

École doctorale n° 386 : Mathématiques Appliquées

# THÈSE

pour obtenir le grade de

**Docteur de Sorbonne Université**

**Spécialité “Mathématiques appliquées”**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Robin GUEGUEN**

le 01 octobre 2018

## **VIRTUALISATION ARCHITECTURALE VISUELLE ET AUDITIVE DU THÉÂTRE ANTIQUE D'ORANGE**

Directeur de thèse : **Pascal FREY**  
Co-encadrant de thèse : **Emmanuelle Rosso**

**Jury**

<b>M. Ilde Fluck,</b>	Professeur	Examineur
<b>M. MC Grobi,</b>	Professeur	Rapporteur
<b>Mme Dominique de Pégomas,</b>	Professeur	Examineur
<b>M. Carton Boy,</b>	Professeur	Examineur

**Université Pierre et Marie Curie**  
**Institut des Sciences du Calcul et des Données**  
4, place Jussieu, 75252 Paris cedex 05, France

---

# Remerciements

---

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Modélisation du théâtre d'Orange</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Architecture générale du théâtre d'Orange</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	8
1.2 Introduction . . . . .	8
1.3 Exemple minimal . . . . .	8
1.4 Deuxième paragraphe . . . . .	9
<b>2 Modélisation</b>	<b>11</b>
2.1 Introduction . . . . .	12
2.2 Le mur de scène et ses basiliques . . . . .	12
2.3 Le pulpitum et l'orchestra . . . . .	13
2.4 La colline Saint-Europe . . . . .	13
2.5 La cavea . . . . .	13
2.6 Maenianum . . . . .	13
2.7 Aditus . . . . .	14
<b>3 Propositions de reconstitution</b>	<b>15</b>
<b>Conclusion</b>	<b>17</b>
<b>Références</b>	<b>19</b>
<b>II Calculs acoustiques</b>	<b>21</b>
<b>Introduction</b>	<b>23</b>
<b>4 Acoustique de salle</b>	<b>25</b>
4.1 Introduction à l'acoustique de salle . . . . .	26
4.2 Méthodes de calcul acoustique . . . . .	26
4.3 Méthode couplée . . . . .	26
<b>5 Logiciel développé</b>	<b>27</b>
5.1 Introduction . . . . .	28
5.2 Lecture de maillage . . . . .	28
5.3 Calcul de rayon . . . . .	28

5.4	Calcul de sources-images . . . . .	28
5.5	Génération de réponse impulsionnel . . . . .	28
5.6	Méthode d'octree . . . . .	28
5.7	Vue d'ensemble . . . . .	28
<b>6</b>	<b>Validation</b>	<b>29</b>
6.1	Introduction . . . . .	30
6.2	Comparaison aux cas test . . . . .	30
6.3	Analyse de complexité . . . . .	30
	<b>Conclusion</b>	<b>31</b>
	<b>Références</b>	<b>33</b>
<b>III</b>	<b>Analyse acoustique du théâtre d'Orange</b>	<b>35</b>
	<b>Introduction</b>	<b>37</b>
6.4	Maillage en test . . . . .	37
6.5	Matériaux . . . . .	37
<b>7</b>	<b>Résultats</b>	<b>39</b>
7.1	position des spectateurs . . . . .	40
7.2	Présence de spectateurs . . . . .	40
7.3	Présence de velum . . . . .	40
7.4	Forme et matériaux du toit . . . . .	40
	<b>Conclusion</b>	<b>41</b>
	<b>Références</b>	<b>43</b>
<b>A</b>	<b>Annexes</b>	<b>I</b>
A.1	Figures annexes . . . . .	I
A.2	Tableaux annexes . . . . .	I
<b>B</b>	<b>Liste des acronymes</b>	<b>III</b>
<b>C</b>	<b>Glossaire</b>	<b>V</b>
<b>D</b>	<b>Liste des symboles</b>	<b>VII</b>

# Liste des figures

1.1	Légende courte pour la figure . . . . .	9
2.1	Le repose pied et le premier gradin du premier cuneus : vu de l'extrémité nord avec au premier plan, le mur bordant l'aditus est . . . . .	14
2.2	Modélisation des maenianum et de l'emprunte des escaliers à retirer apres application des modifiers Array et Screw . . . . .	14





# Liste des tableaux

1.1	Légende courte pour l'exemple de tableau . . . . .	8
-----	--	---



# Introduction



## **Première partie**

### **Modélisation du théâtre d'Orange**



# Introduction

---



# Chapitre 1

## Architecture générale du théâtre d'Orange

*« The thing about quotes on the internet is that you can not confirm their validity »*

---

Abraham Lincoln

### Sommaire

---

2.1	Introduction . . . . .	12
2.2	Le mur de scène et ses basiliques . . . . .	12
2.3	Le pulpitum et l'orchestra . . . . .	13
2.4	La colline Saint-Europe . . . . .	13
2.5	La cavea . . . . .	13
2.6	Maenianum . . . . .	13
2.7	Aditus . . . . .	14

---

## 1.1 Introduction

context archéologique et documents de références

Le théâtre antique d'Orange situé dans le Vaucluse est connu pour être un des mieux conservé du monde grâce à la préservation exceptionnelle de son mur de scène long de plus de 100m. Sa construction débuta en 40 av J-C sous le règne d'Auguste et fut menée par les vétérans de la II<sup>e</sup> légion gallique de César. Il dura près d'un siècle.

En 2014, dans le cadre du projet Numéro, les équipes d'archéologues de la Sorbonne s'associent l'UPMC et l'Institut des Sciences du Calcul et des Données (ISCD) pour virtualiser les fragments de frises retrouvés dans les décombres du théâtre. Le but de cette collaboration était la création d'un outil informatique permettant de manipuler des blocs de frises pour retrouver leur positionnement à la manière d'un puzzle. Suite à cette étude, il a été décidé d'aller plus loin dans la reconstitution en modélisant le théâtre dans son ensemble. L'objectif étant de pouvoir utiliser ce modèle numérique pour effectuer des calculs et des simulations notamment sur le plan acoustique. Une thèse de trois ans a donc débutée en 2015 dans cette optique.

## 1.2 Introduction

## 1.3 Exemple minimal

### 1.3.1 Exemple Glossaire et citations

On va raconter n'importe quoi à propos des [bande de cisaillement adiabatique –ou \*Adiabatic Shear Band\*– \(ASB\)](#), juste pour illustrer à quoi ressemblent les différents glossaires. On pourrait tout aussi bien converser sur la pertinence de l'utilisation des [mailles de coïncidences, ou \*Coincidence Site Lattice\* \(CSL\)](#) pour caractériser les [macles](#) du [rutile](#). Et pour craner un peu, je vais citer le rapport d'Orange en texte [ALAIN et collab. \[2013b\]](#) de [ALAIN et collab. \[2013b\]](#) et leurs planches [ALAIN et collab. \[2013a\]](#) Maintenant que les [ASB](#) et [CSL](#) ont été définies, plus besoin de détailler leurs significations.

### 1.3.2 Exemple Tableaux et figures

On va ici placer des éléments graphiques (voir tableau [1.1](#) et figure [1.1](#)), juste pour avoir des entrées dans les listes des figures et des tableaux. On remarquera l'utilisation des sous-figures [1.1a](#) et [1.1b](#).

TABEAU 1.1 – Un tableau avec une légende tellement longue que ce serait hideux dans la liste des tableaux

Coucou	Au revoir
maman	papa

### 1.3.3 Exemple Symboles mathématiques

Rien de spécial à propos des math, hormis l'illustration des symboles listés en fin de document, tels  $\alpha$  ou  $\gamma$ , qui peuvent être utilisés indifféremment en mode *in-line* ou dans



(a) Photo du Cap d'Antibes

(b) Saint Jeannet, depuis son Baou

FIGURE 1.1 – Exemple d'utilisation des sous-figures. J'utilise ici volontairement une légende longue.

des équations<sup>1</sup> :

$$\alpha = \gamma/2 \tag{1.1}$$

Les entrées des glossaires peuvent même être appelés dans des figures (PDF avec surcouche  $\LaTeX$ , ou TikZ).

## 1.4 Deuxième paragraphe

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

---

1. Le lecteur notera que hyperref ajoute un lien cliquable sur chaque entrée des différents glossaires.



# Chapitre 2

## Modélisation

*« The thing about quotes on the internet is that you can not confirm their validity »*

---

Abraham Lincoln

## 2.1 Introduction

Pour pouvoir étudier un monument dans ces moindres détails de nombreux chercheurs s'orientent aujourd'hui vers la modélisation 3D. Effectivement, jusqu'à présent les scientifiques menaient leurs études à l'aide de plans ou de dessins en 2D ou bien de maquette à échelle réduite. Mais les outils numériques disponibles aujourd'hui comportent de nombreux avantages par rapport à ces anciennes techniques. Tout d'abord, il est possible d'obtenir les mêmes informations qu'avec les "anciennes techniques" en terme de côtes, formes, aspect. Mais en plus, à partir d'un modèle numérique unique, on peut sélectionner les informations que l'on souhaite étudier tout simplement en changeant les objets à afficher, les vues ou les modes d'affichage. On peut par exemple afficher un monument par vu du dessus avec ses cotes et étudier le plan 2D correspondant. Mais on peut également réaliser une impression 3D pour en avoir une maquette à l'échelle réduite. Un seul outil permet donc d'obtenir l'ensemble des informations que l'on souhaitait acquérir par le passé. Un modèle numérique 3D peut par ailleurs être utilisé par des logiciels de calcul ou de simulation afin de tester des hypothèses physiques (écoulement de fluide, acoustique, ...) ou architecturale (portance, agencement de décor, ...). Il permet également de réaliser des animations (déplacement de personnages, ouverture de haut-vents, ...) ou des visites immersives grâce aux technologies de réalité virtuelle.

Il existe bien entendu de nombreuses limites à la numérisation 3D car cette technique est relativement récente et beaucoup de développement sont en cours. La principale contrainte est la puissance de calcul des ordinateurs et leur espace de stockage qui doivent prendre en charge de très grandes quantités de données.

Pour virtualiser des monuments, il y a deux techniques principalement utilisées. La première consiste à réaliser un nuage de point à l'aide d'appareils de mesure (laser, appareils photo, ...) à la manière d'un scanner. Prenons l'exemple de la photogrammetrie qui est aujourd'hui largement répandue dans la restitution numérique de monument. Il s'agit de photographier l'ensemble du bâtiment sous tous ses angles en s'assurant que chaque photo a une partie commune avec une autre. Les logiciels de traitement peuvent alors corréliser les photos les unes avec les autres et recréer l'image en trois dimensions. Cependant, la limite de cette technique est que plus la précision est grande, plus le volume de donnée à traiter est conséquent et rend les calculs difficiles. C'est pourquoi nous avons utilisé la deuxième méthode dite de CAO (conception assistée par Ordinateur). Il s'agit de retranscrire par des formes géométriques 3D plus ou moins complexes le monuments.

## 2.2 Le mur de scène et ses basiliques

Le mur de scène ainsi que ses deux basiliques constituent un bloc distinct. Le contour extérieur est créé grâce aux cotes de la planche XXI ? . Ce bloc est disposé dans le repère absolu d'après les cotes indiquées sur le plan nord-sud par rapport au centre de révolution de la cavea. Sur le plan est-ouest, le mur de scène extérieur (la plus grande longueur) est centré en 0, les extrémités de chacune des basiliques sont donc à 51,96m du centre.

Sont ensuite créées des objets représentant les pièces. A l'aide d'un modifier Boolean ces objets sont soustraits à la forme de base. La même méthode est utilisée pour le haut du mur qui supporte le toit (fig 24 ? , pour les ouvertures sur le front de scène (planche XXIX ? ), et pour les portes (planche XXI ? ). Pour l'encastrement des poutres dans la partie sommitale du mur nous utilisons des poutres rectangulaire et identique car les traces décrites sur la planche XXXVII ? sont difficiles à interprétation. Cet élément pourra être

corrigé par les archéologues dans une prochaine étape.

## 2.3 Le pulpitum et l'orchestra

Le pulpitum, autrement dit l'estrade de scène a complètement disparu et a aujourd'hui été remplacé par un plancher moderne. Il reste néanmoins des traces sur le mur de scène qui permettent de le modéliser dans sa version antique. Les planches XLVII et XLIX ? donnent les élévations du pulpitum ainsi que de l'orchestre sur les extrémités orientales et occidentales. L'orchestre est une forme volumique dont la face supérieure représente le sol. Il sera dans une prochaine étape creusé à l'aide de modifieurs Boolean pour l'hypocaustum et le caniveau décrit dans une autre partie.

## 2.4 La colline Saint-Europe

Comme souvent les architectes de l'époque ont adossé la cavea sur un relief naturel afin de solidifier la structure et de simplifier la construction de l'édifice. La colline Saint-Europe qui soutient donc le théâtre sur sa partie méridionale a été modélisée d'après les lignes d'altitude (référéncées page 11 ?) à partir de la plus basse jusqu'à la plus haute par pas de 6m par extrusion successive. Les élévations ont ensuite été légèrement adaptées (ligne par ligne) pour s'encastrent au mieux dans le théâtre. La colline est donc actuellement peu précise et il est nécessaire de l'affiner à l'aide d'un document détaillant mieux sa géométrie.

## 2.5 La cavea

La cavea est la partie semi-circulaire adossée à la colline qui soutient les maenianum (gradins). Elle comporte des ambulacres qui permettent aux spectateurs d'atteindre leur siège par le biais de vomitorium et s'ouvre sur les rues extérieures par trois étages d'arcades. La modélisation se fait à partir de la planche LX ? en plaçant la bordure extérieure au même niveau que la bordure des basiliques (c'est à dire à 51,96m du centre). Une fois le plan de coupe réalisé on utilise un modifieur Screw pour faire une extrusion circulaire autour du centre. On comprend alors que les cotes de l'ensemble de la cavea sont celles de la coupe théorique. Sur cette planche certaines valeurs sont incohérentes et on utilise donc la règle décrite en introduction de cette partie pour choisir les bonnes valeurs. Le troisième maenianum n'étant pas soutenu par la colline, il repose sur des caissons voûtés qui sont modélisés séparément.

Les arcades donnant sur l'extérieur sont répétées à l'aide d'un modifieur Array puis soustraites à la cavea par un modifieur Boolean. A noter que le modifieur Screw doit être appliqué pour que le Boolean fonctionne.

## 2.6 Maenianum

Les Maenianum sont modélisés à partir d'un plan de coupe d'un bloc formant un gradin auquel est appliqué un modifieur Array (dupliquant du nombre de gradins) et d'un modifieur Screw pour faire une extrusion de révolution. Le plan de base est un quasi-triangle représentant le profil d'un bloc rectangulaire coupé en deux. Il n'est pas coupé le long de la diagonale car une partie plate d'une dizaine de centimètres permet de faire reposer les

bloc les uns sur les autres. Cette forme est issue du document ? où l'on retrouve "le seul gradin antique dont une face de joint est actuellement visible" figure 2.1. C'est cette forme qui est ajustée pour coïncider avec les cotes de la cavea. Une fois les modifiers appliqués, on peut utiliser un nouveau modifier Boolean pour les marches d'escalier et les vomitorium. Les empreintes des escaliers qui seront retirés aux maenianum sont en fait la forme de base du maenianum retourné et placé de sorte que le coin supérieur (le bord du gradin) se retrouve au centre de la partie visible du gradin. Cela permet de retirer exactement la moitié de la hauteur et de la profondeur du gradin. La forme 2D de l'escalier est ensuite dupliquée avec le modifier Array et extrudée avec un modifier Solidify sur 1,2m. Cette valeur est prise arbitrairement par rapport aux plans non cotés du document ? et devra être affinée par les experts.



FIGURE 2.1 – Le repose pied et le premier gradin du premier cuneus : vu de l'extrémité nord avec au premier plan, le mur bordant l'aditus est

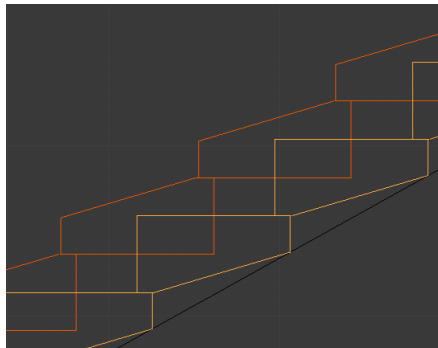


FIGURE 2.2 – Modélisation des maenianum et de l'emprunte des escaliers à retirer après application des modifiers Array et Screw

## 2.7 Aditus



# Chapitre 3

## Propositions de reconstitution

*« The thing about quotes on the internet is that you can not confirm their validity »*

---

Abraham Lincoln



# Conclusion



# Références

ALAIN, B., F. MYRIAM, M. JEAN-CHARLES, R. LILIANE, R. EMMANUELLE et T. DOMINIQUE.  
2013a, «Le théâtre d'orange - rapport final d'opération - planches», PACA Vaucluse,  
Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n° 2012-203.

ALAIN, B., F. MYRIAM, M. JEAN-CHARLES, R. LILIANE, R. EMMANUELLE et T. DOMINIQUE.  
2013b, «Le théâtre d'orange - rapport final d'opération - texte», PACA Vaucluse, Orange  
Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n° 2012-203.



# **Deuxième partie**

## **Calculs acoustiques**





# Introduction

---

# Chapitre 4

## Acoustique de salle

*« Et c'est là que jadis, à quinze ans  
révolus  
A l'âge où s'amuser tout seul ne  
suffit plus  
Je connus la prime amourette  
Auprès d'une sirène, une  
femme-poisson  
Je reçus de l'amour la première  
leçon  
Avalai la première arête »*

---

Georges Brassens

## **4.1 Introduction à l'acoustique de salle**

Livre de Jouhaneau

## **4.2 Méthodes de calcul acoustique**

### **4.2.1 FEM/BEM**

### **4.2.2 RayTracing**

### **4.2.3 Sources-image**

### **4.2.4 Statistique**

## **4.3 Méthode couplée**

# Chapitre 5

## Logiciel développé

« *Sucette à la viande* »

---

MC Grobi

## **5.1 Introduction**

Rappel des problématiques, conditions choisies (source omni, parois non diffusante)

## **5.2 Lecture de maillage**

## **5.3 Calcul de rayon**

## **5.4 Calcul de sources-images**

## **5.5 Génération de réponse impulsionnel**

## **5.6 Méthode d'octree**

## **5.7 Vue d'ensemble**

Add-on blender, traitement du signal, etc

# Chapitre 6

## Validation

« Areuh »

---

Ilde Flucki

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction à l'acoustique de salle</b>	<b>26</b>
<b>4.2</b>	<b>Méthodes de calcul acoustique</b>	<b>26</b>
4.2.1	FEM/BEM	26
4.2.2	RayTracing	26
4.2.3	Sources-image	26
4.2.4	Statistique	26
<b>4.3</b>	<b>Méthode couplée</b>	<b>26</b>

---

## **6.1 Introduction**

Rappel cahier des charges

## **6.2 Comparaison aux cas test**

### **6.2.1 Salle rectangulaire**

### **6.2.2 Salle sphérique**

## **6.3 Analyse de complexité**



# Conclusion



# Références



## **Troisième partie**

### **Analyse acoustique du théâtre d'Orange**



# **Introduction**

## **6.4 Maillage en test**

## **6.5 Matériaux**

---



# Chapitre 7

## Résultats

*« Et c'est là que jadis, à quinze ans  
révolus  
A l'âge où s'amuser tout seul ne  
suffit plus  
Je connus la prime amourette  
Auprès d'une sirène, une  
femme-poisson  
Je reçus de l'amour la première  
leçon  
Avalai la première arête »*

---

Georges Brassens

### Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	28
5.2	Lecture de maillage . . . . .	28
5.3	Calcul de rayon . . . . .	28
5.4	Calcul de sources-images . . . . .	28
5.5	Génération de réponse impulsionnel . . . . .	28
5.6	Méthode d'octree . . . . .	28
5.7	Vue d'ensemble . . . . .	28

---

## **7.1 position des spectateurs**

### **7.1.1 Devant**

### **7.1.2 Derrière**

### **7.1.3 Jardin**

### **7.1.4 Cours**

## **7.2 Présence de spectateurs**

## **7.3 Présence de velum**

## **7.4 Forme et matériaux du toit**

# Conclusion



# Références



# Annexe A

## Annexes

### A.1 Figures annexes

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. On rappelle que  $\alpha$  et  $\gamma$  sont liés par la relation (1.1). Pour plus de détails, voir page 9.

### A.2 Tableaux annexes

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.





# Annexe B

## Liste des acronymes

**ASB** bande de cisaillement adiabatique –ou *Adiabatic Shear Band*–. [2](#)

**CSL** maille de coïncidences, ou *Coincidence Site Lattice*. [2](#)



# Annexe C

## Glossaire

**macle** association orientée de deux ou plusieurs cristaux identiques, dits individus, reliés par une opération de groupe ponctuel de symétrie.. [2](#)

**rutile** Espèce minérale composée de dioxyde de titane ( $\text{TiO}_2$ ) et de traces de fer. [2](#)



# Annexe D

## Liste des symboles

$\alpha$  Angle de d'attaque de la molette. [2](#), [I](#)

$\gamma$  Angle de dépouille de la molette. [2](#), [I](#)