (=65 536)	181,61	0,77
2^{17} (=131 072)	725,17	1,85
2^{18} (=262 144)	2927,9	2,76
2^{19} (=524 288)	X	8,36
2^{20} (=1 048 576)	X	13,78

TABLEAU 6.1 – Temps de calcul (s) d'une itération pour $N=M$

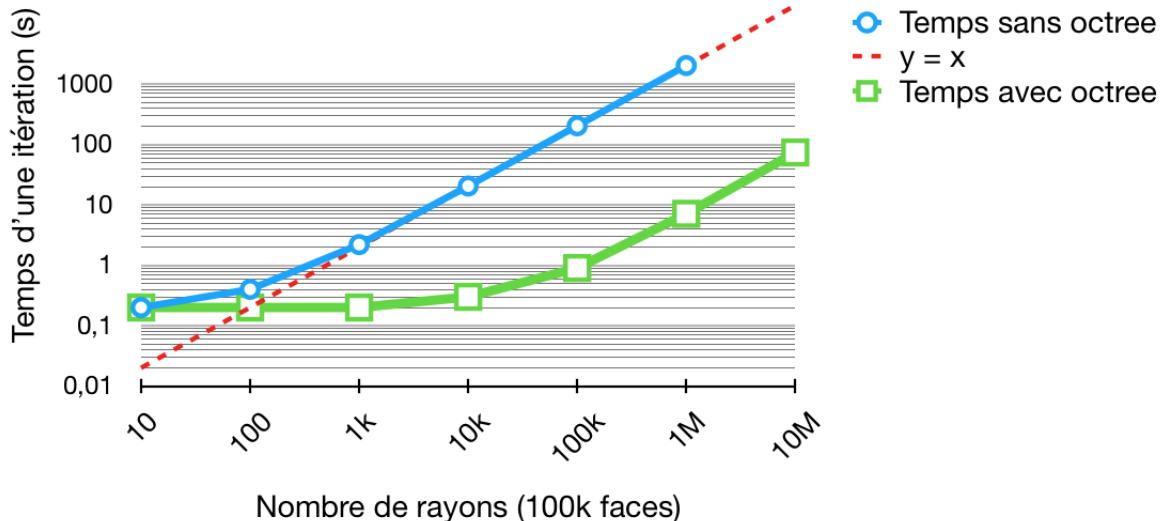


FIGURE 6.8 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de faces pour 100k rayons (échelle log)

Nombre de faces	Temps sans octree (s)	Temps avec octree (s)
12	0,3	0,3
48	0,6	0,4
192	1,2	0,5
768	3,55	0,5
3072	13,2	0,6
12288	51	0,7
49152	203,6	0,9
196608	808,2	1,1
786432	X	1,7
3145728	X	6,1

TABLEAU 6.2 – Temps de calcul (s) d'une itération pour 100k rayons

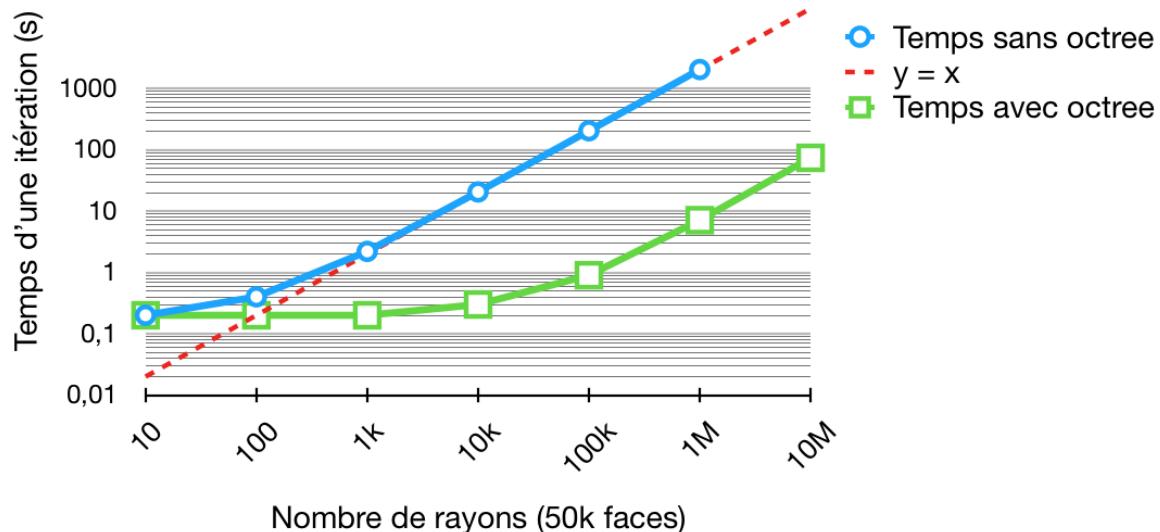


FIGURE 6.9 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de rayons pour 50k faces (échelle log)

Nombre de rayons	Temps sans octree (s)	Temps avec octree (s)
10	0,2	0,2
100	0,4	0,2
1k	2,2	0,2
10k	20,5	0,3
100k	203,6	0,9
1M	2026	7,1
10M	X	73,7

TABLEAU 6.3 – Temps de calcul (s) d'une itération pour 50k faces

Chapitre 7

Validation

« *L'observateur modifie ce qu'il observe. Certains événements ne se produisent que parce qu'ils sont observés. Sans personne pour les voir ils n'existeraient pas.* »

Bernard Werber

Sommaire

7.1 Analyse visuelle	100
7.1.1 Propagation de rayons	100
7.1.2 Boite englobante	101
7.1.3 Rayons captés	101
7.2 Décroissance quadratique	102
7.3 Cas de la salle sphérique	103
7.4 Cas de la salle cubique	104

Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons détaillé le fonctionnement de l'algorithme conçu pour analyser l'acoustique d'une salle. La méthode utilisée couple les principes de lancer de rayons, de sources-images et d'extrapolation stochastique. Elle vise à répondre aux problématiques de calcul acoustique en environnement complexe de manière géométrique et discrétisée. Géométrique, car seuls les effets de réflexion et absorption sont pris en compte et discrétisée car l'énergie d'onde n'est pas portée par une sphère mais par un grand nombre de rayons repartis de manière uniformes. Ainsi, il est essentiel de confirmer la justesse de ses approximations en les confrontant à des modèles théoriques. Dans ce chapitre, nous allons valider l'algorithme d'un point de vu physique et analyser ses performances. Nous allons donc choisir salles bien particulières afin d'effectuer cette validation de manière expérimentale. Tout d'abord nous vérifierons le bon comportement des rayons grâce à une analyse visuelle. Ensuite nous validerons la mesure d'un point de vu physique en comparant des réponses impulsionales obtenue avec des résultats théoriques.

7.1 Analyse visuelle

7.1.1 Propagation de rayons

Avant de tester la justesse des résultats d'un point de vu physique, il est bon d'en vérifier la justesse géométrique. Ainsi, nous analysons si les rayons ne traversent pas les parois et que la boîte englobante assure bien son rôle. Pour cela, nous importons les rayons générés par notre logiciel dans des configurations de salles simples. En propagant les rayons dans un petit labyrinthe nous confirmons qu'ils s'arrêtent bien à la paroi la plus proche et qu'ils sont ainsi contenus à l'intérieur de la salle.

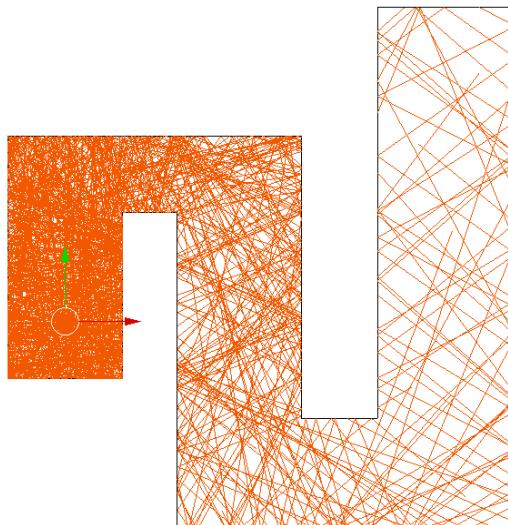


FIGURE 7.1 – Propagation des rayons dans un labyrinthe

7.1.2 Boite englobante

De la même manière nous confirmons le bon fonctionnement de la boîte englobante en utilisant une salle cubique dont on n'a gardé que les coins. On voit sur la figure 7.2 que les rayons sont bien stoppés par une paroi invisible. Par ailleurs en effectuant une rotation de 45° sur chacun des axes on constate bien que la boîte invisible englobe la salle.

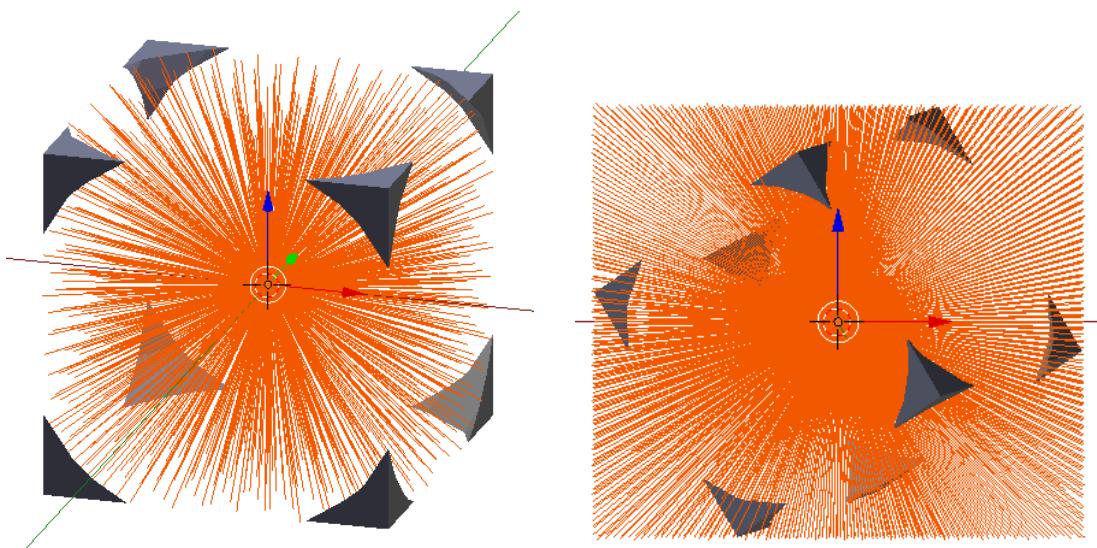
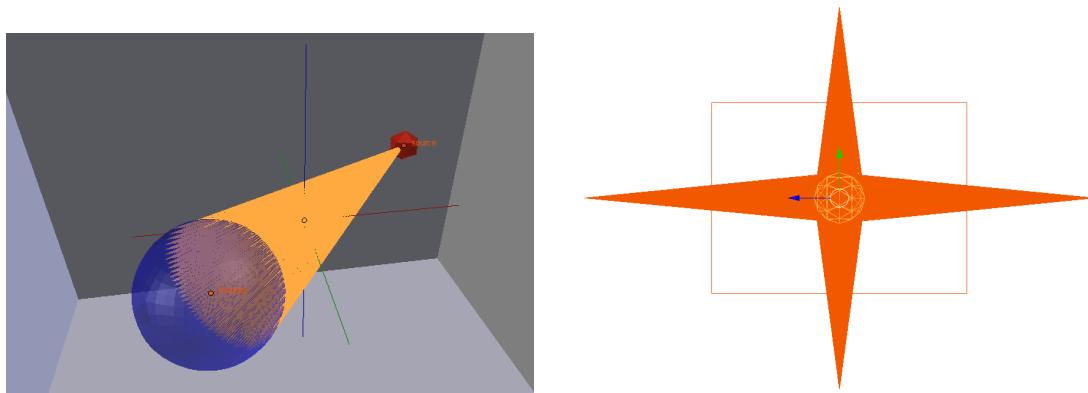


FIGURE 7.2 – Absorption des rayons par une boîte englobante

7.1.3 Rayons captés

Nous vérifions finalement que les rayons captés par le récepteur sont bien portés par des cônes. Pour cela nous affichons sur blender uniquement les rayons générant une source image et les traçons depuis celle-ci.



(a) Propagation des rayons depuis la source vers le récepteur.

(b) Propagation des rayons depuis les sources-images vers le récepteur à l'ordre 1.

FIGURE 7.3 – Visualisation des rayons captés par le récepteur à l'ordre 0 et 1 récepteur (100000 rayons au total)

7.2 Décroissance quadratique

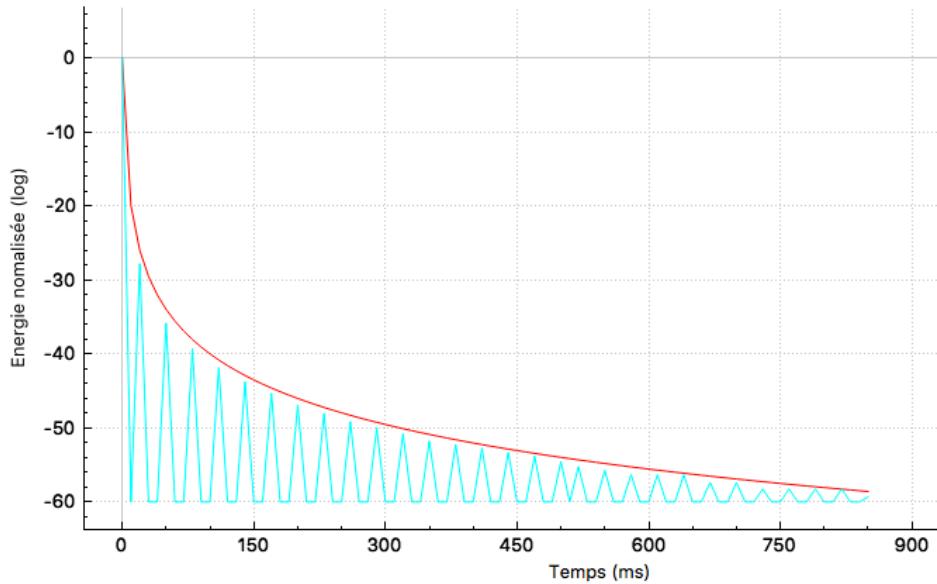


FIGURE 7.4 – Réponse impulsionnelle en espace libre pour 3 millions de rayons (bleu) échantillonnée à 100Hz et fonction $f(x) = \frac{2}{x^2}$ (rouge)

Suite à ces vérifications préliminaires, le premier test à réaliser pour analyser le comportement physique de l'algorithme est celui décrit dans la section 5.1. Il s'agit de vérifier si l'utilisation d'un grand nombre de rayons et d'un récepteur de diamètre fixe permet de retrouver la loi de décroissance en d^2 . Effectivement :

$$\frac{n}{N} = \frac{\int_s dS}{\int_\sigma dS} = \frac{\pi r^2}{4\pi d^2}, \quad (7.1)$$

avec :

- n : le nombre de rayons captés,
- N : le nombre de rayons total,
- s : la surface (disque) constante du récepteur captant des rayons,
- σ : la surface de la sphère d'émission,
- r : le rayon constant du récepteur,
- d : le rayon de la sphère d'émission, autrement dit la distance entre le source-image et le récepteur.

Pour effectuer ce test, nous plaçons une source et un récepteur de rayons 1m au centre d'un cube de 10m de côté. Afin de simuler des mesures en espace libre (c'est à dire sans aucune paroi) où le récepteur s'éloigne de la source, nous allons affecter au cube des matériaux 100% absorbants sur toutes ses parois sauf celles sur l'axe des X qui seront 100% réfléchissantes. Ainsi, cela revient à effectuer une mesure tous les 10m, soit le temps d'aller retour des rayons du centre du cube jusqu'aux parois. N'ayant des réflexions que sur un axe, on reproduit une propagation en espace libre puisque seuls les rayons contenus dans le cône autour de l'axe X conserveront leur énergie. Cependant, les rayons se réfléchissant en X et en -X de manière synchrone, on aura deux fois plus de rayons que si l'on se plaçait en espace libre. Nous pouvons comparer le résultat pour 30 itérations avec la fonction :

$$f(x) = \frac{2}{x^2}.$$

Pour ce test, l'absorption de l'air a été désactivée afin de ne prendre en compte que la décroissance d'énergie portée par les rayons perçus. On observe bien sur la figure 7.4 que l'énergie suit la courbe de décroissance quadratique.

7.3 Cas de la salle sphérique

Le deuxième test consiste à vérifier que l'énergie est bien conservée. Pour cela, nous plaçons une source et un récepteur de diamètre 1m au centre d'une sphère 100% réfléchissante de diamètre 4m. Ainsi à chaque itération, l'ensemble des 1000 rayons revient se croiser au centre de la sphère et sont donc tous captés par le récepteur. Nous obtenons une réponse impulsionnelle de la forme d'une peigne de Dirac (voir fig. 7.5a). L'écart entre chaque pic est de 11,76ms ce qui correspond bien à une distance de 4m parcourue à la vitesse du son fixée à 340m/s. Pour éviter la dispersion des rayons il est nécessaire d'avoir une sphère très bien raffinée. Celle utilisée pour le test possède 320000 triangles. Notons que nous pouvons traiter rapidement ce nombre conséquent de triangles grâce à l'utilisation de l'*octree*. Par ailleurs, la fréquence d'échantillonnage est descendue à 1000Hz pour s'assurer que les sources-images de chaque itération soient parfaitement synchronisées dans le calcul de l'énergie. On pourra par ailleurs importer les sources-images sous Blender et constater qu'elles sont bien réparties sur des sphères dont le diamètre augmente de 4m à chaque itération (voir fig. 7.5b)

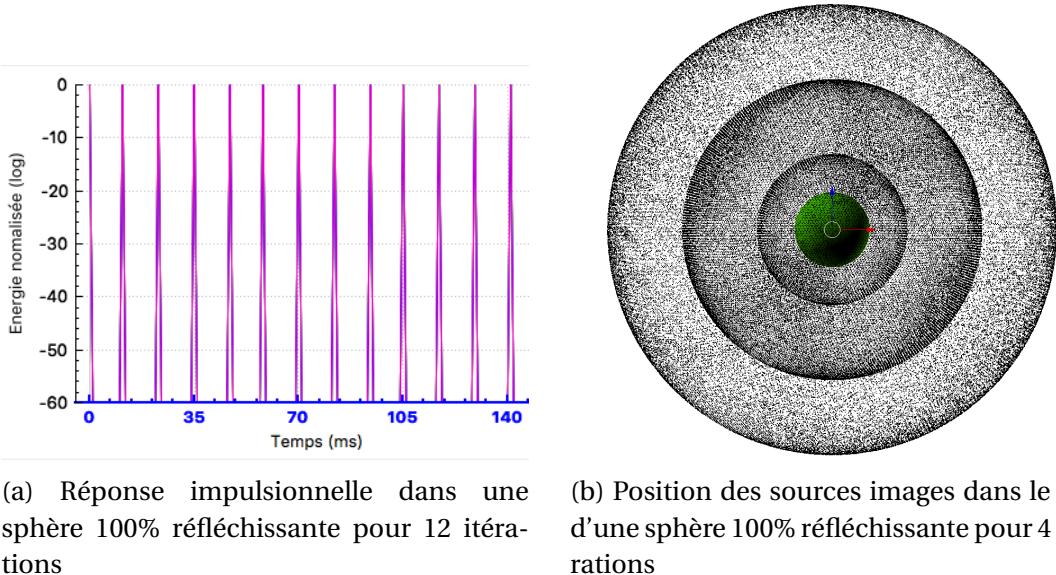


FIGURE 7.5 – Cas d'une sphère 100% réfléchissante

Si l'on active l'absorption de l'air, on constate bien que les hautes fréquences sont plus absorbées que les basses fréquences en fonction de la distance (voir fig. 7.6). Notamment au bout de 1700ms soit 578m, les fréquences à 8kHz ont quasiment totalement été absorbées par l'air, pour une température de 20°C et une pression relative de 50%.

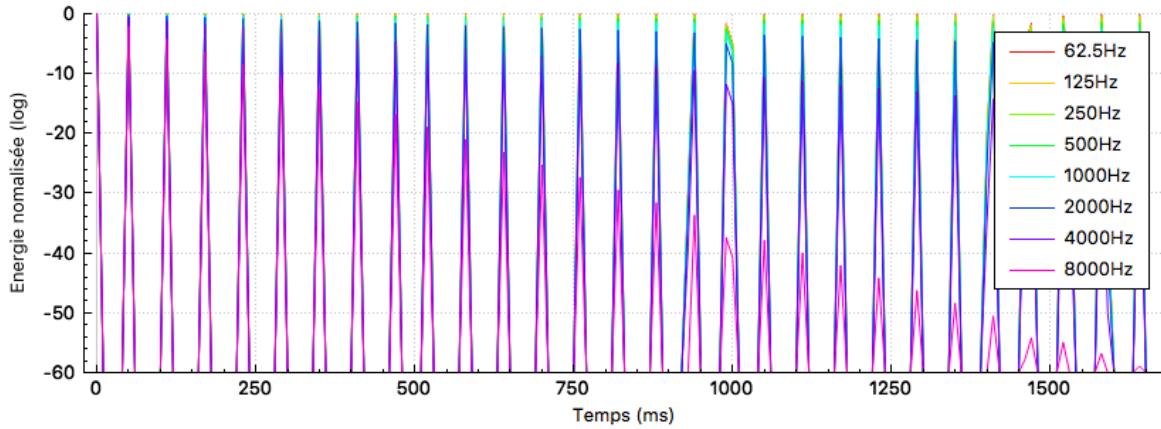


FIGURE 7.6 – Réponse impulsionnelle dans une sphère de 20m de diamètre, 100% réfléchissante, pour 30 itérations avec absorption de l'air

7.4 Cas de la salle cubique

Le dernier test consiste à comparer les résultats de calcul avec une formule analytique pour une pièce de type pavé droit. La formule ¹ est la suivante :

$$P_{si} = i \times D + P_s \times (-1)^i, \quad (7.2)$$

avec :

- $i \in (-n, n)$ et $n \in \mathbb{N}$,
- P_{si} : La coordonnée de la position de la source image selon X, Y ou Z,
- P_s : La coordonnée de la position de la source selon X, Y ou Z,
- D : La dimension de la salle selon X, Y ou Z.

On constate alors qu'on a une superposition parfaite des sources-images dans l'espace (voir fig. 7.7) puisque l'écart des positions des sources-images expérimentales obtenues par lancer de rayons et les sources-images théoriques obtenues par formule analytique est inférieur à la précision machine (soit 10^{-6} m pour des float). On mesure également l'erreur relative des énergies source-image par source-image en prenant comme valeur théorique $\frac{1}{d^2}$ où d est la distance de la source-image au récepteur. On a alors :

$$\epsilon_{rel} = \frac{|E_{exp} - E_{theo}|}{E_{theo}}. \quad (7.3)$$

On note que la salle est un pavé dont les dimensions sont respectivement 2m, 3m et 4m sur les axes X, Y, Z. d'arrête, que le récepteur a un diamètre de 40cm et qu'il n'est pas superposé à la source. On peut observer que l'erreur moyenne est inférieure à 1% avec des pics pouvant aller jusqu'à 3%. Par ailleurs étant donné que plus les sources-images sont éloignées moins leur énergie sera importante, autrement dit elles seront moins entendues par l'auditeur, on peut résonner avec la norme infinie telle que :

$$\epsilon_{\infty} = \frac{|E_{exp} - E_{theo}|}{\max(E_{theo})}. \quad (7.4)$$

1. [McGOVERN, 2009, p. 182-189]

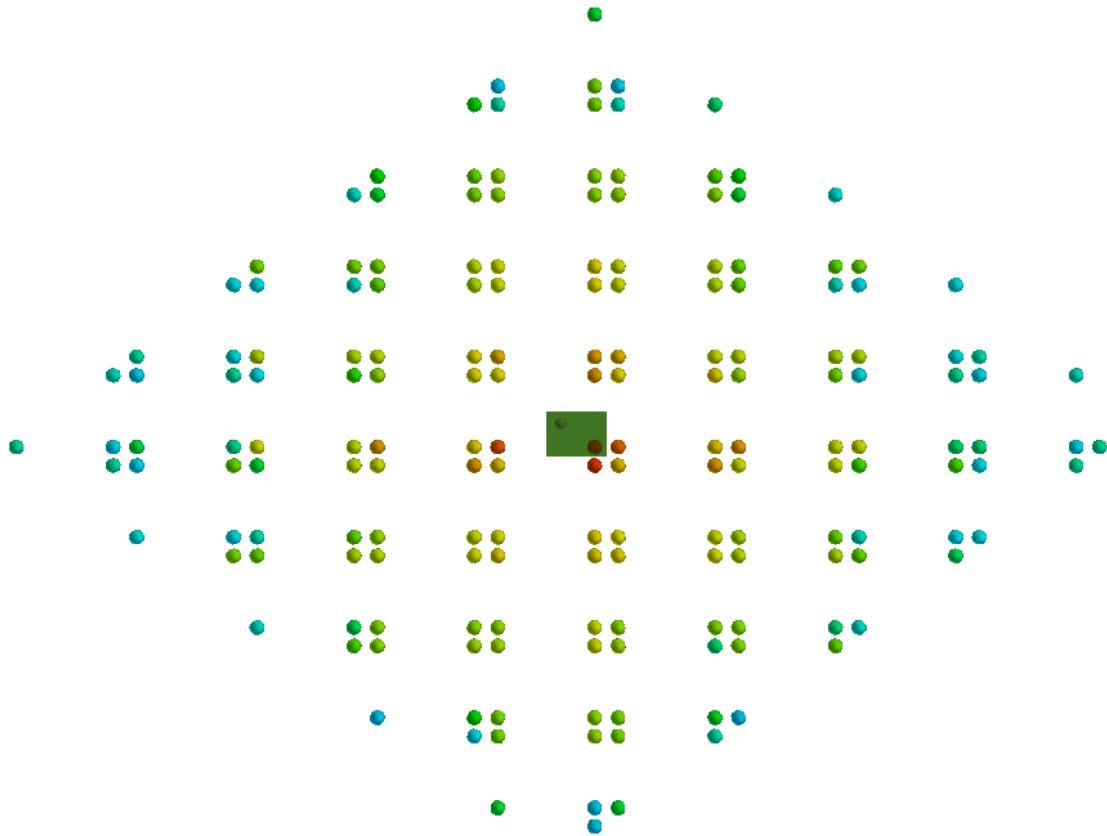


FIGURE 7.7 – Position des sources-images pour une salle cubique, 10 itérations

On constate alors une erreur relative inférieure à 0,5% pour 1 000 000 de rayons (voir fig. 7.8b). On voit également qu'en augmentant le nombre de rayons on améliore la précision des 150 premières sources-images et les 1300 suivantes reste bien dans une plage d'erreur inférieures à 5% (voir fig. 7.8c) et 0,2% en norme infinie (voir fig. 7.8d).

Dans un second temps, on assigne à chacune des six faces de la salle parallélépipédique des coefficients d'absorption différents. On met à jour les énergies des sources-images théoriques par la formule suivante :

$$E_{si} = \frac{1}{d} \times \prod_{j=0}^6 (1 - a_j^{\alpha_j}), \quad (7.5)$$

avec :

- a_j : les coefficient d'absorption de la j-ème paroi,
- $\alpha_j = 0,5i - 0,25b + 0,25b(-1)^i$,
- $i \in (-n, n), n \in \mathbb{N}$,
- $\begin{cases} b = 1 & \text{si } X_j \geq 0, \\ b = -1 & \text{si } X_j < 0, \end{cases}$
- X_j : les coordonnées selon [x, -x, y, -y, z, -z].

On constate que l'erreur relative source-image par source-image ainsi que l'erreur en norme infinie restent bien inférieures aux valeurs indiquées précédemment (voir fig. 7.9a et 7.9b). De la même manière, on implemente l'absorption atmosphérique dans le calcul

de l'énergie théorique telle que :

$$E_{si} = \frac{1}{d} \times \prod_{j=0}^6 (1 - a_j^{\alpha_j}) \times e^{-m.d}, \quad (7.6)$$

avec m le coefficient d'absorption décrit dans la section 4.1.3. La température est fixée à 20°C et l'humidité relative à 30%. On obtient encore une fois pour un million de rayons des erreurs relatives sur l'énergie inférieures à 5% (voir fig. 7.10a) et à 0,2% en norme infinie (voir fig. 7.10b).

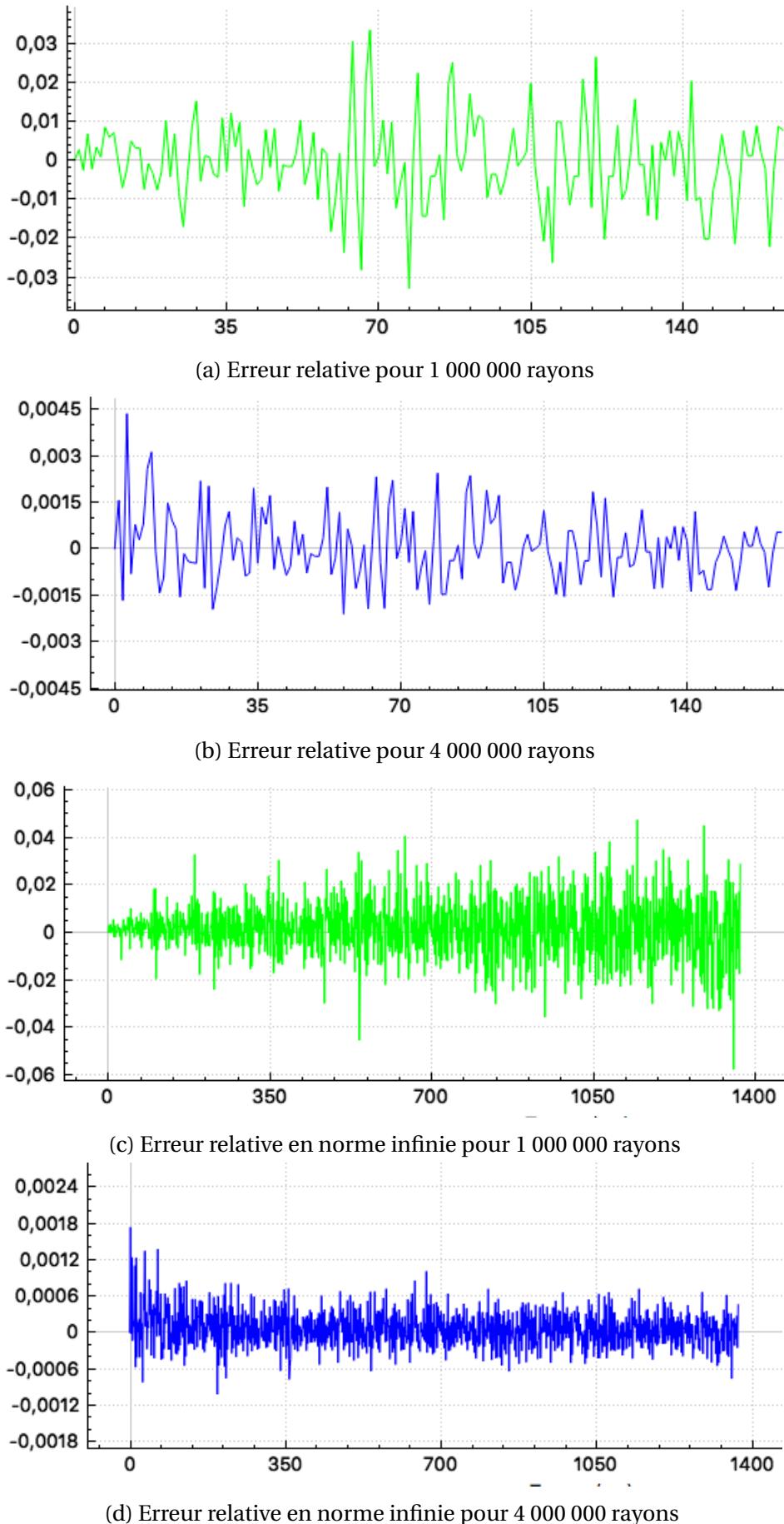
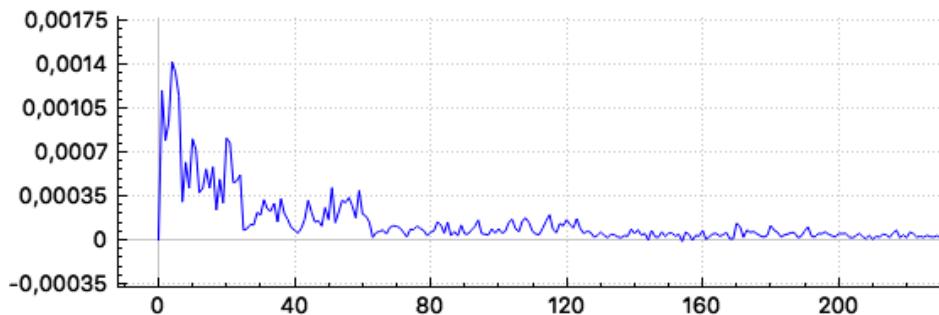


FIGURE 7.8 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique

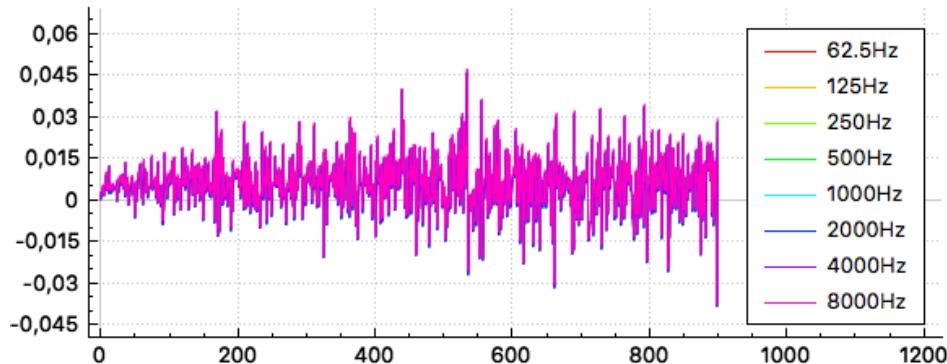


(a) Erreur relative

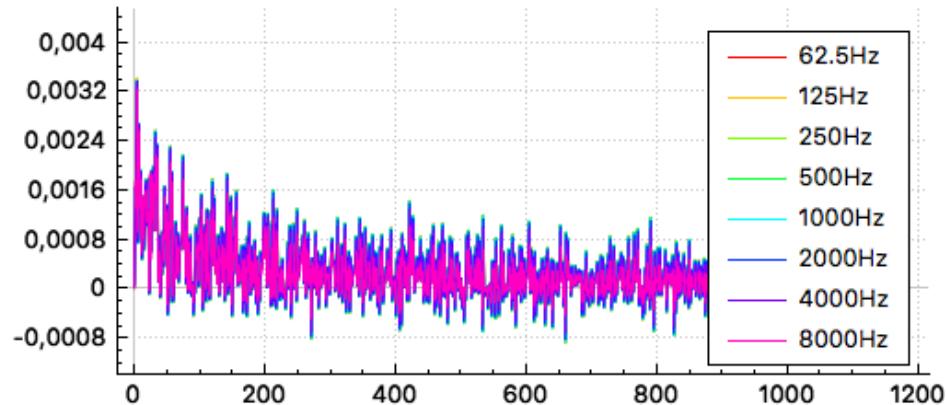


(b) Erreur relative en norme infinie

FIGURE 7.9 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique avec absorption des parois pour 4 000 000 rayons



(a) Erreur relative avec absorption de l'air



(b) Erreur relative en norme infinie

FIGURE 7.10 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique avec absorption de l'air pour 1 000 000 rayons

Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté les problématiques soulevées par une étude acoustique d'un monument antique. La géométrie complexe de ce type de bâtiment et leur taille colossale impose l'utilisation de méthodes de calcul approchées. Ainsi, par simulation des réflexions et absorptions des parois, il est possible d'étudier la réverbération d'une salle. Malgré les approximations inéluctables du modèle, nous avons prouvé que les lois de la physique sont respectées. Un algorithme rapide a été mis en place pour permettre aux utilisateurs de tester facilement et rapidement leurs hypothèses architecturales. Ainsi, le temps de calcul devient peu sensible aux nombres d'éléments du maillage ce qui est souvent limitant dans ce genre d'étude. Le fonctionnement de l'algorithme développé a été présenté en détail de même que les différents outils d'analyse qui en découlent. Celui-ci permet l'étude du graphe temporel de réverbération du bâtiment ainsi que la position dans l'espace des différentes réflexions sonores (voir fig 7.11). Ces ré-

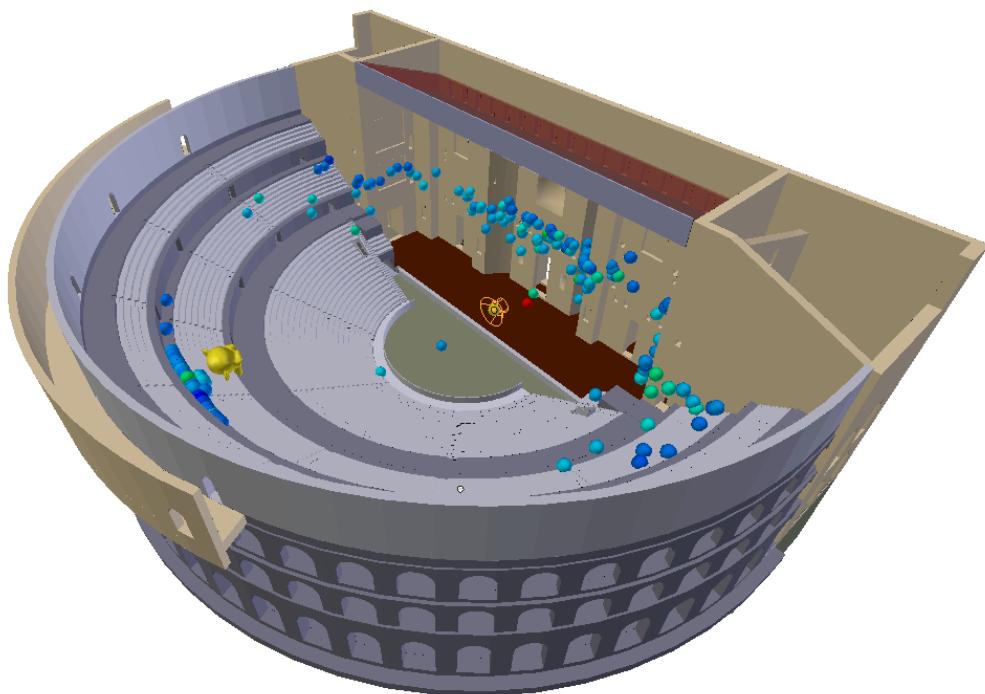


FIGURE 7.11 – Représentation des réflexions des rayons sonores par projection des sources-images dans le théâtre d'Orange

sultats pourront aussi être analysés à l'oreille en écoutant le son réverbéré émis depuis une ou plusieurs sources et entendu par un auditeur virtuel placé dans le bâtiment. La figure 7.12 présente de manière synthétique l'architecture logicielle développée au cours du projet.

Cet outil de calcul acoustique s'interface au logiciel Blender dans la continuité de l'étude présentée dans la partie I de ce document. La prochaine partie vise à présenter concrètement comment s'utilise cet outil. Cela sera fait autour de notre projet d'étude du théâtre antique d'Orange. Ainsi, nous tenterons d'analyser des hypothèses archéologiques précises grâce à l'étude acoustique du bâtiment.

Il y a cependant de nombreuses possibilités d'améliorations qui restent à l'étude pour ce type d'outil logiciel. Premièrement, l'écoute du signal sonore pourrait être rendue en trois dimensions grâce à des filtres binauraux. Ceux-ci permettent par l'intermédiaire d'un casque audio de transmettre un signal différent à chacune des deux oreilles afin de donner l'illusion d'espace et de profondeur. Cela est réalisable grâce au calcul de positionnement des sources-images dans l'espace. Tout en restant en position statique, l'auditeur pourra donc orienter son regard selon différentes directions et écouter en temps réel le son changer. Le contrôle de la direction pourrait alors être effectué au clavier ou à l'aide d'un casque avec "*Head Tracker*". En se plaçant en vu subjective dans le modèle 3D de Blender, on peut faire un premier pas vers l'analyse audiovisuelle immersive. Dans un second temps, dans un contexte où la réalité virtuelle prend de plus en plus d'importance dans les applications d'aujourd'hui, on pourrait envisager de déplacer l'auditeur en temps réel et permettre ainsi une visite virtuelle complète du bâtiment.

Du point de vu des résultats d'analyse, il y a de nombreuses améliorations envisageables au niveau graphique. Cela pose certaines questions. Comment visualiser des résultats de calculs acoustiques ? Quelles sont les informations indispensables à recueillir pour un archéologue voulant étudier l'acoustique d'un monument ?

De la même manière, est-il essentiel d'ajouter les effets de diffraction au modèle ? Si oui, quelle est la meilleure méthode ? Pourrait-on traiter de manière locale certains comportements acoustiques et les insérer ensuite dans le modèle par lancer de rayons ? Typiquement, pourrait-on analyser par méthode de résolution exacte (voir section 4.2.2) le comportement acoustique d'une colonne, ou de tout autre ornement avec un fort niveau de détail, puis de l'incorporer de manière analytique dans l'outil de lancer de rayons ? Ou bien, peut-on résonner avec des résolutions exactes pour les faibles fréquences et conserver notre approche par méthode couplées pour les hautes fréquences ?

Pour finir, nous l'avons déjà évoqué dans la section 5.3, mais il serait également intéressant d'utiliser des sources dont la directivité n'est pas uniforme. Cela serait d'ailleurs plus représentatif des cas réels et notamment de l'usage fait à Orange à l'origine du théâtre. Les sons étaient alors émis par des instruments de musique ou par la voix humaine éventuellement amplifiée par un masque.

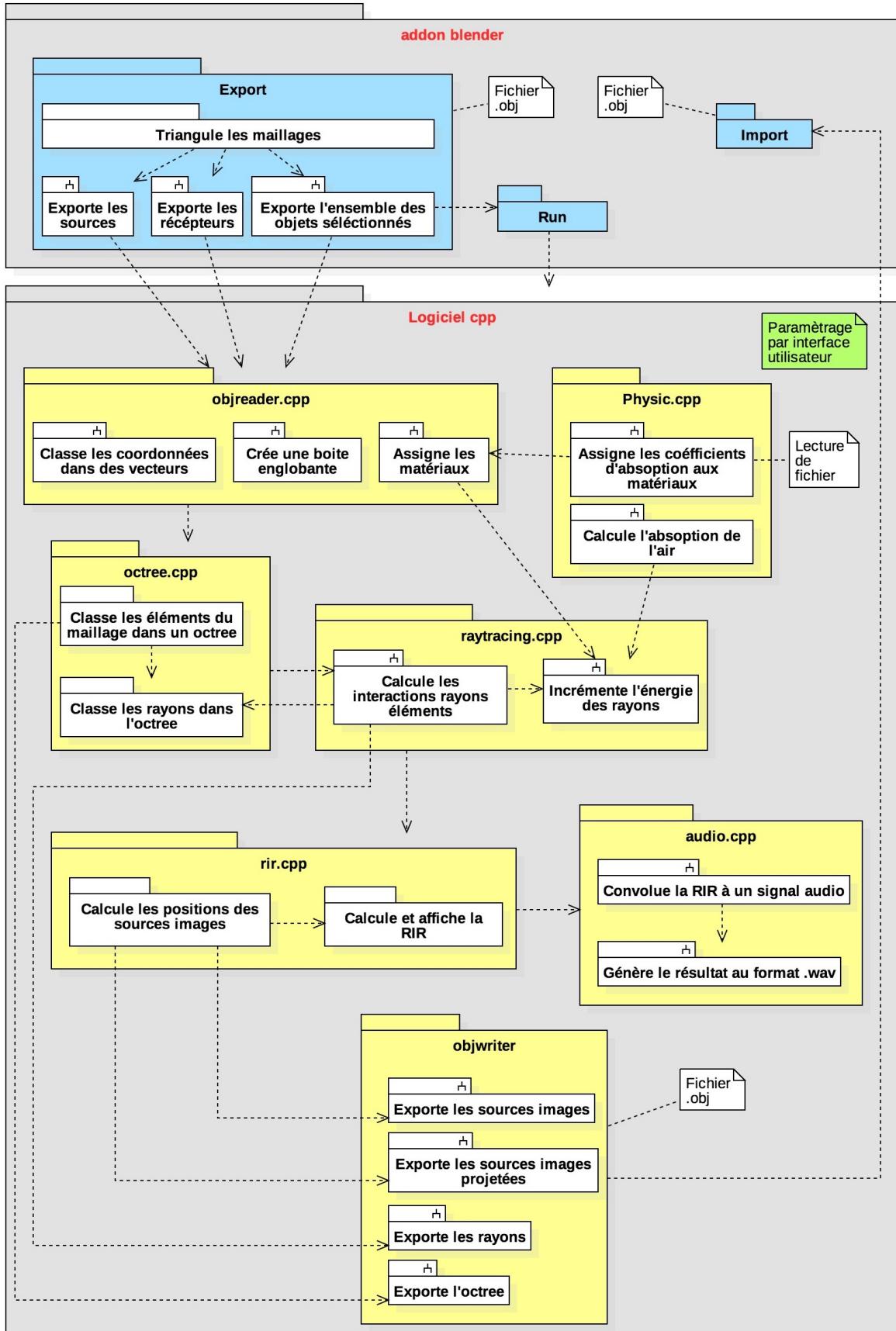


FIGURE 7.12 – Synopsis de l'architecture logiciel développé pour le calcul d'acoustique de salle

Références

ACOUPHILE.FR. 75

ARENBERG, J. 1988, «Ray/triangle intersection with barycentric coordinates», *Ray Tracing News*, vol. 1, n° 11. 78

AUSSAL, M. «Gypsilab github», URL <https://github.com/matthieuaussal/gypsilab>. 70

AUSSAL, M. 2014, *Méthodes numériques pour la spatialisation sonore, de la simulation à la synthèse binaurale*, thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 64

BADOUEL, D. 1990, «An efficient ray-polygon intersection», *Graphics Gems*. 78

BATTENBERG, E. et R. AVIZIENIS. 2011, «Implementing real-time partitioned convolution algorithms on conventional operating systems», *DAFx-11*. 84

CATT-ACOUSTIC. «Catt-acoustic webpage», URL <http://www.catt.se/>. 65

CEI. 2015, «Ec 60050», Vocabulaire électrotechnique international. 57

D'ALEMBERT, J. L. R. 1747, *Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration*, Histoire de l'Académie des Sciences et Belles-Lettre de Berlin. 63

DAPOGNY, C., C. DOBRZYNISKI, P. FREY et A. FROEHLY. 2004, «mmg github», URL <https://github.com/MmgTools/mmg>. 70

EYRING, C. F. 1930, «Reverberation time in "dead" rooms», *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 1, n° 2A, p. 217–241. 63

FUNKHOUSER, T., N. TSINGOS, I. CARLBOM, G. ELKO, M. SONDHI, J. E. WEST, G. PINGALI, P. MIN et A. NGAN. 2004, «A beam tracing method for interactive architectural acoustics», *Acoustical Society of America*, , n° 115, p. 739–756. 70

ISO-9613-1. 1993, «Acoustics - attenuation of sound during propagation outdoors»,. 59, 60

JOT, J. M. 1992, *Etude et Réalisation d'un Spatialisateur de Sons par Modèles Physique et Perceptifs*, thèse de doctorat, Telecom Paris. 63

JOUHANEAU, J. 1997, *Acoustique des salles et sonorisation, Acoustique appliquée*, vol. 3, Conservatoire national des arts et métiers. 56, 59, 60, 62, 66

KANDELMAN, M. 2007, *Simulation acoustique par la méthode des sources images*, mémoire de maîtrise, Ecole Nationale Supérieur Louis-Lumière. 62, 63, 66

- KEINERT, B., M. INNMANN, M. SANGER et M. STAMMINGER. 2015, «Spherical fibonacci mapping», *ACM Transactions on Graphics*, vol. 34. 77
- KULOWSKI, A. 1985, *Algorithmic representation of the ray tracing technique*, vol. 18, Applied Acoustics. 65
- MCGOVERN, S. 2009, «Fast image method for impulse response calculations of box-shaped rooms», *Applied Acoustics*, vol. 70, n° 1. 104
- MEAGHER, D. 1982, *Octree Generation, Analysis and Manipulation*, vol. TR, Image processing laboratory. 90
- M'HENNI, H. 2010, «L'angle solide correspond à un cône de révolution d'angle au sommet inscrit dans la sphère de projection», Wikipédia. URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_solide. 71
- MÖLLER, T. et B. TRUMBORE. 1997, «Fast, minimum storage ray-triangle intersection», *Journal of Graphics Tools*, vol. 2, n° 1, p. 21–28. 78, 79
- ODEON. «Odeon webpage», URL <https://odeon.dk/>. 65, 75
- PICAUT, J. 2005, «Application numérique du concept de particules sonores à la modélisation des champs sonores en acoustique architecturale», CAHIER THÉMATIQUE : MÉTHODES NUMÉRIQUES EN GÉNIE CIVIL, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Centre de Nantes. 65, 66
- PREMAT, E. 2000, *Prise en compte d'effets météorologiques dans une méthode d'éléments finis de frontière*, thèse de doctorat, L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. 64, 65
- SABINE, P. 1932, «Acoustics and architecture»,. 62
- SABINE, W. C. 1900, *Architectural Acoustics*, vol. Part I. Reverberation, Reprints of the American Architect. 57, 84
- SALMON, F., M. AUSSAL, É. HENDRICKX, J.-C. MESSONNIER et L. MILLOT. 2017, «Optimization of interactive binaural processing», Audio Engineering Society. 85
- VORLÄNDERA, M. et E. MOMMERTZ. 2000, «Definition and measurement of random-incidence scattering coefficients», *Applied Acoustics*, vol. 60, p. 187–199. 71
- WIKIPÉDIA. «Angle solide», URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_solide. 73
- WILLIAMS, A., S. BARRUS, R. MORLEY et P. SHIRLEY. 2005, «An efficient and robust ray–box intersection algorithm», *ACM SIGGRAPH*, , n° 9. 93

Annexe A

Annexes

A.1 Figures annexes

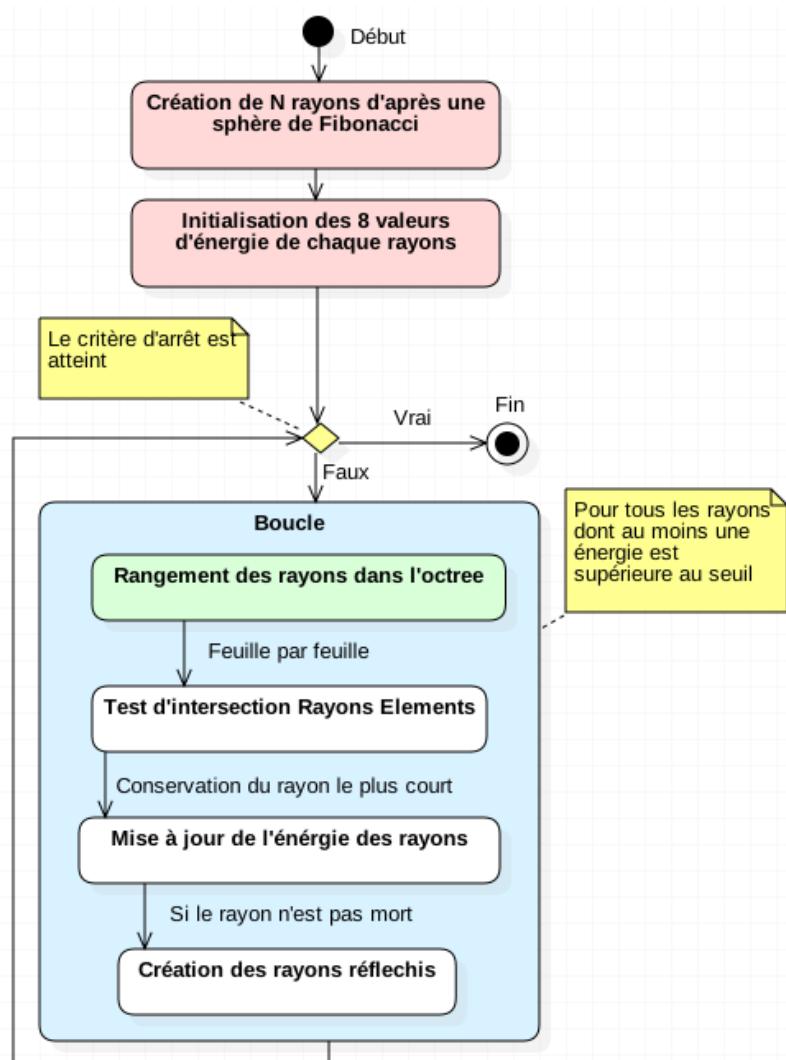


FIGURE A.1 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des rayons avec *octree*

A.2 Tableaux annexes

Références

Annexe B

Liste des acronymes

AABB *Axis-Aligned Bounding Box.* [86](#), [87](#)

BEM *Boundary Element Method.* [61](#)

CAO *Conception Assistée par Ordinateur.* [96](#)

CMAP *Centre de Mathématiques Appliquées de l'école Polytechnique.* [68](#)

FDTD Méthode des différences finies (*Finite Difference Time Domain*). [61](#)

FEM *Finite Element Method.* [61](#)

FFT Transformation de Fourier rapide, ou *Fast Fourier Transform.* [98](#)

FIR Filtre à réponse impulsionnelle finie, ou *Finite Impulse Response filter.* [97](#), [98](#)

IHM *Interface Homme-Machine.* [101](#)

ISCD *Institut des Sciences du Calcul et des Données.* [68](#)

OBB *Oriented Bounding Box.* [86](#)

RIR Réponse impulsionnelle d'une salle, ou *Room Impulse Response.* [iv](#), [56](#), [69](#), [72](#), [82](#), [97](#), [98](#)

RT₆₀ Temps de réverbération pour que l'énergie diminue de 60dB : *Reverberation Time at 60dB.* [60](#), [61](#), [72](#), [84](#), [89](#)

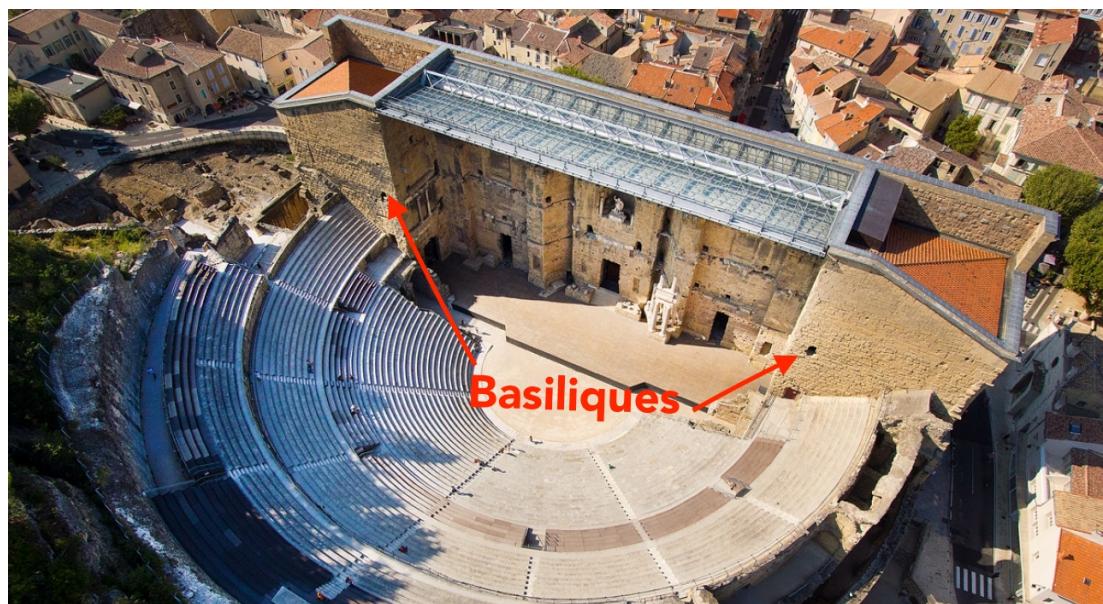
Annexe C

Glossaire

ADITUS Portes conduisant de l'extérieur à l'*orchestra*. [i, iii, VIII](#)

AMBULACRE Galerie circulaire permettant de se déplacer sur la *cavea*. [78](#)

BASILIQUE Large pièce de forme quasi-carré qui flanque le mur de scène et les *parascae-nium*



. [i, iii, VIII](#)

CAVEA Désigne l'ensemble des rangées concentriques composant les gradins. [i, iii, VII, VIII](#)

COMPLEXITÉ Domaine de l'informatique qui étudie la quantité de ressources (temps, espace mémoire, etc) dont a besoin un algorithme pour résoudre un problème. [ii, 83, 84, 88](#)

DIRAC La distribution de Dirac vérifie la propriété fondamentale que, pour toute fonction : $x \mapsto \varphi(x)$ lisse : $\langle \delta, \varphi \rangle = \varphi(0)$. [62](#)

DIRICHLET Pour une équation aux dérivées partielles, par exemple :

$$\Delta y + y = 0$$

la condition aux limites de Dirichlet sur le domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ s'exprime par :

$$y(x) = f(x), \quad \forall x \in \partial\Omega$$

où f est une fonction définie sur la frontière $\partial\Omega$. [62](#)

HYPOSCAENIUM Fosse situé sous la scène comportant notamment le mécanisme du rideau de scène. [78](#)

IMA CAVEA Désigne le premier niveau (niveau inférieur) de la cavea. [iii](#)

MAENIANUM Portions de la cavea séparées par un *podium* et rassemblant un ensemble de gradins. [i](#), [iii](#), [VIII](#)

MODIFIER Outil Blender permettant d'affecter automatiquement à des objets des opérations non-destructives. [iii](#)

NEUMANN Pour une équation aux dérivées partielles, par exemple :

$$\Delta y + y = 0$$

la condition aux limites de Neumann sur le domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ s'exprime par :

$$\frac{\partial y}{\partial \vec{n}}(x) = f(x), \quad \forall x \in \partial\Omega$$

où f est une fonction scalaire connue définie sur la limite $\partial\Omega$ et \vec{n} est le vecteur normal à la frontière $\partial\Omega$. [62](#)

OCTREE Structure de données de type arbre dans laquelle chaque nœud peut compter jusqu'à huit enfants. En trois dimensions, créer un octree revient à découper une cube en son milieu sur chacun de ses axes.. [iv](#), [53](#), [85](#), [86](#), [88](#), [89](#), [I](#), [II](#)

ORCHESTRA Espace semi-circulaire (chez les romains) ou circulaire (chez les Grecs) se situant entre la scène et le premier gradin. [i](#), [iii](#), [VII](#), [VIII](#)

PARASCAENIUM Espace intermédiaire entre la scène et les **basiliques** comportant des escaliers pour atteindre les niveaux supérieurs. [78](#), [VII](#)

PARODOS Entrée menant à l'*orchestra* traversant les *aditus*. [iii](#)

PARTICULE L'outil physique "Système de Particules" est utilisé lorsque l'on veut émettre quelque chose depuis un objet en quantité importante. Ces particules peuvent ensuite être soumise à des effets physiques pour simuler des cheveux, de la fumée, du feu ou autres. [i](#)

PODIUM Massif de maçonnerie élevé au-dessus du sol et servant de soubassement. [VIII](#)

PORTICUS IN SUMMA CAVEA Arcade bordée de colonnes située au dessus du troisième *maenianum*. [i](#), [iii](#)

POSTSCAENIUM Mur séparant la scène de l'extérieur comportant des salles pouvant servir de coulisses. [i](#), [iii](#)

PULPITUM Ensemble de l'estrade sur lequel jouent les acteurs orné en son front par un petit mur de marbre décoré. [i](#)

VELUM Grande pièce de tissu généralement en lin tirée au dessus de la *cavea* pour protéger les spectateurs du soleil. [i](#)

WAVEFRONT AUDIO FILE FORMAT Le format RIFF, sur lequel repose le format WAV, définit une structure de fichier qui repose sur une succession de blocs de données (chunks).

Chaque bloc est identifié par 4 octets (4 symboles ASCII) suivi de la taille du bloc codé sur 4 octets. Si un lecteur rencontre un bloc qu'il ne connaît pas, il passe au suivant. Un fichier wav doit au minimum contenir un bloc appelé <fmt> (format) et un bloc appelé <data>. Le bloc <fmt> doit être positionné en amont du bloc <data>.

- Le bloc <fmt> contient les métadonnées techniques, c'est-à-dire les informations relatives au codage du flux audio, informations indispensables pour interpréter les données.
- Le bloc <data> contient la charge (payload), c'est-à-dire les données audio utiles.

. 97

WAVEFRONT OBJ Format de fichier contenant la description d'une géométrie 3D. Les fichiers OBJ sont au format ASCII et se présente de la façon suivante :

- Le nom de l'objet est précédé d'un o
- Le nom du matériau est précédé de usemtl (un fichier .mtl accompagne en général les fichier obj)
- Les coordonnées de sommets sont précédés d'un v
- Les coordonnées de textures sont précédés d'un vt
- Les coordonnées de normales sont précédés d'un vn
- Chaque face est ensuite définie par un ensemble d'indices faisant référence aux coordonnées des points, de texture et des normales définies précédemment

. 96