



École doctorale n° 386 : Mathématiques Appliquées

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur de Sorbonne Université

Spécialité “Mathématiques appliquées”

présentée et soutenue publiquement par

Robin GUEGUEN

le ...

VIRTUALISATION ARCHITECTURALE VISUELLE ET AUDITIVE DU THÉÂTRE ANTIQUE D'ORANGE

Directeur de thèse : **Pascal FREY**

Co-encadrants de thèse : **Matthieu AUSSAL ET EMMANUELLE ROSSO**

Jury

| | | |
|---|------------|-------------|
| , | Professeur | Rapporteur |
| , | Professeur | Rapporteur |
| , | Professeur | Examinateur |
| , | Professeur | Examinateur |

T
H
E
S
E

Remerciements

J'écris ces lignes à l'issue d'une grande aventure qui aura duré trois années et qui aurait été impossible sans l'aide, le soutien et la patience de certaines personnes. Je tenais donc à leur adresser mes remerciements. Tout d'abord je souhaite m'adresser à Emmanuelle Rosso et Pascal Frey, pour avoir pensé à ce projet ambitieux et m'avoir fait confiance pour le mener à bien. Qui aurait cru qu'un ingénieur en opto-électronique aurait pu prendre à bras le corps un projet mêlant mathématiques appliquées, archéologie, acoustique et bien d'autres. Dans la continuité, je remercie également chaleureusement François Alouges de l'école Polytechnique pour son suivi réconfortant et pour avoir su apporter les mots justes tout au long du projet.

J'aurais été on ne peut plus perdu sans l'aide précieuse et l'oeil d'expert-archéologue de Titien Bartette mon collègue de l'ISCD qui m'a largement guidé aux travers des vestiges du théâtre d'Orange. Je dois également un grand merci à François Salmon du CMAP pour ses conseils et explications en développement logiciel et traitement du signal de même qu'à Loïc Norgeot de l'ISCD pour la partie *Blender* et visualisation. Ils ont tous deux su m'apporter leur expérience au moment opportun. Je n'oublie pas Sébastien Le Gall qui m'a émerveillé en sublimant graphiquement la maquette du théâtre d'Orange que j'avais réalisée.

Je voudrais également remercier Alain Badie, Jean-Charles Moretti, Dominique Tardy et le reste de l'équipe de l'IRAA pour leurs retours d'experts et pour m'avoir fourni leurs relevés et documents indispensables à la réalisation du modèle numérique du théâtre d'Orange. Merci à Jean-Dominique Polack du LAM pour ses cours d'acoustique de salle et pour avoir partagé avec nous ses connaissances sur le théâtre d'Orange ainsi qu'une partie de son matériel.

Merci à Delphine Aubry, Marie Duboué, Alexia Maximin, Noël Dimarcq, Tristan Briant, Guillaume Reuiller pour m'avoir accueilli et épaulé lors de passionnantes missions doctorales de conseil ou de médiation scientifique.

Je tiens également à apporter mes remerciements à mes collègues de l'ISCD et du CMAP pour leur bonne humeur.

Bien sûr, j'ai gardé le meilleur pour la fin, tel l'apothéose d'un spectacle. Je dois un énorme merci à Matthieu Aussal du CMAP car rien de tout cela n'aurai été possible sans lui. Je sais qu'il appréciera la métaphore en disant qu'il fut pour moi un véritable "bâton de berger" durant ces trois années.

Je profite par ailleurs de ce préambule pour remercier ma famille, parents et amis. Je remercie tout particulièrement Sophie pour son soutien quotidien et ses encouragements continus. Elle eu le courage de démarrer la gestation de notre fils en même temps que je commençais celle de ce document. Mon fils arriva environ à la page 100 pour notre plus grand bonheur. Merci Martin pour tes réveils nocturnes me forçant à poursuivre ma rédaction.

Finalement je vous remercie vous, chers lecteurs de tenter l'aventure de lire ce document. J'imagine qu'il est peu probable que vous soyez mathématicien spécialiste en ar-

chéologie, architecture, modélisation graphique, acoustique et algorithmique, c'est pourquoi j'ai essayé d'être le plus clair possible dans chacune de mes parties pour permettre à chacun d'accéder sans encombre aux sujets où il sera néophyte. Dans tous les cas, je vous souhaite une bonne lecture.

Résumé

Ce projet pluridisciplinaire initié par Sorbonne Université vise à apporter des solutions mathématiques et informatiques à des problèmes archéologiques. Il s'articule autour du théâtre antique d'Orange. Ce monument grandiose vieux de plus de 2000 ans est l'un des mieux conservé au monde. Il est principalement composé d'une quarantaine de gradins disposés en "U" et fermés par un large mur de scène. Une étude documentaire poussée a permis de restituer ce monument sur le logiciel *Blender*. La maquette virtuelle du théâtre est composée de formes brutes, auxquelles sont affectés des éléments de détail non permanents, ce qui la rend très facilement modulable. Précise à l'échelle du centimètre, elle concatène un grand nombre de relevés architecturaux et servira de base aux futurs travaux archéologiques.

En plus de pouvoir visualiser virtuellement le monument, ce projet vise à étudier son acoustique. Ainsi, un outil de calcul spécialement conçu pour ce cas d'application complexe a été développé en C++ en partenariat avec le CMAP de l'École polytechnique. Celui-ci s'interface directement à *Blender*, rendant les manipulations ergonomiques. L'algorithme est développé à l'aide de méthodes géométriques en se plaçant dans l'approximation hautes fréquences. À partir d'une source sonore, il s'agit de propager des faisceaux portant une certaine quantité d'énergie dans toutes les directions et de calculer leurs réflexions sur les parois du bâtiment. Pour un récepteur positionné dans l'espace, on peut alors connaître la réponse impulsionnelle et l'emplacement des sources-images correspondantes. La méthode permet simuler la réverbération d'une salle sur huit bandes de fréquence (62 à 15000Hz) en prenant en compte les coefficients d'absorption des matériaux et du milieu de propagation. L'algorithme est optimisé par une approche de *Divide and Conquer* utilisant des *octrees*. Cela permet de réduire la complexité quadratique de l'interaction rayons/éléments à quasi-linéaire ce qui améliore considérablement le temps de calcul. L'algorithme est validé par comparaison avec des cas tests théoriques.

C'est avec ce simulateur qu'est finalement menée l'étude acoustique du théâtre d'Orange. Grâce à différentes données de sortie (numériques, visuelles ou auditives) il est possible de qualifier l'impact de certaines configurations du théâtre : présence de décor ou de toit, position des spectateurs ou des sources acoustiques. Ce travail permet d'ouvrir de nouvelles perspectives archéologiques.

Abstract

This multidisciplinary project initiated by Sorbonne University aims to provide mathematical and computing solutions to archaeological problems. It deals with the ancient theater of Orange. This magnificent monument, more than 2000 years old, is one of the best preserved in the world. It is mainly composed of about forty steps arranged in a "U" shape and closed by a large stage wall. An extensive literature review allowed to restore this monument thanks to the software *Blender*. The virtual model of the theater is composed of coarse objets, detailed by non-permanent modifiers, which makes it really easy to update. Accurate to the centimeter scale, it concatenates a large number of architectural schemes and serves as a basis for future archaeological work.

In addition to the visualization part, this project also aims to study the acoustics of the monument. Thus, a numerical simulation tool especially designed for this significant size numerical problems has been developed in C++ in partnership with the CMAP (École polytechnique). It has been designed to fit into *Blender*, making the manipulations ergonomic. The algorithm uses geometric methods thanks to the high frequency approximation. From a sound source, beams carrying a certain amount of energy are propagated in all directions and reflected on the building walls. For a punctual receiver positioned in the 3D space, we can obtain the room impulse response and the location of the corresponding image-sources. The method provide the reverberation curve of a room for eight octave bands by considering the materials properties and the propagation medium. The algorithm is optimized by using a *Divide and Conquer* approach with a hierarchical octree structure. This allow to reduce the quadratic complexity of the ray/element interactions to near-linear and significantly improves computation time. The algorithm is validated by comparison with theoretical test cases.

The study of the Orange theater is eventually carried out with this acoustic simulator. Thanks to different output data (digital, visual or aural) it is possible to qualify the acoustic impact of certain theater configurations : presence of ornament or roof, position of spectators or sound sources. This work opens up new archaeological perspectives.

Table des matières

| | |
|---|-----------|
| Préambule | 1 |
| I Modélisation du théâtre d'Orange | 3 |
| Introduction | 5 |
| 1 Présentation synthétique de l'architecture du théâtre d'Orange | 7 |
| 1.1 Le <i>postscaenium</i> , les basiliques et le <i>pulpitum</i> | 9 |
| 1.2 L' <i>orchestra</i> , les <i>aditus</i> et la <i>cavea</i> | 11 |
| 1.3 Les couvertures et le <i>velum</i> | 15 |
| 2 Modélisation 3D | 19 |
| 2.1 Méthodologie | 21 |
| 2.2 La <i>cavea</i> et ses substructures | 25 |
| 2.3 Les <i>maeniana</i> | 28 |
| 2.4 Les <i>aditus</i> et les tribunes | 31 |
| 2.5 Le mur de scène et ses basiliques | 32 |
| 2.6 Le <i>pulpitum</i> et l' <i>orchestra</i> | 34 |
| 2.7 Les couvertures du bâtiment de scène | 36 |
| 2.8 La <i>porticus in summa cavea</i> | 37 |
| 2.9 Accès aux tribunes par les <i>aditus</i> | 39 |
| 2.10 La colline Saint-Eutrope | 39 |
| 3 Applications | 41 |
| 3.1 Le <i>velum</i> | 42 |
| 3.2 Les systèmes de particules | 45 |
| 3.3 Autres projets ayant utilisé le modèle | 46 |
| Conclusion | 49 |
| Références de la partie I | 52 |
| II Calculs acoustiques | 53 |
| Introduction | 55 |
| 4 Acoustique de salle | 57 |
| 4.1 Généralités sur l'acoustique de salle | 58 |
| 4.2 Méthodes de calcul acoustique | 63 |

| | |
|--|------------|
| 5 Développement d'une méthode hybride | 69 |
| 5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée | 71 |
| 5.2 Environnement géométrique | 74 |
| 5.3 Calcul de rayons | 76 |
| 5.4 Calcul de sources-images | 80 |
| 5.5 Génération de réponse impulsionnelle | 83 |
| 5.6 Auralisation | 84 |
| 6 Optimisation algorithmique | 87 |
| 6.1 Méthode d'octree | 89 |
| 6.2 Analyse des résultats | 94 |
| 7 Validation des résultats | 99 |
| 7.1 Analyse visuelle | 100 |
| 7.2 Décroissance quadratique | 101 |
| 7.3 Cas de la salle sphérique | 103 |
| 7.4 Cas de la salle cubique | 104 |
| 8 Outil logiciel | 109 |
| 8.1 Utilisation générique du logiciel | 110 |
| 8.2 Paramètres de sortie | 114 |
| Conclusion | 119 |
| Références de la partie II | 123 |
| | |
| III Analyse acoustique du théâtre d'Orange | 125 |
| Introduction | 127 |
| 9 Analyse en configuration initiale | 129 |
| 9.1 Configuration du maillage | 130 |
| 9.2 Analyse de la réponse impulsionnelle | 132 |
| 10 Test de configurations | 139 |
| 10.1 Décor du front de scène | 140 |
| 10.2 Position des spectateurs | 141 |
| 10.3 La source et le mur de scène | 144 |
| 10.4 Présence de spectateurs | 149 |
| 10.5 Les couvertures | 149 |
| 10.6 Comparaison avec d'autres théâtres antiques | 152 |
| Conclusion | 155 |
| Références de la partie III | 158 |
| Conclusion générale | 159 |
| A Annexes | I |
| B Liste des acronymes | xxi |

TABLE DES MATIÈRES

Préambule

La pluridisciplinarité consiste à aborder un objet d'étude selon les différents points de vue de regards spécialisés. Il s'agit de juxtaposer le travail de plusieurs disciplines autour d'un même objet d'étude et d'utiliser leur complémentarité intrinsèque pour la résolution d'un problème¹.

Par ailleurs, 2018 marque l'année de fusion entre l'[Université Pierre et Marie Curie \(UPMC\)](#) et Paris-Sorbonne, développant ainsi la transversalité et la collaboration entre de nombreux domaines scientifiques et littéraires. Ce projet de thèse s'inscrit dans une démarche pluridisciplinaire en sollicitant les sciences mathématiques pour l'étude de problématiques archéologiques.

En 2014, dans le cadre du projet NUMERO, les équipes d'archéologues de la Sorbonne et du [CNRS](#) s'associent à l'[Institut des Sciences du Calcul et des Données \(ISCD\)](#) de Sorbonne Université afin de virtualiser des fragments de décoration retrouvés dans les décombres du théâtre antique d'Orange. Cette collaboration a permis la numérisation de blocs, issus de la frise du cortège dionysiaque ornant autrefois la façade du mur de scène, et de pouvoir par la suite les rassembler virtuellement à l'aide d'un logiciel spécialement développé. Comme le disent Alain Badie, Jean-Charles Moretti et Dominique Tardy dans "*Pouvoir du théâtre et théâtre du pouvoir*"² : "Il s'agit à terme, non seulement de restituer l'histoire du front de scène du théâtre et de comprendre les finalités de ses concepteurs, mais aussi de fournir un corpus de référence pour l'ornementation architecturale en Narbonnaise".

Cette démarche a naturellement ouvert la voie à une étude plus large du théâtre d'Orange. L'objectif de cette thèse est ainsi de virtualiser le théâtre dans son ensemble afin de pouvoir en étudier l'architecture et les hypothèses de reconstitution de son état d'origine. Pour compléter cette démarche purement visuelle, l'équipe projet s'associe au [Centre de Mathématiques Appliquées de l'École polytechnique \(CMAP\)](#) pour étudier le comportement acoustique du théâtre. Comment virtualiser un monument d'une ampleur telle que celle du théâtre d'Orange (103 m de large pour 37 m de haut)? Comment remonter le temps pour restituer son architecture originelle malgré les multiples transformations qu'elle a subi durant des siècles? Comment en faire un outil numérique exploitable pour des études scientifiques diverses? Quelles sont les solutions et les contraintes d'études acoustiques d'un tel lieu? Quelles hypothèses archéologiques peut-on analyser par le biais d'une étude acoustique? Comment diffuse-t-on des résultats pluridisciplinaires? Voici la liste non-exhaustive des problématiques soulevées par un projet comme celui traité dans cette thèse.

Ce document se compose de trois parties. La première est dédiée au théâtre d'Orange, à sa présentation et à l'explication détaillée de sa modélisation numérique. La deuxième traite d'acoustique de salle. Il y sera détaillé la conception d'un nouvel outil conçu pour répondre au cahier des charges induit par le théâtre d'Orange. La troisième partie utilise

1. Wikipédia - Pluridisciplinarité

2. [BADIE et al., 2007, p.32]

les résultats des deux premières pour réaliser l'analyse acoustique du théâtre restitué, ce qui n'est possible qu'avec les technologies de simulation numérique.

Première partie

Modélisation du théâtre d'Orange

Introduction

Le théâtre antique d'Orange situé dans le Vaucluse est le théâtre romain le mieux conservé d'Europe et un des trois seuls au monde à avoir conservé son mur de scène³. Il est adossé à la colline Saint-Eutrope sur laquelle sa *cavea* repose partiellement.

En 45 avant notre ère, suite à la victoire de César sur la Gaule, l'implantation de colonies amenèrent des soldats vétérans à s'installer dans la province de Gaule transalpine qu'Auguste réorganise par la suite en province de Narbonnaise. L'architecture urbaine est dictée par des modèles venant de Rome qui sont ensuite adaptés à la géographie locale. On trouve quelques aperçus de ces préceptes dans les écrits de Vitruve⁴. De nombreux théâtres sont alors construits selon une structure assez semblable comme par exemple celui d'Arles bâti en 20 avant notre ère. La construction du théâtre de Aurosio (l'ancienne ville d'Orange) fut démarrée par les vétérans de la II^e légion gallique de César vers 10 avant notre ère et dura quelques dizaines d'années⁵. Cette origine nous est d'ailleurs rappelée par la présence du sigle C.I.S (*Colonia Iulia Secundanorum*) inscrit à plusieurs endroits du grand mur du *postscaenium*⁶.

Lorsque le théâtre fut abandonné comme édifice de spectacle, il ne fut pas détruit. Les princes d'Orange y firent installer un poste avancé de leur château et l'ensemble de l'édifice fut investi par des habitations utilisant le mur de scène comme rempart de protection (voir fig. 1a). Au XVII^e siècle le roi Louis XIV qualifiait en ces mots son impressionnant mur de scène de 103m de large par 37m de haut comme : « La plus belle muraille de mon royaume »⁷ et quelques écrits tentèrent déjà d'imaginer les manifestations qui pouvaient se tenir dans ce lieu de spectacle.

Ce n'est pourtant qu'au XIX^e siècle que débuta un vaste chantier de déblaiement de l'enceinte dans le but de restituer au bâtiment son rôle premier. Avec ce projet apparurent les premiers relevés du théâtre. En charge du chantier, Augustin Caristie fait paraître en 1846 "*Monuments antiques à Orange, arc de triomphe et théâtre*", œuvre de référence qui recense l'état des vestiges avant et après la destruction des maisons. Ces textes et dessins bien que, comme le stipule l'auteur, parfois hypothétiques sont par la suite complétés par d'autres architectes comme Pierre-Honoré Daumet qui réalisa en 1873 le relevé des élévations du monument. Les premières représentations théâtrales modernes purent alors avoir lieu. À la fin du siècle l'architecte Jean-Camille Formigé fut chargé de restaurer la *cavea* selon les indications de A. Caristie et en s'inspirant du modèle de Vitruve. Son fils Jules Formigé poursuivit son travail et mit à jour de nombreux éléments de décors notamment en creusant au niveau de l'*hyposcaenium*. Depuis les années 20 jusqu'aux années 80 de nombreuses restaurations ou constructions ont été effectuées avec une rigueur archéo-

3. Les deux autres théâtres ayant conservés leur mur de scène sont à Aspendos en Turquie et à Sabratha en Libye

4. [VITRUVE, Traduction 1847, Livre V]

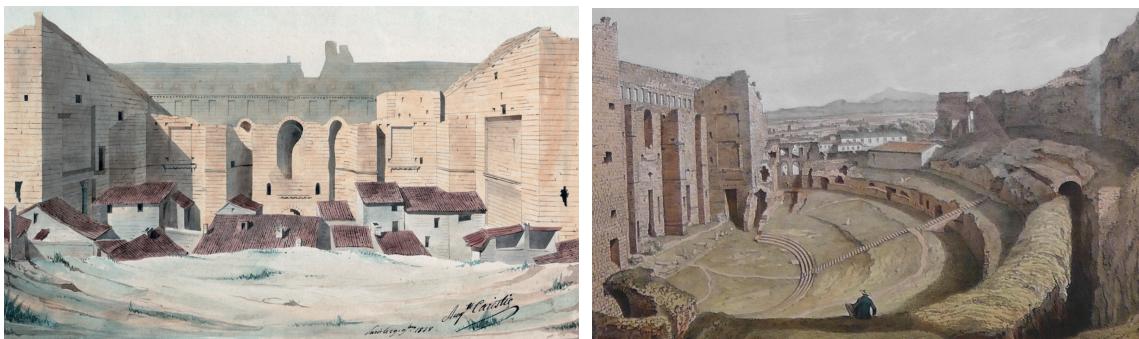
5. [BADIE et al., 2007, p. 31]

6. [FORMIGÉ, 1923, p26]

7. [CULTURESPACES]

logique contestable dans le but d'habiller le lieu plus que pour le restituer. En 1981, le théâtre entre au patrimoine mondial de l'UNESCO et quelques années plus tard d'autres constructions modernes telle que la couverture métallique de la scène viennent s'ajouter, détériorant au passage une partie de la maçonnerie antique. Certains projets ont pu être stoppés avant que des dégâts irréparables ne soient causés comme l'installation d'ascenseurs dans le mur de scène. Malgré tout, ces travaux ont souvent été entrepris sans le moindre regard archéologique et de nombreuses données ont été perdues⁸.

Depuis la fin du XX^e siècle l'[Institut de recherche sur l'architecture antique \(IRAA\)](#) et l'UMR 3155 du [CNRS](#) ont relancé une étude approfondie du bâtiment et de sa décoration avec une approche archéologique rigoureuse. Ce projet de thèse s'inscrit dans la continuité de cette étude avec pour premier objectif : la modélisation numérique du théâtre. La première partie de ce document présente l'agencement architectural du bâtiment sans entrer dans les détails de sa décoration. Elle est suivie par la description détaillée des méthodes de modélisation graphique ayant permis de créer le modèle numérique. Celui-ci compile une grande partie des informations architecturales du théâtre dans sa version d'origine. Nous expliquerons d'où proviennent ces diverses informations, quel crédit nous pouvons leur accorder et les problèmes soulevés par ce travail. Certaines hypothèses des architectes ayant étudié ce monument seront remises en question et d'autres seront explorées afin d'en déterminer la vraisemblance. Cette partie se terminera par la présentation de certaines applications et tests visuels élaborés à partir du modèle numérique.



(a) Vue de la scène avant le déblaiement par A. (b) Vue intérieure du théâtre par Asselineau¹⁰. Caristie⁹.

FIGURE 1 – Dessins du théâtre d'Orange avant et après déblaiement par A. Caristie.

8. [ROUMÉGOUX et PROVOST, 2009, p 231- 236]

9. [CARISTIE, 1856]

10. [ASSELINEAU, XIX^e siècle]

Chapitre 1

Présentation synthétique de l'architecture du théâtre d'Orange

« *L'architecture, c'est ce qui fait les belles ruines* »

Auguste Perret

Sommaire

| | |
|---|-----------|
| 1.1 Le postscaenium, les basiliques et le <i>pulpitum</i> | 9 |
| 1.2 L'<i>orchestra</i>, les <i>aditus</i> et la <i>cavea</i> | 11 |
| 1.3 Les couvertures et le <i>velum</i> | 15 |
| 1.3.1 La couverture des basiliques et du <i>parascaenium</i> | 15 |
| 1.3.2 La couverture du <i>postscaenium</i> et du <i>pulpitum</i> | 15 |
| 1.3.3 La couverture de la <i>cavea</i> | 16 |

En 2013, l'[IRAA](#) conclut une série de campagnes de relevés et d'analyse du théâtre d'Orange démarrée en 1998. Ce travail recense les relevés effectués sur le terrain ainsi qu'une étude approfondie des documents d'archives, conservés pour la plupart à la Médiathèque de l'architecture et du patrimoine à Charenton-le-Pont. Ceux-ci comportent les plans des architectes A. Caristie et P. G. H. Daumet et permettent d'avoir un état des lieux du théâtre avant que celui-ci ne soit restauré par J. Formigé. L'étude réalisée dans le cadre de cette thèse est donc principalement basée sur le rapport de l'[IRAA](#) résultant de ces travaux d'analyse ^{1, 2}.

Le théâtre d'Orange a été bâti en grande partie selon les préceptes de l'architecture romaine de l'époque impériale. Comme la plupart de ces édifices, il se présente comme un demi-cercle fermé par un mur rectiligne. Sa *cavea* tournée vers le nord est adossée à la colline Saint-Eutrope qui offre un support naturel à l'édifice. À la différence des *odéons* qui étaient entièrement couverts, seul un *velum* couvrait l'espace réservé aux spectateurs. Collées au flan est du théâtre se trouvent les ruines d'un sanctuaire du culte impérial qui ne fait pas partie de l'étude. De même, la façade nord était prolongée par une grande *porticus post scaenam* qui n'a pas été modélisée mais qui pourra l'être dans une étude postérieure.

Ce chapitre présente l'architecture non détaillée du théâtre d'Orange par grands sous-ensembles. Il servira d'introduction au chapitre suivant et permettra au lecteur de se familiariser avec le monument en le replaçant dans son contexte d'utilisation.

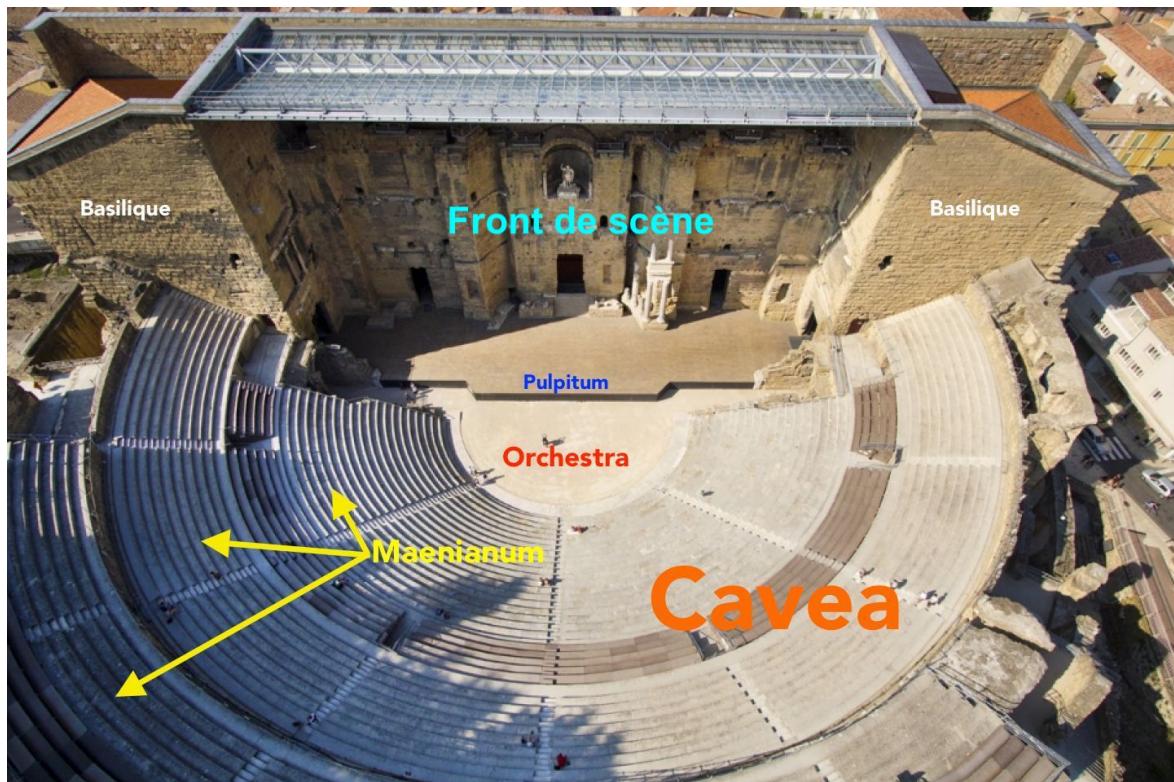


FIGURE 1.1 – Vue d'ensemble du théâtre d'Orange ³.

1. [BADIE et al., 2013b]
2. [BADIE et al., 2013a]
3. [BOURDEREAUX, Orange tourisme]

1.1 Le *postscaenium*, les **basiliques** et le *pulpitum*

Le *postscaenium* (ou mur de scène) constituant la façade nord du bâtiment, ainsi que les deux **basiliques** l'enclavant, constituent les parties les mieux conservées du théâtre. Le *postscaenium* servait de décor pour les représentations et tenait probablement un rôle acoustique (voir Partie III). Les côtés est et ouest donnaient sur des rues, alors qu'adossée à la façade nord se trouvait une *porticus post scaenam* large d'environ neuf mètres. Celle-ci donnait accès au *postscaenium* par le biais de seize portes reparties de manière symétrique de part et d'autre de la porte centrale. Le deuxième niveau du mur est orné, dans sa partie haute, d'une série d'arcades composée de vingt-deux **pilastres**. Au troisième niveau de la façade se trouvent deux séries de **consoles** ainsi qu'une assise de bouches d'eau qui permettaient d'évacuer les eaux qui tombaient sur le toit du bâtiment de scène. Les **consoles** de la série supérieure présentent un trou traversant permettant d'accueillir les mâts de maintien du *velum*. Seules les deux **consoles** situées aux extrémités font exception. Celles de la série inférieure sont creusées à leur lit d'attente d'une grande mortaise circulaire prolongée par un petit trou permettant l'écoulement de l'eau de pluie. Pour pouvoir placer un mât dans un couple de **consoles**, il fallait également que l'assise de bouche d'eau soit percée. Or cela n'est le cas que pour douze emplacements correspondant aux mâts n° 4 à 9 à partir des deux extrémités du mur. Il semble donc que les mâts n'aient été présents qu'à ces emplacements, c'est-à-dire au niveau des **basiliques**. L'absence de mât au niveau du mur de scène pourrait s'expliquer par le fait que la forte tension liée au poids du *velum* aurait été trop importante pour un mur rectiligne de cette longueur et cette épaisseur. La forme carrée des basiliques permet une plus grande résistance à la tension. Néanmoins, il est aussi possible de supposer que les **consoles** aient été initialement prévues pour couvrir l'estrade par des voiles montées sur des vergues comme à Aspendos et que l'idée fut abandonnée en cours de construction au profit d'une toiture de tuiles sur charpente de bois⁴.

Le *postscaenium* comporte huit pièces donnant uniquement sur la *porticus post scaenam* à l'extérieur du théâtre. Ces pièces servaient de coulisses pour l'habillement des acteurs ou le stockage des décors et des costumes⁵. Trois portes, dont la porte royale, donnent directement accès à la scène. Deux portes de part et d'autre conduisent aux **basiliques** et une à des escaliers permettant de monter aux étages supérieurs via les *para-scaenia*. À l'intérieur du *postscaenium*, en plus du rez-de-chaussée et des combles, on compte deux étages dotés de baies à arcatures permettant de passer d'une pièce à l'autre. Cela permettait aux acteurs d'accéder à des niches traversantes en hauteur pour faire apparaître sur le mur de scène des personnages divins (ou effectuer des bruits de tonnerre par exemple).

La façade sud du mur (ou front de scène) est celle qui servait de décor permanent aux spectacles. Aujourd'hui, il ne reste que le mur en calcaire de Courthézon (calcaire de couleur jaune foncé-beige) qui était jadis partiellement caché par des ornements en marbre. On y trouve plusieurs niches de diverses profondeurs ainsi que les traces d'encastrement du placage de marbre sur lesquels s'appuient aujourd'hui les archéologues pour reconstituer la décoration. Le mur a une géométrie quasi-symétrique par rapport à l'axe décrit par la porte royale rectangulaire et la niche voutée, située au dessus, accueillant aujourd'hui une statue dite "d'Auguste" (faite de ciment et de fragments antiques et placée là en 1944). Cet axe est placé sur une paroi rectiligne qui fait saillie au fond d'une **exèdre** curviligne ce qui attire naturellement l'oeil vers la porte royale et la niche voutée. De part

4. [MORETTI, 1993, p. 144-147]

5. [FORMIGÉ, 1923, p. 56]

et d'autre se trouvent deux **exèdres** rectangulaires peu profondes. Le mur est divisé verticalement en trois ordres sur les extrémités et seulement deux sur la partie centrale. Au dessus de la façade se trouve l'espace réservé au toit qui couvrait le *postscaenium* et la scène. On y voit aujourd'hui les trous d'encastrement dans lesquels venaient s'insérer les poutres.

Le mur de la façade du bâtiment de scène est flanqué de part et d'autre de deux **basiliques** de forme presque carrée auxquelles on accède depuis la scène en traversant un *parascaenium*. Celui-ci communique avec la basilique via une porte arquée et à la scène par une grande porte rectangulaire. Le *parascaenium* comporte une cage d'escaliers permettant d'atteindre les niveaux supérieurs du *postscaenium*. Les **basiliques** sont composées de deux niveaux séparés par un plancher en bois et accessible uniquement depuis le rez-de-chaussée. On retrouve cette même disposition dans les théâtres d'Arles, Aspendos ou au théâtre de Marcellus à Rome par exemple⁶. Leur taille monumentale semble indiquer une fonction de foyer luxueux permettant aux spectateurs de se retrouver pendant les entractes ou en cas d'intempéries. Elles pouvaient également servir de coulisses pendant les spectacles ou pour stocker les éléments de décor volumineux. Ces salles étaient accessibles par les trois côtés autres que la scène par un couple de baies à arcature.

La scène ou *pulpitum* était une structure en bois d'une largeur de 61m et d'une profondeur de 10m qui a complètement disparu. Sa façade était ornée par une décoration de marbre composée de niches rondes ou carrées alternées. Vitruve⁷ dit que sa largeur doit valoir le double du diamètre de l'orchestre et que sa hauteur ne doit pas excéder cinq pieds (soit 1m50) afin que les spectateurs assis dans l'orchestre voient facilement. Celle d'Orange s'élève à 1m25 d'après les traces laissées sur le mur de scène⁸. Le mur de façade ornant le *pulpitum* est défini du côté de l'orchestre par un caniveau et de l'autre côté par l'alignement avec des cassettes. J. Formigé en mesure ainsi une épaisseur de 75cm supposant qu'il n'était pas orné de niches mais plutôt d'une frise continue comme au théâtre de Dionysos à Athènes⁹. En dessous se trouve l'*hyposcaenium* qui étaient composé principalement d'une fosse et d'un espace dédié à la machinerie du rideau de scène. En effet, entre le mur de front du *pulpitum* et la scène, un rideau en étoffe peinte ou tissée d'une hauteur de moins de trois mètres descendait pour laisser apparaître la scène aux spectateurs. Il venait s'enrouler autour de cylindres et était actionné par un système de poulies et contrepoids. Lorsque le rideau était descendu, le plancher venait fermer cet espace permettant ainsi aux acteurs de s'approcher jusqu'au bord du *pulpitum*, voire de descendre au niveau de l'*orchestra*. Le plancher était soutenu par des poutres et les acteurs ou les machinistes pouvaient se rendre en dessous par le biais de trappes et d'escaliers. La présence d'escaliers menant de la scène à l'orchestre n'est pas prouvée, néanmoins, deux escaliers de quatre marches étaient présents aux extrémités du *pulpitum* et permettaient d'accéder aux *parodoi*¹⁰.

6. [FORMIGÉ, 1923, p. 35]

7. [VITRUVE, Traduction 1847, p. 10-11]

8. [BADIE et al., 2013b, p. 318-319]

9. [FORMIGE, 1916, p. 457]

10. [FORMIGE, 1916, p. 458]

11. [DUCAROY et AUDIN, 1960, fig. 11, p. 70]

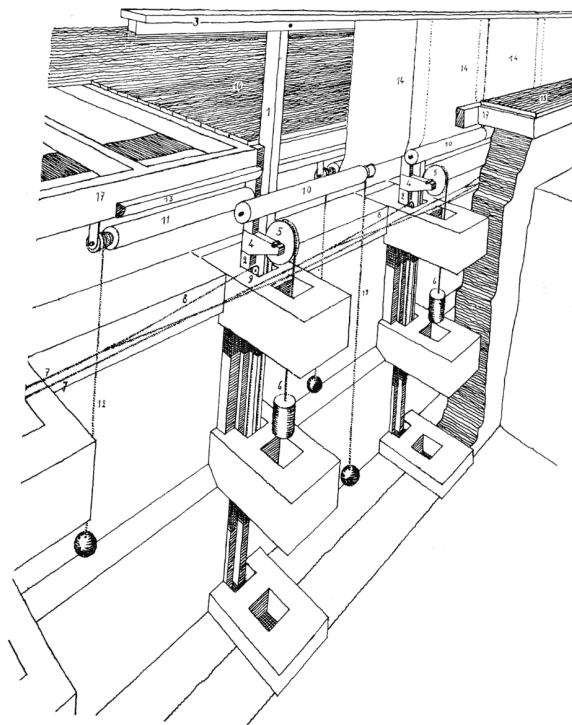


FIGURE 1.2 – Perspective d'une section de la fosse du rideau de scène au théâtre de Lyon et restitution de la machinerie¹¹.

1.2 L'*orchestra*, les *aditus* et la *cavea*

L'*orchestra* est la partie semi-circulaire située entre la scène et le premier gradin. Anciennement nommée *choros* chez les grecs où elle accueillait le choeur, elle ne servirait plus aux représentations chez les romains d'après Vitruve¹² : "l'orchestre est réservé pour les sièges des sénateurs". Cependant, Formigé¹³ conteste cette hypothèse en affirmant que : "si l'on examine avec attention un orchestre romain, on remarque de suite qu'il se divise en deux parties : l'une, horizontale, souvent dallée de marbres rares comme à Arles, à Athènes, à Carthage, à Pompéi, etc., ou même de mosaïques comme à Chemtou ; l'autre, composée d'un ou de plusieurs gradins de pierre, larges et bas". Il appuie ses dires sur une citation de Gaston Boissier¹⁴ stipulant que les mimes jouaient "*in plano orchestra*". Cela lui permet de conclure que : "il y a bien une partie plane, libre, dans l'orchestre, et qu'elle ne comprend pas tout l'orchestre". Il relève d'ailleurs des marques laissant supposer qu'il y aurait eu trois gradins d'une largeur d'un mètre permettant d'accueillir des sièges mobiles pour les sénateurs¹⁵. L'*orchestra* est aujourd'hui recouverte de graviers compacts qui camouflent son aspect antique. Elle était limitée par un *balteus* qui marquait la séparation avec la *cavea* et qui surplombait un petit caniveau permettant d'évacuer l'eau de pluie. Elle comportait aussi des escaliers qui pouvaient mener à la scène soit par le centre soit par les extrémités¹⁶.

Depuis l'extérieur du théâtre on accède à ce lieu par deux larges *parodoi* formant les *aditus*. Chacun est composé d'une succession de trois voûtes en décrochement qui por-

12. [VITRUVE, Traduction 1847, p. 10]

13. [FORMIGÉ, 1923, p. 28-29]

14. [BOISSIER, article MIMVS]

15. [FORMIGÉ, 1916, p. 455]

16. [FORMIGÉ, 1923, p. 52]

taient les extrémités de la *cavea* et les tribunes. Ces dernières, considérées comme des places d'honneur, étaient souvent décorées de sculptures comme à Dougga ou à Herculaneum et étaient accessibles par des escaliers particuliers¹⁷. Ces entrées étaient dallées sur toute leur longueur mais sont aujourd'hui recouvertes par un sol moderne¹⁸.

La *cavea*, telle qu'elle a été restaurée, comprend trois hémicycles appelés *maeniana*, séparés l'un de l'autre par une *précinction* et un *podium*. Cela a été déduit par A. Caristie grâce au profil des *aditus* et aux vestiges des substructures¹⁹. C'est donc en ce sens que la *cavea* fut reconstruite par Formigé. Chaque *maenianum* est divisé par des escaliers en un certain nombre de sections appelées *cunei*.

Le premier *maenianum*, ou *ima cavea* est séparé par cinq escaliers en quatre *cunei* comme le révèlent les vestiges des premiers gradins dégagés pendant les fouilles. Il comprend un repose-pied à sa base et vingt gradins comme à Aspendos, à Athènes (odéon d'Hérode Atticus) ou à Pompéi (grand théâtre)²⁰. Leur hauteur moyenne est de 40cm et leur largeur de 80cm²¹. Au niveau de la première *précinction*, neuf ouvertures donnent sur un couloir souterrain (premier *ambulacre*). Ce dernier est accessible depuis l'extérieur du théâtre au rez-de-chaussée par deux escaliers longeant les *aditus*. Le couloir ouvre aussi sur dix-huit pièces aveugles, mais seules les salles numérotées de 1 à 8 (voir fig. 1.3) sont des constructions antiques. Il était également possible de rejoindre le premier *maenianum* à mi-hauteur depuis les *parodoi* par le biais de deux escaliers installés sous les gradins. Ceux-ci n'ont pas été remis en fonction lors de la restauration. Les *vomitoria* et les *précinctions* étaient généralement bordés de balustrades souvent ornées de sculptures.

Le deuxième *maenianum*, ou *media cavea*, repose, dans sa partie inférieure, sur l'*ambulacre* du premier niveau et, dans sa partie supérieure, sur de la terre ou du remblai qui complètent, à proximité des *aditus*, deux niveaux de chambres voûtées. Il a été restauré pour former neuf gradins divisés en huit *cunei* par neuf escaliers, ce qui semble être un choix acceptable²². Par ailleurs A. Caristie a relevé l'existence de cinq caissons de soutènement (C7 à C11 - fig. 1.4) situés sous l'*ima cavea* qui délimitent les passages permettant de se rendre au second *ambulacre*. Celui-ci est souterrain dans la zone où la *cavea* est adossée à la colline et construit sur deux niveaux de chambres voûtées dans sa partie la plus orientale. Il est directement accessible de l'extérieur par une porte à l'est et une autre à l'ouest.

Le troisième *maenianum*, ou *summa cavea*, comporte cinq gradins restitués divisés également par neuf escaliers. On constate que la profondeur des gradins diminue lorsqu'on s'élève, ainsi, ils ne mesurent plus que 72cm en moyenne sur le troisième *maenianum*, ce qui a pour effet d'augmenter la pente et d'améliorer la visibilité des derniers rangs. Il était jadis couronné par une *porticus in summa cavea*, dont l'existence est assurée par des traces sur les faces méridionales des murs des *basiliques*. D'une largeur de 3m55, ce portique semble comporter un toit-terrasse donnant accès aux mécanismes du *velum*. On trouve aujourd'hui des gradins sur échafaudages à cet emplacement de même que sur les deux premières *précinctions*. Une rue périphérique enclave la *porticus in summa cavea* séparée par un mur que J-C. Formigé avait percé de quatre portes au niveau des

17. [FORMIGÉ, 1923, p. 37]

18. [BADIE et al., 2013a, Pl. XVI]

19. [BADIE et al., 2013b, p. 340]

20. [FORMIGÉ, 1923, p. 34]

21. [FORMIGÉ, 1923, p. 31]

22. [BADIE et al., 2013a, Pl. XVII et XX fusionnées]

23. [BADIE et al., 2013b, p. 340]

24. [BADIE et al., 2013a, Pl. XVIII et XX fusionnées]

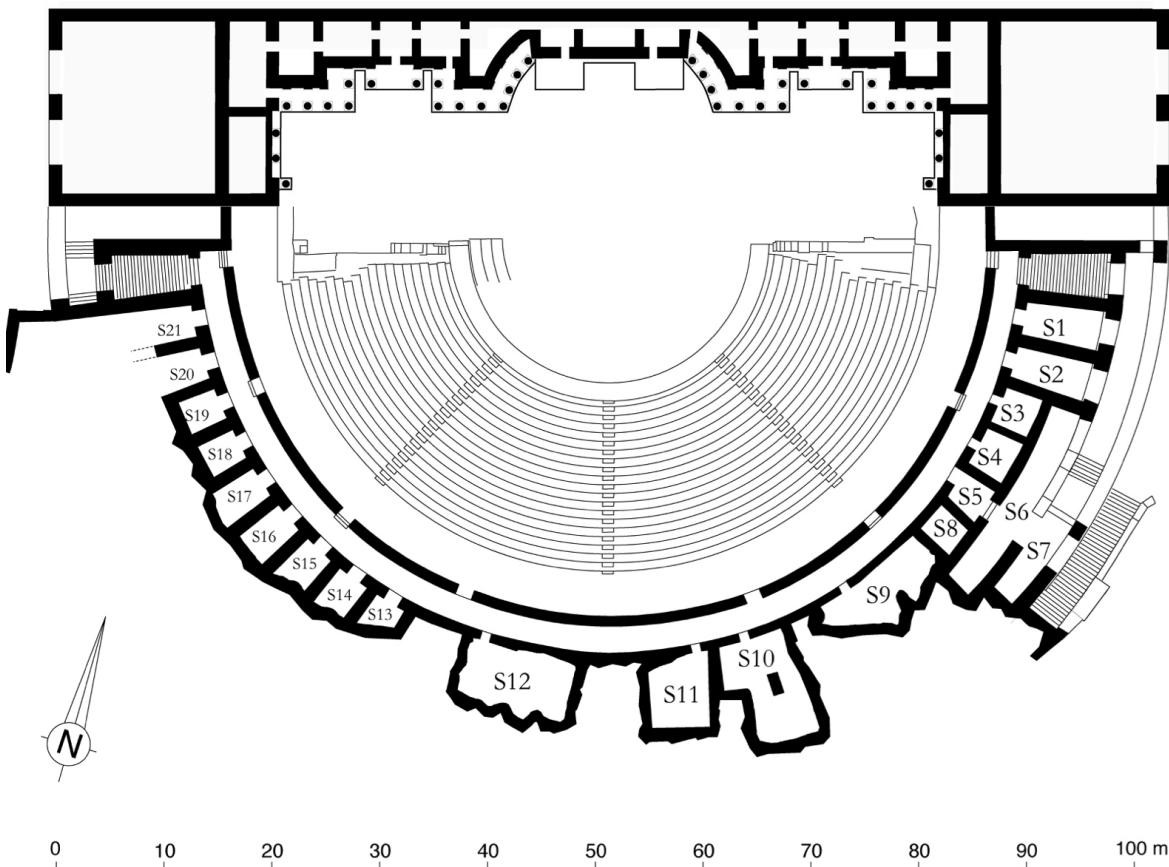


FIGURE 1.3 – Plan du théâtre au niveau du premier *ambulacre*²².

escaliers E9 à E12 (voir fig. 1.4 et 1.5). L'accès en face de E9 est probable, non seulement parce qu'H. Daumet a noté une interruption du mur périphérique à cet endroit²⁵, mais aussi parce que le mur bordant la rue en amont est également percé d'une porte dans le prolongement de E9.

25. [BADIE et al., 2013a, Pl. VII]

26. [BADIE et al., 2013a, Pl. XIX et XX fusionnées]

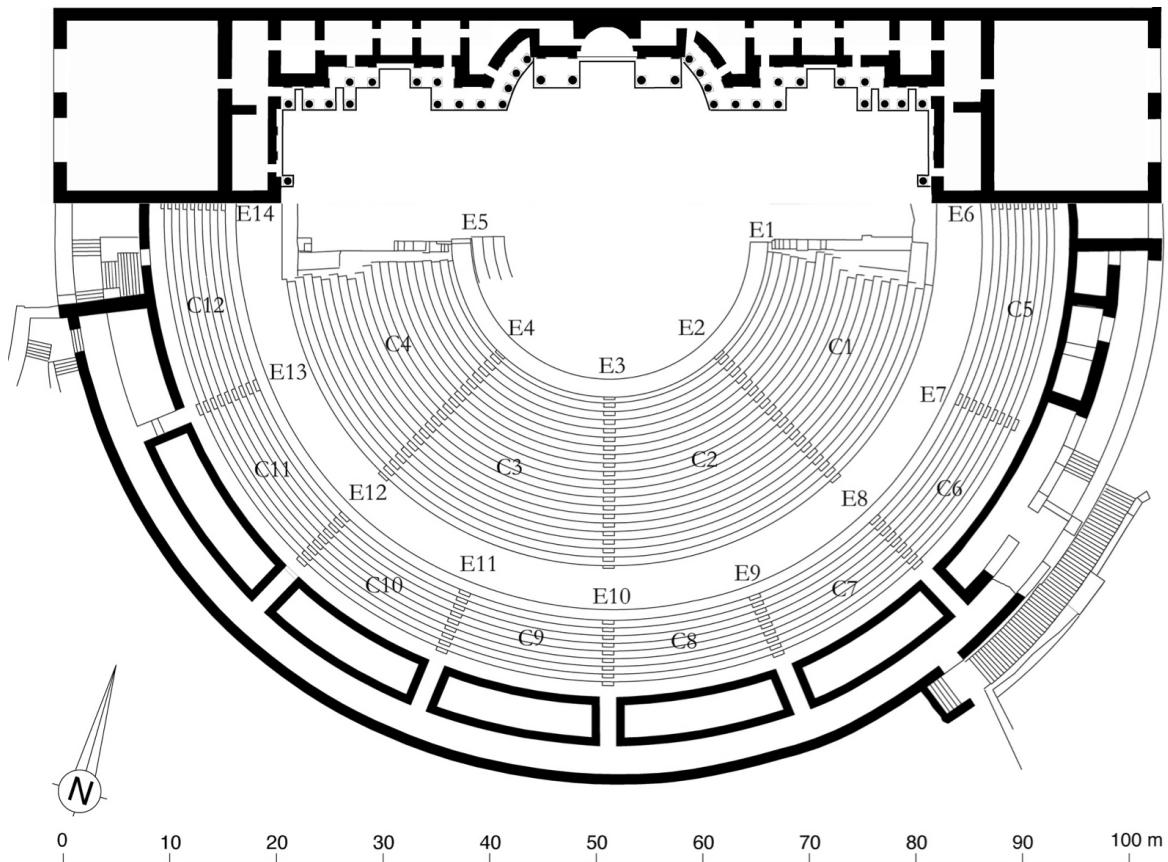


FIGURE 1.4 – Plan du théâtre au niveau du second ambulacre²⁴.

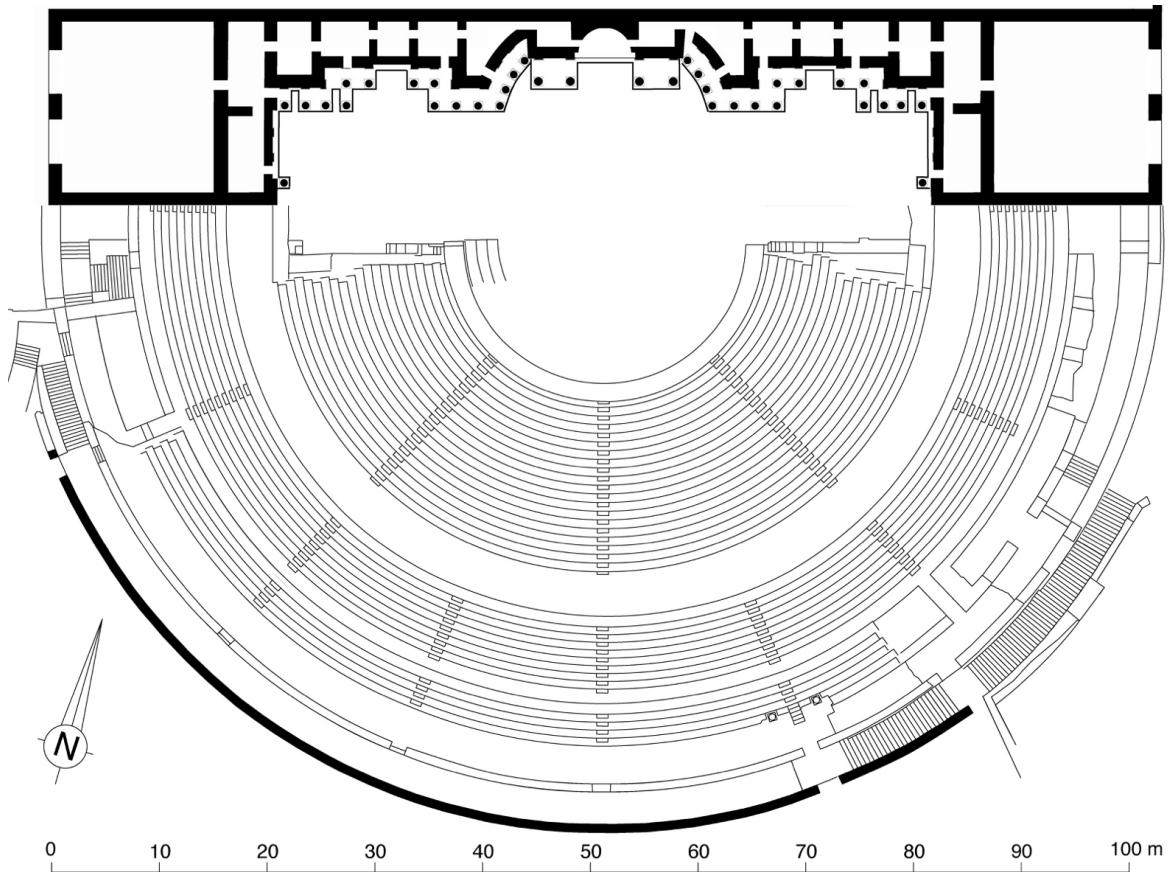


FIGURE 1.5 – Plan du théâtre au niveau de la rue périphérique²⁶.

1.3 Les couvertures et le *velum*

1.3.1 La couverture des **basiliques** et du *parascaenium*

La toiture qui couvre aujourd’hui les **basiliques** et le *parascaenium* (installée en 2006) reflète à peu près la proposition de restitution d’A. Caristie (voir fig. 1.7a), à savoir un toit à double pente avec *arêtier* sur la diagonale partant de l’angle du mur arrière. L’étude de l’IRAA²⁷ tend à corriger cette hypothèse en supposant plutôt la présence de deux toitures successives et, au-dessus de la cage d’escalier, d’un petit toit à double-pente permettant non pas d’accéder aux combles mais au toit lui-même (voir fig. 1.6). Cette dernière hypothèse s’appuie sur des traces symétriques situées au-dessus de la cage d’escalier orientale et donne de nouvelles pistes aux archéologues sur la façon dont travaillaient les architectes de l’antiquité, et les moyens d’entretien du bâtiment dont ils disposaient.

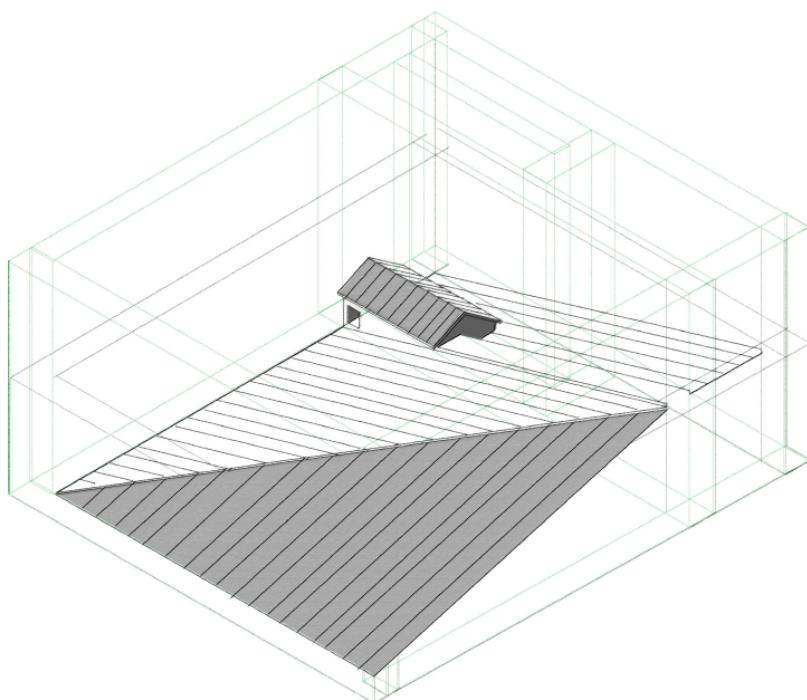


FIGURE 1.6 – Proposition de restitution des toitures de la basilique occidentale, de la cage d’escalier et du *parascaenium*²⁸.

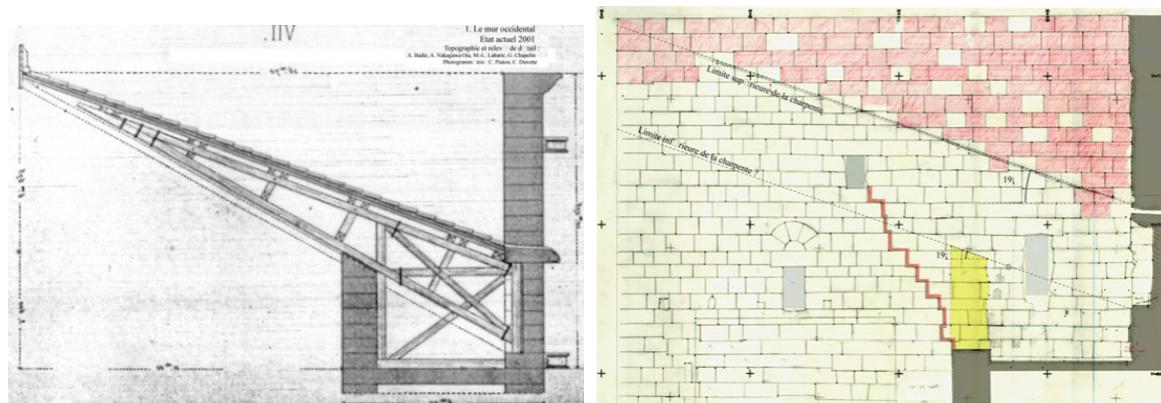
1.3.2 La couverture du *postscaenium* et du *pulpitum*

Comme les toitures des **basiliques** évoquées précédemment, le *postscaenium* et le *pulpitum* possèdent une couverture récente, cette fois réalisée en métal. Le choix de cette toiture reste sujet à controverse car bien que l’acier présente de nombreux avantages face au bois (poids, résistance au temps, etc), il dénature l’aspect du bâtiment en plus d’être anachronique. La version antique n’a laissé aucun vestige en elle-même car elle devait être faite en matériaux périssables et semble avoir subi un ou plusieurs incendies au cours de son histoire. Néanmoins les études de A. Caristie (voir fig. 1.7a) puis de l’IRAA

27. [BADIE et al., 2013b, p. 36]

28. [BADIE et al., 2013a, Pl. XLVII]

(voir fig. 1.7b) par la suite permettent d'entrevoir la forme de cette couverture. Premièrement, on distingue dans la partie sommitale du mur de scène des cavités d'encastrement permettant d'accueillir la charpente de la toiture, elles-même couronnées par une série de déversoirs par lesquels s'échappait l'eau de pluie. Deuxièmement, on peut observer une saignée sur le mur occidental indiquant la pente de la partie supérieure de la charpente (voir fig. 1.7b). Troisièmement, on constate que le front de scène se terminait avec une pente de 19°, d'après les marques laissées par un incendie sur les murs latéraux. Celles-ci reflètent la pente inférieure de la toiture. A.Carsitie a proposé une restitution de la couverture (voir fig. 1.7a) en s'inspirant des grues en bois utilisées à son époque et précise qu'il s'agit de "la combinaison qui [lui] a paru la plus vraisemblable, sous le rapport de la construction, pour la couverture du proscenium sans prétendre cependant que ce soit la seule solution possible de cette intéressante question"²⁹. En effet, l'IRAA³⁰ conteste la forme triangulaire proposée par A. Caristie en faveur d'une forme parallélépipédique qui semble plus vraisemblable compte tenu du parallélisme des traces évoquées précédemment (voir fig. 1.7b). Par ailleurs, cela coïncide avec la présence d'ouvertures au sommet des murs latéraux, permettant probablement d'atteindre la partie antérieure du comble, alors que la proposition d'A. Caristie les obstruait partiellement. Cette forme de toiture semble d'autant plus plausible au plan architectural qu'il en a été retrouvé des similaires dans les archives d'autres monuments³¹. Cependant, les chercheurs de l'IRAA ont constaté que les cavités d'encastrement ont été plusieurs fois ajustées, agrandies ou rétrécies, ce qui suppose qu'il y ait eu plusieurs toitures installées au cours de la "vie" du bâtiment³². Notre étude pourra ainsi permettre d'en restituer différentes versions et de les comparer entre elles, pour éventuellement, les soumettre à des tests physiques afin d'apporter des pistes de réflexion sur ces hypothèses.



(a) Proposition de restitution de la couverture de la scène par A. Caristie. (b) Relevé de la partie sommitale du retour ouest du front de scène.

FIGURE 1.7 – Étude de la couverture de la scène³³.

1.3.3 La couverture de la *cavea*

Il est reconnu que les théâtres romains possédaient généralement un appareillage permettant de déplier au dessus des spectateurs de longues toiles appelées *vela* et commu-

29. [BADIE et al., 2013b, p. 31]

30. [BADIE et al., 2013b, p. 32]

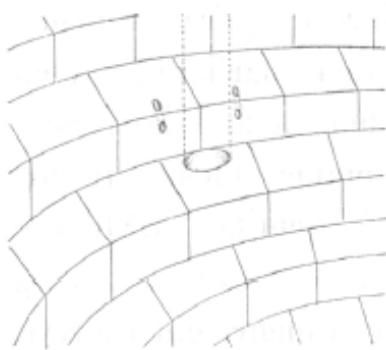
31. [BADIE et al., 2013b, fig. 27]

32. [BADIE et al., 2013b, p. 33]

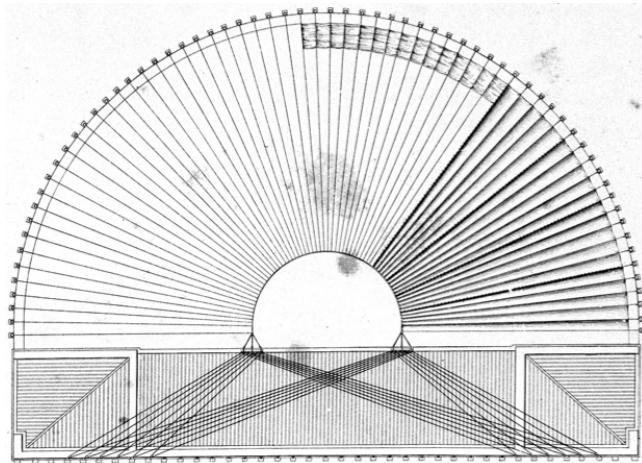
33. [BADIE et al., 2013b, fig. 24]

nément assimilées à un ensemble unique : le *velum*. Celui-ci permettait notamment aux spectateurs d'être protégés du soleil et se déployait probablement partiellement en suivant le déplacement de l'astre notamment pour garantir une bonne ventilation. On peut lire dans l'œuvre de Vitruve³⁴ que "comme il n'y avait que les portiques et le bâtiment de la scène qui fussent couverts, on était obligé de tendre, sur le reste du théâtre, des voiles soutenues par des mâts et des cordages, pour défendre les spectateurs de l'ardeur du soleil". Nous savons par ailleurs grâce à Pline l'ancien³⁵ qu'on fit usage des toiles de lin pour donner de l'ombre dans les théâtres : "Q. Catulus, le premier, les appliqua à cet usage quand il fit la dédicace du Capitole". Nous avons déjà évoqué précédemment (voir section 1.1) les *consoles* permettant d'accueillir les mâts auxquels étaient accrochés les cordages. Il y en a douze au niveau du mur de scène et vraisemblablement tout autour du mur périphérique de la *cavea* (dont il ne reste malheureusement aucune trace). Les modèles les plus courants représentent le *velum* par un anneau situé au dessus de l'*orchestra* auquel sont attachés les cordages qui permettent de le hisser par un système de poulies. Nous avons vu que les machinistes se plaçaient probablement au niveau de la *porticus in summa cavea* pour, dans un premier temps hisser l'anneau, puis ensuite, déployer certains *vela* au moment approprié.

Le théâtre d'Arles présente un certain nombre de trous au niveau de son premier gradin qui semblent avoir accueilli des mâts de soutien pour le *velum*³⁶. À côté de ceux-ci on trouve de plus petits trous probablement utilisés pour fixer les cordes. Cette particularité a peu été observée par ailleurs. Elle pourrait être due à la présence d'un fort mistral dans cette région et donc pourrait également avoir été mise en place à Orange.



(a) Traces de mâts et de leur accroche dans les gradins du théâtre d'Arles³⁷



(b) Proposition de restitution du velum d'Orange par A. Caristie³⁸

FIGURE 1.8 – Représentation de systèmes de fixation du *velum*.

A. Caristie propose une restitution de *velum* avec un anneau semi-circulaire et 67 mâts autour de la *cavea* (voir fig. 1.8b). Nous verrons dans la section 3.1 que ce chiffre ne coïncide pas avec ses autres dessins.

34. [VITRUE, Traduction 1847, p. 38]

35. [PLINE, Traduction 1848-1850, V-VI]

36. [FORMIGÉ, 1923, p. 38]

37. [FORMIGÉ, 1923, fig. 5]

38. [BADIE et al., 2013a, Pl. VI]

*CHAPITRE 1. PRÉSENTATION SYNTHÉTIQUE DE L'ARCHITECTURE DU
THÉÂTRE D'ORANGE*

Chapitre 2

Modélisation 3D

« *Les détails font la perfection et la perfection n'est pas un détail* »

Léonard de Vinci

Sommaire

| | | |
|-------------|---|-----------|
| 2.1 | Méthodologie | 21 |
| 2.2 | La <i>cavea</i> et ses substructures | 25 |
| 2.3 | Les <i>maeniana</i> | 28 |
| 2.4 | Les <i>aditus</i> et les tribunes | 31 |
| 2.5 | Le mur de scène et ses basiliques | 32 |
| 2.6 | Le <i>pulpitum</i> et l'<i>orchestra</i> | 34 |
| 2.7 | Les couvertures du bâtiment de scène | 36 |
| 2.8 | La <i>porticus in summa cavea</i> | 37 |
| 2.9 | Accès aux tribunes par les <i>aditus</i> | 39 |
| 2.10 | La colline Saint-Eutrope | 39 |

Pour pouvoir étudier un monument dans ses moindres détails, de nombreux chercheurs s'orientent aujourd'hui vers la modélisation 3D. En effet, jusqu'à ces quelques dernières années, les analyses architecturales antiques étaient principalement menées à l'aide de plans, de dessins, ou bien de maquettes à échelle réduite. Cependant, les outils numériques disponibles aujourd'hui comportent de nombreux avantages par rapport à ces techniques traditionnelles. Tout d'abord, il est possible d'obtenir les mêmes informations qu'avec des dessins ou des maquettes en terme de cotes, formes, aspect. Par ailleurs, la technologie numérique apporte au chercheur un nouveau champ d'observation et de nouveaux outils de travail. "En effet, il est clair que si les modèles 3D étaient à l'origine de simples outils d'aide à la visualisation et à la diffusion de contenu scientifique au grand public, le processus de modélisation tridimensionnelle doit maintenant être considéré comme une méthode qui offre la possibilité de faire de nouvelles découvertes"¹.

Un modèle numérique permet d'archiver la quasi totalité des informations en un document unique. Le mode d'affichage que l'on choisira pourra être adapté à la cible de la présentation. "L'image n'est qu'un élément d'un discours qui doit, dans son ensemble, être pertinent vis-à-vis du public auquel il s'adresse"². On peut donc par exemple observer un monument par vue du dessus avec ses cotes et en étudier ainsi le plan topographique 2D correspondant. De la même manière, il sera possible de réaliser une impression 3D de l'objet pour en avoir une maquette physique à l'échelle réduite. Ainsi, "la maquette électronique répond à l'une des critiques qui avaient été adressées aux maquettes rigides; elle est capable de montrer les documents, les arguments, les hypothèses sur lesquels la restitution architecturale s'est fondée"³, ce qui lui confère une force supplémentaire. Par ailleurs, la précision et la qualité des documents est largement renforcée par la manipulabilité des modèles numériques. La précision est alors celle des ordinateurs, soit quatre chiffres après la virgule minimum⁴.

Par ailleurs, un modèle numérique 3D peut être utilisé par des logiciels de simulation numérique afin de tester des comportements physiques. On citera comme exemple les écoulements de fluide, l'ensoleillement ou la propagation d'ondes sonores. Il en est de même pour les questions architecturales d'agencement de décor ou de portance par exemple. Ce type d'outil permet également de réaliser des animations (déplacement de personnages, ouverture de haut-vents, ...) ou des visites immersives grâce aux technologies de réalité virtuelle. On peut alors visualiser l'objet d'étude dans son ensemble ou bien partie par partie à l'aide de technologies telles que les écrans 3D, les caves (écrans géants paraboliques ou cubiques) ou les casques de réalité virtuelle. Cela apporte un point de vue immersif quasi inenvisageable sans la technologie numérique.

Il existe bien entendu de nombreuses limites à la numérisation 3D car cette technique est relativement récente (quelques dizaines d'années) et beaucoup de développements sont en cours. La principale contrainte est la puissance de calcul des ordinateurs et leurs espaces de stockage qui doivent prendre en charge de très grandes quantités de données.

Pour "virtualiser" des monuments, nous citerons deux techniques parmi les plus souvent utilisées. La première consiste à réaliser un nuage de points à l'aide d'appareils de mesure (laser, appareils photo, ...) à la manière d'un scanner. Prenons l'exemple de la photogrammétrie qui est aujourd'hui largement répandue dans la restitution numérique de monuments. Il s'agit de photographier l'ensemble du bâtiment sous tous ses angles,

1. [ROCHELEAU, 2010, p. 246]

2. [GOLVIN, 2005, p. 20]

3. [GOLVIN, 2005, p. 26]

4. [WIKIPÉDIA, 2017, Tableau : Valeur pour les unités matérielles standard d'arithmétique à virgule flottante]

en s'assurant que chaque photo a une partie commune avec une autre. Les logiciels de traitement peuvent alors corrélérer les photos les unes avec les autres et recréer l'image en trois dimensions. Cependant, la limite de cette technique est que, plus la précision est grande, plus le volume de données à traiter est conséquent, ce qui rend les calculs plus difficiles. C'est pour cette raison que nous avons utilisé la deuxième méthode dite de **CAO** (**conception assistée par ordinateur**). Il s'agit de retranscrire l'architecture du monument par des formes géométriques 3D plus ou moins complexes.

Dans ce chapitre nous allons présenter la manière dont le théâtre antique d'Orange a été modélisé, quelles ont été les difficultés soulevées et les astuces utilisées. Il sera précisé quelles sont les informations architecturales et archéologiques contenues dans le modèle numérique, ainsi que les sources qui ont permis de les implémenter. Avant de détailler un par un les éléments modélisés, nous ferons un point sur la méthodologie entreprise durant le projet.

2.1 Méthodologie

Il existe de nombreux projets ayant pour objectif de "virtualiser" des monuments antiques. On citera par exemple le projet de virtualisation basé sur "le plan de Rome" de Paul Bigot. Il s'agit d'une maquette de plâtre de $70m^2$, à l'échelle 1/400, représentant une partie de la Rome de Constantin (IV^e siècle après JC). Ce projet est mené par le **Centre Interdisciplinaire de Réalité Virtuelle de l'Université de Caen (CIREVE)** depuis plus de dix ans et a pour but d'utiliser la réalité virtuelle comme outil de recherche archéologique⁵. Ce type d'étude commence toujours par un état des lieux bibliographique et le choix de la temporalité. Comme nous l'avons vu dans la section I, un monument aussi ancien subit de nombreuses transformations au cours de sa vie. Il est donc primordial de situer dans le temps la représentation qui sera faite du bâtiment. Nous savons que le théâtre d'Orange a subi plusieurs transformations au cours de sa vie. Nous choisissons de restituer le bâtiment dans son dernier état d'utilisation antique. C'est en effet l'état pour lequel nous disposons du plus grand nombre d'informations puisque c'est celui que l'on peut le plus facilement observer aujourd'hui. Il semble par exemple que la partie supérieure du mur de scène ait subi certaines transformations à l'époque où le théâtre était encore en activité et il est très difficile de comprendre ce qui a été restauré à cette époque⁶. Ne pouvant donc nous baser que sur les relevés actuels ayant subi les effets du temps et les manipulations humaines, nous nous devons de préciser que le résultat ne pourra donc être qu'approché.

La deuxième étape de ce travail de modélisation est de choisir l'outil qui permettra de la réaliser. Comme indiqué en introduction de ce chapitre, nous utilisons la technique de **CAO** car nous avons besoin d'un maillage "léger" (notamment pour les simulations acoustiques de la deuxième partie du projet). Avec un monument comme le théâtre d'Orange, on atteint déjà des dizaines de milliers d'éléments. Cela reste malgré tout bien moindre qu'avec un nuage de points qui aurait constitué des millions d'éléments. Par ailleurs, notre étude porte dans un premier temps sur les formes géométriques du théâtre. Il sera possible d'y greffer, dans un deuxième temps, des éléments plus précis acquis grâce à la technique de la photogrammétrie. Ce fut d'ailleurs l'un des objectifs principaux fixés au début de ce projet de thèse. En 2015 a été réalisée la numérisation, par photogrammétrie, d'une partie des fragments de la frise dionysiaque retrouvés dans les décombres. La

5. [FLEURY et MADELEINE, 2007, p. 157-158]

6. [BADIE et al., 2013b, p.33]

dernière raison qui nous pousse à modéliser le monument par CAO est que les relevés par photogrammétrie auraient apporté beaucoup d'informations erronées pour la restitution du bâtiment. En effet, les restaurations ayant été conséquentes notamment sur la *cavea* et l'érosion ayant quelque peu dégradé les façades, la restitution aurait de toute façon nécessité une large étude documentaire pour compléter le modèle. Par ailleurs une campagne de mesure par photogrammétrie ou lasergrammétrie est très longue et fastidieuse, ce qui aurait retardé d'autant plus le projet. La technologie de CAO est largement répandue depuis une trentaine d'années et le nombre de logiciels permettant d'utiliser cette méthode est conséquent. Voici quelques exemples parmi les plus connus : *AutoCAD*, *CATIA*, *SketchUp*, *3DSMax*. Après une étude comparative, le choix s'est porté sur le logiciel *Blender* car celui-ci possède l'avantage d'être :

- gratuit,
- multiplateforme (Windows, Mac, Linux),
- modulaire (de nombreuses fonctionnalités peuvent y être ajoutées selon les besoins),
- suivi et commenté par une large communauté.

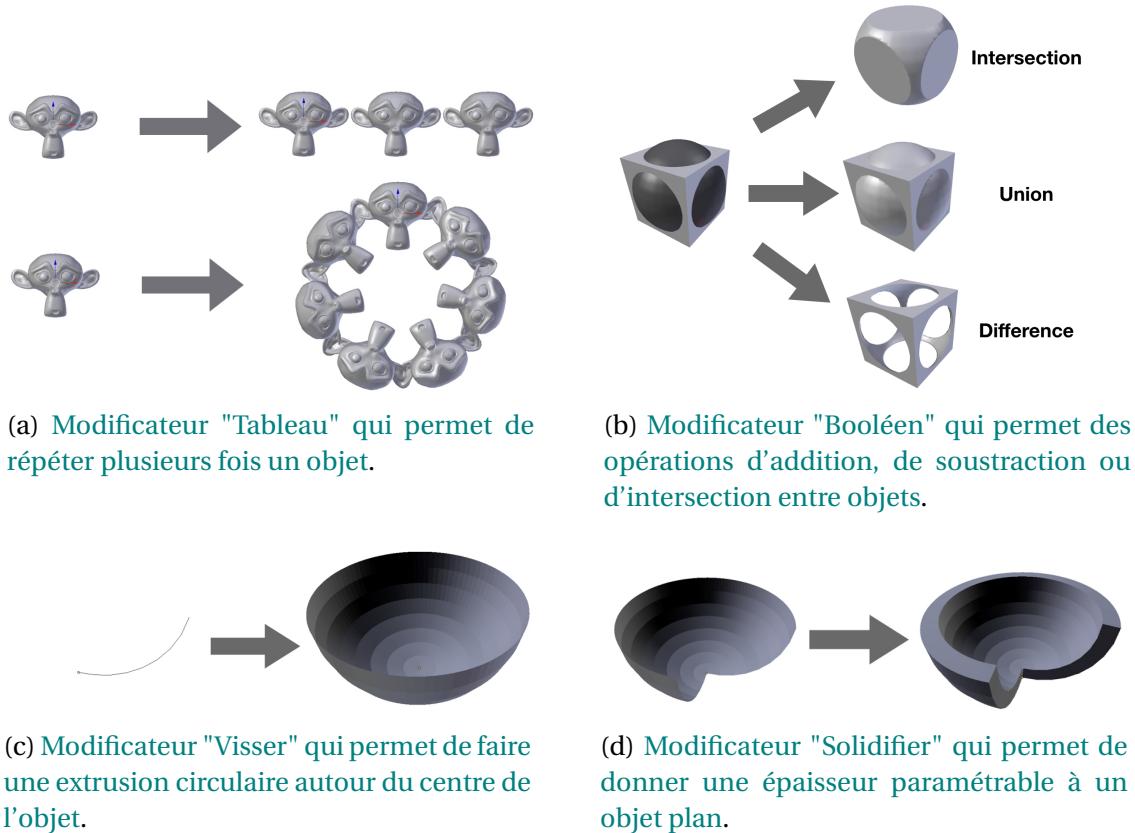
Par ailleurs, *Blender* :

- permet un rendu réaliste (voire photo-réaliste) notamment grâce au texturage,
- permet de réaliser des animations et des vidéos,
- utilise des effets physiques tels que : la gravité, la déformation de type tissu, l'écoulement de fluides, etc.,
- peut exporter les maillages sous différents formats couramment utilisés (obj, fbx, stl, ...),
- permet le développement de scripts en python.

Toutes ces spécificités ont été utilisées dans le projet et c'est pourquoi nous avons choisi ce logiciel. Il comporte néanmoins quelques limites, notamment sa difficulté de prise en main, le fait qu'il soit peu utilisé dans le domaine de l'architecture et que son "game engine" soit de moins bonne qualité que certains de ses concurrents (*Unity* ou *Unreal Engine* par exemple). Le "game engine" est le moteur de jeu vidéo permettant de se déplacer dans l'environnement avec un personnage ou bien en vue subjective. Néanmoins, ce point n'est pas bloquant car *Blender* peut exporter des modèles texturés dans *Unity* ou *Unreal Engine* pour des visites virtuelles de très haute qualité. Par ailleurs *Blender*, comme tous les logiciels de CAO, propose toute une gamme d'outils mathématiques permettant de modifier les objets⁷. La figure 2.1 présente quatre exemples qui ont été beaucoup utilisés lors de la modélisation du théâtre d'Orange. L'intérêt d'utiliser de tels outils est de pouvoir effectuer sur les objets des modifications non permanentes. Nous verrons par exemple que les gradins ne sont qu'un simple plan de forme quasi-triangle auquel on affecte tout un panel de **modificateurs**.

Pour modéliser le théâtre, il faut d'abord le voir dans son ensemble pour pouvoir le situer dans son repère. Globalement, et comme tous les théâtres romains, le théâtre d'Orange a une enveloppe extérieure en forme de U fermée par un mur rectiligne. Sa *cavea* est construite sur le flanc d'une colline, qui sera pour sa part, créée dans un deuxième temps (contrairement à la construction réelle du théâtre). On choisit de prendre l'axe X

7. [BLENDER, 2017, Modificateurs]


 FIGURE 2.1 – Illustration de quatre exemples de modificateurs *Blender*.

pour la direction ouest-est et l'axe Y pour la direction sud-nord. Sur le plan XY, c'est-à-dire le plan de l'horizon on choisit le point (0,0) au centre du demi-cercle formé par la *cavea*. Nous faisons ce choix car cette dernière possède un centre de révolution, et il sera plus pratique par la suite, notamment au moment d'appliquer des outils automatiques, de placer celui-ci au centre du repère de *Blender*. Concernant l'axe Z portant les informations d'élévation, nous utiliserons les relevés d'altitude⁸ donnant des élévations géoréférencées par rapport au niveau de la mer. Le plan supérieur de l'*orchestra*, par exemple, se trouve donc à 40m sur l'axe des Z. Le modèle est réalisé à l'échelle 1, ce qui signifie que les cotes apparaissant sur *Blender* sont les cotes réelles. Par ailleurs, certaines d'entre elles proviennent de relevés effectués sur le terrain, et sont donc fidèles à l'architecture du bâtiment au centimètre près. D'autres, seront des valeurs moyennes, approchées, ou bien calculées, et cela sera bien entendu précisé. "Le chercheur confronté au problème de la restitution d'un site est obligé de considérer trois types de données : les données connues, les données cachées, les données détruites"⁹. En effet, le but de ce projet étant de restituer le théâtre dans une de ses versions antiques, il faudra discriminer les données antiques de celles produites par la restauration de Formigé. Nous travaillerons ainsi sur des éléments partiellement ou complètement disparus à partir d'hypothèses de restitutions. Les différents éléments présentés dans ce document apparaissent dans l'ordre logique de leur modélisation. Pour chaque "objet" modélisé, nous utilisons la méthodologie décrite sur le schéma 2.2. Il s'agit d'abord d'examiner les plans ou les textes qui s'y rapportent. Dans le cas où il y aurait une incohérence entre deux cotes, on peut distinguer trois causes d'erreur possibles :

8. [BADIE et al., 2013a, Pl. XXIX, XLIV, XLVIII, XLIX, LX]

9. [GOLVIN, 2005, p. 27]

1. La mesure a été mal reportée et le document présente une coquille.
2. Les mesures ne sont pas toutes effectuées sur un même plan de coupe, et d'un plan à l'autre, l'épaisseur des murs peut effectivement varier.
3. La mesure est exacte mais les pierres s'étant érodées par endroit, on observe des fluctuations d'épaisseur qui n'étaient pas présentes à l'origine.

Pour s'affranchir de cette incertitude, nous adoptons la règle suivante :

Règle des cotes contradictoires : *Lorsque deux cotes sont contradictoires, on utilise celle correspondant à la plus grande épaisseur de pierre.*

Cela permet de trancher dans le choix des cotes tout en prenant en compte la possibilité que les pierres se soient érodées. Ainsi, l'objet est modélisé en suivant cette règle, ou, si certaines cotes sont absentes, on utilise la mise à l'échelle des plans. En effet, ceux-ci peuvent être affichés en transparence sur *Blender* pour les superposer au modèle. On dispose alors du résultat et des sources sur une seule et même vue. L'objet modélisé peut alors être modifié de manière non-permanente grâce à différents **modificateurs**. On utilise cette même procédure pour créer des objets complémentaires qui pourront servir lors de l'utilisation du **modificateur de type "Booléen"**.

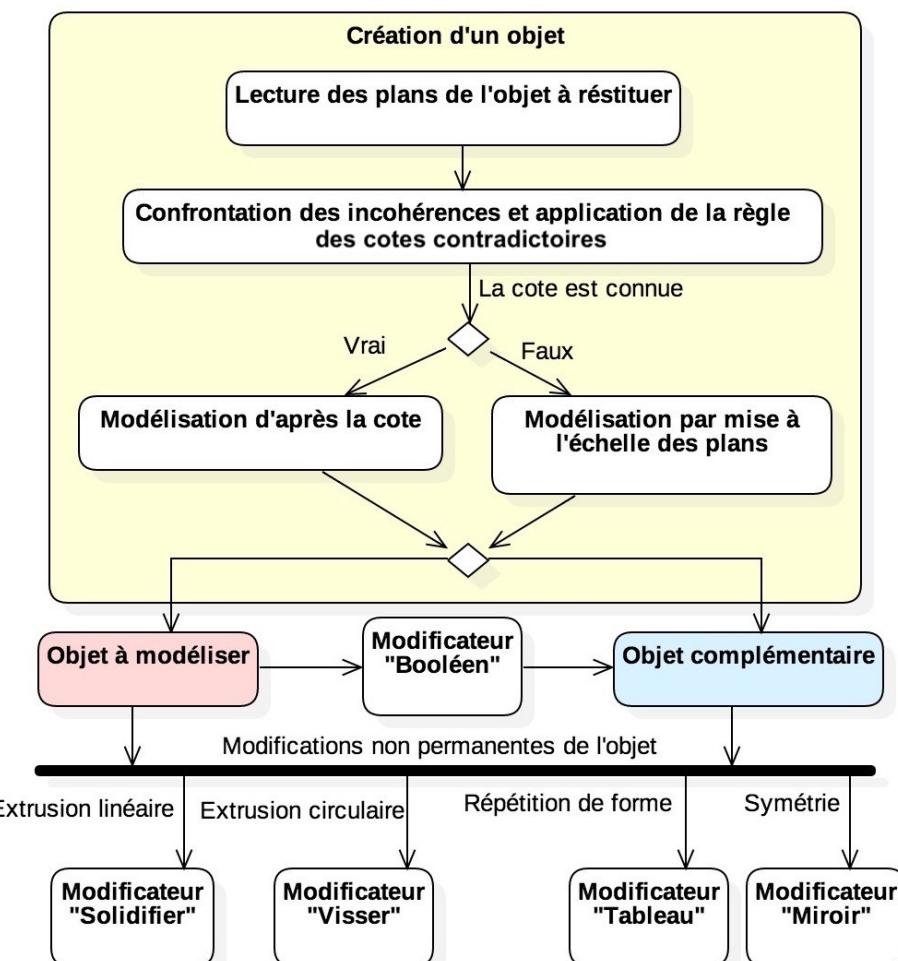


FIGURE 2.2 – Diagramme retraçant la méthodologie employée pour la modélisation des "objets" composant la maquette virtuelle du théâtre d'Orange.

2.2 La *cavea* et ses substructures

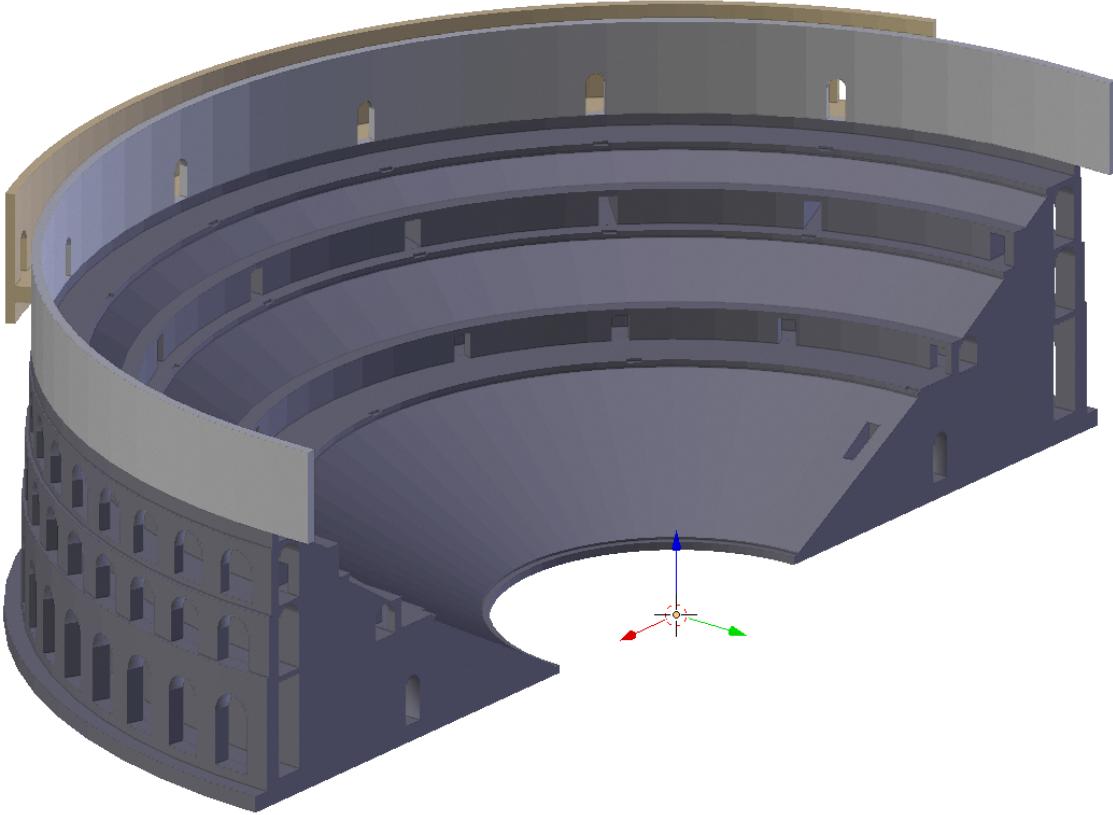


FIGURE 2.3 – Modélisation de la *cavea*.

La *cavea* est le premier élément que nous modélisons car, comme stipulé précédemment, son centre de révolution est situé à l'origine du repère XY. La modélisation se fait à partir de la figure A.1 (voir Annexes). La première chose à noter est que sur ce plan, on ne connaît pas la distance par rapport au centre de révolution. Par contre, on sait que la paroi extérieure est au même niveau que le mur extérieur des *basiliques*, c'est-à-dire à 51,96m du centre (d'après la figure A.9). Cette valeur est obtenue en prenant la moitié de la longueur totale du mur de scène. On part donc de cette paroi extérieure pour dessiner sur *Blender* la coupe de la *cavea* en suivant les cotes indiquées. Cependant, plusieurs points posent difficulté. Premièrement les gradins sont représentés par des traits discontinus et sont donc hypothétiques. Leur modélisation est décrite dans la partie 2.3. Nous avons par contre besoin de connaître précisément l'espace qui leur est dédié, afin de concevoir l'objet *cavea* qui leur sert de support. Nous obtenons ces valeurs en utilisant les quatre lignes de cotes horizontales. Or pour les deux lignes arrivant au niveau du mur du *podium* au dessus du deuxième *maenianum*, on a deux informations contradictoires. D'une part, nous avons 8,91m obtenus par la somme :

$$1,25 + 2,60 + 1,13 + 2,90 + 1,03$$

et d'autre part nous avons 8,69m obtenus par la somme :

$$0,35 + 0,92 + 2,59 + 4,83$$

soit 22cm de différence. Or on estime qu'il n'est pas crédible que le mur soit incliné de la sorte et on applique alors la **règle des cotes contradictoires**.

Nous prenons dans un premier temps le parti de modéliser la *cavea* avec des cotes identiques sur tout son pourtour. Pour cette même longueur, A.Carisite (voir fig. A.8) donne des mesures encore différentes :

$$4,55 + 2,70 + 0,95 = 8,20m.$$

En ajoutant les 35cm indiqués sur la figure A.9 on obtient 8m55. On voit donc bien que la *cavea* ne pourra pas être modélisée avec une précision supérieure à quelques dizaines de centimètres en utilisant des cotes communes sur toute la circonférence. Pour obtenir un résultat plus réaliste, il faudrait effectuer de nouvelles campagnes de mesure en un nombre significatif de points. Néanmoins, les restaurations de la *cavea* ayant été très conséquentes, il semble extrêmement difficile de remonter à la structure initiale avec grande précision.

Pour créer la substructure du troisième *maenianum* nous appliquons la [règle des cotes contradictoires](#), et nous nous référons au plan théorique A.1 pour connaître les élévations. Lorsque celles-ci ne sont pas chiffrées et qu'on ne les retrouve pas dans un autre document, nous obtenons la valeur par mise à l'échelle du plan. Nous modélisons également les trois niveaux de galeries qui seront solidaires de cet objet. Les caissons de soutènement situés sous le troisième *maenianum* sont par contre modélisés séparément. En effet, contrairement à la *cavea*, on ne va pas les extruder en un seul bloc sur 180° mais chaque caisson va être séparé de son voisin pour laisser l'espace des vomitoires. A. Caristie restitue dans ses plans six de ces caissons de soutènement (dont un incomplet) validant leur origine antique. Ainsi on utilise, à partir de la figure A.1, les cotes en deux dimensions de ces caissons que l'on répète huit fois avec un angle de 21,95°, et que l'on extrude à l'aide d'un [modificateur de type "Visser"](#) sur 19,2°. On fait ensuite subir une rotation globale à l'ensemble des huit caissons afin qu'ils soient symétriques par rapport à l'escalier central de la *cavea* (quatre de chaque côté).

Pour réaliser la substructure du deuxième *maenianum* on complète le modèle afin que la première [précinctio](#) arrive à l'affleurement du mur de scène. Là encore on trouve un problème de cotes puisque, d'après la figure A.9, la largeur de la basilique est de 21,47m obtenues par la somme :

$$1,34 + 14,22 + 1,17 + 3,55 + 1,19$$

Or on a 13,03m obtenus par la somme :

$$4,35 + 0,91 + 2,41 + 0,88 + 4,48$$

à ajouter aux 8m91 déjà modélisés. On arrive donc à 21,94m soit 47cm de différence.

A. Caristie (voir fig. A.8) donne 8m entre les *podia* du deuxième et du troisième niveau contre 8m68 pour M. Fincker et J.M Labarthe (voir fig. A.1). Les deux plans sont par contre cohérents à 5cm près concernant la largeur de l'*ambulacre* ainsi que l'épaisseur de ses murs. C'est donc au niveau du remblai soutenant la partie supérieure du deuxième *maenianum* que se trouvent les écarts de mesure. On part donc de l'angle de la basilique pour créer au premier niveau : la [précinctio](#), le *podium*, l'*ambulacre* et son mur interne. Au deuxième niveau, la [précinctio](#) du deuxième niveau est par contre créée à partir du *podium* car on connaît sa longueur et son élévation. Cela nous donne 7,96m entre les *podia* du deuxième et du troisième niveau, ce qui corrobore la valeur de A. Caristie.

Il reste la substructure du premier *maenianum*. Ici encore la longueur des gradins n'est pas connue. Par contre, A. Caristie (voir fig. A.8) nous dit que le repose-pied se trouve à 14,95m du centre de la *cavea* et que le *podium* du premier niveau se trouve 20m plus loin. On constate qu'en enlevant les 4,35m de la première [précinctio](#) aux 34,94m de A.

Caristie, on obtient 30,59m. Cette valeur est proche de la demi-longueur du mur de scène à laquelle on retranche la basilique soit 30,49m (obtenus par la différence : 51,96 – 21,47).

Il ne manque que l'information de la largeur du marche-pied et de la couverture du caniveau pour connaitre l'espace réservé au premier *maenianum* et terminer cette partie. Ces dimensions sont obtenues par mise à l'échelle des plans A.1 et A.8. Il reste également un doute sur le fait que la *précinctio* arrive bien au niveau de la façade intérieure de la basilique, puisque ce n'est pas le cas sur la représentation de la coupe des *aditus* (voir fig. A.2 et A.3).

Une fois ce plan de coupe réalisé on utilise le **modificateur de type "Visser"** sur 90° et le **Modificateur "miroir"** (qui permet de recopier des objets en symétrie) pour obtenir un objet en volume sur un hémicycle. Le **modificateur de type "Miroir"** permet de s'affranchir d'une étape au moment de fermer le maillage. En effet, pour pouvoir créer les arcades, les vomitoires et autres ouvertures, il faut avoir un maillage fermé. Or, la présence des différentes galeries empêchent de créer simplement une face (cela est mal géré par *Blender*). Pour fermer la structure, il faut en créer plusieurs. Il faudra donc créer des faces dont les bords sont concaves. L'utilisation du **modificateur de type "Miroir"** permet de n'effectuer cette opération que sur un seul des côtés de l'objet. Appliquer le **modificateur de type "Visser"** et fermer le maillage sera indispensable par la suite pour utiliser le **modificateur de type "Booléen"**.

Cette structure va donc pouvoir être percée de différents objets, à commencer par les arcades donnant sur l'extérieur. Celles-ci sont créées en élévation grâce au plan de coupe théorique (voir fig. A.1). Leur largeur de 3,419m est donnée par le plan de A. Caristie (voir fig. A.8). On estime que l'entrée des *aditus* est également de cette largeur et s'élargit par la suite au niveau des *parodoi*. On peut considérer que les arcades des trois niveaux ont une hauteur différente mais une largeur identique, notamment car les parois internes des *aditus* ne présentent pas d'indice contredisant cette hypothèse. Si les arcades avaient fait tout le tour de la *cavea*, c'est-à-dire dans le cas où le théâtre n'aurait pas été adossé à une colline, il y aurait eu 31 arcades sur chaque niveau. C'est le résultat que l'on obtient en prenant l'hypothèse d'une largeur et d'un espacement constants des arcades. Cela corrige le plan de A. Caristie qui lui, présente 33 arcades sur toute la périphérie. Un triplet d'arcades verticales, placé au niveau de l'*aditus* oriental, est alors répété à l'aide d'un **modificateur de type "Tableau"** de manière circulaire autour du centre de la *cavea* avec un angle de 6,13°. Leur nombre est paramétrable et importe peu puisque la colline viendra en masquer une partie, par contre, les arcades orientales devront être reflétées en miroir sur la partie occidentale. En effet, l'arcade de référence étant sur la partie rectiligne de la *cavea*, on ne peut pas utiliser la rotation sur 180° car la dernière n'arriverait pas dans l'axe. On peut fixer à 15 le nombre de triplets d'arcades de chaque côté de la *cavea* dans un premier temps et lorsqu'on appliquera les **modificateurs**, on supprimera celles qui sont complètement occultées par la colline. Ne pas mettre l'arcade centrale permet de visualiser l'effet de la soustraction sur la *cavea* avant l'application des **modificateurs**. En effet, avec une seizième arcade on aurait une superposition de deux objets identiques au niveau du miroir et cela est mal géré par *Blender* dans un **modificateur de type "Booléen"**.

Au niveau de la première et deuxième *précinctio*, on perce la structure à l'aide d'un nouveau **modificateur de type "Booléen"** pour créer les *vomitoria* qui permettent d'accéder aux *ambulacres*. La forme qui va être soustraite à la *cavea* se compose d'un pavé droit créant une cavité rectangulaire au niveau du *podium*, puis d'un demi-cylindre extrudé permettant de créer un couloir voûté allant jusqu'à l'*ambulacre*. Le niveau bas est au niveau de la *précinctio*, et le niveau haut arrive à 50cm en dessous du *podium*, en considérant que l'espace au dessus du vomitoire est du même ordre de grandeur qu'un

gradin. Ces passages sont disposés dans l'espace entre deux caissons. La forme de référence est donc répétée avec un angle de 21,95° grâce au **modificateur de type "Tableau"** et l'ensemble est pivoté de 2° autour de l'axe Z.

Une porte venant des *aditus* permet aux spectateurs de se rendre à mi hauteur de l'*ima cavea*. La modélisation de cette cage d'escalier est décrite dans la section 2.9, néanmoins, on note que l'objet *cavea* va être percé d'une ouverture permettant aux spectateurs de se rendre au dixième gradin.

Deux nouveaux objets séparés sont créés afin de modéliser la rue périphérique et ses murs intérieur et extérieur. Ils sont séparés de l'objet *cavea* afin de conserver une représentation fidèle au plan A.1. Le mur intérieur est simplement la réplique d'une arête de la paroi supérieure du mur extérieur de la *cavea*, à laquelle on affecte les **modificateurs "Visser"** et **"Solidifier"**. Ceux-ci permettent de créer un mur circulaire sur la périphérie de la *cavea* et de paramétriser sa hauteur. Aucune donnée ne nous permettant de connaître l'élévation exacte de ce mur, nous laissons cette valeur modifiable dans le **modificateur de type "Solidifier"**. Sur ce mur sont découpées quatre portes alignées avec les escaliers E9 à E12 (voir fig. 1.4) conformément à la restauration de J-C. Formigé. Celles-ci auraient permis d'accéder à la *porticus in summa cavea* depuis la rue périphérique et sont purement hypothétiques. Elles sont d'ailleurs facilement modifiables grâce au **modificateur de type "Booléen"** qui rend la transformation non permanente. Grâce à un nouveau **modificateur de type "Solidifier"** et un **modificateur de type "Miroir"**, ce mur est prolongé au dessus des *aditus*. La rue périphérique, ainsi que son mur extérieur, forment un objet séparé délimité par l'arrivée de deux escaliers périphériques représentés sur la figure 1.5. Cet objet est pivoté de 21° autour de l'axe Z et s'étend sur 94° à l'aide d'un **modificateur de type "Visser"**. Ce dernier est appliqué définitivement afin de pouvoir retirer deux portes arquées alignées avec E9 et E12. Leur position est donnée sur la figure 1.5 et semble crédible d'après les restitutions de H. Daumet¹⁰. Leur forme est sous-entendue par la restitution de A. Caristie¹¹ mais reste hypothétique. Le mur extérieur se prolonge d'ailleurs sous le niveau du sol sur une longueur que l'on estime grâce à cette même référence.

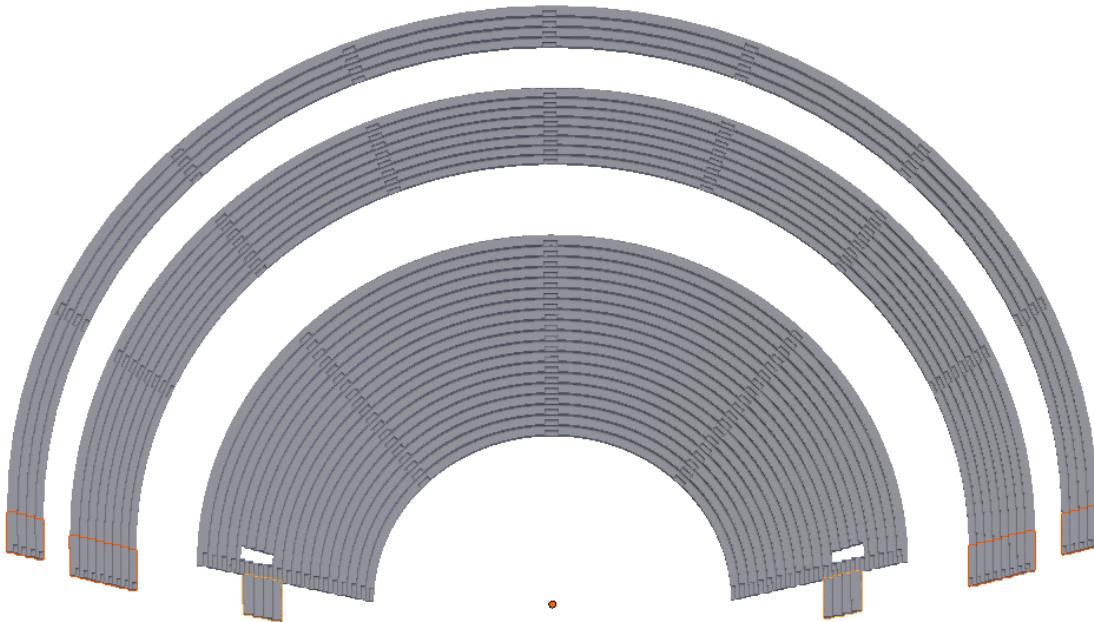
2.3 Les *maeniana*

Les *maeniana*, c'est-à-dire les séries de gradins, sont modélisés séparément de la *cavea*. Chacun des trois *maeniana* est modélisé à partir d'un objet plan, de forme quasi-triangle, créé d'après la forme du gradin antique fragmentaire apparaissant dans le théâtre (voir fig. 2.5a). Les gradins étaient a priori assemblés à partir de blocs rectangulaires sciés en deux sur une diagonale décalée d'une dizaine de centimètres à partir de l'angle. Ce méplat permettait de poser les blocs les uns sur les autres. Le reste de leur longueur reposait sur de l'*opus caementicium*, sorte de remblai constitué de mortier et de tout-venant qui n'est pas modélisé.

On commence par créer le repose-pied dont on place l'extrémité à 14m95 du centre (voir fig. A.8). Sa largeur sera de 50cm dont 40cm apparents et 10cm recouverts par le premier gradin. Le premier gradin est donc placé à 15m35 du centre et possède un méplat de 10cm positionné au dessus du marche pied. La hauteur du gradin est de 45cm et sa largeur mesure 89,6cm au total, dont 10cm recouvert par le gradin suivant. Celui-ci sera répété 19 fois avec un **modificateur de type "Tableau"** dont le décalage relatif est de 1 sur Z et 0,889 sur X (ce qui permet de positionner sur son méplat le gradin suivant). Le dix-

10. [BADIE et al., 2013a, Pl. VII]

11. [BADIE et al., 2013a, Pl. VI]

FIGURE 2.4 – Modélisation des *maeniana*.

neuvième gradin arrive ainsi à 30m59 du centre, ce qui permet bien à la **précinction** de le recouvrir de 10cm comme s'il s'agissait d'un ultime gradin. De la même manière, pour le deuxième *maenianum*, on place le premier gradin à 95cm du bord du *podium* comme indiqué sur la figure A.1 et on donne comme longueur 69cm apparents et 10cm recouverts par le prochain gradin. Sa hauteur est également de 45cm. On répète la forme 8 fois avec le même **modificateur de type "Tableau"** pour que le dernier gradin arrive à 41m50 du centre, soit 10cm de plus que la **précinction**. On effectue exactement la même opération sur le troisième *maenianum*, lui donnant une hauteur de 49cm et une longueur de 85,7cm dont 10 recouverts par le gradin suivant. On constate donc que le deuxième *maenianum* présente une pente de 33,11°. Celle-ci est plus accentuée que pour le premier *maenianum* dont la pente est de 29,48°. Par ailleurs le troisième *maenianum* présente une pente de 32,9°, soit à peu près comme le deuxième, mais avec plus de hauteur et de profondeur. Notons que cela est cohérent avec les recommandations de Vitruve : "Telle doit être, en un mot, la disposition des degrés, qu'un cordeau conduit depuis le plus bas jusqu'au plus haut en touche toutes les carnes ; par ce moyen la voix pourra facilement s'étendre" ¹².

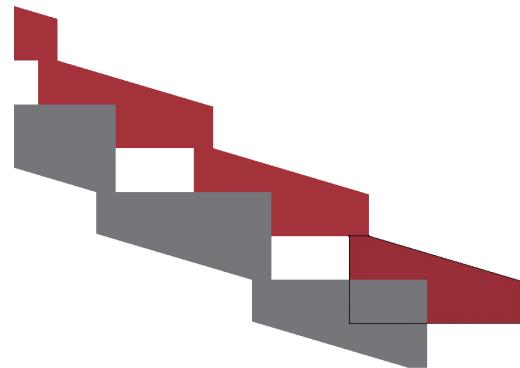
À partir de ces objets plans, on applique le **modificateur de type "Tableau"** selon le nombre de gradins par *maenianum*, soit respectivement 19, 8 et 4 (la **précinction** faisant office de gradin supplémentaire). On peut alors utiliser ensuite un **modificateur de type "Visser"** pour extruder la forme sur 180°. De la même façon, on extrude les formes rectangulaires du repose-pied situées devant le premier gradin, ainsi que la couverture de caniveau dont la largeur est de 1,83m. Au dessus des *aditus*, on duplique la forme de base des trois *maeniana* pour en faire une partie rectiligne de 3,6m à l'aide d'un **modificateur de type "Solidifier"**. Les deuxième et troisième *maeniana* sont complets sur cette partie, tandis que le premier ne comporte que les gradins 10 à 14. Ces gradins rectilignes sont symétrisés grâce à un **modificateur de type "Miroir"**.

En ce qui concerne les escaliers, nous créons d'abord une forme plane de base pour un gradin. Chaque marche mesure la moitié de la hauteur et de la profondeur apparente

12. [VITRUVE, Traduction 1847, p.5]



(a) Le repose pied et le premier gradin du premier *cuneus* : vu de l'extrême nord avec au premier plan, le mur bordant l'*aditus* est.



(b) Modélisation des *maeniana* et de l'empreinte des escaliers à retirer après application des modificateurs Tableau et Visser.

FIGURE 2.5 – Photo du premier gradin (gauche) et sa modélisation (droite).

d'un gradin, et, il s'agit d'en découper le coin extérieur. Pour cela, pour chaque *maenianum*, on crée une copie du gradin de référence (la forme plane sans modificateur) à qui on fait effectuer une rotation de 180° autour de sa normale. On place ensuite le coin extérieur de la copie au centre du gradin (voir fig. 2.5b) et on la décale de cinq centimètres sur sa longueur. On applique alors à cet "objet escalier" le même **modificateur de type "Tableau"** que pour les gradins afin de répéter la forme sur toute la hauteur du *maenianum*. On utilise ensuite un **modificateur de type "Solidifier"** pour donner à l'escalier sa largeur. Cette valeur est fixée d'après la planche XIX du rapport de l'IRAA¹³ mais reste modifiable. On utilise à nouveau un **modificateur de type "Tableau"** pour répéter de manière circulaire les escaliers autour du centre de la *cavea*. On a ainsi cinq escaliers au niveau du premier *maenianum* et neuf au niveau des deuxième et troisième. L'escalier de référence est sur l'axe X (donc en $y = 0$). Pour le premier *maenianum* on leur appliquant une rotation de 23,95° par rapport à l'origine. Il y a néanmoins une subtilité en ce qui concerne les marches alignées avec les *parodoi*. Pour le premier *maenianum*, ces marches ne sont pas centrées sur l'axe des X, mais décalées de la moitié de leur largeur. Les dix premiers gradins s'arrêtant en $y = 0$, on aurait eu des marches deux fois trop étroites à cet endroit, de même qu'au niveau de la tribune. Pour les modéliser, il suffit de dupliquer l'objet de base utilisé pour soustraire les marches et paramétrier son **modificateur de type "Solidifier"** avec un *offset* de -1 au lieu de 0. Cela permet d'extruder le plan d'un côté uniquement, alors qu'un *offset* de 0 extrude le plan de part et d'autre. On effectue la même démarche pour le repose-pied. Pour les deuxième et troisième *maeniana*, les traces présentes sur le mur des basiliques indiquent que les escaliers étaient en bordure de gradins. Les marches alignées avec les *parodoi* sont donc creusées en utilisant une copie de la forme de base décalée de 3,6m sur l'axe Y. On utilise un **modificateur de type "Miroir"** pour les rendre symétriques par rapport au centre de la *cavea*.

Une fois les **modificateurs** appliqués sur les *maeniana* et le maillage fermé, on peut soustraire les marches d'escaliers à l'aide d'un **modificateur de type "Booléen"**. On soustragit également une marche sur chaque **précinction** de l'objet *cavea*. Le premier *maenianum* est également percé, tout comme la *cavea*, au niveau de l'entrée menant au dixième gradin.

13. [BADIE et al., 2013a, Pl. XIX]

2.4 Les *aditus* et les tribunes

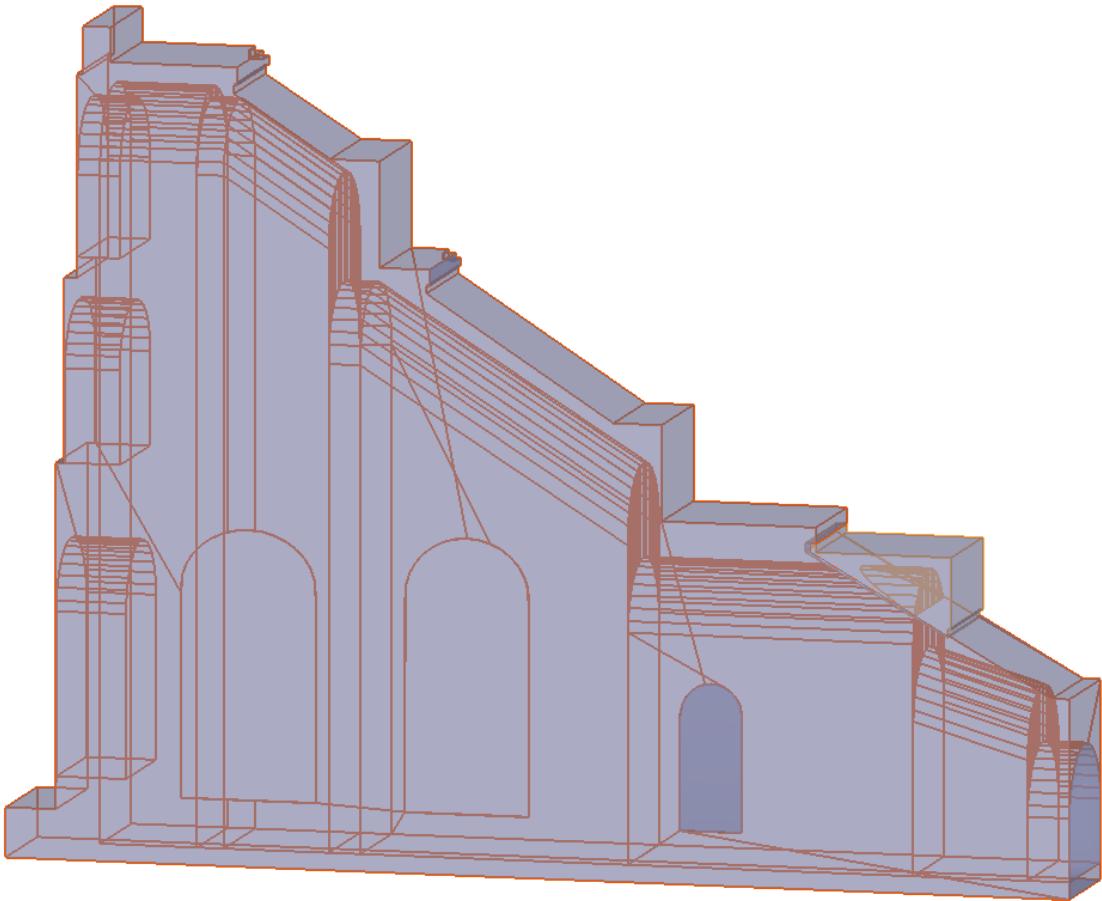


FIGURE 2.6 – Modélisation de l'*aditus* occidental et de sa tribune.

Les *aditus* sont en réalité une extension de la *cavea* qui se prolonge de manière rectiligne sur l'axe Y (sud-nord). Il est important pour le modèle numérique qu'il y ait jonction entre l'objet *cavea* et les objets *aditus*, en tout cas sur la partie commune, c'est-à-dire, partout sauf au niveau des *parodoi*. Or, les relevés (voir fig. A.2 et A.3) stipulent des mesures qui diffèrent d'un *aditus* à l'autre. Par ailleurs, ces plans donnent également des informations contradictoires avec la coupe théorique de la *cavea* (voir fig. A.1) ayant servi de référence pour la modélisation de l'objet *cavea*. Néanmoins, nous avons vu dans la section 2.2 les différentes causes possibles d'incohérence au niveau des cotes. Il faut donc trancher, et dans un premier temps, nous modélisons les *aditus* est et ouest de façon à ce qu'ils coïncident avec la *cavea* théorique. Il sera facile dans un deuxième temps d'affiner les cotes de chaque *aditus* si l'on souhaite que le modèle porte ces informations. On comprend donc qu'il s'agit ici d'un choix de modélisation privilégiant des cotes théoriques, ou en tout cas moyennes, en dépit de cotes exactes relevées en certains points précis. Cela permet d'avoir une *cavea* à un niveau d'élévation parfaitement constant d'une *basilique* à l'autre.

L'intérieur des *aditus* est composé d'un enchainement de voûtes en berceau permettant le passage sous la *cavea*. Les mesures de ces voûtes sont données par la figure A.2 pour l'*aditus* occidental, et la figure A.3 pour l'*aditus* oriental. Un objet à l'est et un objet à l'ouest, épousant la forme de ces voûtes, sont créés par extrusions successives, et permettent de creuser les objets *aditus* par **modificateur de type "Booléen"**. Ces voûtes sont

cavea mesure 3m60. Leur largeur, et donc la largeur des *parodoi*, est de 1,52m d'après la planche XXI du rapport de l'IRAA¹⁴ et en appliquant le **règle des cotes contradictoires**. Les *aditus* sont symétrisés à l'identique à l'est et à l'ouest par un **modificateur de type "Miroir"**, mais, les voûtes à l'intérieur sont différencierées et modélisées selon les figures A.2 et A.3. La partie extérieure est modélisée grâce à une copie de l'objet *cavea* que l'on coupe à partir du dixième gradin pour laisser l'espace aux *parodoi*. L'objet plan est ensuite épaisse de 3,6m grâce à un **modificateur de type "Solidifier"**. Il est important de noter que tant qu'un **modificateur** n'est pas appliqué, il est toujours possible de le masquer ou de le modifier. À la différence du **modificateur de type "Visser"**, le **modificateur de type "Solidifier"** permet l'utilisation du **modificateur de type "Booléen"** sans avoir besoin de l'appliquer définitivement. Cela laisse une grande flexibilité quand à la modifiabilité du modèle. Les *aditus* sont percés par deux grandes baies à arcature donnant dans les basiliques. Les figures A.2 et A.3 en donnent les élévations tandis que leur largeur est donnée par A. Caristie (voir fig. A.8) du côté occidental. Celles-ci seront réutilisées du côté oriental. Les *aditus* sont également percés par la porte (symétrisée en miroir) donnant accès aux tribunes, dont la modélisation est décrite dans la section 2.9.

La tribune est modélisée séparément afin de venir s'imbriquer sur l'*aditus*. Elle repose sur le quatorzième gradin et s'élève jusqu'à 48m98, soit environ la moitié du dix-neuvième gradin (voir fig. A.2). Sa bordure donnant vers l'orchestre est alignée avec celle du quinzième gradin. Elle est symétrisée par un **modificateur de type "Miroir"**.

2.5 Le mur de scène et ses basiliques

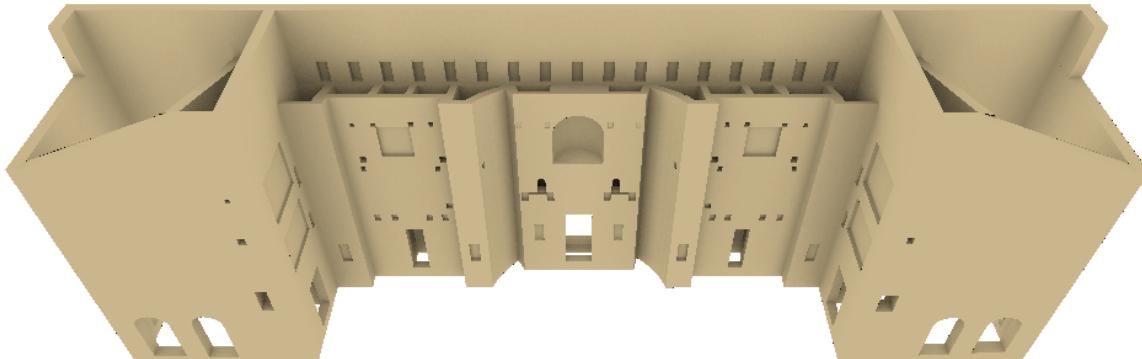


FIGURE 2.7 – Modélisation du *postscaenium* et de ses **basiliques**.

Le mur de scène ainsi que ses deux basiliques constituent un bloc distinct. La base est entièrement créée grâce aux cotes de la figure A.9. La première étape est de positionner un point aux coordonnées [-51,96; 3,52; 40] correspondant au point sud-ouest de la base de la basilique ouest. On extrude alors ce point selon les axes X et Y, en respectant les cotes indiquées, afin de tracer la forme extérieure du mur. Les cotes de profondeur des basiliques ne coïncident pas entre la partie orientale et occidentale, on utilise donc la **règle des cotes contradictoires** afin de s'assurer que la façade nord soit bien alignée avec l'axe X. Construire un mur penché aurait grandement compliqué la modélisation pour le reste du bâtiment. Lorsqu'une cote n'a pas été spécifiée, on utilise la mise à l'échelle du

14. [BADIE et al., 2013a, Pl. XXI]

plan. La seule partie qui n'est pas alignée sur les axes X et Y est l'**exèdre** curviligne dans laquelle s'inscrit la partie centrale du mur de scène. Celle-ci est modélisée à partir d'un cercle de 23,5m de diamètre pour lequel on ne garde que six segments à gauche et sept à droite. Cela forme la partie incurvée du mur. Une fois le contour de la base complet, on extrude le plan ainsi obtenu verticalement jusqu'à 76,42m, ce qui correspond à la plus haute élévation du mur. Sont ensuite créés des objets aux dimensions des pièces et traversant le mur dans toute sa hauteur. A l'aide d'un **modificateur de type "Booléen"** ces objets sont soustraits à la forme de base. On note quelques valeurs aberrantes sur la planche XXI du rapport de l'**IRAA**¹⁵, sûrement dues à des erreurs de recopie, et qui sont à présent corrigées dans le modèle numérique.

La même méthode est utilisée pour découper le haut du mur qui supportait le toit. On s'appuie alors sur la restitution de A. Caristie (voir fig. 1.7a et 1.7b) qui propose, pour la partie sommitale du front de scène, une taille en biseau permettant de soutenir les poutres de la couverture de scène. Cet angle de 19,25° est aligné avec les traces que la couverture a laissé sur le mur, et coupe l'intégralité du sommet du **postscaenium**. On notera que la modélisation nécessite une valeur d'angle plus précise que celle du rapport de l'**IRAA**¹⁶ de 19°. On creuse également la façade sud du mur nord avec un "objet poutre", dont la modélisation est expliquée dans la section 2.7, afin de créer les trous d'encastrement. La partie sommitale des **basiliques** est également découpée en soustrayant un objet dont la forme est dessinée selon la méthode suivante. Le sommet des murs est et ouest des **basiliques** se présente horizontalement tout comme la partie située au dessus des **parascenia**. Nous les plaçons selon les élévations des figures A.2 et A.3. Sur le mur sud, ces deux parties se rejoignent avec une pente de 21°. On laissera le mur nord revenir sur les flancs extérieurs sur 4,3m¹⁷. Pour créer la pente sommitale du mur séparant la **basilique** avec la cage d'escalier, on utilise la figure A.6. Ce mur soutenait la charpente de la couverture. On constate à ce stade un problème d'incohérence avec le plan A.9 qui indique, comme longueur de mur, 15,44m. En appliquant l'échelle de la figure A.6, on obtient 16m de longueur. Ce plan a pourtant l'air correct car les dimensions de la porte donnant dans les combles correspondent bien à celles indiquées dans le rapport. On comprend alors que l'épaisseur des murs diminue avec la hauteur. Cet amincissement s'opère a priori au moment des changements d'ordre, et paraît logique d'un point de vue architectural. En effet, les parties hautes sont souvent plus fines que les parties basses afin d'alléger la charge et améliorer la portance. Il suffit donc d'augmenter la longueur des salles des **basiliques** au niveau du troisième ordre pour obtenir la bonne cote. N'ayant pas d'information précise sur l'épaisseur des murs entre les combles et la partie inférieure du théâtre, nous conservons les cotes initiales pour le reste du bâtiment. Par ailleurs, ayant plus d'information sur la basilique occidentale que sur la basilique orientale, la même forme sera reproduite en miroir pour les deux basiliques et on appliquera le modificateur pour pouvoir modifier les cotes qui différents. Avec de nouvelles informations il sera par la suite facile pour les archéologues d'affiner les autres cotes de la partie orientale en corrigeant cet objet.

Pour réaliser les 17 portes donnant sur la **porticus post scaenam**, on utilise également le plan A.9, en réalisant une mise à l'échelle lorsque les valeurs numériques de largeur ne sont pas indiquées. La modélisation de leurs élévations n'est malheureusement pas très précise car, faute de valeur numérique, celles-ci sont estimées grâce aux dessins de H. Daumet¹⁸. On note que certaines portes arrivent à l'affleurement des pièces du **post-**

15. [BADIE et al., 2013a, Pl. XXI]

16. [BADIE et al., 2013b, fig. 24]

17. [BADIE et al., 2013b, p. 38]

18. [BADIE et al., 2013a, Pl. XII, XIII, XIV]

scaenium, or, le **modificateur de type "Booléen"** se comporte mal lorsque deux faces sont superposées entre l'objet soustrait et l'objet à soustraire. Pour résoudre ce problème, on décale la porte de quelques millimètres, ce qui créera une légère saillie sur le mur, mais qui pourra être corrigée une fois le modifier appliqué. A l'intérieur du *postscaenium* se trouvent également des passages permettant d'accéder d'une pièce à l'autre pour chaque étage. On utilise les figures 1.3, 1.4 et 1.5 pour les placer dans le plan XY et on les positionne en élévation au niveau du bas du *podium* de chaque ordre. Leur forme est donnée par A. Caristie¹⁹

La façade du front de scène possède elle aussi des trous d'encastrement ayant pour leur part servi à fixer la décoration. Ceux-ci sont créés à l'aide d'un **modificateur de type "Booléen"** en respectant les mesures d'élévation du plan A.5. Sur cette même façade sont également percées les trois portes traversant le *postscaenium* ainsi que les différentes niches représentées sur ce plan. Tous ces objets sont modélisés par mise à l'échelle des plans²⁰ ou grâce aux valeurs numériques indiquées dans le rapport de l'IRAA²¹. Ils sont symétrisés par rapport à la porte royale. En effet, les informations recueillies concernent principalement la partie occidentale et ne reflètent que l'état actuel du mur. L'érosion des arêtes fausse donc de toute façon une éventuelle restitution exacte. L'étude de ces encastrements ne peut donc être décorrélée de la restitution globale du décor du front de scène (voir 3.3). De part et d'autre de la porte royale se trouvent deux niches créées par la soustraction d'un demi-cylindre vertical. Au dessus, à la frontière avec le second ordre se trouvent de petites baies à arcature. Au niveau supérieur, au centre du front de scène, se trouve une grande niche abritant aujourd'hui une statue dite d'Auguste. Cette niche est l'empreinte d'un demi-cylindre vertical dont la face supérieure est un demi-cylindre horizontal. L'assemblage se fait en faisant la différence de ces deux objets et en pointant les normales du demi-cylindre du haut vers l'extérieur. Au dessus des portes latérales du front de scène et au niveau du troisième ordre se trouvent deux niches que l'on creuse dans le mur sur la moitié de son épaisseur. Cela correspond également à la profondeur de la porte d'après le plan A.9. Leur emplacement est déterminé par le plan A.5. En considérant ces deux plans ainsi que le relevé A.10, on crée, sur les murs de retour, les portes donnant accès aux *parascaenia*, les niches, ainsi que les ouvertures qui permettaient vraisemblablement à l'époque l'apparition de personnages sur des balcons. De la même manière on produit trois ouvertures rectangulaires sur la façade sud de la *basilique* ouest (voir fig. A.2) et deux sur la *basilique* est (voir fig. A.3). L'ouverture la plus basse est une porte menant de la première **précinctio** au premier étage des *basiliques*.

2.6 Le *pulpitum* et l'*orchestra*

Le *pulpitum*, autrement dit l'estrade de scène, a aujourd'hui complètement disparu et a été remplacé par un plancher moderne. Il reste néanmoins des traces sur le mur de scène qui permettent de s'approcher de sa version antique. Les figures A.2 et A.3 donnent les élévations du *pulpitum* ainsi que de l'*orchestre* sur les extrémités orientale et occidentale. Ces mêmes plans donnent aussi les niveaux du sol des *parodoi*. Nous créons donc un objet selon ces élévations. La différence étant notable à l'est ou à l'ouest, l'objet n'est pas symétrisé mais bien singularisé de chaque côté. La face inférieure termine au même niveau d'élévation que l'*orchestre* pour faire jonction. Entre les deux *aditus*, le front du

19. [BADIE et al., 2013a, Pl. II]

20. [BADIE et al., 2013a]

21. [BADIE et al., 2013b, Chap. II]

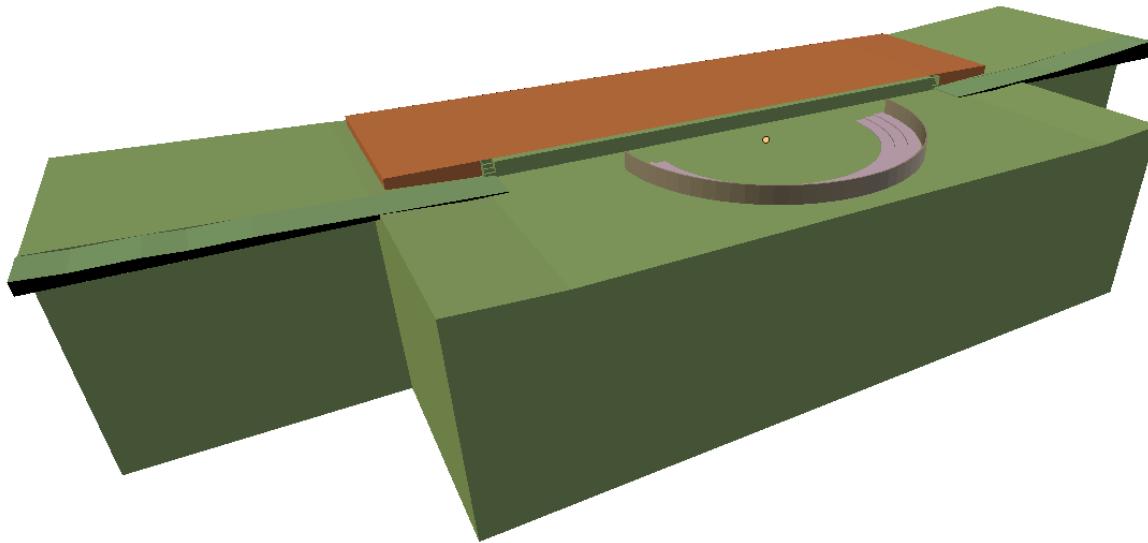


FIGURE 2.8 – Modélisation de la scène (marron), l'*orchestra* (vert) et le sol des *parodoi* (gris).

pulpitum était orné d'une frise de 75cm d'épaisseur terminant à ses extrémités par deux escaliers de quatre marches et larges de 89cm²². La frise est ainsi créée par extrusion et les escaliers par opération de différence à l'aide d'un **modificateur de type "Booléen"**.

L'orchestre est une forme volumique dont la face supérieure représente le sol. Il pourra être, dans une prochaine étape, creusé à l'aide de **modificateur de type "Booléen"** pour réaliser l'*hyposcaenium* et le caniveau²³. Cet objet sert également de sol à l'intérieur des **basiliques**. De la même manière que la couverture du caniveau (voir section 2.3) nous créons le *balteus* d'après les relevés d'A.Carisite²⁴. Son épaisseur est fixée à 13cm conformément aux éléments encore visibles en bordure de la moitié orientale de l'*orchestra*²⁵. Sa hauteur est fixée à 1m50 comme celui du théâtre antique de Sabratha²⁶ est n'a donc qu'un rôle purement illustratif. Il en est de même pour les trois degrés bas qui supportaient des sièges mobiles et pour lesquels nous ne disposons que de peu d'informations. "Dans les théâtres de Rome les sénateurs étaient placés immédiatement avant les chevaliers. Or, à Orange, la place des chevaliers est déterminée par une inscription deux fois répétée sur le premier gradin inférieur du premier *maenianum* : EQ G III. Il fallait donc que les décurions fussent avant eux, c'est-à-dire sur les gradins de l'orchestre"²⁷. Une ébauche de ces degrés bas est néanmoins représentée sur les plans de coupe de R. Amy²⁸ ce qui permet de les modéliser dans le plan XY. Seule la bordure d'un seul de ces degrés est en fait modélisée, les autres sont ajoutés automatiquement par un **modificateur de type "Tableau"** et la périphérie est réalisée par un **modificateur de type "Visser"**. Ainsi, tout changement sur les dimensions de ce plan modifiera chacun des trois degrés de manière identique.

22. [FORMIGE, 1916, p. 458]

23. [BADIE et al., 2013b, Chap. VI]

24. [BADIE et al., 2013a, Pl. I]

25. [BADIE et al., 2013b, p. 340]

26. [LACHAUX, 1970, p. 96]

27. [FORMIGÉ, 1923, p.46]

28. [BADIE et al., 2013a, PL. XVI]

2.7 Les couvertures du bâtiment de scène

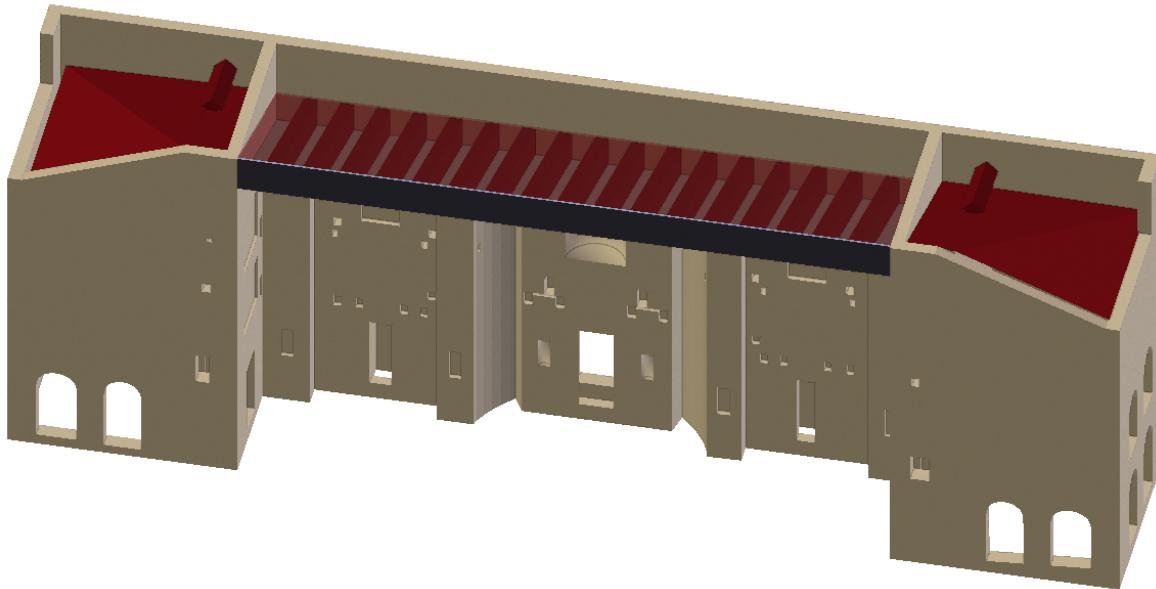


FIGURE 2.9 – Modélisation des couvertures de scène et des basiliques.

Nous avons expliqué dans la section 1.3.2 quelles sont les hypothèses de restitution de la couverture du *pulpitum* et avons vu que plusieurs propositions existent. Nous en avons choisi une, à implémenter dans le modèle, sans toutefois entrer dans une étude de construction architecturale. Nous modélisons donc l'hypothèse de toiture parallélépipédique²⁹, qui remet en question celle de A. Caristie de forme triangulaire (voir fig. 1.7a et 1.7b). Nous créons donc, dans le plan YZ, un parallélogramme incliné à 19,25°, épousant l'empreinte dans le mur donnée par la figure 1.7b. Cette forme plane est placée à 27,25m du centre sur l'axe X pour correspondre à la figure A.5. En utilisant un **modificateur de type "Solidifier"** sur 1,2m nous créons la largeur de la poutre. Cette largeur est une moyenne approximative déterminée d'après les trous d'encastrement actuellement visibles. Ceux-ci ayant subi de nombreuses altérations, il est très difficile de déterminer une largeur exacte sans une étude approfondie du sujet. L'**IRAA** explique d'ailleurs que plusieurs toitures différentes auraient été testées, voire utilisées, durant le vie du théâtre et qu'il n'y a donc pas une solution unique³⁰. Néanmoins, une simple modification du paramètre de largeur permettra de tester facilement les différentes hypothèses. Cette poutre est alors répétée dix-sept fois avec un espacement de 2,83m par un **modificateur de type "Tableau"** (espacement moyen estimé sur la base des mêmes indices que pour l'estimation des largeurs). Nous créons ensuite un nouvel objet composé de trois plans de quelques centimètres d'épaisseur, allant d'une basilique à l'autre, et encapsulant les poutres par le dessus, le dessous et l'avant. Le plan de devant est vertical et simule l'emplacement d'une frise décorant la devanture du toit. Les deux autres simulent respectivement le dessus et le dessous de la toiture.

Nous avons vu dans la section 2.5 comment a été modélisé le sommet des **basiliques** et quelles en étaient les cotes. Nous reprenons donc ces valeurs pour modéliser la couverture de cette partie du bâtiment. On utilise uniquement des objets plans car l'aspect volumique ne nous intéresse pas à ce stage de l'étude. Seule la forme et la présence de

29. [BADIE et al., 2013b, Chap. I, sect. 6]

30. [BADIE et al., 2013b, p. 34]

cet objet nous sont utiles et celui-ci pourra être amélioré par la suite par des experts charpentiers. La structure se compose d'une partie plate inclinée à 21° (comme le mur la soutenant) couvrant le *parascaenium* et la cage d'escalier et d'un plan, couvrant la *basilique*, coupé en deux triangles, représentant l'*arêtier* (voir section 1.3.1). L'*IRAA* décrit la présence d'un "petit toit à double pente"³¹ au dessus de la cage d'escalier permettant de monter sur le toit. Celui-ci est modélisé à titre démonstratif mais trop peu d'informations sont disponibles pour nous permettre d'utiliser des cotes précises.

2.8 La *porticus in summa cavea*

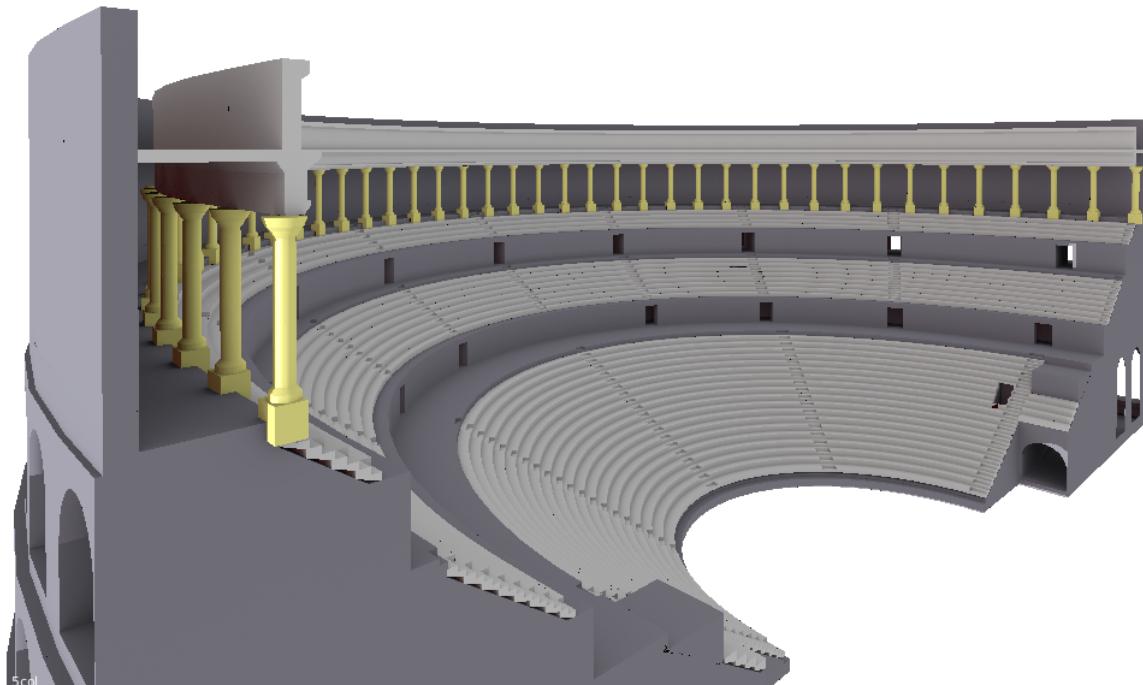


FIGURE 2.10 – Modélisation de la *porticus in summa cavea*.

Au dessus du troisième *maenianum* se trouvait une *porticus in summa cavea* faisant tout le tour de la *cavea*. La première colonne était encastrée sur la moitié de sa largeur dans le mur de la basilique. C'est d'ailleurs grâce à cela que l'on peut connaître ses dimensions. On sait par ailleurs que l'entrecolonnement d'un portique était constant et précis dans les théâtres romains. On crée donc la première colonne avec une forme géométrique grossière correspondant au dessin de A. Caristie (voir fig. A.7) que l'on duplique en miroir. Ces deux colonnes sont créées séparément car elles sont au dessus des *aditus*, donc en dehors du cercle formé par la *cavea*. On va ensuite créer le reste des colonnes autour de la *cavea* comme nous l'avons fait pour les caissons soutenant le troisième *maenianum* (voir 2.2). Or, se pose la question du nombre de colonnes. A. Caristie suppose qu'il y en 34, c'est-à-dire cinq pour les *cunei* aux extrémités de la *cavea* et quatre aux autres. On prend comme hypothèse que les escaliers arrivent toujours à égale distance de deux colonnes successives. On mesure entre la première colonne et l'escalier E13 (voir fig. 1.4) un angle de 28,35°. Cet angle correspond à $n + 0,5$ fois l'entrecolonnement que l'on cherche. Dans l'hypothèse de A. Caristie, il y a quatre colonnes par *cuneus*, auxquelles il faut ajou-

31. [BADIE et al., 2013b, p. 34]

ter une colonne engagée à l'extrémité. Sur le rapport de l'[IRAA](#)³² il y en a quatre aussi pour les six *cunei* centraux et deux de plus pour les *cunei* latéraux. On remarque que dans ce dessin, l'entrecolonnement n'est pas régulier, ce qui est contraire à nos hypothèses de modélisation. On va donc chercher le nombre de colonnes nécessaires pour répondre à nos conditions avec une, deux ou trois colonnes supplémentaires sur les *cunei* latéraux. On résout alors le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \alpha \times n_{Col} = 21,95, \\ \alpha \times (n_{Col} + n_{Sup} - 0,5) = 28,35, \end{cases} \quad (2.1)$$

avec :

- α : l'angle décrit entre deux colonnes,
- n_{Col} : le nombre de colonnes dans les *cunei* centraux,
- n_{Sup} : le nombre de colonnes en plus dans les *cunei* latéraux.

On obtient les résultats du tableau 2.1. Ceux-ci montrent que l'agencement le plus pro-

| n_{Sup} | α | n_{Col} |
|-----------|----------|-----------|
| 1 | 12,8° | 1,7 |
| 2 | 4,7° | 5,14 |
| 3 | 2,56° | 8,57 |

TABLEAU 2.1 – Angle entre deux colonne et nombre de colonnes par *cuneus* en fonction du nombre de colonnes supplémentaires dans les *cunei* latéraux.

bable est d'avoir cinq colonnes par *cuneus* et deux de plus pour les extrémités de la *cavea*. On ne tombe cependant pas sur un chiffre rond mais on peut estimer que cette erreur de 0,14° est négligeable sur l'ensemble de la structure. Dans le modèle, nous positionnons donc une colonne en $y=0$ et en $x=-46,78m$ (distance correspondant à la troisième [précinctio](#)). Celle-ci est répétée 42 fois pour atteindre 180° et se retrouver en symétrique de l'autre côté de la *cavea*. On utilise pour cela un [modificateur de type "Tableau"](#) avec un angle de 4,39°, soit 180°/41. On obtient donc un entrecolonnement de :

$$\frac{l}{2} = 46,78 \times \sin\left(\frac{180}{2 \times 41}\right), \quad (2.2)$$

soit $l=3,58m$.

La première colonne, et sa symétrique, sont encastrées de moitié dans le mur de la basilique en $y=3,6m$, ce qui nous donne bien un entrecolonnement régulier sur l'ensemble de la *porticus in summa cavea*. Sa couverture est modélisée à partir de la représentation de A. Caristie³³ puis extrudée à l'aide d'un [modificateur de type "Visser"](#) autour de la *cavea*. Elle est dupliquée et étendue au dessus des *aditus* à l'aide d'un [modificateur de type "Solidifier"](#) couplé à un [modificateur de type "Miroir"](#). On constate sur la figure 2.10 que les vomitoires séparent bien les colonnes du portique par groupe de cinq et qu'il en reste deux au dessus des *aditus*.

32. [BADIE et al., 2013a, Pl. XX]

33. [BADIE et al., 2013a, Pl. III et VI]

2.9 Accès aux tribunes par les *aditus*

À l'est et à l'ouest, depuis l'intérieur des *aditus*, certains spectateurs privilégiés avaient accès aux tribunes par un escalier menant à la moitié de l'*ima cavea*. Ceux-ci n'ont pas été restaurés mais le plafond voûté est néanmoins visible aujourd'hui (voir fig. 2.11a). Pour modéliser cet escalier, on sait que la première marche commence à 41,11m d'altitude et la dernière arrive à 45,58m. Or celui-ci débouchait probablement au dixième gradin, là où la partie basse de la *cavea* s'arrête et où la partie haute est soutenue par l'*aditus*. On a donc 20 marches d'une hauteur de 22,35cm. À partir de la première marche, que l'on ajuste en longueur, et à l'aide d'un modificateur de type "Tableau", on complète l'escalier pour arriver au dixième gradin. On perce alors la *cavea* avec un objet représentant l'ouverture dans les gradins. Nous créons également une balustrade à titre purement illustratif.



(a) *Parodos* oriental et entrée menant à l'*ima cavea*³⁴. (b) Modélisation de l'accès à l'*ima cavea* par l'*aditus* oriental.

FIGURE 2.11 – Accès à l'*ima cavea* par l'*aditus* oriental et sa modélisation.

2.10 La colline Saint-Eutrope

La colline Saint-Eutrope, qui soutient le théâtre sur sa partie méridionale, a été modélisée d'après les lignes d'altitude représentées sur la figure A.4. On commence par créer la ligne la plus basse que l'on trace point par point pour faire une face de base. Celle-ci sera alors extrudée vers le haut six mètres par six mètres. Tranche par tranche, on ajuste les points pour coller au plan. Seule la partie soutenant le théâtre nous intéresse, la partie sud de la colline se termine donc simplement en reliant les points du flanc ouest et est. Les élévations ont ensuite été légèrement adaptées tranche par tranche pour s'encastre au mieux dans le théâtre. La colline est donc actuellement peu précise et il est nécessaire de l'affiner à l'aide d'un document détaillant mieux sa géométrie. Il sera notamment appréciable d'affiner précisément la partie soutenant le théâtre ce qui risque d'être difficile en raison de la non accessibilité du terrain. Le plus important est d'être précis sur la substructure de la *cavea* en plaçant les murs séparant les *ambulacres* de la colline précisément. En effet, la roche naturelle n'était pas apparente à l'intérieur du théâtre. Elle l'est

34. [BADIE et al., 2013b, fig. 418]

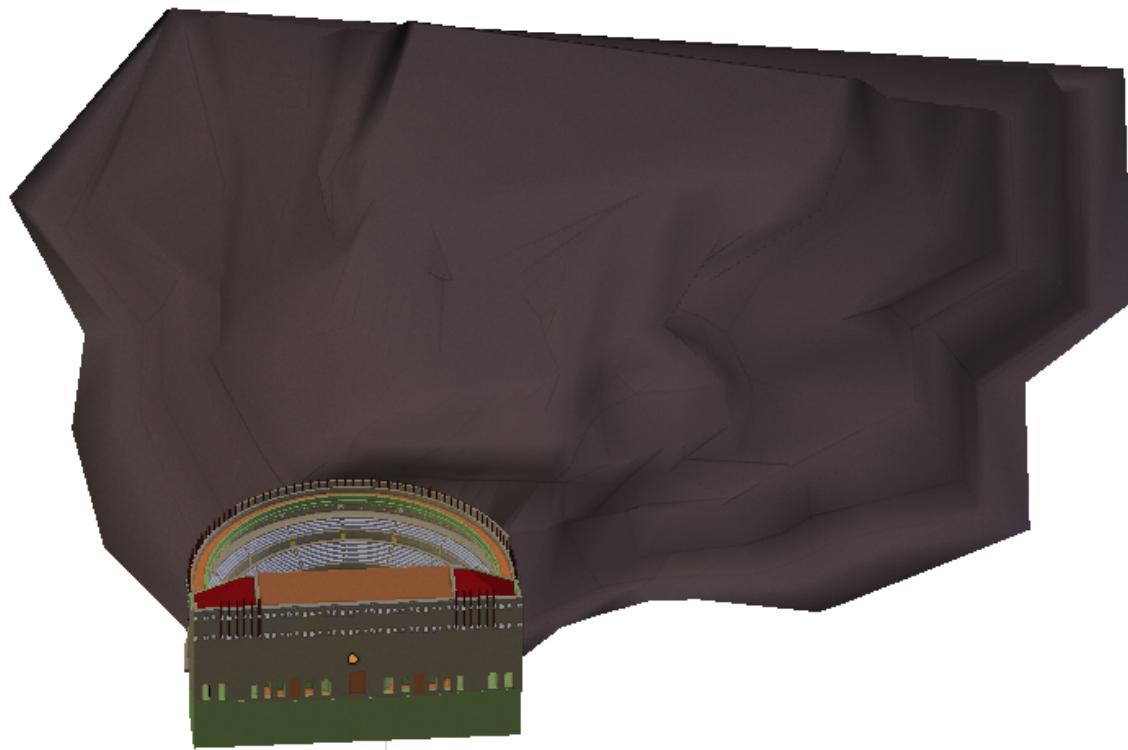


FIGURE 2.12 – Modélisation de la colline Saint-Eutrope.

aujourd’hui par endroits, notamment dans les pièces de type "grotte" du premier **ambulacre** (voir fig. 1.3), mais celles-ci ne sont pas d’origine³⁵. On utilise un effet "smooth" pour lisser les arêtes et rendre l’aspect plus naturel.

35. [BADIE et al., 2013b, p.350]

Chapitre 3

Applications

« *Imagination is as effortless as perception, unless we think it might be ‘wrong’, which is what our education encourages us to believe.* »

Keith Johnstone

Sommaire

| | |
|---|-----------|
| 3.1 Le <i>velum</i> | 42 |
| 3.2 Les systèmes de particules | 45 |
| 3.2.1 Les spectateurs | 45 |
| 3.2.2 Les arbres | 46 |
| 3.3 Autres projets ayant utilisé le modèle | 46 |

Le modèle numérique décrit dans la partie précédente tend à restituer de manière simplifiée le théâtre d'Orange dans son dernier état d'utilisation antique. Le maillage n'est fait que de formes géométriques simples, c'est-à-dire avec un niveau de détail ne descendant pas en dessous de la dizaine de centimètres. Les cotes sont par contre précises lorsqu'elles proviennent d'un plan référencé. Mais il est important de noter que ce projet s'inclut dans une thématique plus vaste de restitution du théâtre antique d'Orange. Son essence est donc de permettre l'incorporation de nouveaux résultats de recherche. Cette partie a pour but de présenter le potentiel d'une telle maquette en terme d'applications. Nous verrons les différentes implémentations architecturales ou graphiques qui permettent de réaliser des simulations statiques ou dynamiques.

3.1 Le *velum*

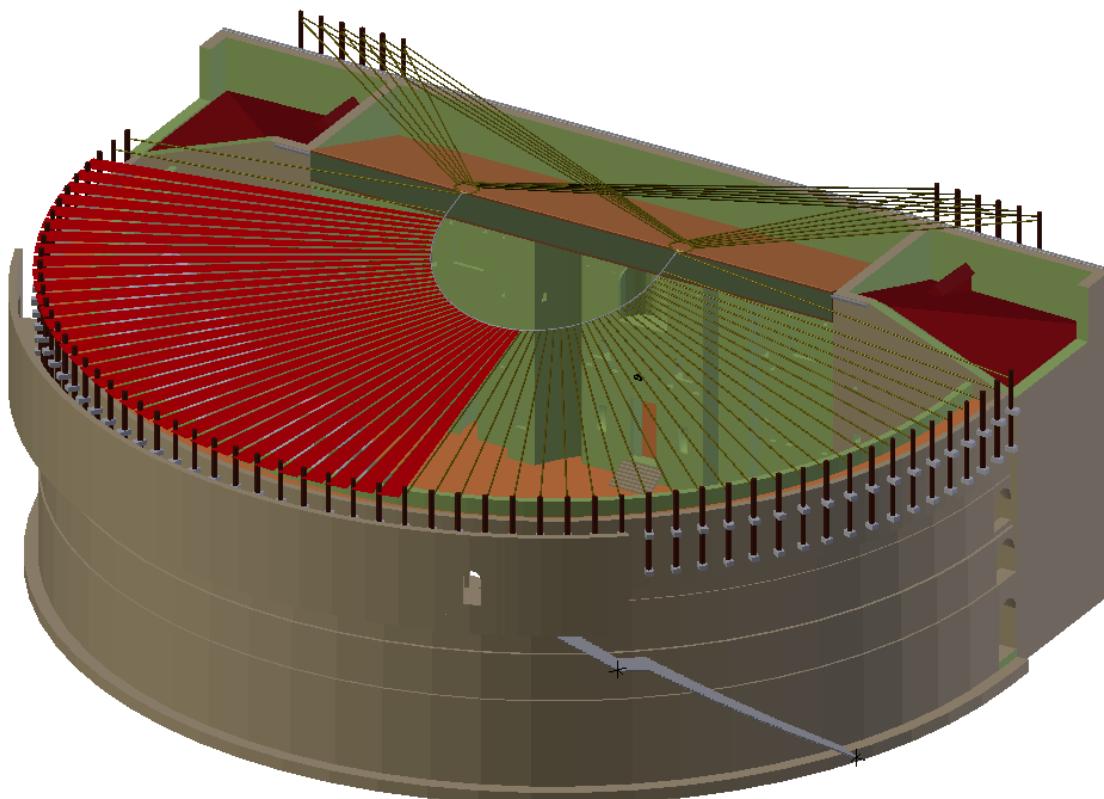


FIGURE 3.1 – Modélisation du *velum*.

Il existe de nombreuses théories sur la disposition des *vela* des théâtres romains et pour cause, il en reste très peu de traces¹. Seuls quelques textes antiques décrivent approximativement cette toile protégeant le public du soleil. Avant de présenter les possibilités d'applications d'un *velum* virtuel, nous devons détailler nos choix de modélisation. Nous choisissons donc d'adopter la représentation d'A. Caristie² qui, bien qu'hypothétique, est une source tout aussi vraisemblable que les autres. On s'intéresse d'abord aux consoles soutenant les mâts sur la face nord du bâtiment de scène. Pour les positionner, on utilise la représentation de la façade nord de A. Caristie³ en créant une console

1. [LUCRÈCE, Traduction 1899, IV, 70]
 2. [BADIE et al., 2013a, Pl. VI]
 3. [BADIE et al., 2013a, Pl. III]

centrée en haut du mur reproduite 21 fois horizontalement et une fois verticalement. On note que leur espacement est de 1,91m. Ces deux séries sont ensuite symétrisées par un **modificateur de type "Miroir"**. On ajoute une dernière paire de consoles en bord de mur symétrisée de la même manière. Les élévations ne sont pas parfaitement connues, c'est pourquoi on utilise la mise à l'échelle du plan de A. Caristie. Leur forme est rectangulaire et pourra par la suite être dessinée d'après leur forme réelle. Comme expliqué dans la section 1.1, seules douze de ces consoles pouvaient accueillir un mât. Néanmoins, 41 mâts sont modélisés afin de percer les consoles du haut et réaliser la mortaise dans celles du bas. Ceux-ci, de forme cylindrique, se terminent dans la partie basse par une fine tige permettant de percer le trou d'évacuation d'eau. Ces mâts sont répétés grâce à un **modificateur de type "Tableau"** et seront soustrait aux consoles par un **modificateur de type "Booléen"**. Ils ne servent qu'à cette fonction et seront cachés par la suite. On laissera par contre apparaître un nouvel objet similaire, comportant les six mâts, se trouvant aux positions où les bouches d'eau sont percées.

Sur sa représentation du *velum* en vue du dessus (voir fig. 1.8b), A. Caristie ne représente que 39 consoles sur le mur arrière au lieu de 43, ce qui rend ce dessin peu fiable. Néanmoins, nous utiliserons ce concept d'anneau central en fer à cheval que nous modélisons de manière fidèle à sa représentation. L'objet de référence est également muni de deux longs et fins cylindres représentant des cordages et reliant les mâts à deux boucles au bout du fer à cheval. Tout autour de la *cavea* se trouvent également deux séries de consoles fixées au mur arrière de la *porticus in summa cavea*. L'agencement le plus crédible est représenté sur le dessin de la face est⁴, c'est-à-dire, un jeu de deux consoles entre chaque **pilastre** du mur extérieur. Il y aura donc deux fois plus de mâts que de triplets d'arcades autour de la *cavea* (voir section 2.2). Nous avions 31 arcades, on peut donc placer 62 mâts et leur paire de consoles respective. Il y a deux mâts de part et d'autre au niveau des *aditus*, il y en aura donc 58 à repartir autour de la *cavea*. Pour déterminer l'angle, on se base sur les 31 arcades précédemment modélisées. On utilise la moitié de leur angle, c'est-à-dire 3,06°. L'angle total formé par ces 58 mâts est de 174,42°, il faudra donc effectuer une rotation de l'ensemble de 2,79°. L'objet de référence se composant d'une paire de consoles, d'un mât et d'un cordage reliant l'anneau central, est placé en $y = 0$ et $x = -51,64m$. Pour placer les consoles de l'*aditus* on calcule l'espacement entre les mâts :

$$\begin{aligned} l &= 51,64 \times \sin(3,06) \\ &= 2,76m. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Le premier mât situé sur la partie circulaire de la *cavea* ayant subi une rotation de 2,79° autour de l'axe vertical, on calcule la position du mât de référence pour les *aditus* :

$$\begin{aligned} l &= 51,64 \times \sin(2,79) \\ &= 2,51m, \end{aligned} \tag{3.2}$$

donc $y = 0,25m$. On utilisera ensuite un **modificateur de type "Tableau"** pour répéter une fois l'ensemble mât-consoles-cordes avec une distance de 2,76m et un **modificateur de type "Miroir"** pour le symétriser à l'est. Encore une fois, on constate que la modélisation contredit les dessins de A. Caristie qui représentaient 67 mâts autour de la *cavea*. On comprend donc que son intention sur ce type de représentations était plus une étude de principe qu'une restitution vraisemblable.

En ce qui concerne l'élévation des mâts, on constate que ceux situés sur le *postscaenium* sont a priori plus hauts que ceux autour de la *cavea*. C'est en tout cas ce que supposent les restitutions qui estiment le haut du mur de scène à 76,42m et le mur aval de la

4. [BADIE et al., 2013a, Pl. IV]

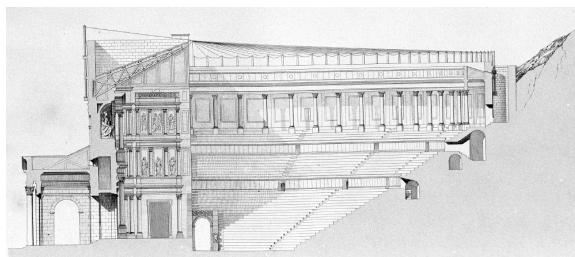
rue périphérique à 70,59m⁵. Il semble en effet cohérent que ce mur continu dans le prolongement des **basiliques**. Selon l'hypothèse d'A. Caristie (voir fig. 3.2a) où le *velum* serait un arceau de la taille de l'orchestre maintenu par des cordages tendus, nous pouvons calculer la hauteur des mâts afin que les cordages arrivent à l'affleurement du toit. Pour cela, considérons que les cordes sont parfaitement tendues et que le cordage arrive également à l'affleurement du mur périphérique (voir fig. 3.2b). D'après le théorème de Thales, on obtient :

$$\begin{aligned} h &= \frac{18,4 \times (76,42 - 70,59)}{51,6} \\ &= 2,08 \text{ m.} \end{aligned} \quad (3.3)$$

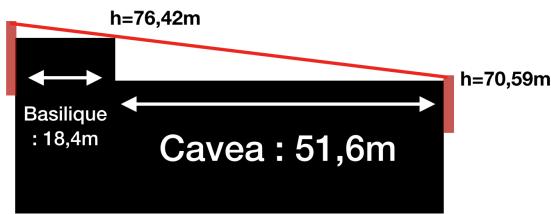
Les mâts du *postscaenium* dépasseront donc d'au moins deux mètres pour s'assurer que les cordages ne soient pas en contact avec le toit. Cette hauteur pourra diminuer si les cordages du mur périphérique sont fixés plus haut. Si h' est la hauteur de l'accroche des cordages au dessus du mur périphérique alors, la hauteur de l'accroche des cordages du *postscaenium* sera de :

$$\begin{aligned} h' &= 2,08 - \frac{18,4}{51,6} \\ &= 2,08 - 0,36 \times h. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Par exemple si les cordages du mur périphérique sont à 1m au dessus du mur, ceux du *postscaenium* seront à 1,72m au dessus du mur. Cela dit, nous sommes dans une situation où les cordages sont parfaitement tendus, or dans la pratique le poids global du *velum* va entraîner une courbure qui imposera de surélever les accroches des cordages. Nous avons donc calculé ici une hauteur minimum.



(a) Coupe axiale vers l'est par A. Caristie⁶.



(b) Schéma de l'angle du velum.

FIGURE 3.2 – Coupe axiale du théâtre vers l'est.

Pour modéliser le voilage située au dessus de la *cavea*, nous allons dans une première étape uniquement placer des objets plans entre chaque cordage. Il suffit pour cela d'utiliser une des arêtes de la corde pour créer un nouvel objet comportant les mêmes propriétés (centre et **modificateurs**). Il suffit ensuite d'utiliser un **modificateur de type "Visser"** pour étendre le plan entre les deux cordages sur 2,79°, ou moins, si l'on souhaite laisser du jour avant le prochain cordage. On peut également déplacer l'arête de référence ou changer le nombre de répétitions afin de positionner les *vela* au dessus d'une partie ou l'autre de la *cavea*.

Grâce à cela nous pouvons tester l'ensoleillement du théâtre et le nombre de voiles à déplier pour abriter les spectateurs. Nous utilisons pour cela un objet "Lampe" de type "soleil" qui émet une lumière depuis l'infini dans une direction choisie. On réalise ainsi

5. [BADIE et al., 2013a, Pl. XLVIII et XLIX]

6. [BADIE et al., 2013a, Pl. V]

l'animation d'une journée du lever au coucher du soleil et on analyse selon l'angle au zénith la façon dont les *vela* devaient être déployés. Dans un deuxième temps on peut simuler l'ouverture et la fermeture réaliste des toiles en leur affectant une propriété physique de type "tissu". Il faut pour cela créer des toiles rectangulaires d'une largeur de 2,76m et les subdiviser en un nombre important de petits rectangles. On peut alors sélectionner sur le bord des toiles des points qui resteront accrochés aux cordes (en pratique il y aurait des anneaux pour faire coulisser les toiles sur les cordes). On place alors ces points en position "*velum* déployé" puis "*velum* rentré", en leur affectant à chaque fois une *keyframe* pour réaliser l'animation. Lorsque l'outil physique est appliqué, la toile subit l'effet de la gravité et se plie avec une résolution correspondant à la subdivision effectuée précédemment. On peut alors lancer l'animation pour voir le *velum* se déplier. En utilisant l'option de *baking*, on peut passer l'animation à l'endroit et à l'envers sans avoir besoin de refaire un rendu. On comprend que la maquette virtuelle du théâtre d'Orange présentée dans la partie précédente permet d'implémenter facilement des hypothèses archéologiques telle que la structure du *velum*. Ces hypothèses peuvent ensuite être étudiées en profondeur grâce à des outils de simulations numériques.

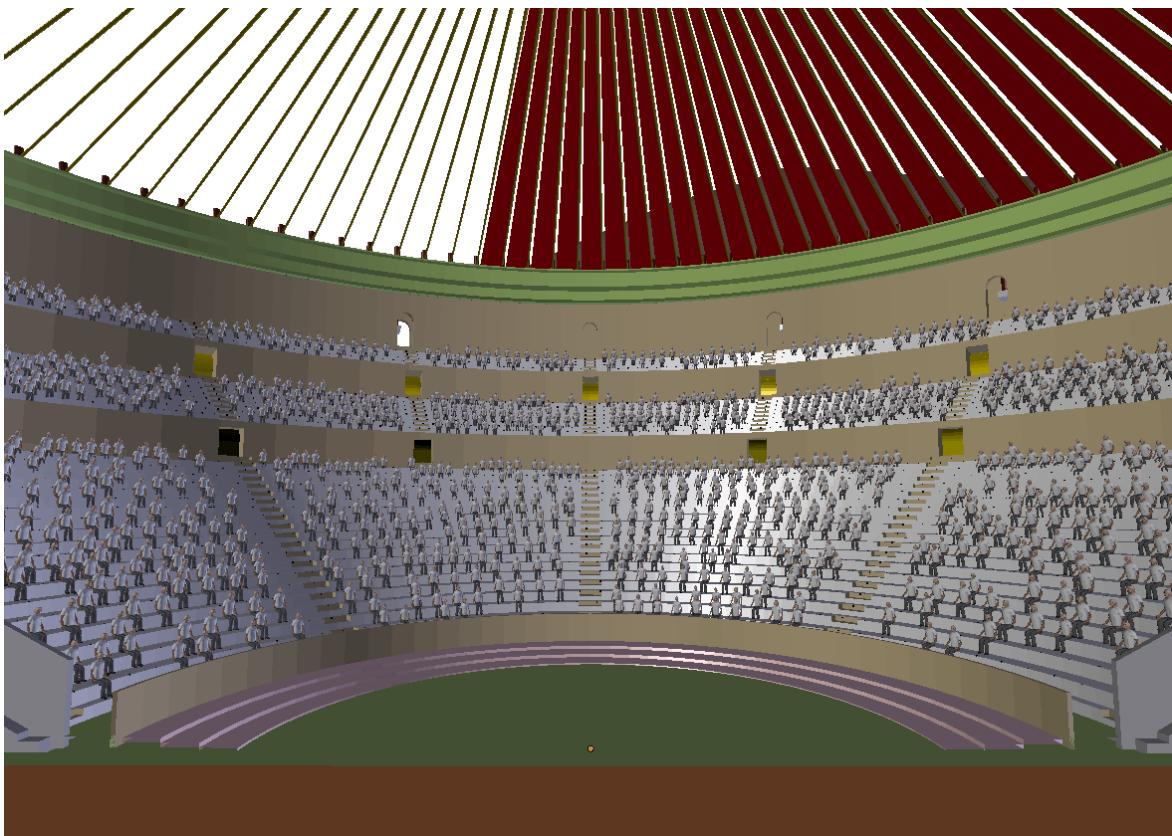
3.2 Les systèmes de particules

Les systèmes de *particules* ont pour intérêt de permettre la répétition d'un grand nombre d'objets dans le modèle 3D selon une répartition aléatoire. Ils peuvent être utilisés pour générer des grains de poussière ou des cheveux par exemple. Nous utilisons cette technique pour deux types d'applications : la création de spectateurs et la création de forêts. Notons que cette section présente d'avantage le potentiel de cet outil plutôt que sa mise en œuvre, le travail ayant été entamé sans toute fois atteindre un résultat scientifiquement exploitable.

3.2.1 Les spectateurs

Une fois le théâtre modélisé, nous pouvons ajouter des spectateurs dans les gradins (voir fig. 3.3). Ceux-ci sont fixes dans un premier temps mais pourraient être animés lors de visualisations vidéo. La modélisation des personnages ne sera pas décrite dans ce document, néanmoins, on peut noter que différents types de spectateurs pourraient être modélisés car le placement dans le théâtre dépendait du rang social.

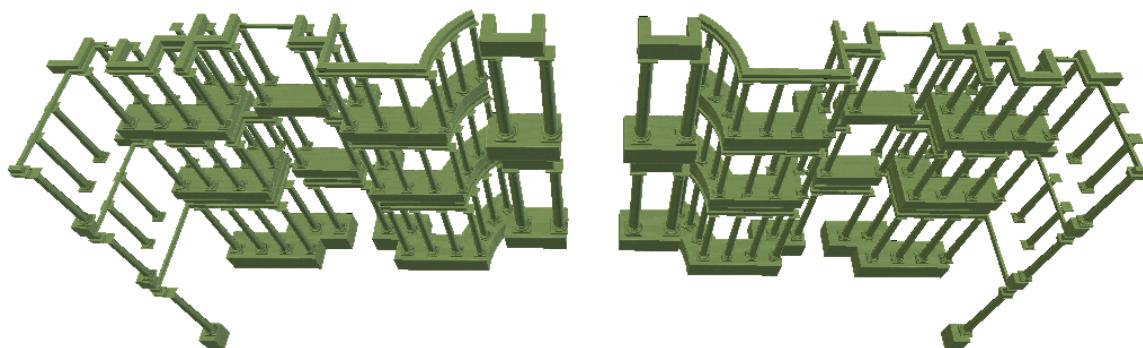
Pour représenter un type de personnage il faut le prendre comme objet de référence et le placer dans une position assise à l'aide d'*armatures*. Il faudra ensuite créer un nouvel objet correspondant au bord des gradins afin que les personnages soient bien positionnés sur ceux-ci. Cet objet est subdivisé plusieurs fois, puis l'outil d'élimination de doublons est utilisé afin de conserver entre chaque sommet, l'espace requis pour un personnage (50cm par exemple). On lui affecte alors un système de *particules* de type "cheveux" auquel on associera le personnage de référence ou le groupe de personnages (si on a choisi de diversifier les personnages qui apparaîtront). On peut ainsi choisir le nombre de personnages à afficher. Par contre, se pose un problème de disposition qui n'est pas vraiment aléatoire. Pour augmenter l'effet de répartition aléatoire (notamment si on ne veut pas un amphithéâtre rempli), on pourra effectuer une sélection aléatoire des vertices de l'objet et les assigner à un "Groupe de Vertices". On n'affichera alors que les particules sur ce groupe de vertices.

FIGURE 3.3 – Modélisation du *velum*.

3.2.2 Les arbres

De la même manière que pour les spectateurs, on utilise un système de **particules** de type "cheveux" pour générer des arbres sur la colline. Il est bon de noter que cette opération ralentit considérablement le logiciel car une grande quantité d'éléments doivent être traités. On ne l'utilisera donc que pour exporter des rendus images ou vidéos. La modélisation des arbres peut se faire simplement à l'aide de l'outil "arbre" qui permet de configurer le tronc, les branches et les feuilles d'un arbre. On peut alors modéliser les espèces d'arbres se trouvant à Orange.

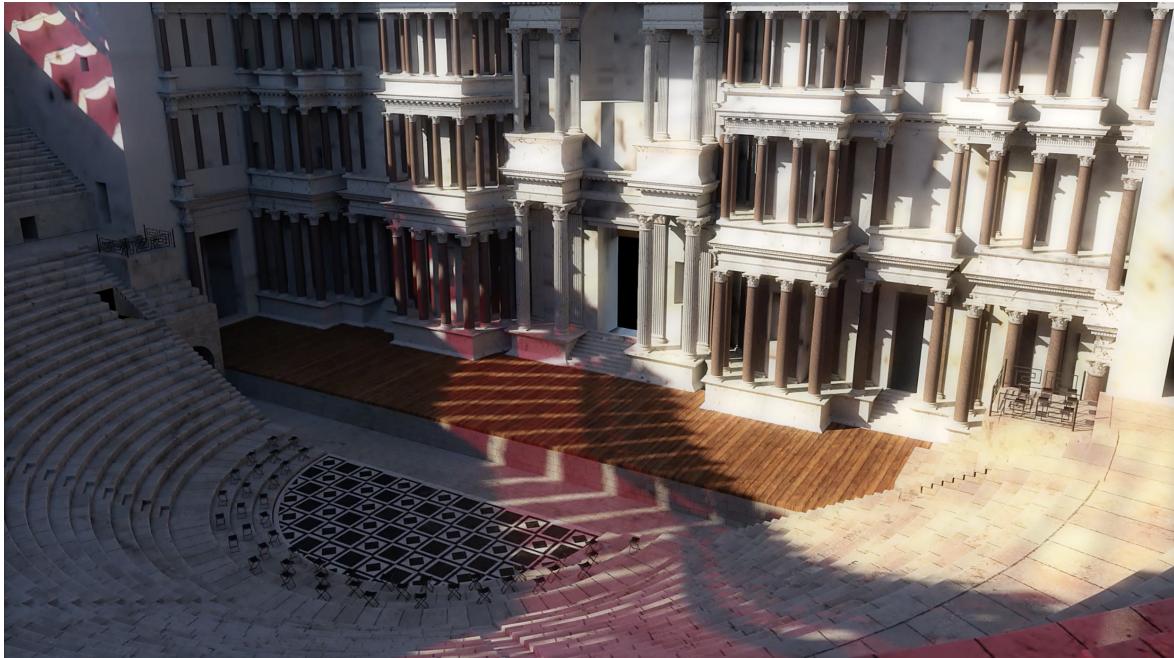
3.3 Autres projets ayant utilisé le modèle

FIGURE 3.4 – Modélisation partielle du décor du front de scène restitué⁷.

La modélisation de la maquette virtuelle du théâtre d'Orange a ouvert les voies à d'autres projets archéologiques. Tout d'abord, Titien Bartette, archéologue au sein de l'[ISCD](#) a pu restituer une partie du décor du front de scène (voir fig. 3.4). Celui-ci peut désormais enrichir le maillage du bâtiment afin de poursuivre les études. En parallèle, le projet SONAT visant à produire des tableaux audio-visuels du théâtre restitué est né. Il a permis à Sébastien Le Gall de travailler sur le graphisme du modèle 3D pour une diffusion grand public (voir fig. 3.5)⁸. L'application de matériaux, et notamment de matériaux texturés, permet de donner du réalisme à une scène. Pour certains éléments, il est nécessaire de modeler les formes pour créer des motifs en relief. Pour d'autres, le simple fait de plaquer une image permet de décorer une surface. Il est alors possible de déformer la surface de l'objet d'après les motifs de l'image plaquée. L'outil de "displacement", par exemple, creuse l'objet selon les niveaux de gris de l'image. Une autre méthode permet simplement d'influencer l'éclairage de la surface et donner l'illusion de relief. Il s'agit d'utiliser les "normales maps" qui, à partir d'une image [RVB](#), fournit l'information d'élévation et d'inclinaison de la surface au moteur de rendu. Cette dernière solution permet d'améliorer considérablement le réalisme sans augmenter le poids du maillage. Les images de la figure 3.5 sont les premiers rendus permettant de présenter le théâtre au grand public. Elles sont issues de vidéos fournies à France 3 pour l'émission "Des Racines et des Ailes".

7. [BARTETTE et al.], T. Bartette]

8. [BARTETTE et al.], S. LeGall]



(a) Le théâtre d'Orange texturé vu de la *porticus in summa cavea*.



(b) Le théâtre d'Orange texturé vu de la scène.

FIGURE 3.5 – Le théâtre d'Orange texturé et éclairé pour la présentation grand public.

Conclusion

Nous constatons que l'engouement actuel autour de la 3D ne relève pas d'un simple enjeu de divertissement, mais possède une réelle force heuristique. Bien que le procédé de modélisation soit très ancien, notamment la représentation par maquette réduite qui fut particulièrement marquante dans le monde archéologique, on constate que les méthodes numériques ouvrent de nouveaux horizons à la science. "La modélisation 3D rend compte de ce qui est connu d'un sujet, et surtout de ce qui est inconnu, car elle force le chercheur à s'intéresser à l'ensemble des éléments d'une construction. [...] Un modèle 3D peut tenir lieu de résumé de la connaissance sur un sujet et constituer une excellente synthèse de ce qui est connu et inconnu"⁹. En effet, ce travail sur le théâtre antique d'Orange révèle que la création d'une maquette numérique scientifique doit passer par une très large étude documentaire. En outre, les monuments vivent dans le temps de même que leur méthode d'analyse. C'est pourquoi les diverses sources de ce projet comportaient un certain lot de divergences et d'approximations imposant une part de subjectivité à la restitution. Tout au long de la modélisation, des choix ont été fait et des partis ont été pris mais ceux-ci sont toujours accompagnés de leurs justifications. Il est indispensable que chaque cote du document puisse être reliée à sa source afin de connaître de manière non équivoque le crédit que l'on peut y apporter. Restituer un monument antique de manière exacte semble parfaitement utopique puisque, par définition, chaque hypothèse de restitution sera toujours contestable. Par ailleurs, cette modélisation a été conçue et pensée dans l'objectif de rendre le modèle vivant. Ainsi, l'utilisation de **modificateurs** permet une modification rapide et efficace des paramètres sans pour autant altérer définitivement la géométrie des objets. Chaque sous ensemble peut-être étudié et remanié séparément, rendant la maquette utile et exploitable pour de nouveaux projets.

Cela ouvre de nombreuses questions comme : comment stocker et partager ces données archéologiques ? Quels sont les droits d'accès ? Comment faire travailler différentes équipes, chacune avec ses propres sujets d'études, à partir d'une maquette de base commune ? Un modèle numérique est-il valable et exploitable sans un compte rendu détaillé sur sa construction ? Il semble qu'un tel condensé d'informations doit donc être considéré avec beaucoup d'attention et archivé avec grand soin.

Nous comprenons également qu'un projet de ce type fait appel à des compétences techniques très variées telles que l'infographie, l'ingénierie ou l'archéologie. Ainsi, il est indispensable pour mener à bien ce type de travail de s'entourer d'experts dans ces différentes disciplines, notamment pour pouvoir assurer une transmission viable de l'outil numérique. "Le travail de restitution d'un site archéologique majeur est devenu un travail d'équipe et ne peut plus être le fait d'un seul individu."¹⁰. Cette communication interdisciplinaire est aussi une difficulté non-négligeable sous-jacente à ce projet. Nous allons d'ailleurs voir dans la suite de ce document que la pluridisciplinarité va encore plus loin en s'ouvrant au vaste monde de l'acoustique.

9. [ROCHELEAU, 2010, p. 249]

10. [VERGNIEUX, 2005, p. 158]

Références

- ASSELINEAU. XIX^e siècle, «Vue intérieure du théâtre», Musée d'Art et d'Histoire d'Orange. 6
- BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013a, «Le théâtre d'Orange - Rapport final d'opération - Planches», PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. 8, 12, 13, 15, 17, 23, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 38, 42, 43, 44
- BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013b, «Le théâtre d'Orange - Rapport final d'opération - Texte», cahier de recherche. PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. 8, 10, 12, 15, 16, 21, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 40
- BADIE, A., J.-C. MORETTI et D. TARDY. 2007, «Pouvoir du théâtre et théâtre du pouvoir. Nouvelles recherches sur le théâtre d'Orange», *Archéopages*. 1, 5
- BARTETTE, T., E. ROSSO et S. L. GALL. «L'apport de l'imagerie numérique à l'étude et à la restitution du théâtre antique d'Orange et de son décor», . 47
- BLENDER. 2017, «Manuel Blender», URL <https://docs.blender.org/manual/fr/dev/>. 22
- BOISSIER, G. «article MIMVS», *Dictionnaire des Antiquités grecques et romaines*. 11
- BOURDEREAUX. «Vue d'ensemble du théâtre d'Orange», URL <http://www.orange-tourisme.fr>. 8
- CARISTIE, A. 1856, «Vue de la scène avant le déblaiement», Médiathèque de l'Architecture et du Patrimoine de Charenton. 6
- CULTURESPACES. «Théâtre d'Orange», URL <http://theatre-antique.com>. 5
- DUCAROY, A. et A. AUDIN. 1960, «Le rideau de scène du théâtre de Lyon», *Gallia*, vol. 18, n° 1, p. 57–82. 10
- FLEURY, P. et S. MADELEINE. 2007, «Réalité virtuelle et restitution de la Rome antique du IV^e siècle après J.-C», *Histoire urbaine*, vol. 1, n° 18, p. 157–165. 21
- FORMIGE, J. 1916, «Observations sur le théâtre romain d'Orange», *Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, vol. 5, p. 455–458. 10, 11, 35
- FORMIGÉ, J. 1923, *Remarques diverses sur les théâtres romains, à propos de ceux d'Arles et d'Orange, Sujets divers d'érudition*, vol. 13, Académie des inscriptions et belles-lettres de l'Institut de France. 5, 9, 10, 11, 12, 17, 35

GOLVIN, J.-C. 2005, «L'image de restitution et la restitution de l'image», dans *Cours de Tunis*, vol. 1. [20, 23](#)

LACHAUX, J. C. 1970, «Théâtres et amphithéâtres d'Afrique proconsulaire», *Aix-en-Provence : Diffusion Édisud*. [35](#)

LUCRÈCE. Traduction 1899, *De natura rerum, Société d'éditions littéraire*, vol. Livre IV, André Lefèvre. [42](#)

MORETTI, J.-C. 1993, *Étude sur la nomenclature grecque de l'architecture théâtrale. ΠΕΤΑΣΟΣ et la dénomination grecque des vélums*, vol. 2, Anatolia Antiqua. [9](#)

PLINE. Traduction 1848-1850, *Histoire Naturelle*, vol. XIX, Émile Littré. [17](#)

ROCHELEAU, M. 2010, «La modélisation 3D comme méthode de recherche en sciences historiques», dans *Actes du 10e colloque international étudiant du département d'histoire*. [20, 49](#)

ROUMÉGOU, A. et M. PROVOST. 2009, *Carte archéologique de la Gaule*, Académie des Inscriptions et Belles-Lettres Ministère de l'Education Nationale, Ministère de la Recherche Ministère de la Culture et de la Communication Académie des Inscriptions et Belles-Lettres Ministère de l'Education Nationale, Ministère de la Recherche Ministère de la Culture et de la Communication. [6](#)

VERGNIEUX, R. 2005, «Archéogrid : vers un conservatoire national des données», dans *Virtual Retrospect*, p. 157–162. [49](#)

VITRUVE. Traduction 1847, *De l'architecture*, vol. V, M. Ch.-L. Maufras. [5, 10, 11, 17, 29](#)

WIKIPÉDIA. 2017, «Epsilon d'une machine», URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Epsilon_d'_une_machine. [20](#)

Deuxième partie

Calculs acoustiques

Introduction

Dans cette partie, nous allons traiter d'acoustique, d'algorithme et de mathématiques. Chacune de ces disciplines permettra de répondre aux questions suivantes : Pourquoi ? Quoi ? Comment ? Voyons donc ces problématiques une par une.

Maintenant que nous disposons d'une maquette virtuelle du théâtre d'Orange, l'objectif de notre projet est d'en étudier l'acoustique. Nous souhaitons simuler, étudier et écouter le son qui était perçu dans ce lieu il y a deux mille ans. En outre, nous avons vu que les restitutions de certaines parties du théâtre étaient plus ou moins hypothétiques. Nous voulons comparer différentes tentatives de restitution et en mesurer l'impact visuel mais également auditif. Les rares écrits antiques et les récentes études acoustiques sous-entendent que les Romains, et avant eux les Grecs, se basaient sur la physique des matériaux et la géométrie des monuments pour optimiser la propagation sonore. En outre, les moyens d'analyse deviennent également une problématique. Comment visualiser des résultats acoustiques ? Peut-on, par une écoute d'un signal sonore, conclure des résultats de manière non-équivoque ? Peut-on trouver des méthodes ergonomiques d'analyse ? Nous allons donc tenter d'apporter notre pierre à l'édifice au sujet de ces questions.

Cet objectif nous a amené à développer un outil de calcul numérique répondant à des problématiques précises. Il complète ainsi la première partie de notre projet en s'interfaisant directement au logiciel *Blender* qui a permis la modélisation visuelle. Nous pourrons alors facilement étudier la maquette virtuelle du théâtre d'Orange précédemment présentée grâce à un environnement de travail unique. Néanmoins, il est important de noter que cet outil est générique. Il pourra donc être utilisé sur différents types de problèmes. Dans cette partie nous verrons quelle méthode de calcul a été développée et les raisons qui ont poussé à faire ce choix. D'un point de vue technique, le théâtre d'Orange est un problème complexe car le maillage comporte plusieurs centaines de milliers d'éléments et sa géométrie peut inclure des surfaces concaves, convexes ou toutes sortes d'obstacles. Les outils présents sur le marché ont des limites par rapport à ce cas d'utilisation. Par ailleurs, l'une de nos contraintes est d'obtenir des résultats sur l'acoustique selon différentes géométries du bâtiment et divers matériaux. Il faut donc pouvoir effectuer les calculs dans un temps relativement court afin de multiplier les configurations. C'est pourquoi un outil adapté à ce cahier des charges a été développé pendant ce projet.

Tout code informatique présente une part de calcul, et qui dit calcul, sous-entend mathématiques. Ainsi, nous verrons les méthodes et techniques mathématiques qui ont permis de développer ce programme. Nous détaillerons les notions de lancer de rayons statistique, de sources images spatialisées et de réponse impulsionale. Aussi, nous verrons comment sont optimisées les performances par un procédé de "*divide and conquer*" utilisant des *octrees*. Cette optimisation mathématique est indispensable au traitement d'un cas complexe comme le théâtre d'Orange.

Pour commencer cette partie, nous ferons un tour d'horizon de la physique de l'acous-

tique et plus concrètement dans le cas qui nous concerne, de l'acoustique de salle. Différentes méthodes permettant d'étudier les lois acoustiques seront présentées ainsi que leurs limites. Nous détaillerons alors les principes physiques utilisés pour notre algorithme avant de passer à la présentation de son architecture. Un chapitre est consacré à la validation de l'algorithme en utilisant notamment des méthodes analytiques. Nous finirons par détailler l'utilisation du logiciel et présenterons les différents paramètres acoustiques que ce dernier permet de calculer. Cette partie présente donc l'outil dans son contexte général, l'application au théâtre d'Orange sera faite dans la partie suivante.

Chapitre 4

Acoustique de salle

« *La musique, c'est 50% d'un film.* »

Georges Lucas

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| 4.1 Généralités sur l'acoustique de salle | 58 |
| 4.1.1 Notion de réverberation | 58 |
| 4.1.2 Notion de flux d'intensité acoustique | 59 |
| 4.1.3 Absorption atmosphérique | 61 |
| 4.2 Méthodes de calcul acoustique | 63 |
| 4.2.1 Principe statistique | 64 |
| 4.2.2 Méthodes de résolution aux dérivées partielles | 65 |
| 4.2.3 Méthodes géométriques | 67 |

4.1 Généralités sur l'acoustique de salle

4.1.1 Notion de réverberation

L'acoustique de salle est une discipline à part entière qui consiste principalement à étudier la réponse d'une pièce excitée par des ondes sonores. Le principe de cette étude est le suivant : il s'agit en général de placer une source sonore ponctuelle à l'intérieur d'une salle, fermée ou non, et de la faire rayonner. L'onde se propage alors jusqu'aux parois et subit un phénomène de diffusion. Elle est définie par J. Jouhaneau comme "le résultat de tous les changements de direction des ondes sonores"¹. Elle peut alors se décomposer en une combinaison de trois phénomènes : la réflexion, la réfraction et la diffraction (fig. 4.1). Par réfraction on entend la notion d'absorption suivant les lois de Descartes lors de la propagation entre deux milieux. La diffraction, quant à elle, opère lorsque la longueur d'onde est proche de la taille de l'obstacle rencontré. L'interaction entre une onde sonore et une paroi ou un obstacle dépend donc de leur forme et la nature de leur matériau.

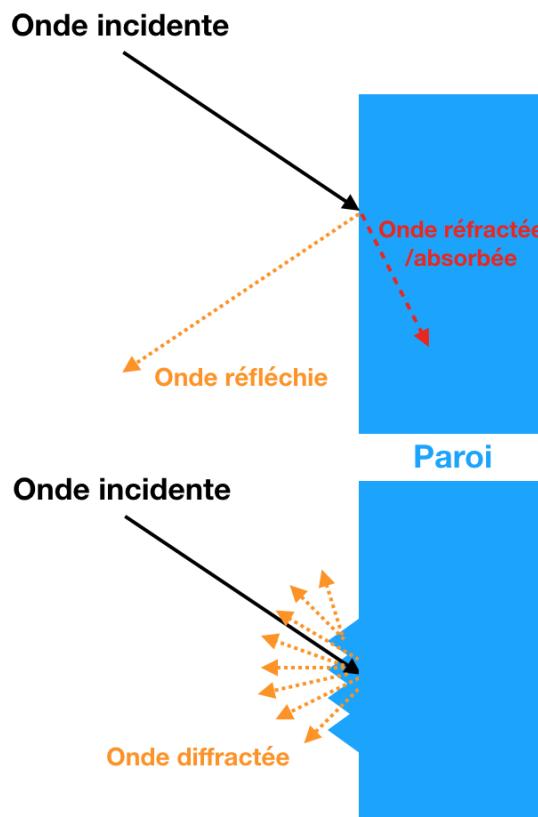


FIGURE 4.1 – Les différents comportements d'une onde lorsqu'elle rencontre une paroi.

En se plaçant en un point à l'intérieur de la salle, on pourra alors recevoir un signal sonore comme étant la somme d'un champ direct et d'un champ réverbéré. Le son direct provient directement de la source sans avoir touché aucune surface. Le son réverbéré se décompose classiquement en deux catégories : les premières réflexions dont l'ensemble forme la texture du son et le champ diffus qui peut être assimilé à une somme infinie d'ondes se propageant dans toutes les directions². On comprend alors que les principaux

1. [JOUHANEAU, 1997, p. 3]
2. [JOUHANEAU, 1997, p. 9]

facteurs qui vont influer sur l'acoustique perçue dans une salle sont : la source sonore, le milieu de propagation et la nature des parois et des obstacles.

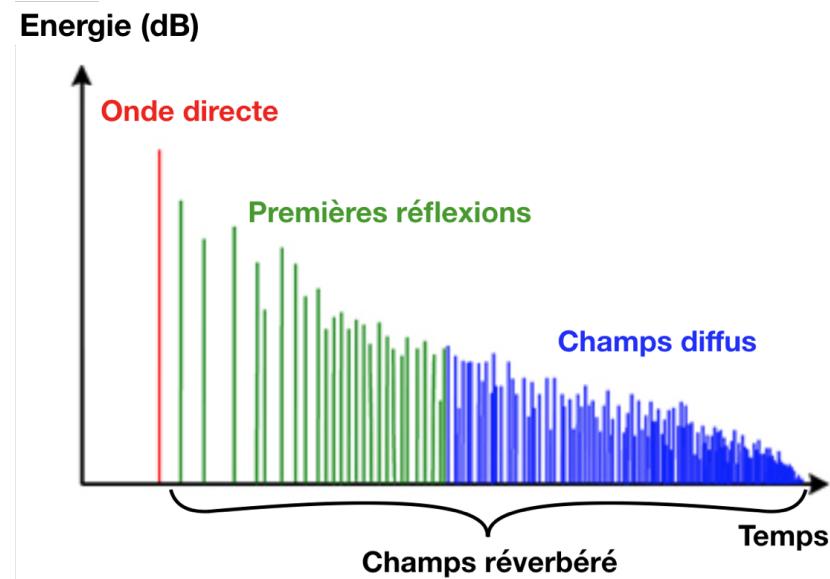


FIGURE 4.2 – Réponse temporelle typique d'une impulsion sonore dans une salle.

La figure 4.2, illustrant la **réponse impulsionale d'une salle, ou Room Impulse Response (RIR)**, montre que l'information perçue est une succession d'ondes sonores arrivant décalées dans le temps. Si l'écart entre ces ondes est long, alors l'auditeur pourra les différencier et entendra un phénomène d'écho. Au contraire, si l'écart est suffisamment petit et que les ondes sont mélangées au moment d'arriver à l'auditeur, alors celui-ci n'entendra qu'un son prolongé dont l'intensité diminue. Il s'agit de la réverbération³.

4.1.2 Notion de flux d'intensité acoustique

On définit par intensité acoustique la puissance transportée par les ondes sonores, par unité de surface, mesurée perpendiculairement à la direction de ce transfert⁴. Cette notion permet d'étudier le son perçu par les humains en la reliant à la pression acoustique qui va s'exercer de proche en proche dans l'air jusqu'à atteindre le tympan. Ainsi, la puissance sonore transportée par l'onde acoustique sera mesurable en un point de l'espace. Toute la puissance sonore mesurée en un point a une origine dans un flux d'énergie provenant d'une ou plusieurs directions identifiables. L'intensité acoustique mesure le flux résultant de ces transferts.

L'intensité acoustique est un vecteur ayant pour origine le point de mesure et sa direction (\vec{d}) est celle du vecteur vitesse de l'onde. On peut l'écrire comme la moyenne dans le temps de l'intensité acoustique instantannée :

$$\vec{I}(\vec{d}, t) = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot \vec{v} dt, \quad (4.1)$$

avec :

- p : la pression acoustique exprimée en $N.m^{-2}$ ou Pascal (Pa),

3. [SABINE, 1900, p. 39]

4. [CEI, 2015, IEC 60050]

- \vec{v} : le vecteur vitesse.

Le **niveau de pression acoustique ou SPL (Sound Pressure Level)** équivaut à la valeur efficace de la pression acoustique par rapport à une valeur de référence ($20\mu\text{Pa}$). On utilise, plutôt que le rapport brut, le décibel, qui représente dix fois son logarithme décimal. Ce repère a été choisi parce que, tout en étant simple et utilisant des nombres ronds, un décibel (une variation de 12 %) représente à peu près la plus faible variation de pression acoustique que les humains puissent distinguer. Le niveau de référence correspond à la pression acoustique (dont l'intensité est de 1pW/m^2) au seuil de la perception humaine. On obtient ainsi un repère pratique où tous les niveaux sont des nombres positifs. On a alors :

$$L_p = 10 \log_{10} \left(\frac{p_{eff}^2}{p_{ref}^2} \right), \quad 5 \quad (4.2)$$

avec :

- L_p : le niveau de pression acoustique en dB,
- p_{eff} : la valeur efficace de pression RMS,
- $p_{ref} = 20\mu\text{Pa}$: la référence de pression sonore.

Le flux de l'intensité acoustique instantanée à travers une surface $\gamma(t)$ donnée correspond à l'énergie acoustique $E(t)$ transférée à travers cette surface, à l'instant considéré :

$$E(t) = E_0 \int_{\gamma(t)} \vec{I}(t) \cdot d\vec{S} \quad \forall t > 0. \quad (4.3)$$

L'acoustique suit le premier principe de la thermodynamique selon lequel il y a conservation d'énergie au cours du temps. Ainsi, pour une source sonore ponctuelle, si l'on néglige les effets de pertes liés à l'absorption du milieu de propagation, on a :

$$\int_{S(t)} \vec{I}(t) \cdot d\vec{S} = 1 \quad \forall t > 0. \quad (4.4)$$

Après intégration sur la surface sphérique $S(t)$, nous pouvons écrire l'intensité acoustique infinitésimale telle que :

$$\begin{aligned} \vec{I}(t) &= \frac{\vec{d}(t)}{4\pi d(t)^3} \quad \forall t > 0, \\ ||\vec{I}(t)|| &= \frac{1}{4\pi d(t)^2} \quad \forall t > 0, \end{aligned} \quad (4.5)$$

On comprend que l'intensité décroît comme le carré de la distance et qu'une portion d'énergie considérée va donc être portée par un angle solide (voir fig. 4.3). Ainsi, si à une distance d , l'énergie est répartie sur la surface a^2 , alors, à une distance $2d$, l'énergie sera répartie sur $(2a)^2$. Elle se répartit donc sur une surface proportionnelle au carré de la distance. Sur une portion de $S(t)$ l'énergie est portée par un angle solide Ω_S tel que :

$$E_S(t) = E_0 \int_{S(t)} \frac{1}{4\pi d(t)^2} dS = \frac{E_0}{4\pi} \Omega_S. \quad (4.6)$$

Cela traduit le fait que l'énergie d'un angle solide est constante au cours du temps et correspond à une portion de l'énergie initiale E_0 .

5. [WIKIPÉDIA, c, Sound pressure level]

6. Wikipédia - Intensité acoustique : schéma de flux

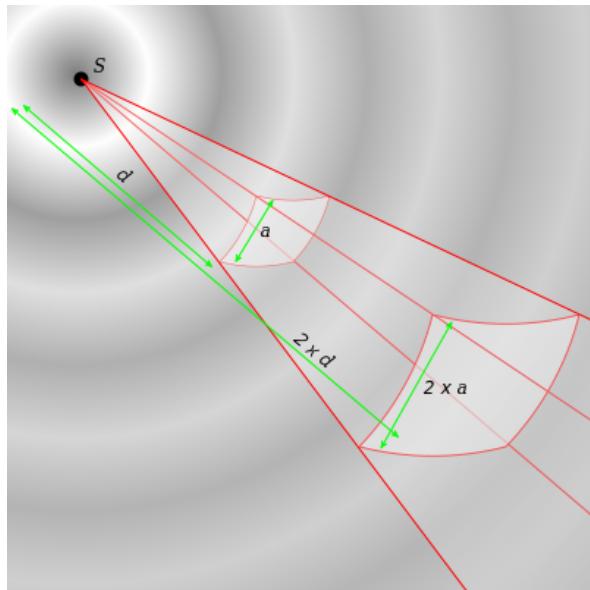


FIGURE 4.3 – Représentation de la répartition du flux énergétique dans la propagation d'une onde sphérique⁶.

4.1.3 Absorption atmosphérique

Pour se rapprocher d'un modèle réaliste de propagation d'onde, il est important de prendre en compte l'absorption atmosphérique. Ce phénomène est dû à la viscosité et la conduction thermique du milieu ainsi qu'à l'absorption des molécules. Ces effets vont provoquer une décroissance exponentielle de l'énergie d'onde⁷. Selon la distance parcourue dans l'air, l'intensité acoustique subit une atténuation en fonction de trois facteurs principaux : la température, l'humidité et la pression. La température et la pression atmosphérique de référence sont respectivement de 20°C et 101,325 kPa⁸. Le coefficient d'atténuation dépend de la fréquence du son et peut être obtenu d'après les formules analytiques de la norme ISO-9613-1. Ces formules (assez complexes) ont été obtenues à l'aide de tables de mesures expérimentales.

Tout d'abord, nous calculons le facteur d'humidité h correspondant à la concentration molaire de vapeur d'eau⁹ :

$$C_h = 4,6151 - 6,8346 \times \frac{273,15^{1,261}}{T},$$

$$h = h_r \times 10^{\frac{C_h}{P_r}},$$

avec :

- T : La température en Kelvin,
- P_r : La pression relative telle que $P_r = \frac{P_a}{101,325}$, avec P_a la pression absolue,
- h_r : L'humidité relative mesurée en %.

7. [JOUHANEAU, 1997, p. 68-70]

8. International Standard Atmosphere

9. [ISO-9613-1, 1993, Annexe B, B.1]

Nous exprimons ensuite les fréquences de relaxation de l'oxygène et de l'azote ¹⁰ :

$$fr_O = P_r \times \left(24 + \frac{40400 \times h \times (0,02 + h)}{0,391 + h} \right),$$

$$fr_A = \frac{P_r}{\sqrt{T_r}} \times \left(9 + 280 \times h \times \exp^{-4,17 \times (\frac{1}{\sqrt{T_r}} - 1)} \right),$$

avec :

- T_r : La température relative à 20°C $\left(\frac{T}{293,15}\right)$,
- f : La fréquence en Hz.

Nous pouvons alors exprimer le coefficient d'absorption de l'air "m" (en dB/m) en fonction de la fréquence ¹¹ :

$$m_{(dB/m)} = 8,686 \times f^2 \times \left(\frac{1,84 \times 10^{-11}}{P_r} \times \sqrt{T_r} + T_r^{-\frac{5}{2}} \times \left(0,01275 \times \frac{\exp^{-2239,1}}{fr_O + \frac{f^2}{fr_O}} + 0,1068 \times \frac{\exp^{-3352}}{fr_A + \frac{f^2}{fr_A}} \right) \right).$$

On obtient le facteur final (en m^{-1}) par la formule :

$$m = 10 \log_{10} \left(\frac{m_{(dB/m)}}{10} \right) - 1. \quad (4.7)$$

Notons tout de même que l'on aurait pu utiliser une formule simplifiée issue de la norme AFNOR S.30 009 qui donne des résultats similaires entre 20 et 80% d'humidité relative ¹² :

$$m = \frac{0,0275}{h} \times \left(\frac{f}{1000} \right)^{1,7}. \quad (4.8)$$

Néanmoins cette norme étant obsolète depuis 2016 et les résultats étant légèrement différents (voir fig. 4.4), nous optons pour la norme ISO-9613.

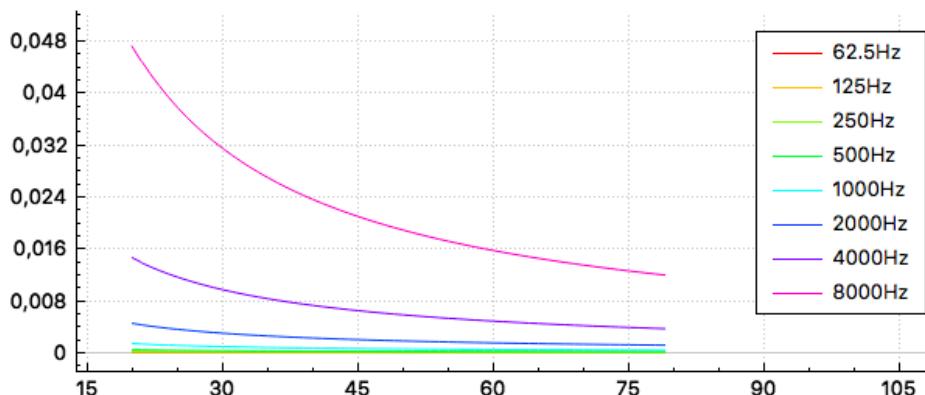


FIGURE 4.4 – m(h) - Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes fréquences d'après l'équation (4.8).

L'énergie de l'onde acoustique est ensuite déterminée par la formule suivante :

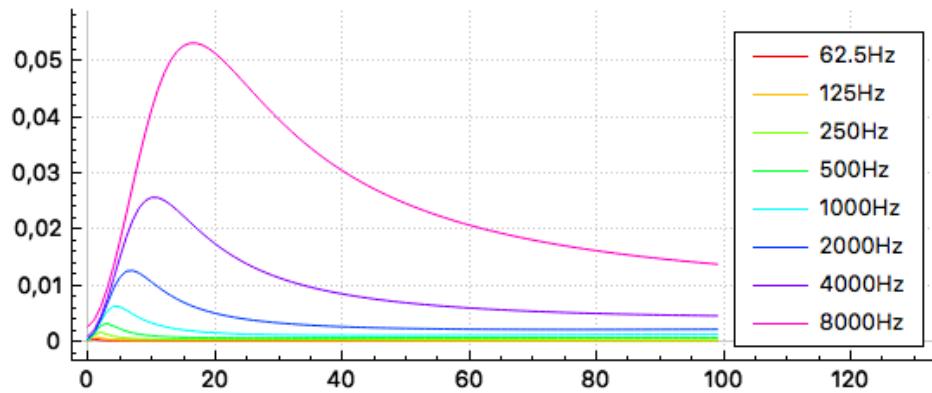
$$E = E_0 e^{-m.d}, \quad (4.9)$$

avec :

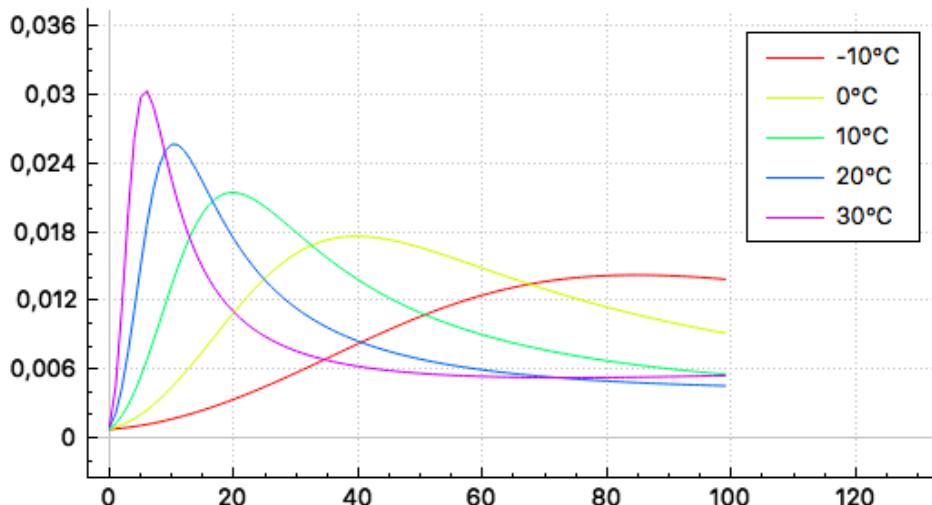
10. [ISO-9613-1, 1993, 6.2, eq. 3 et 4]
11. [ISO-9613-1, 1993, 6.2, eq. 5]
12. [JOUHANEAU, 1997, p. 68-70]

- E_0 : l'énergie initiale,
- d : la distance parcourue par l'onde.

Cela permet de représenter l'absorption atmosphérique en fonction de la température et l'humidité pour différentes fréquences (voir fig. 4.5). On constate notamment que les basses fréquences sont très peu absorbées par l'atmosphère tandis qu'à partir de 2kHz l'absorption devient significative.



(a) $m(h)$ - Absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes fréquences.



(b) $m(h)$ - Absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) pour différentes températures.

FIGURE 4.5 – Courbes d'absorption de l'air en fonction de l'humidité relative (%) (ISO-9613).

4.2 Méthodes de calcul acoustique

Le calcul de l'acoustique d'une salle peut se faire selon différentes méthodes. Nous allons succinctement en présenter quelques-unes afin d'en dégager les grands principes et les limites.

4.2.1 Principe statistique

P. E. Sabine écrit en 1932 "Acoustics and architecture"¹³ en reprenant les principes de son homonyme W. Sabine. Ce dernier décrivait 20 ans plus tôt des protocoles de test pour mesurer des temps de réverbération dans les salles. P. E. Sabine considère que la réverbération suit un modèle purement statistique. De son point de vue, la densité d'échos à prendre en compte est suffisamment importante pour considérer le phénomène comme pseudo-aléatoire¹⁴. Il suppose ainsi que l'énergie sonore et le temps de réverbération sont uniformes en tout point de la salle. Il exprime la notion de libre parcours moyen en ces termes : "Pour former l'image 2D des réflexions dans une salle, on peut imaginer une boule de billard lancée au hasard sur une table et noter la variation des longueurs des trajets entre deux impacts successifs. (...) La distance moyenne de ces longueurs peut être assimilée au libre parcours moyen d'une onde sonore dans la salle"¹⁵. Ces considérations permettent d'exprimer le temps de réverbération à 60dB (RT₆₀) en fonction du volume de salle et de l'absorption des parois, comme par exemple, dans la formule dite "de Sabine"¹⁶ :

$$RT_{60} = \frac{k \cdot V}{A}, \quad (4.10)$$

avec :

- $k \approx 0,163$,
- V : le volume de la salle,
- A : l'aire d'absorption équivalente.

Le paramètre A peut s'exprimer de la façon suivante :

$$A = \sum_{i=1}^N S_i \alpha_i + 4mV,$$

où :

- α est le coefficient d'absorption de la i^e paroi,
- m est l'amortissement du milieu (par exemple l'air),
- S_i est la surface de la i^e paroi,
- N est le nombre total de parois.

Diminuer le volume sonore de 60dB garantit de passer en dessous du seuil audible (voir section 4.1.2) c'est pourquoi cette limite est classiquement utilisée. La théorie de Sabine, est encore aujourd'hui couramment employée par les acousticiens des salles. Pourtant, cette hypothèse dite de "champ diffus" n'est plus vérifiée en pratique dès lors que :

1. le milieu de propagation n'est plus homogène,
2. l'absorption acoustique devient importante,
3. l'absorption acoustique devient non uniforme,
4. la géométrie présente des ouvertures.

13. [SABINE, 1932]

14. [KANDELMAN, 2007, p. 19]

15. [KANDELMAN, 2007, p. 22]

16. [JOUHANEAU, 1997, p. 71-81]

Pour remédier à cela, et notamment au critère sur l'absorption, Eyring propose avec le même modèle théorique une formule qui fournit de meilleurs résultats¹⁷. Celle-ci, précisée dans les années 1920 et utilisée lors la conception acoustique de bâtiments durant leur phase de construction, est valable pour n'importe quel α :

$$RT_{60} = \frac{k \cdot V}{4m \cdot V - S \ln(1 - \alpha)}. \quad (4.11)$$

On constate que pour les faibles valeurs de α , $\ln(1 - \alpha) \approx -\alpha$ et on retrouve la formule de Sabine.

4.2.2 Méthodes de résolution aux dérivées partielles

Des méthodes de calcul consistent à résoudre des équations aux dérivées partielles avec comme conditions aux limites, les parois de la pièce. Elles ont pour avantage de simuler le comportement issu de la physique théorique du champs sonore et sont donc très proches de la réalité. Il s'agit ainsi de mailler le domaine d'étude par des petits éléments surfaciques (**Boundary Element Method - BEM**), volumiques (**Finite Element Method - FEM**) ou sur une grille régulière (**Finite Difference Time Domain - FDTD**). Sur chacun de ces éléments, on pourra calculer la pression acoustique $p(x, y, z, t)$ par résolution de l'équation d'onde de D'Alembert :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad ^{18} \quad (4.12)$$

où c est la célérité de l'onde. Pour cela, il faudra se placer dans les conditions de l'acoustique linéaire¹⁹ telles que :

- l'air est un fluide parfait,
- la température et la pression restent constantes,
- la vitesse macroscopique du fluide est faible devant la célérité du son,
- les fluctuations dues aux déplacements d'air sont faibles devant ces valeurs moyennes.

On pourra ensuite définir différentes conditions parois de la salle comme par exemple des conditions de **Dirichlet**, de **Neumann**, ou des les impédances réelles ou complexes. L'équation d'Helmholtz apparaît lorsque l'on cherche des solutions harmoniques de l'équation (4.12) de D'Alembert telles que :

$$p(M) = u(M) e^{i\omega t}, \quad (4.13)$$

avec $\omega = 2\pi f$: la pulsation (rad/s). On a alors :

$$(\Delta + k^2)u(M) = g(M) \quad \forall M \in \Omega, \quad ^{20} \quad (4.14)$$

avec :

- $g(M)$: la distribution des sources,
- k : le nombre d'onde tel que $k = \frac{\omega}{c}$ avec c la célérité du son,

17. [EYRING, 1930, p. 217-241]

18. [KANDELMAN, 2007, p. 10]

19. [JOT, 1992, p. 19]

20. [PREMAT, 2000, eq. 2.1]

- $\Omega \subset \mathbb{R}^n$: le domaine d'étude (voir fig 4.6).

La formule de représentation intégrale permet de résoudre ce problème à partir de la fonction de Green associée :

$$G(S, M) = -\frac{\exp^{ikr(S, M)}}{4\pi r(S, M)}, \quad 21 \quad (4.15)$$

qui est une solution élémentaire pour la source ponctuelle S de l'équation (4.14) de Helmholtz telle que :

$$(\Delta + k^2)G(S, M) = \delta_s(M) \quad \forall M \in \mathbb{R}^3, \quad 22 \quad (4.16)$$

où δ_s est la mesure de Dirac centrée en S .

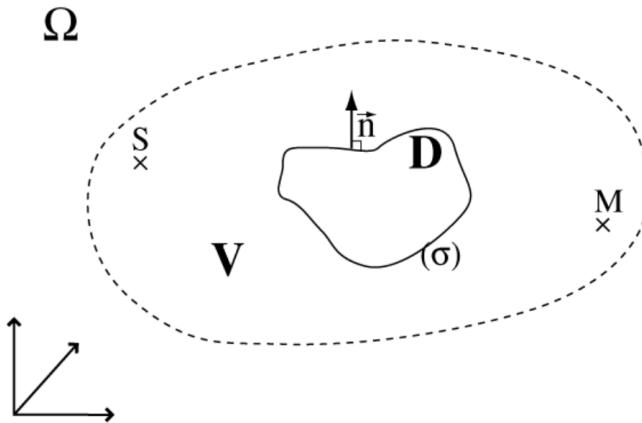


FIGURE 4.6 – Schéma général pour l'établissement de la représentation de Green²³.

Pour que le problème soit bien posé, il faut ajouter des conditions aux limites pour fixer le sens du temps et fermer le système²⁴. Classiquement, on impose la condition de radiation de Sommerfield :

$$r(\partial_r u' + iku') \rightarrow 0 \quad r \rightarrow +\infty, \quad (4.17)$$

avec $u' = u - \frac{u_i}{f}$, u_i étant la pression incidente. On aboutit à une représentation intégrale sur la surface σ du domaine D telle que :

$$u'(M) = p_0(M) - \int_{\sigma} G(S, M) \frac{\partial u'}{\partial n}(S) dS - \int_{\sigma} u'(S) \frac{\partial G}{\partial n}(S, M) dS \quad \forall M \in \Omega. \quad 25 \quad (4.18)$$

Ainsi, si on connaît u et $\partial_n u$ la dérivée normale de u sur la surface σ , on peut calculer $u(M)$ en tout point M de Ω . En acoustique des salles, il est cependant très difficile de calculer u et $\partial_n u$ à cause de la taille des objets et des fréquences à calculer.

21. [PREMAT, 2000, eq. 2.29]

22. [PREMAT, 2000, eq. 2.2]

23. [PREMAT, 2000, fig. 2.1]

24. [AUSSAL, 2014, p. 92]

25. [PREMAT, 2000, eq. 2.6]

4.2.3 Méthodes géométriques

Les méthodes géométriques sont largement utilisées dans le domaine de l'acoustique de salle car elles utilisent des modèles approchés. Cela les rend en général plus faciles à mettre en œuvre que les méthodes de résolution aux dérivées partielles. Elles se basent sur le trajet que parcourt l'onde sonore entre une source et un récepteur (voir fig. 4.7). L'onde, percutant les parois, subit un changement de direction de propagation. Par ailleurs, chaque paroi ou obstacle porte une **impédance** liée à la nature de son matériau qui atténue l'énergie de l'onde réfléchie en fonction de sa fréquence.

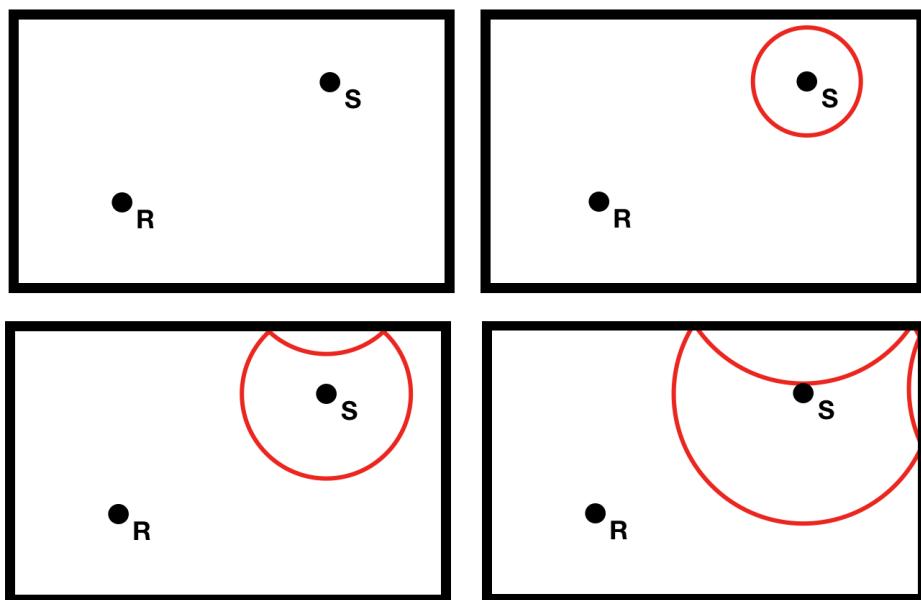


FIGURE 4.7 – Vu 2D de la propagation d'une onde sphérique dans une salle rectangulaire.

En pratique certaines méthodes de calcul permettent de simuler ce comportement. Il existe tout d'abord, la méthode dite de "lancer de rayons" (*ray-tracing*)²⁶ qui est très souvent utilisée dans les logiciels d'acoustique de salle (*Odeon*²⁷, *CATT-acoustic*²⁸, ...). Cette approche suppose que l'énergie sonore émise depuis une source est repartie sur un certain nombre de rayons rectilignes déviés de manière **spéculaire** lors de leur rencontre avec les parois. La mesure d'énergie est alors réalisée par comptage du nombre de rayons qui traversent une sphère transparente. La précision de mesure sera ainsi fonction du nombre de rayons émis et de la taille de la sphère-récepteur. Il peut notamment y avoir beaucoup de perte d'information si le domaine de propagation est complexe²⁹. Il s'agit donc d'une méthode qui permet de simuler les réflexions géométriques sur les parois mais inadaptée pour simuler les effets de diffraction. En effet, pour simuler ces effets il faudrait re-générer un panel de rayons pour chaque réflexion sur une paroi diffractante, ce qui augmenterait exponentiellement le nombre de rayons et donc le temps de calcul. Pour résoudre ce problème, une approche de type "lancer de particules" sert d'alternative au lancer de rayons. Dans ce concept très similaire, lors du contact avec une paroi, la particule sera réfléchie de manière statistique. Par exemple, si α est le coefficient d'absorption de la paroi, alors, la particule aura une probabilité $(1 - \alpha)$ d'être réfléchie et une probabilité α d'être absorbée.

26. [KULOWSKI, 1985, p.449-468]

27. [ODEON, page web]

28. [CATT-ACOUSTIC, page web]

29. [PICAUT, 2005, p. 60]

En ce sens, il est également possible de déterminer, selon une loi de probabilité, l'angle de réflexion et simuler ainsi une "pseudo-diffusion" des matériaux³⁰.

Il existe aussi la méthode dite des "sources-images"³¹ très appréciée pour son approche spatialisée des réflexions sonores. Cette méthode est basée sur la création de sources virtuelles, images de la source réelle, construite par symétrie par rapport aux parois de l'enceinte. La contribution énergétique de chaque source-image est celle habituellement rencontrée dans le cas de la propagation en champ libre, pondérée par le coefficient d'absorption des parois considérées³². Le problème de cette méthode est que l'on génère l'ensemble des sources-images d'une salle et qu'il est ensuite difficile de discriminer celles qui sont perçues et celles qui sont bloquées par des obstacles. Cela est donc plutôt adapté aux pièces de forme concave et vides. Par ailleurs, comme pour le lancer de rayons, les effets de diffraction ne sont pas pris en compte.

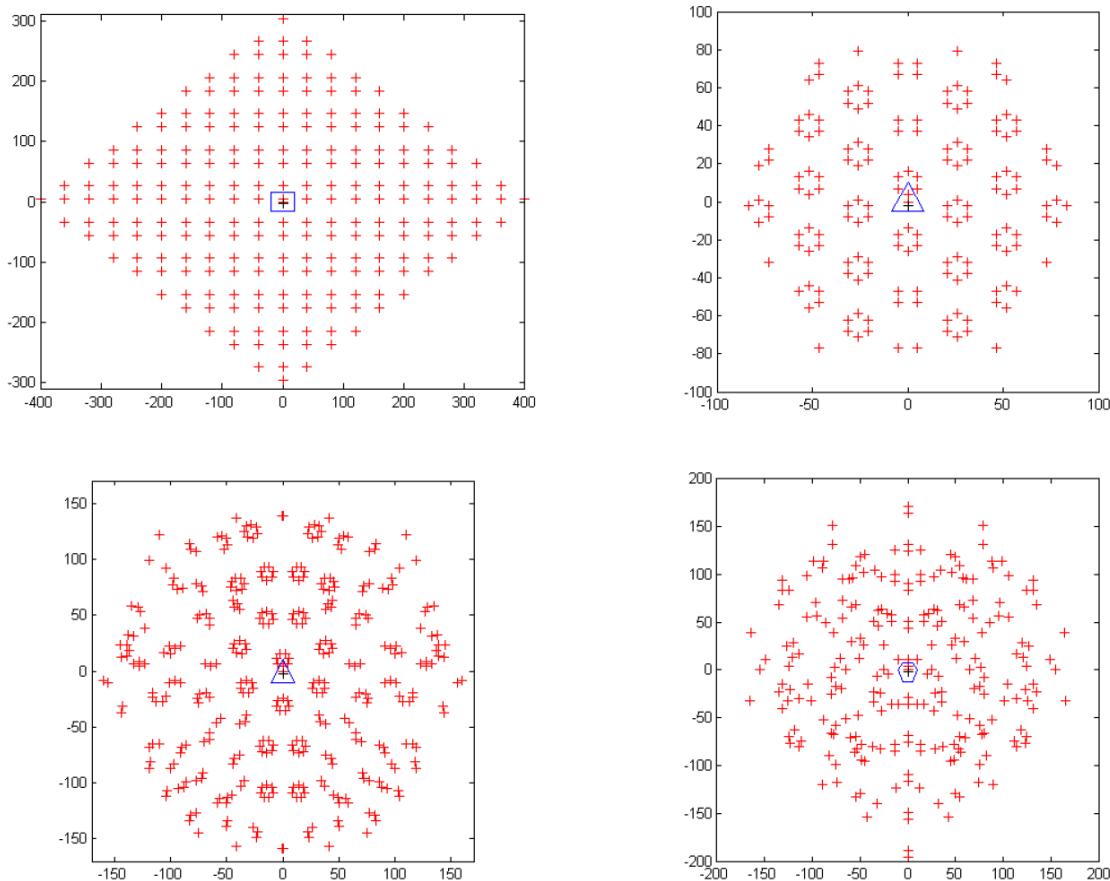


FIGURE 4.8 – Différentes constellations de salle : la densité de sources reste constante³³.

-
- 30. [PICAUT, 2005, p. 62]
 - 31. [JOUHANEAU, 1997, p.6]
 - 32. [PICAUT, 2005, p. 60]
 - 33. [KANDELMAN, 2007, Fig. 61]

Chapitre 5

Développement d'une méthode hybride

« *Quand on aime on ne compte pas...
Ça tombe bien, je suis mauvaise en calcul!* »

Sophie Lesellier

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| 5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée | 71 |
| 5.2 Environnement géométrique | 74 |
| 5.2.1 Maillage de salle et matériaux | 74 |
| 5.2.2 Création d'une boîte englobante | 75 |
| 5.3 Calcul de rayons | 76 |
| 5.4 Calcul de sources-images | 80 |
| 5.5 Génération de réponse impulsionale | 83 |
| 5.6 Auralisation | 84 |

Le projet a pour essence le calcul de l'acoustique du théâtre d'Orange. Cela soulève certaines problématiques qui nous ont poussé à développer une méthode de calcul hybride. En effet, ce cas d'application impose le cahier des charges suivant :

- Pouvoir traiter une salle de grande dimension,
- Pouvoir traiter un volume ouvert,
- Prendre en compte l'absorption atmosphérique,
- Calculer les résultats sur une large plage de fréquences audibles par l'être humain (50-15000Hz),
- Permettre l'étude du déplacement de l'onde sonore dans l'espace.

Par ailleurs, il faut pouvoir s'interfacer au modèle numérique réalisé sous *Blender* et décrit dans la partie I. Pour cela, nous devons rajouter les caractéristiques suivantes au cahier des charges :

- Utiliser un maillage surfacique sans contrainte sur la dimension ou le raffinement des faces.
- Pouvoir traiter plusieurs centaines de milliers de faces en un temps relativement court.
- Pouvoir modifier facilement les coefficients d'absorption des matériaux.

Ces contraintes sont nécessaires afin de rendre l'étude acoustique du théâtre d'Orange (ou de tout type de monument similaire) accessible à des utilisateurs non-spécialistes d'acoustique. Ainsi, la géométrie où la nature des matériaux peut être facilement modifiable et une large série de tests comparatifs peut être menée rapidement. Le but étant de pouvoir tester des hypothèses de restitution sans avoir à multiplier les manipulations entre chaque calcul.

Sachant cela, nous avons dans un premier temps tenté de réaliser des analyses par méthode de résolution aux dérivées partielles (voir section 4.2.2) mais nous avons vite compris que la géométrie de la salle rendrait la résolution très difficile. En effet, le nombre d'éléments que doit comporter le maillage est dépendant de la longueur d'onde¹. Dans un cas comme le théâtre d'Orange où les longueurs se comptent en dizaines de mètres et les fréquences en kilo-Hertz (fréquences audibles), il faudrait raffiner les mailles à l'échelle du millimètre, ce qui généreraient des milliards d'éléments. Ce genre de problème est aujourd'hui particulièrement complexe à mettre en place en raison de la puissance de calcul et l'espace mémoire nécessaire. Par ailleurs la création d'un maillage qui puisse être utilisé pour ce type de calcul représente une difficulté à part entière. Au début du projet, nous avions tenté d'analyser une version très simplifiée du théâtre à des fréquences très faibles. Nous voulions notamment tester l'impact de la forme incurvée des gradins en comparant de manière relative différents maillages. Le raffinement fut effectué à l'aide de l'outil "mmg"² développé en partie à l'[ISCD](#). Les calculs acoustiques ont été fait avec l'outil "Gypsilab"³ développé par le [CMAP](#). En conservant à peu près des dimensions du théâtre et pour de faibles fréquences, nous obtenions déjà plusieurs centaines de milliers d'éléments et des temps de calcul de quelques dizaines de minutes (sur un ordinateur standard). En augmentant la fréquence et donc le raffinement du maillage nous aurions rapidement atteint les limites des machines en terme de mémoire avec des temps de calcul considérables. Or cela ne coïncidait pas du tout avec les objectifs établis. Le constat a alors été que ce type d'étude n'était pas adaptée au cahier des charges.

1. [FUNKHOUSER et al., 2004, p. 740]

2. [DAPOGNY et al., 2004, github]

3. [AUSSAL, github]

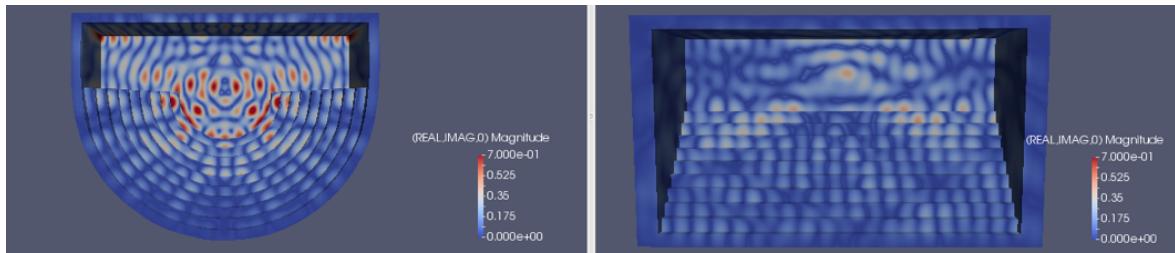


FIGURE 5.1 – Comparaison d'un théâtre simplifié avec gradins coniques ou gradins cubiques par méthode des éléments finis de frontière à 50Hz.

La meilleure option fut de se tourner vers des solutions approchées utilisant des méthodes de calcul de type géométrique. Cela est acceptable en se plaçant dans l'approximation dite "hautes fréquences"⁴, soit typiquement lorsque $ka \gg 1$ (k étant le nombre d'onde et a le diamètre de la salle). La méthode développée, dite "hybride", consiste à propager des rayons à partir d'une source et, à chaque réflexion sur les parois, d'analyser ceux qui traversent une sphère-récepteur pour créer des sources-images. Grâce au temps de parcours des rayons il est alors possible de créer la réponse impulsionnelle de la salle (RIR). Celle-ci pourra finalement être convoluée à un signal audio afin d'écouter le son réverbéré (voir section 5.6).

Le chemin de chacun des rayons permet de situer dans l'espace les sources-images correspondantes, c'est-à-dire les images de la source suite aux diverses réflexions sur les parois. Nous obtenons ainsi une constellation de sources-images portant des énergies atténuées par l'absorption des parois et de l'atmosphère. Cela permet de spatialiser le son, c'est-à-dire de savoir d'où proviennent les différents échos. Grâce à cela il serait alors possible d'écouter le son réverbéré en trois dimensions.

Ce chapitre vise à détailler ce processus. Notons néanmoins que les effets de diffraction ne seront pas traités même si, comme nous l'avons évoqué précédemment au sujet du lancer de particules (voir section 4.2.3), il est possible d'utiliser des lois de probabilité pour répartir les rayons réfléchis selon différentes directions⁵. Nous choisissons néanmoins de ne fonctionner qu'avec des réflexions spéculaires car le sujet de la diffraction est extrêmement vaste et complexe. Il s'agit d'un sujet à part entière que l'on ne traitera pas durant ce projet de thèse mais qui pourra venir l'enrichir par la suite. Les grandes dimensions du théâtre d'Orange (environ 100m de diamètre) et la gamme de fréquences utilisée (62 à 15000Hz) permettent de se placer dans l'approximation "hautes fréquences".

5.1 Notion d'onde sphérique discrétisée

Dans ce développement, nous choisissons d'utiliser des sources omnidirectionnelles, c'est-à-dire qui propagent le son de manière uniforme dans toutes les directions de l'espace. Néanmoins, notons qu'il serait possible d'utiliser d'autres types de source en changeant la répartition des rayons émis. Ces sources sont de type impulsionales. En effet, un signal sonore continu peut-être discréteisé par une suite d'impulsions (c'est d'ailleurs le cas de tout signal numérique qui est échantillonné à une certaine fréquence). Une impulsion étant un signal d'un temps infiniment court, l'énergie émise depuis la source sera répartie sur la surface d'une sphère en expansion comme nous l'avons vu dans la section 4.1.2 (voir fig. 5.2). Seul le flux passant par le récepteur sera capté. Ainsi, l'énergie perçue

4. [PERREY-DEBAINA et al., 2016, p.116]

5. [VORLÄNDER et MOMMERTZ, 2000, p.187-199]

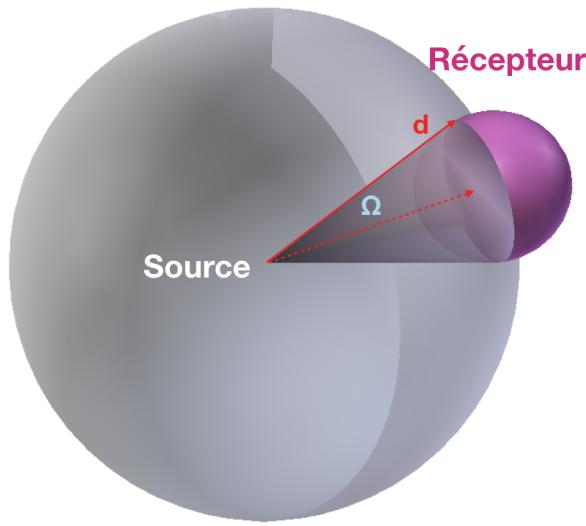


FIGURE 5.2 – Représentation d'une onde sphérique dont une portion d'énergie est mesurée par un récepteur de rayon r . L'angle solide Ω capté est donc celui d'un cône.

est l'intersection entre la sphère d'émission et la sphère de réception. Il s'agit donc d'un angle solide Ω de type conique tel que :

$$\Omega = \frac{S}{d^2}, \quad (5.1)$$

avec :

- Ω : l'angle solide en stéradian (sr),
- S : l'aire de la portion de sphère d'émission interceptée en mètre carré (m^2),
- d : le rayon de la sphère d'émission en mètre (m).

Par ailleurs, pour simplifier les calculs, la propagation de l'onde peut être discrétisée en N rayons émis depuis la source de manière uniforme. Chaque rayon porte l'énergie E_i telle que :

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i(t) = \frac{E_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Omega_i \quad \forall t > 0, \quad (5.2)$$

où Ω_i est l'angle solide élémentaire tel que $\sum_{i=1}^N \Omega_i = 4\pi$.

Le problème de cette approximation est qu'elle induit de l'erreur sur le résultat. En effet, l'information n'est plus portée par un cône mais par des rayons. Toute mesure prise entre deux rayons sera donc impossible. Il faut alors limiter au maximum cette erreur et réduire l'écart entre deux rayons. Il faut ainsi considérer qu'une grande quantité de rayons peut être assimilée à un cône plein. Pour cela, on souhaite connaître la distance au bout de laquelle les rayons sont suffisamment séparés les uns des autres pour être distingués. En se plaçant dans le cas théorique d'une source et d'un récepteur en espace libre, on exprime le temps au bout duquel il est possible de capter moins d'un rayon dans la sphère de mesure. Pour se faire, nous utilisons la formule de l'angle solide d'un cône de révolution⁶ de demi-angle au sommet α :

$$\Omega_i = 2\pi(1 - \cos(\alpha)). \quad (5.3)$$

6. [WIKIPÉDIA, a, Angle solide d'un cône de révolution]

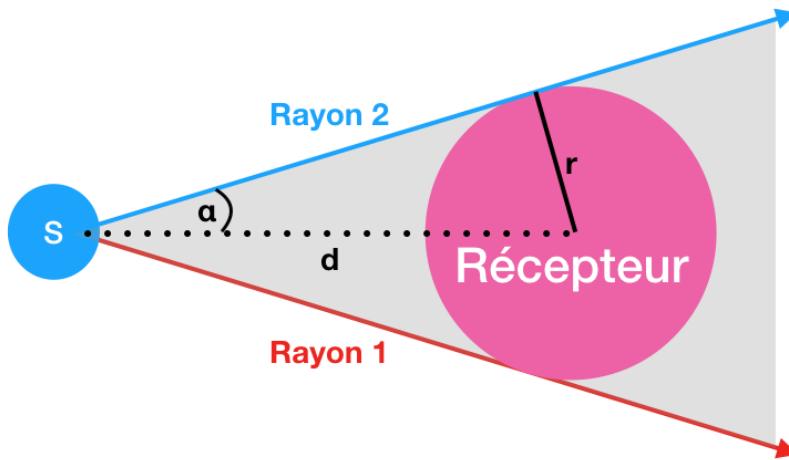


FIGURE 5.3 – Schéma d'un récepteur captant au moins un rayon.

Or, en supposant que tous les angles solides sont égaux, on aura :

$$\Omega_i = \frac{4\pi}{N}, \quad (5.4)$$

et d'après la figure 5.3) :

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}},$$

avec :

- r : le rayon du récepteur,
- d : la distance maximale du récepteur à la source,

En normalisant l'énergie ($E_0 = 1$), on obtient alors :

$$2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2}} \right) = \frac{4\pi}{N},$$

soit :

$$\frac{r}{d} = \frac{2}{N} \sqrt{N - 1}. \quad (5.5)$$

Nous constatons qu'en fixant N (le nombre de rayons total émis depuis la source) et r (le rayon de la sphère de mesure), nous pouvons connaître la distance d au bout de laquelle la probabilité de ne capter aucun rayon ne sera plus nulle. En pratique, pour réduire l'erreur on pourra fixer un nombre n de rayons minimum à capter. Par exemple si on fixe n à 100 rayons, on s'assure que la mesure comprend au moins 100 portions de la sphère énergie et on revient statistiquement à un modèle quasi-continu. Pour établir la nouvelle expression, il suffit de refaire les mêmes calculs en considérant que :

$$\Omega_i = n \frac{4\pi}{N}. \quad (5.6)$$

L'équation (5.5) devient alors :

$$\frac{r}{d} = \frac{2n}{N} \sqrt{\frac{N}{n} - 1} \Rightarrow d_{max} = \frac{Nr}{2n \sqrt{\frac{N}{n} - 1}}. \quad (5.7)$$

Lorsque $N \gg n$ on pourra utiliser l'approximation :

$$d_{max} \approx \frac{r}{2} \sqrt{\frac{N}{n}}. \quad (5.8)$$

Cependant, lorsque d_{max} est grand devant les dimensions de la salle, on peut se permettre d'arrêter la mesure à $n = 1$. Lorsque la taille des rayons augmente, les mesures deviennent moins précises, par contre, leurs énergies sont de plus en plus faibles et on entre dans le champ diffus. Il n'est alors plus vraiment nécessaire d'avoir une mesure très précise.

Dans tous les cas, la réponse impulsionnelle est limitée dans le temps grâce à la distance d_{max} avec n supérieur ou égal à 1. Par exemple pour un récepteur de rayon 2m, un million de rayons et $n = 1$ on aura une distance maximum de 1km; la réponse impulsionnelle s'arrêtera donc à 2,94s. Cependant, les RIR sont en général calculées jusqu'à ce que l'énergie diminue de 60dB. Il s'agit d'un critère d'arrêt classique car, comme expliqué dans la section 4.2.1 il assure de couvrir la plage d'audition humaine. Il faudra alors jouer sur les paramètres N , r ou éventuellement n pour s'assurer de dépasser le **RT₆₀**.

En pratique, le temps de calcul sera très sensible à la valeur de N tandis que la précision dépendra de r et n c'est pourquoi la RIR n'ira pas toujours jusqu'à -60dB ce qui n'impacte pas forcement l'analyse acoustique. Nous verrons de quelle manière lorsque nous présenterons les facteurs perceptifs dans la section 8.2.

5.2 Environnement géométrique

5.2.1 Maillage de salle et matériaux

Comme nous l'avons vu précédemment, nous allons travailler à partir d'un maillage existant, qui sera dans notre cas d'application le théâtre d'Orange (voir partie I) mais qui pourrait être n'importe quel maillage de salle. La méthode se doit donc d'être générique. Cependant notons qu'il sera obligatoire d'avoir des faces triangulaires et que les normales devront être orientées vers l'intérieur de la salle (voir fig. 5.4). Cela sera essentiel pour pouvoir effectuer le calcul d'interaction rayon/face (voir section 5.3).

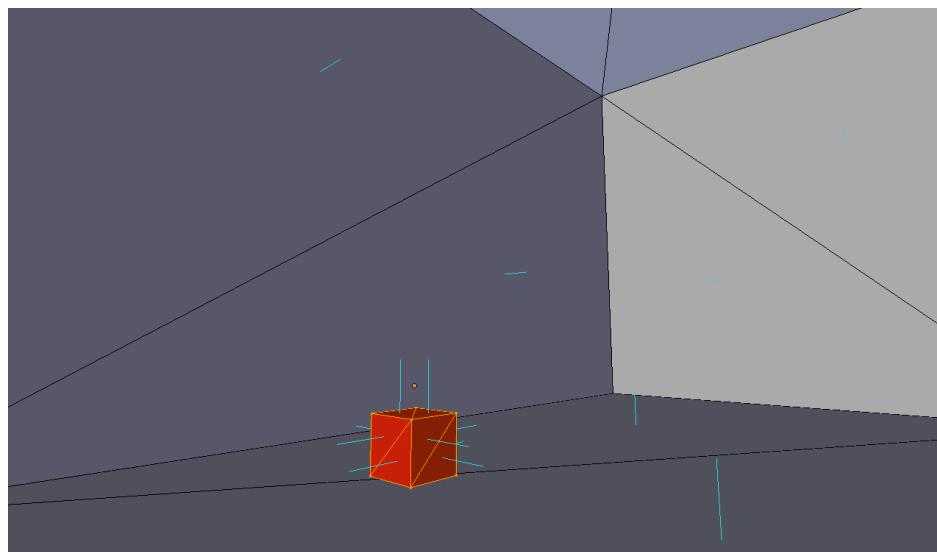


FIGURE 5.4 – Représentation d'un maillages surfacique à faces triangulaires composé d'une salle et d'un obstacle et dont les normales (en bleu) sont orientées vers l'intérieur de la salle.

Chaque face triangulaire est donc considérée comme une paroi à laquelle il faut affecter un matériau. A un matériau on associe huit coefficients d'absorption correspondant aux bandes d'octave : 62,5Hz, 125Hz, 250Hz, 500Hz, 1kHz, 2kHz, 4kHz, 8kHz. Ces huit bandes permettent de couvrir une large plage des fréquences audibles par l'être humain. L'absorption de l'onde sonore dépendra donc de la fréquence et il faudra calculer huit réponses impulsionales.

Il existe de nombreuses bases de données recensant ces coefficients d'absorption pour divers types de matériaux. Elles sont en général créées de manière expérimentale dans un local spécialement aménagé. L'erreur est de l'ordre de 15%⁷. La base que nous utilisons a l'avantage d'être très complète et en libre accès sur le site d'*Odeon*⁸. Les coefficients sont sans unité et correspondent à un ratio d'absorption compris entre 0 et 1. Le tableau 5.1 présente quelques exemples de coefficients d'absorption.

| Référence | Nom du matériau | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|-----------|-------------------------------------|--------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| 1 | 100% absorbent | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 100%reflecting | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 107 | Concrete block, coarse ⁹ | 0.36 | 0.36 | 0.44 | 0.31 | 0.29 | 0.39 | 0.25 | 0.25 |
| 3000 | Hollow wooden podium ¹⁰ | 0.4 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0.17 | 0.15 | 0.1 | 0.1 |

TABLEAU 5.1 – Exemples de coefficients d'absorption de la base de données *Odeon*.

L'énergie d'un rayon ayant été réfléchi par n parois de coefficient d'absorption α_i sera proportionnelle à :

$$E = \prod_{i=0}^n (1 - \alpha_i), \quad (5.9)$$

Notons par ailleurs que l'on définit les sources sonores et les récepteurs par une position ponctuelle dans l'espace et que les récepteurs ont un rayon de mesure (voir section 8.1).

5.2.2 Crédation d'une boîte englobante

La technique de lancer de rayons présente une problématique pour des maillages ouverts. En effet, nous verrons dans la section 5.3 qu'il est préférable que chaque rayon puisse rencontrer une paroi afin d'assurer le bon comptage des rayons et éviter ainsi les erreurs algorithmiques. Or, pour une salle ouverte, comme c'est le cas dans le théâtre d'Orange qui est à ciel ouvert, certains rayons peuvent ne rencontrer aucune face. Pour résoudre ce problème facilement et de manière transparente pour l'utilisateur, douze faces triangulaires sont ajoutées systématiquement au maillage afin de créer une boîte englobante. On assigne à ces faces un matériau 100% absorbant afin de respecter la perte d'énergie provoquée par l'absence de paroi. Par ailleurs, cette boîte ne sera pas en contact avec le maillage mais sera légèrement plus grande. Ceci permet d'éviter qu'une de ces faces ne soit confondue avec une paroi réelle du maillage et que les rayons soient absorbés par la boîte englobante au lieu d'être réfléchis par la paroi.

7. [CARRÉ]

8. [ODEON, Materials]

9. Harris, 1991

10. Dalenbäck, CATT

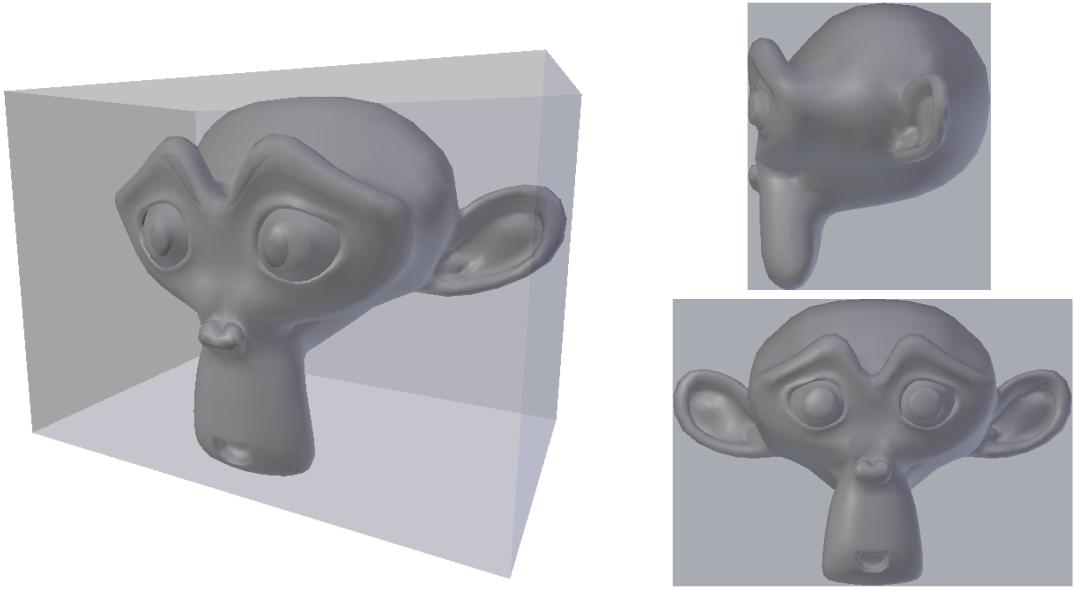


FIGURE 5.5 – Illustration d'une boîte englobant un maillage quelconque (Suzanne).

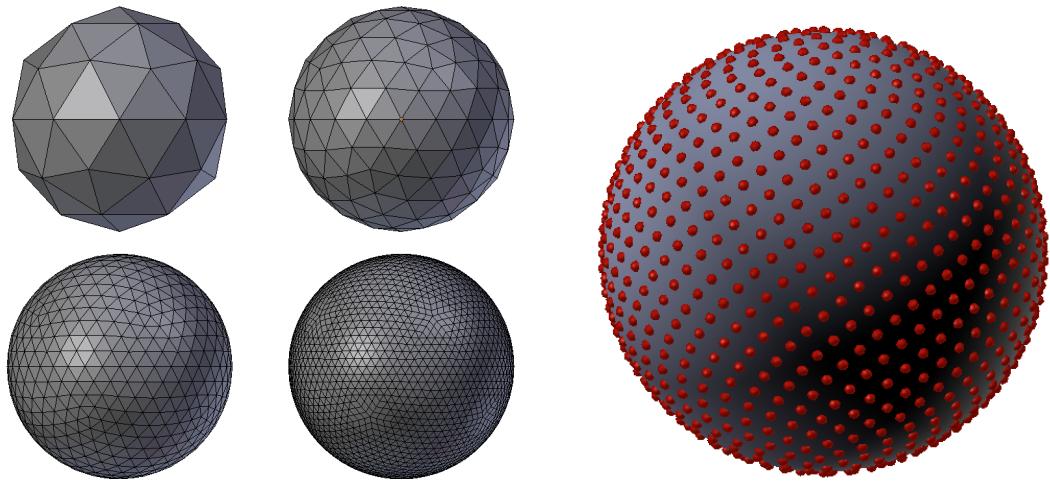
5.3 Calcul de rayons

Le principe de la méthode utilisée est d'émettre depuis une source des rayons se propageant en ligne droite jusqu'à atteindre un triangle du maillage. Il est bon de noter que dans la nature, les ondes sonores peuvent suivre des trajectoires courbes à cause de certains paramètres comme les gradients de température ou la présence de vent. Nous négligerons ces phénomènes et ferons l'approximation que la propagation se fait en ligne droite. Par ailleurs, les sources sonores telles que les instruments de musique ou la voix humaine ne sont pas omnidirectionnelles mais possèdent une répartition de l'énergie qui leur est propre. Comme précisé précédemment, notre étude se place dans le cas général d'une source ayant une répartition uniforme de son énergie dans toutes les directions de l'espace.

Pour générer une émission omnidirectionnelle de rayons, nous avons dans un premier temps évalué l'utilisation d'une "*Ico Sphère*" générée par *Blender*. L'idée est d'utiliser le centre comme origine et chaque sommet pour calculer le vecteur directeur des rayons. En effet, *Blender* propose dans ses objets de base une sphère formée par un icosaèdre régulier. Selon le raffinement voulu, *Blender* découpe chaque segment en son milieu et déforme la surface pour obtenir un modèle sphérique (voir fig. 5.6a). La répartition est donc uniforme puisque l'"*Ico Sphère*" n'est composée que de triangles équilatéraux identiques. Cependant, *Blender* bride ces subdivisions à l'ordre 8, ce qui limite l'"*Ico Sphère*" à 163842 points. Outre le fait que cette manipulation aurait largement ralenti *Blender*, nous souhaitons pouvoir traiter un nombre de rayons bien plus important et de valeur quelconque. Nous utilisons donc une sphère de Fibonacci afin de générer les vecteurs directeurs des rayons (voir fig. 5.6b). Ces sphères présentent l'avantage de pouvoir être construites avec un nombre quelconque N de point répartis quasi-uniformément.

On note $\Gamma = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ le nombre d'or et on construit les points en coordonnées sphériques par :

$$\begin{cases} \theta &= \frac{2\pi \times i}{\Gamma} \pmod{2\pi}, \\ \phi &= \arcsin\left(\frac{2i}{N-1} - 1\right), \end{cases} \quad (5.10)$$



(a) *Ico Sphère* de *Blender* subdivisée 2, 3, 4 et 5 fois.

(b) Sommets d'une sphère de Fibonacci discrétisée en 1000 points.

FIGURE 5.6 – Sphères permettant l'émission omnidirectionnelle de rayons.

avec $i = 0, \dots, N-1$. À partir de ces coordonnées sphériques, on en déduit les coordonnées cartésiennes :

$$\begin{cases} x &= \cos\phi \times \cos\theta, \\ y &= \cos\phi \times \sin\theta, \\ z &= \sin\phi. \end{cases} \quad (5.11)$$

À l'initialisation N rayons sont émis depuis le centre de l'objet source et dirigés vers les point construits précédemment. Pour chacune des huit bandes de fréquence, une énergie normalisée à 1 leur est assignée de sorte que l'énergie totale vaut N . L'algorithme propage ensuite les rayons jusqu'aux parois et, à chaque intersection, les énergies sont atténuées par l'absorption des parois (voir eq. 5.9).

Pour tester les intersections entre les rayons et les parois nous utilisons l'algorithme de Möller-Trumbore ¹¹ développé à la fin des années 90 d'après les travaux de J. Arenberg ¹² et D. Badouel ¹³ et reconnu pour être rapide et efficace. Il s'agit d'opérer un changement de base pour le vecteur directeur du rayon et d'exprimer le point d'intersection à l'aide de coordonnées barycentriques. Cela permet d'éviter de devoir travailler avec des équations de plans et soulage les calculs.

Nous cherchons donc l'intersection entre un rayon d'équation :

$$R(t) = O + Dt \quad (5.12)$$

et une face triangulaire de sommets V_0, V_1, V_2 . Un point T appartient au triangle si :

$$T(u, v) = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2, \quad ^{14} \quad (5.13)$$

où $u \geq 0$ et $v \geq 0$ sont les coordonnées barycentriques de T tels que : $(u + v) \leq 1$. En résolvant l'équation suivante :

$$O + Dt = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2, \quad ^{15} \quad (5.14)$$

11. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, p. 2-3]

12. [ARENBERG, 1988]

13. [BADOUEL, 1990, p. 390-393]

14. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 2]

où t est la distance entre le point d'origine du rayon et le point d'intersection avec le triangle, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{(D \times E_2) \cdot E_1} \begin{bmatrix} (T \times E_1) \cdot E_2 \\ (D \times E_2) \cdot T \\ (T \times E_1) \cdot D \end{bmatrix}, \text{ 16}$$

avec :

$$\begin{cases} E_1 &= V_1 - V_0, \\ E_2 &= V_2 - V_0, \\ T &= O - V_0. \end{cases} \quad (5.16)$$

On peut alors connaître toutes les faces que rencontre chaque rayon et nous conservons le point d'intersection donnant le rayon le plus court. En effet, le rayon s'arrête à la première face rencontrée car on admet que les faces peuvent absorber les rayons mais pas les transmettre. En pratique il peut y avoir des phénomènes de vibro-acoustique et de résonance qui peuvent transmettre le son à travers des parois. Nous pouvons négliger ces phénomènes notamment dans un cas comme le théâtre d'Orange où l'épaisseur et la densité des murs est importante. Il est tout de même bon de noter que, pour cette raison, certains cas d'utilisation ne pourront pas être testés comme par exemple l'écoute dernière une porte fermée ou bien de part et d'autre du rideau de scène.

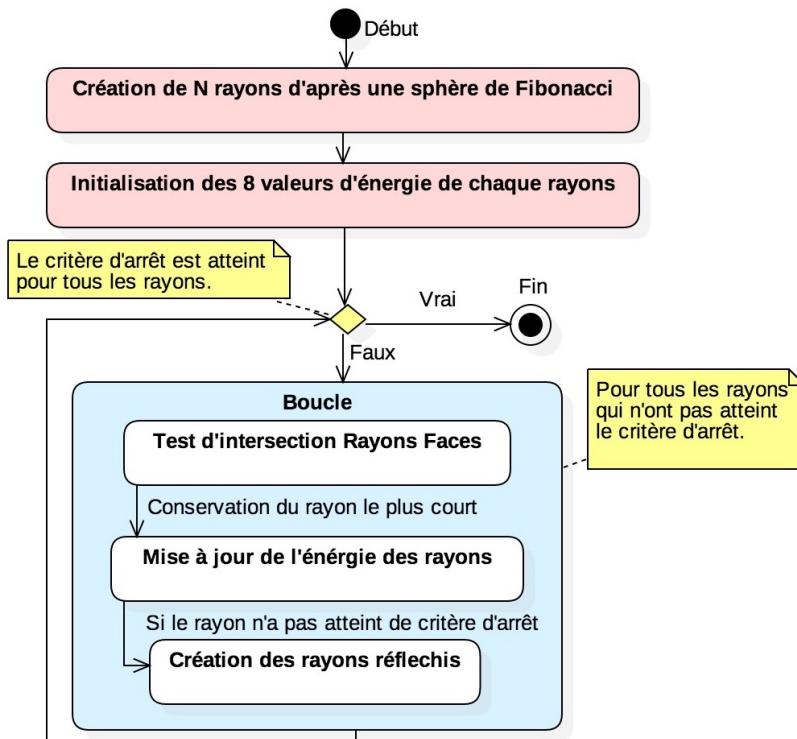


FIGURE 5.7 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des rayons.

Une fois que l'on sait sur quelle paroi chaque rayon se réfléchit, on peut mettre à jour leurs énergies en les multipliant pour chaque bande de fréquence par $(1 - \alpha_i)$, les α_i étant les coefficients d'absorption de la face rencontrée (voir section 5.2.1). La longueur totale du rayon doit être stockée afin de pouvoir prendre en compte l'absorption de l'air, de créer les sources-images (voir section 5.4) et de calculer la RIR (voir section 5.5). Il y a alors trois possibilités pour qu'un rayon arrête de se propager :

- 15. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 3]
- 16. [MÖLLER et TRUMBORE, 1997, eq. 6]

- Les énergies des huit bandes de fréquence portées par le rayon sont toutes nulles. Ce cas se présente lorsque le rayon rencontre une surface 100% absorbante telle que la boîte englobante par exemple (voir section 5.2.2).
- La distance totale parcourue par le rayon jusqu'au récepteur a dépassé le seuil déterminé par l'équation (5.5). Cette condition est nécessaire dans le cas d'un modèle discret pour s'assurer de pouvoir capter statistiquement au moins n rayons (voir section 5.1).
- Le rayon réfléchi est colinéaire au rayon incident deux fois consécutives. Ce cas de figure particulier implique que le rayon est piégé entre deux surfaces parallèles. Dans le cas où celui-ci traverse le récepteur, son énergie va apparaître dans la réponse impulsionale à chaque itération. Or, comme le rayon est unique, son énergie ne diminuera pas en fonction de la distance car la décroissance quadratique de l'énergie n'est liée qu'au nombre de rayons captés (voir sections 4.1.2 et 5.1). La mesure va donc être biaisée par l'énergie de cet unique rayon qui apparaîtra à chaque itération. Notons que ce phénomène pourrait également se produire si le rayon se trouvait bloqué dans une boucle composée de plus de deux surfaces, par exemple une salle dont les murs formeraient un triangle équilatéral. Nous avons jugé ce type de cas peu probable et l'avons pas pris en compte. L'utilisateur pourra s'en affranchir en jouant sur le maillage pour casser la boucle.

Les rayons pour lesquels aucun de ces trois critères n'est atteint donnent alors naissance à un rayon réfléchi (voir fig. 5.8), les autres arrêtent de se propager. Pour calculer le vecteur directeur des rayons réfléchis, il suffit d'utiliser le vecteur normal à la face rencontrée (de norme 1) et d'utiliser la formule suivante :

$$\vec{r} - \vec{i} = -2(\vec{i} \cdot \vec{n})\vec{n}. \quad (5.17)$$

Le vecteur normal est obtenu par la lecture du fichier de maillage (voir section 8.1).

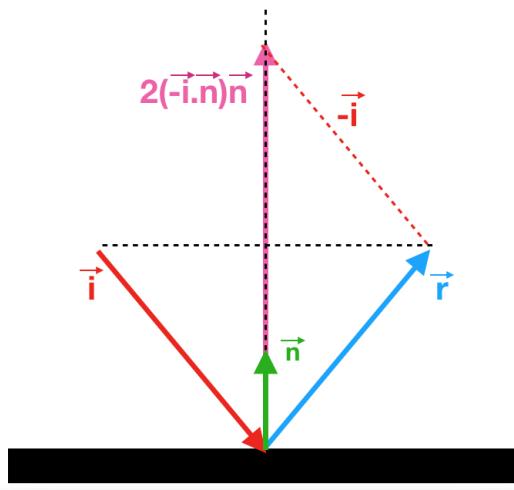


FIGURE 5.8 – Calcul d'un rayon réfléchi à partir d'un rayon incident et d'une normale.

Nous pouvons ainsi mettre à jour les informations sur les rayons (origine et vecteur directeur) et boucler afin de propager ces rayons réfléchis vers de nouvelles faces. Notons tout de même que dans l'implémentation algorithmique il peut se produire des problèmes d'arrondis numériques qui peuvent faire fuir des rayons (c'est-à-dire qu'ils ne rencontrent aucune face). Pour éviter cela, on modifie les conditions sur les coordonnées

barycentriques en :

$$\begin{cases} u \geq -\epsilon, \\ v \geq -\epsilon, \\ (u+v) \leq 1+\epsilon, \end{cases} \quad (5.18)$$

avec $\epsilon = 10^{-5}$. De même, si un rayon tombe dans un coin, son rayon réfléchi pourra sortir du maillage. Pour éviter cela, on retire ϵ à la longueur du rayon.

5.4 Calcul de sources-images

A chaque itération, c'est-à-dire à chaque fois que les N rayons sont entrés en contact avec une paroi et avant qu'ils ne soient réfléchis, on détermine ceux qui ont traversé le récepteur. Nous allons ainsi pouvoir ajouter au fur et à mesure des itérations de nouvelles sources-images. Pour savoir si un rayon (parmi les rayons qui n'ont pas atteint de critère d'arrêt) donne naissance à une source-image (voir fig. 5.9a), on vérifie différents points dans l'ordre suivant :

1. Le point d'origine du rayon est à l'intérieur de la sphère-récepteur, soit :

$$\|\overrightarrow{OL}\| \leq r, \quad (5.19)$$

où O est le point d'origine du rayon, L le centre du récepteur (Listener) et r le rayon de la sphère récepteur.

2. Le rayon se dirige bien vers le récepteur, soit :

$$\cos \alpha \geq 0, \quad (5.20)$$

avec α l'angle entre le rayon (de vecteur directeur \vec{D}) et \overrightarrow{OL} .

3. Le rayon est assez grand pour atteindre le récepteur (donc qu'il n'est pas interrompu par une paroi avant), soit :

$$\|\overrightarrow{OL}\| \leq l, \quad (5.21)$$

avec l la longueur du rayon.

4. Le rayon intersecte bien la sphère-récepteur, soit :

$$\sin \alpha \times \|\overrightarrow{OL}\| \leq r \Rightarrow \alpha \leq \arcsin \frac{r}{\|\overrightarrow{OL}\|}. \quad (5.22)$$

Si ces conditions sont réunies, alors le rayon traverse bien le récepteur et une source-image est générée. Ses coordonnées sont obtenues en traçant un vecteur de même origine mais de sens opposé au rayon courant et dont la norme sera égale à la distance totale parcourue par le rayon avant sa dernière réflexion (voir fig. 5.9b). On rétro-propage donc le rayon jusqu'à arriver à la source-image dont la position est le symétrique de la source par rapport à tous les plans rencontrés par le rayon. Étant donné que tous les rayons qui se seront réfléchis sur une même paroi vont générer des sources-images en un même point, on peut sommer leurs énergies. Il n'y aura donc qu'une seule source-image portant sur chaque bande de fréquence l'énergie de plusieurs rayons. Ces énergies sont également atténueres par l'absorption de l'air sur le trajet total (d'après les formules analytiques décrites dans la section 4.1.3). Le calcul des énergies des sources-images peut s'écrire de la manière suivante :

$$E_{si,i} = \sum_{j=1}^n E_{j,i} \times e^{-m_i d}, \quad (5.23)$$

avec :

- $E_{si,i}$: L'énergie portée par la source image sur la i-ème bande de fréquence,
- $E_{j,i}$: L'énergie finale portée par le j^e rayon rétro-propagé jusqu'à cette source-image et correspondant à la i-ème bande de fréquence,
- m_i : Le coefficient d'absorption de l'air sur la i-ème bande de fréquence (voir 4.1.3),
- d : La distance entre la source-image et le récepteur en mètre.

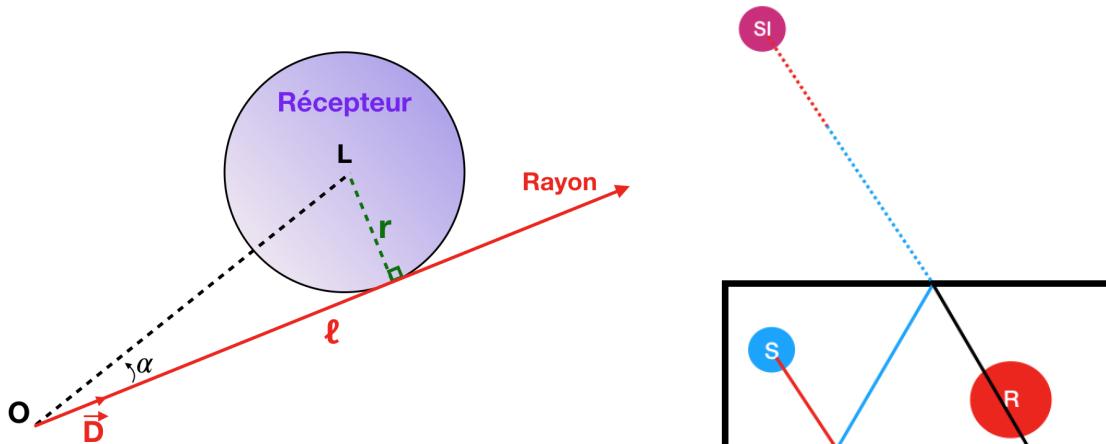
On peut alors assigner à chaque source-image une distance temporelle afin pouvoir tracer la réponse impulsionale :

$$t = \frac{d}{v}, \quad (5.24)$$

avec :

- t : le temps de parcours entre la source-image et le récepteur en seconde,
- v : la vitesse du son dans le milieu (air : 340m/s).

La dernière étape consiste à supprimer les sources images dont les huit énergies sont toutes inférieures à un seuil limite préalablement fixé (typiquement -60dB).



(a) Schéma d'un rayon qui passe en frontière de la sphère récepteur de rayon r et qui va pouvoir générer une source-image.

(b) Schéma de la création d'une source image par réflexions successives d'un rayon sur les parois d'une salle.

FIGURE 5.9 – Processus de création d'une source-image : Vérification d'intersection rayon/récepteur (gauche) puis retro-propagation du rayon pour positionnement de la source-image dans l'espace (droite).

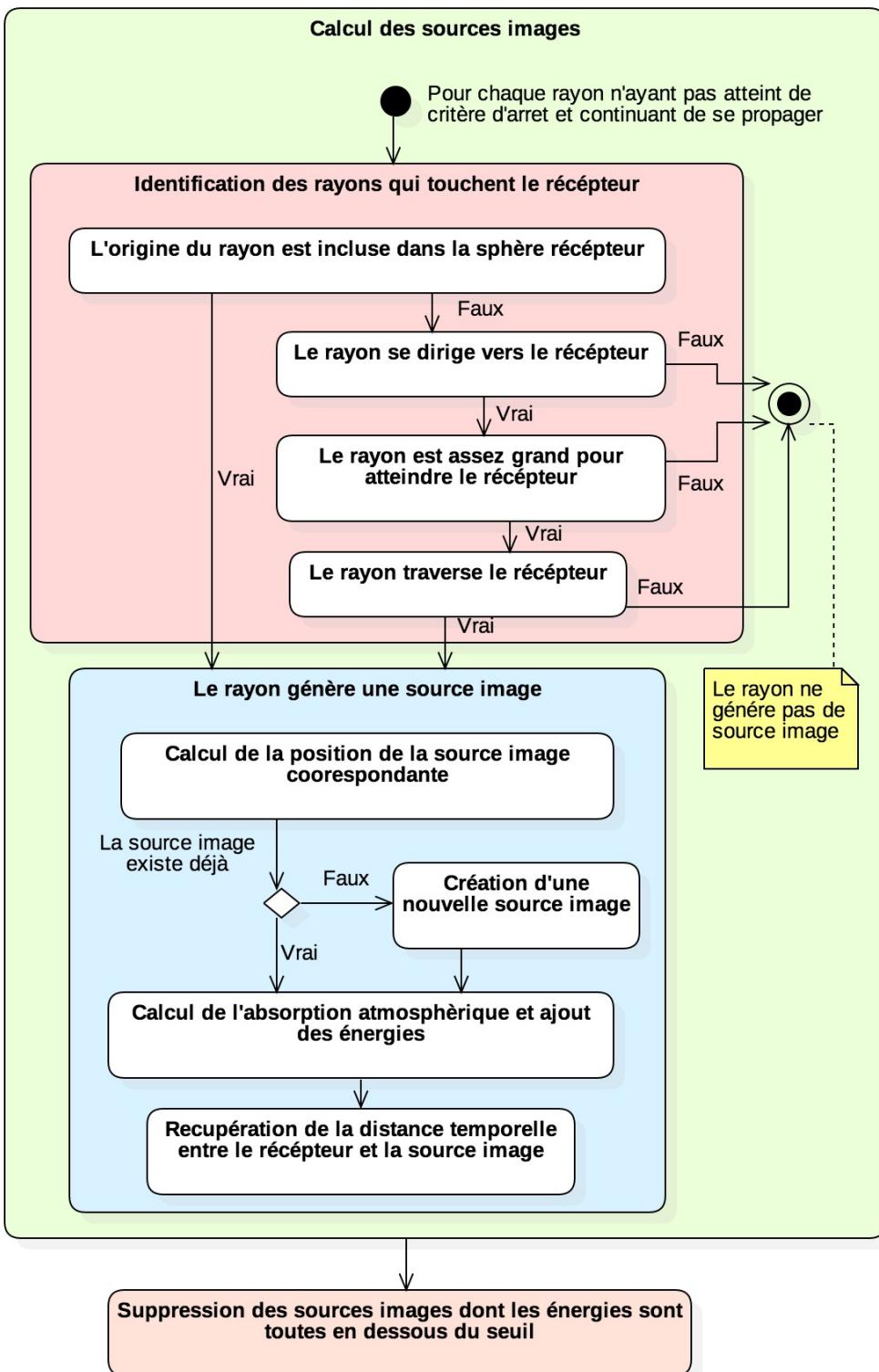


FIGURE 5.10 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des sources-images.

5.5 Génération de réponse impulsionale

Maintenant que l'on dispose de la distance temporelle entre les sources-images et le récepteur, il est possible d'afficher les courbes d'énergie sonore en fonction du temps. Aussi, pour chaque bande d'octave nous sommes les énergies par tranches temporelles. Ces tranches sont déterminées par la fréquence d'échantillonnage f_s . Celle-ci devra être identique à celle du signal audio avec lequel la réponse impulsionale sera convoluee (voir section 5.6). Ainsi :

$$nb_{ech} = f_s \times t_{max}, \quad (5.25)$$

avec :

- nb_{ech} : le nombre total d'échantillon,
- f_s : la fréquence d'échantillonnage en Hz,
- t_{max} : le temps de parcours de la source-image la plus éloignée en seconde,

et pour chaque bande d'octave on somme les énergies par échantillon. On a alors :

$$E_i = \sum E_j, \quad (5.26)$$

tel que la partie entière du produit $(t_j \times f_s) = i$ et avec :

- E_i : l'énergie du i^e échantillon,
- E_j et t_j : respectivement l'énergie et temps de parcours de la j^e source-image.

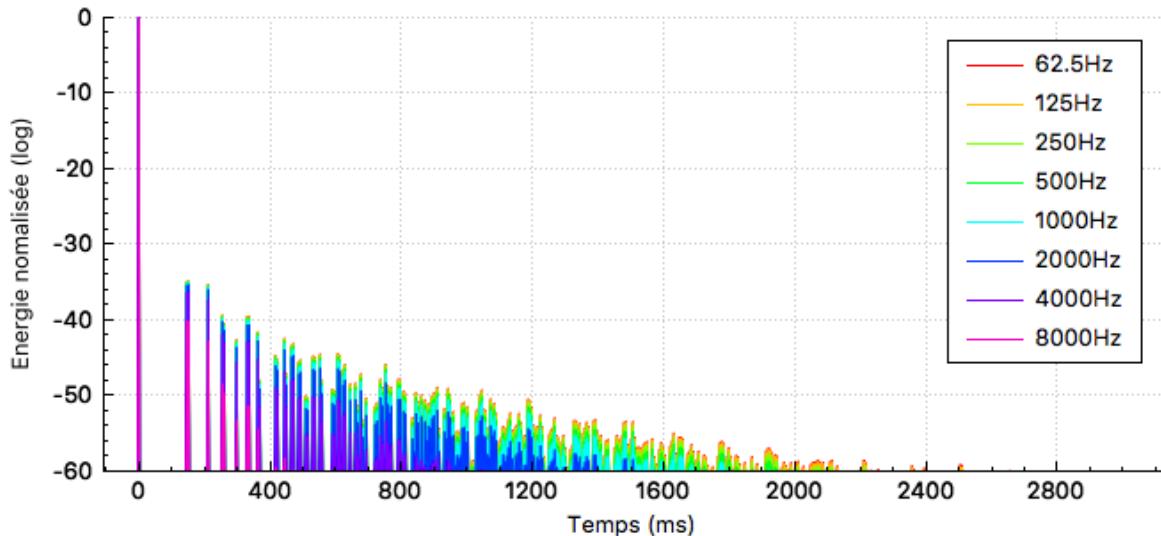


FIGURE 5.11 – Exemple de RIR pour un cube de 50m d'arrête, une source et un récepteur (de 20m de diamètre) situés au centre, un million de rayons et une fréquence d'échantillonnage de 44100Hz.

Typiquement, pour une fréquence standard de 44100Hz chaque échantillon sommera les énergies des sources-images par tranches de $22,67\mu s$. Les énergies seront ensuite normalisées pour obtenir la RIR (voir fig. 5.11).

5.6 Auralisation

L'analyse de résultats d'une étude acoustique peut parfois être délicate et difficile pour les personnes extérieures au milieu. Le résultat final qui pourra être analysé par le plus grand nombre est le signal audio de sortie. Même si l'analyse d'un signal audio nécessite une grande finesse auditive, elle présente pour avantage d'être accessible par une simple écoute. Pour obtenir le son réverbéré, il s'agit de convoluer le signal d'origine avec les **filtres à réponse impulsionnelle finie**, ou *Finite Impulse Response filters (FIR)*. Un FIR est une RIR exprimé en pression telle que :

$$P = \sqrt{E}, \quad (5.27)$$

avec :

- P : La pression sonore normalisée,
- E : L'énergie normalisée.

Convoluer ces signaux revient à multiplier point par point le fichier audio avec les FIR dans le domaine de Fourier (fréquentiel). On utilise pour cela des fichiers au format **WAV**. Dans le cas de longs signaux, il est judicieux d'utiliser une convolution partitionnée afin de réduire le stockage de données et accélérer les calculs¹⁷.

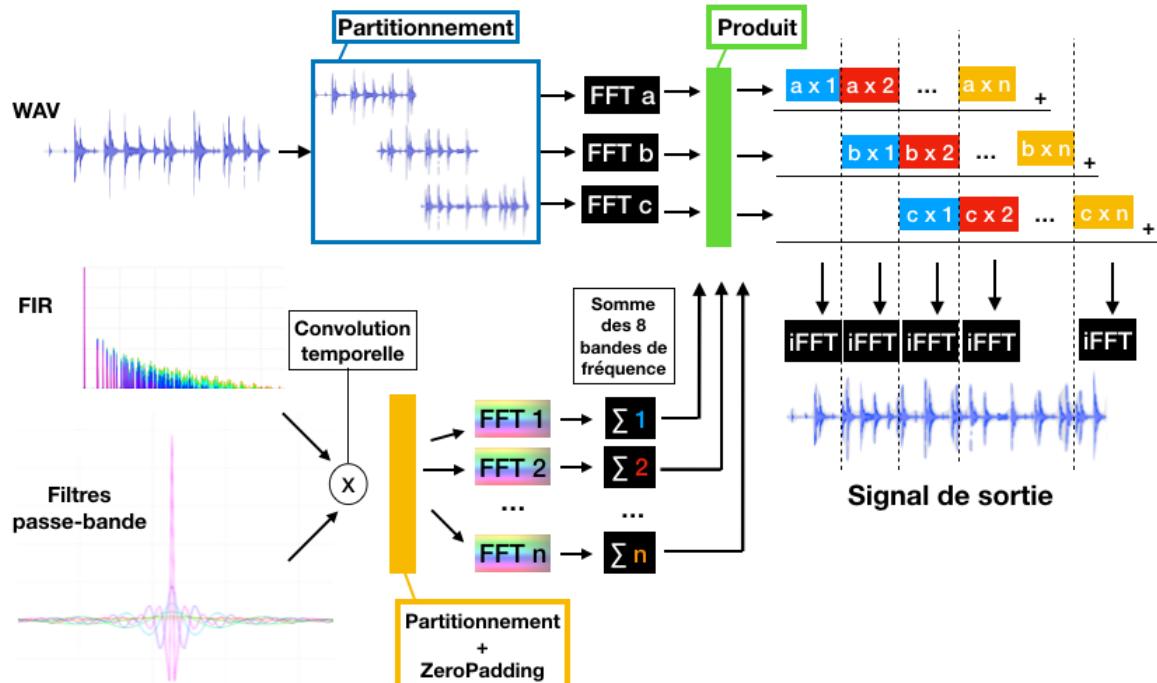


FIGURE 5.12 – Schéma du processus de convolution partitionnée.

L'algorithme mis en place fonctionne de la manière suivante (voir fig. 5.12). Premièrement, on fixe la longueur des partitions à n échantillons tel que n soit une puissance de 2 (typiquement 1024). Dans un premier temps, le signal audio est découpé par tranches de n échantillons et chaque tranche recouvre la précédente sur la moitié de sa taille. Chacune d'entre elles est ensuite passées dans le domaine spectral par **transformation de Fourier rapide (FFT)**. Dans un second temps, les FIR sont convolus temporellement à des filtres passe-bande (voir fig. 5.13), c'est-à-dire que chaque pic des FIR sera multiplié

17. [BATTENBERG et AVIZIENIS, 2011, 2. Algorithm overview]

par le filtre passe-bande de la fréquence correspondante. Les huit signaux de sortie sont alors découpés par tranches de $n/2$ échantillons que l'on fait précédé de $n/2$ zéros (*ZeroPadding*). Cela permet d'éviter les effets de crénelage (*aliasing*) lors de la convolution de deux signaux. En effet, les spectres des signaux présentent sur leur partie négative un repliement qui apporte de l'information redondante lors de la convolution. C'est pour cette même raison que les partitions du signal audio ont un recouvrement de $n/2$ échantillons. Ainsi, seuls les $n/2$ derniers échantillons du résultat de convolution sont utiles. Avant de pouvoir effectuer cette opération il faut passer les filtres dans le domaine spectral et sommer les huit bandes de fréquence. Une par une les partitions du signal audio sont convoluées aux filtres et à chaque nouvelle partition, on décale le résultat de $n/2$ échantillons. On pourra alors sommer les résultats et effectuer une transformée de Fourier inverse pour récupérer le signal de sortie. Celui-ci sera identique au signal d'entrée à la différence qu'il sera réverbéré, c'est-à-dire que chaque pic de la RIR répétera le signal d'entrée en écho.

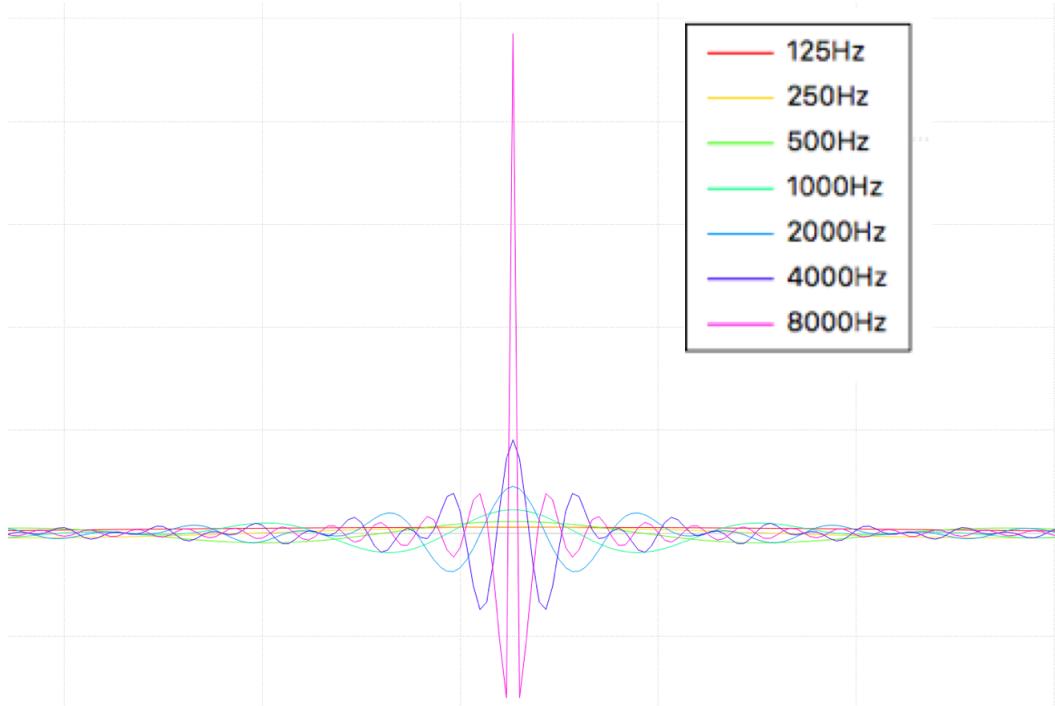


FIGURE 5.13 – Filtres fréquentiels passe-bande.

Dans un futur développement il sera possible de générer une RIR pour l'oreille gauche et une autre pour l'oreille droite afin d'avoir un signal binauralisé. L'écoute pourra alors dépendre des angles d'azimut et d'élévation orientant le regard de l'auditeur. Ainsi, le son sera spatialisé et l'étude acoustique pourra prendre une nature immersive. Celle-ci pourra être renforcée par l'utilisation d'un casque muni d'un *Head-Tracker* afin de corriger les angles d'observation en temps réel¹⁸. Ce type de casque possède un gyroscope qui actualise la direction du regard en temps réel et permet d'augmenter considérablement la sensation immersive.

18. [SALMON et al., 2017]

Chapitre 6

Optimisation algorithmique

« *Un pessimiste voit la difficulté dans chaque opportunité, un optimiste voit l'opportunité dans chaque difficulté.* »

Winston Churchill

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| 6.1 Méthode d'octree | 89 |
| 6.1.1 Principe général | 89 |
| 6.1.2 Implémentation | 92 |
| 6.2 Analyse des résultats | 94 |

Afin de pouvoir qualifier les performances de l'algorithme, il est d'usage d'en mesurer la **complexité**. Ce coefficient vise à analyser et qualifier le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données qu'il traite. Pour rappel les grandes étapes de l'algorithme qui font appel à des boucles d'itérations importantes sont les suivantes :

1. Lecture du maillage.
2. Intersection des rayons et des faces.
3. Création des sources-images.

Nous allons analyser la complexité de ces différentes étapes. Pour cela, on note N le nombre de rayons et M le nombre de faces du maillage. La lecture du maillage ne dépend que du nombre de faces ; la complexité de cette opération est donc linéaire de type $O(M)$. Par ailleurs, cette étape n'est réalisée qu'une fois à l'initialisation. La création des sources-images ne dépend que du nombre de rayons et sera elle aussi de complexité linéaire en $O(N)$. Celle-ci se produit en boucle tant que tous les rayons n'ont pas atteint un critère d'arrêt (voir section 5.3). Néanmoins on ne peut pas en déterminer le nombre de boucles car celui-ci dépend de la géométrie de la salle et des matériaux. En effet, plus la salle est grande et plus les matériaux sont absorbants, plus vite s'arrêtera la boucle.

L'étape la plus complexe est la boucle d'itération sur le calcul des intersections entre les rayons et les faces. Lors de cette étape, chaque rayon est testé avec chaque face. La complexité de cet algorithme est donc quadratique en $O(N \times M)$. Il s'agit de l'étape critique de la méthode et la plus chronophage. Pour vérifier cela, nous mesurons le temps de calcul des intersections rayons-faces pour une itération (voir fig. 6.1 et tab. 6.1). Ce test est effectué sur un MacBook de processeur 2,7GHz Intel Core i5 avec 8Go de RAM DDR3. Le code n'étant pas parallélisé, les calculs sont réalisés sur un seul cœur. La géométrie utilisée est un tétraèdre dont le nombre de faces est multiplié par deux à chaque mesure.

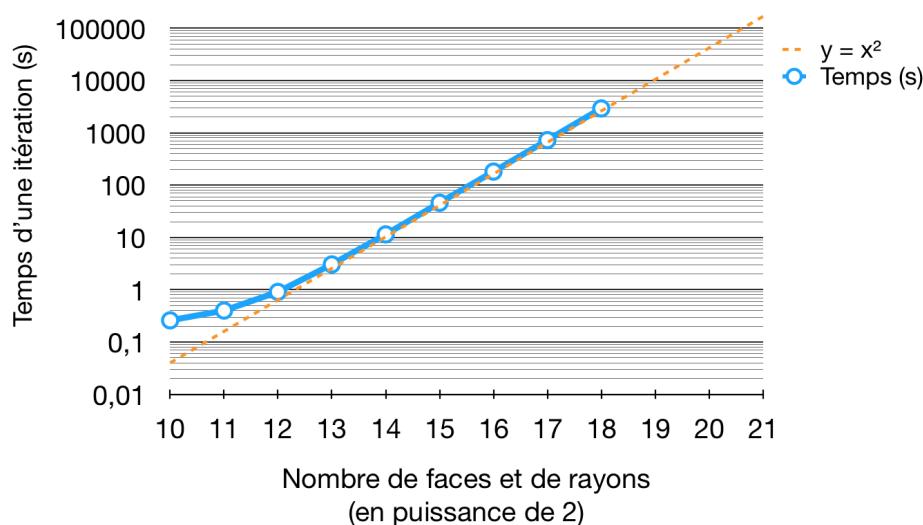


FIGURE 6.1 – Courbe de complexité donnant le temps (s) d'une itération pour $N=M$ en échelle logarithmique.

La courbe 6.1 illustrant le temps de calcul en faisant varier le nombre N de rayons et le nombre M de faces tel que $N = M$ comporte bien une pente de 2 en échelle logarithmique. On constate comme prévu que le temps de calcul évolue comme le produit du nombre de faces par le nombre de rayons ce qui donne bien une complexité quadratique. Par ailleurs, en fixant d'une part le nombre de faces et d'autre part le nombre de rayons, on constate

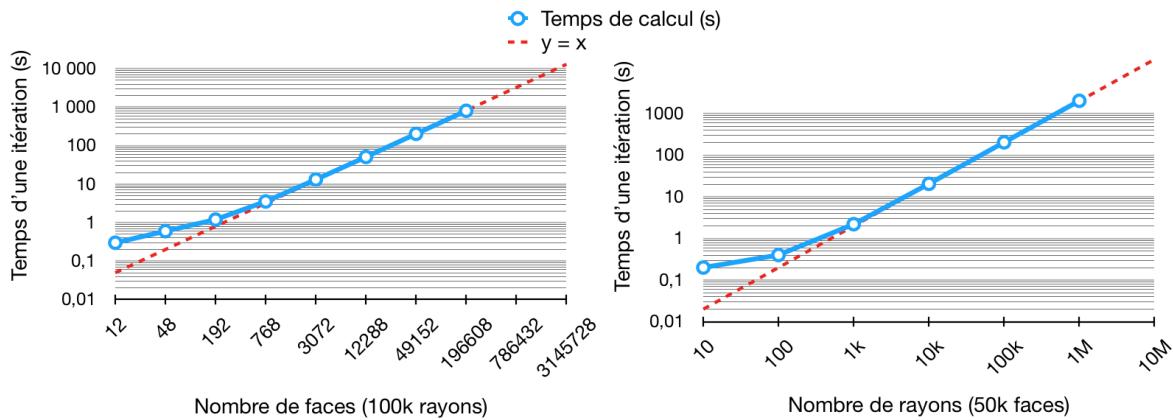


FIGURE 6.2 – Courbes de complexité donnant le temps (s) d'une itération en fonction du nombre de face (à gauche) pour 100k rayons et du nombre de rayons (à droite) pour 50k faces. Les deux courbes sont en échelle logarithmique.

que le temps augmente bien linéairement par rapport à chacun de ces paramètres (voir fig . 6.2).

Dans le cas du théâtre d'Orange, le nombre de faces est supérieur à 100 000 et le nombre de rayons à émettre doit être très important compte tenu de la taille du bâtiment (voir section 5.1). En testant une géométrie simplifiée du bâtiment, nous constatons que son **RT₆₀** est de l'ordre de 3 secondes. Il faudra donc pouvoir réaliser des mesures pour des rayons d'environ 1km de long. Or d'après l'équation (5.8) :

$$N > n \left(\frac{2d}{r} \right)^2. \quad (6.1)$$

Pour une sphère de mesure de 2m de rayon (celle-ci ne doit pas trop s'étendre afin que la mesure reste localisée) et $n = 1$, il faudra que le nombre total de rayons N soit environ de un million. On constate d'après les courbes de la figure 6.2 que cela amènerait à plus d'une heure de calcul par itération. Or il faut plusieurs dizaines d'itérations pour générer la réponse impulsionnelle à **RT₆₀**. Cela n'est donc pas acceptable pour entrer dans le cahier des charges et nous devons optimiser l'algorithme afin de résoudre ce problème.

6.1 Méthode d'octree

6.1.1 Principe général

Comme nous l'avons vu précédemment, les maillages que nous devons traiter peuvent comporter plusieurs dizaines, voire centaines de milliers d'éléments. Les algorithmes permettant de gérer ce genre de cas utilisent souvent des méthodes dites de "diviser pour régner" (*divide and conquer*). Cela permet, notamment dans des environnements 3D de pré-trier les données afin de ne réaliser les calculs couteux en temps que sur une quantité de données restreinte.

Il existe plusieurs types d'arbres permettant l'optimisation des calculs par partitionnement de données. On pourra citer l'exemple des arbres binaires qui subdivisent les données en deux de manière récursive¹. Nous avons choisi d'utiliser un arbre assez similaire à la différence près qu'il sépare l'espace en 2 sur chacune des dimensions de l'espace

1. [KNUTH, 1997, p. 318–348]

et crée des subdivisions de tailles identiques alignées avec les axes. Chaque itération découpe la partition de l'espace précédente en 8 (soit 2^3) ce qui donne le nom d'*octree* à ce procédé².

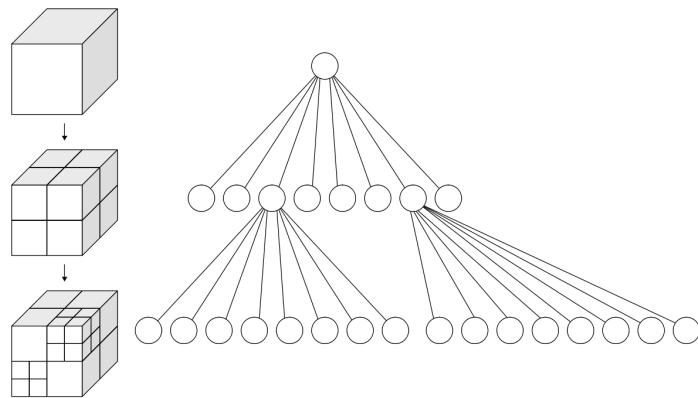


FIGURE 6.3 – Illustration du principe d'*octree*. Subdivision d'un cube en "octants" (gauche) et l'arbre correspondant (droite).³

Le principe général consiste à créer une boîte cubique dite "boîte-mère" contenant l'ensemble des éléments du maillage, c'est-à-dire l'ensemble des faces triangulaires. Cette boîte-mère est alors subdivisée pour créer huit "boîtes-filles", de taille identique, qui elles-mêmes vont être subdivisées en huit boîtes-filles, etc (voir fig. 6.3). De manière récursive, chaque élément contenu dans une boîte-mère va être rangé dans la boîte-fille qui le contient. On descend de cette façon dans l'arborescence de l'arbre jusqu'à atteindre une condition d'arrêt. Typiquement, l'*octree* s'arrête lorsque plus aucune boîte-fille ne contient plus de n éléments. Les boîtes sont donc raffinées de la même manière que le maillage puisque que les boîtes vides ne génèrent pas de boîtes-filles (voir fig. 6.4).

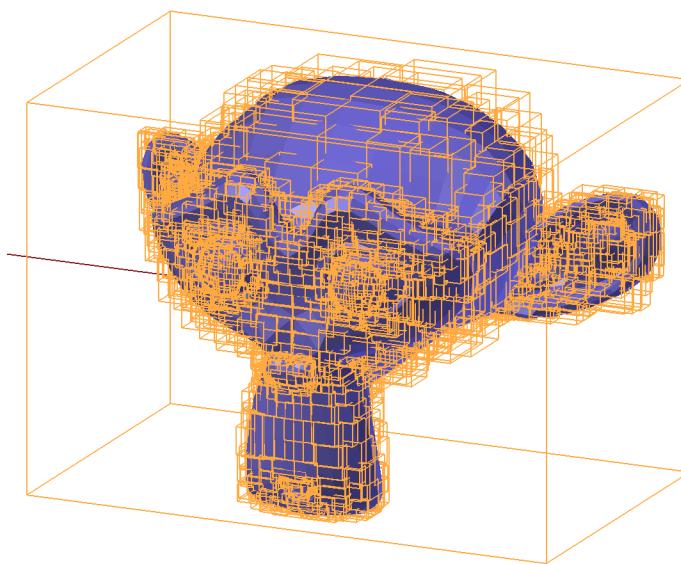


FIGURE 6.4 – Représentation d'un *octree* créé à partir d'un maillage complexe (Suzanne) et dont le raffinement s'adapte au maillage.

-
- 2. [MEAGHER, 1982, p. 5]
 - 3. [WIKIPÉDIA, b, Image]

Vérifions si ce système de tri permet de réduire la complexité du calcul. Nous avons vu que l'étape la plus chronophage de l'algorithme est l'interaction des rayons et des faces. Avec le partitionnement spatial de l'*octree* nous ne testons que les rayons et les faces d'une même boîte. Nous nommons *objet* : un rayon ou une face. Dans un premier temps, voyons la complexité de la répartition des *objets* dans les boîtes. Nous nous plaçons dans le cas idéal où N *objets* sont repartis de manière uniforme dans l'espace. On nomme *opérations* le rangement des *objets* dans les boîtes. On note p le nombre d'étages de l'*octree*. Pour $p = 0$, c'est-à-dire lorsque l'*octree* n'est composé que de sa boîte-racine, la boîte-mère contient N *objets*. Pour $p = 1$ il faut ranger N éléments dans 8 boîtes-filles. Il y aura donc $8N$ *opérations*. A l'étage suivant, chaque boîte-fille contenant $\frac{N}{8}$ *objets* devient alors un boîte mère traitée comme précédemment. Ainsi il faut 8 *opérations* par boîte-mère pour ranger leurs $\frac{N}{8}$ *objets*. Nous avons donc à cette étape :

$$8 \times 8 \times \frac{N}{8} = 8N \text{ opérations.}$$

De la même manière à l'étape suivante on aura :

$$8^3 \frac{N}{8^2} = 8N \text{ opérations.}$$

Que l'on peut écrire dans le cas général, à l'étape p :

$$8^p \frac{N}{8^{p-1}} = 8N \text{ opérations.} \quad (6.2)$$

On constate qu'il faut faire p fois $8N$ *opérations* pour arriver à l'étage p . Il y aura donc $p \times 8N$ *opérations* au total.

Voyons maintenant comment déterminer p . Nous nous plaçons dans le cas où les boîtes du dernier étage ne contiennent qu'un unique *objet*. Nous avons donc autant de boîtes que d'*objets*. Ainsi :

$$8^p = N,$$

soit :

$$p = \frac{1}{\ln 8} \ln N. \quad (6.3)$$

Le nombre total d'*opérations* C est donc :

$$C = 8Np = \frac{8N}{\ln 8} \ln N. \quad (6.4)$$

Le rangement des *objets* dans les boîtes est donc proportionnel à $N \cdot \ln N$. À cela il faut ajouter les calculs des intersections rayons/faces qui ne sont fait que N fois, c'est-à-dire une fois par boîte (puisque on n'a qu'un rayon et qu'une face par boîte). La complexité totale devient :

$$C_{tot} = 8Np + N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N + N. \quad (6.5)$$

Dans le cas général où les *objets* ne sont pas répartis de manière uniforme, la démonstration est plus complexe. En effet, on ne peut pas prédire quelles boîtes vont être vides avant les autres et donc combien il y aura de boîtes par étages (voir fig. 6.3). Cela est dû au fait que l'espace est divisé en 8^p boîtes à chaque étage et que selon la répartition des éléments certaines boîtes vont se retrouver vides et ne plus se subdiviser. La démonstration générale pourrait par contre fonctionner dans le cas d'un arbre binaire par exemple puisque le découpage dans l'espace se fait de manière à avoir un nombre équivalent d'éléments dans chaque boîte quelle que soit leur répartition. L'équation (6.2) devient :

$$2^p \frac{N}{2^{p-1}} = 2N \text{ opérations.}$$

On obtient alors :

$$C = p \cdot 2N = \frac{2N}{\ln 2} \ln N. \quad (6.6)$$

Or, comme $\frac{1}{\ln 2} > \frac{1}{\ln 8}$ il faudra descendre plus loin dans les étages de l'arbre ce qui en pratique peut s'avérer être plus coûteux en temps.

De la même manière, en revenant au cas de l'*octree* il pourra être plus judicieux de ne pas garder un unique *objet* par boîte dans le dernier étage mais plutôt d'arrêter l'arbre lorsque les boîtes possèdent toutes moins de n *objets*. L'équation (6.3) devient :

$$8^p = \frac{N}{n}. \quad (6.7)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} p \cdot \ln 8 &= \ln N - \ln n, \\ p &= \frac{1}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

et

$$C = p \cdot 8N = \frac{8N}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8} 8N. \quad (6.9)$$

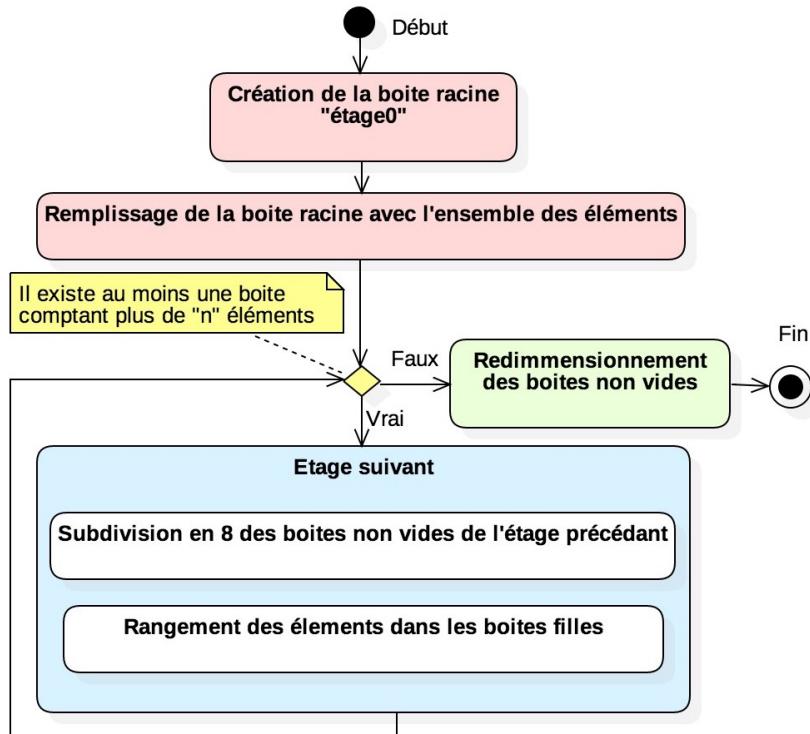
Pour obtenir la complexité totale il faut ajouter le nombre d'opérations qu'il faut pour calculer les intersections rayons/faces par boîte, c'est-à-dire n^2 . On obtient :

$$C_{tot} = \frac{8N}{\ln 8} \ln N - \frac{\ln n}{\ln 8} 8N + n^2. \quad (6.10)$$

Le nombre d'étages nécessaires diminue donc d'un terme constant lié à n et pour $n \ll N$ le temps de calcul sera proportionnel à $(aN \ln N + bN + c)$ avec a , b et c des constantes non significatives. La complexité est donc en $O(N \ln N)$.

6.1.2 Implémentation

L'algorithme a été développé comme décrit sur la figure 6.5). Une première boîte cubique englobant le maillage dans sa globalité est créée. On y associe les indices de l'ensemble des faces puisqu'elles sont toutes contenues dans cette boîte-racine. On va ensuite, de manière récursive descendre dans des étages successifs. Passer de l'étage p à l'étage $p + 1$ revient à découper toutes les boîtes non-vides de l'étage p en huit boîtes-filles de tailles égales qui deviendront à leur tour les boîtes-mères de l'étage $p + 1$. Les indices des faces assignés à une boîte-mère sont répartis dans les huit boîtes-filles. Pour savoir quelle face appartient à quelle boîte, on utilise les coordonnées du centre de la face. En effet, une face peut géométriquement rencontrer plusieurs boîtes mais il est nécessaire de les considérer comme ponctuelle afin qu'une face ne puisse se retrouver que dans une boîte à la fois. La boucle récursive s'arrête lorsque les boîtes possèdent toutes moins d'éléments qu'une valeur seuil. Ainsi nous nous assurons que l'*octree* se raffine de la même manière que le maillage et que chaque boîte ne contient qu'un faible nombre d'éléments. Il reste néanmoins une dernière étape qui permettra de s'assurer que les rayons rencontrent les bonnes faces. Il s'agit de redimensionner les boîtes non-vides pour que cette fois, elles englobent bien géométriquement les faces qu'elles contiennent.


 FIGURE 6.5 – Diagramme d'activité résumant le processus de création d'un *octree*.

À chaque itération, on va alors pouvoir répartir les rayons dans l'*octree* (voir nouveau diagramme d'activité des rayons, fig. A.11). Pour cela, les rayons sont assignés aux boîtes qu'ils intersectent à partir de la boîte-racine et en descendant dans l'arborescence de chaque branche. De la même manière que pour les triangles, les rayons sont testés avec des boîtes-filles que s'ils ont bien intersecté la boîte-mère correspondante. Pour savoir si l'indice d'un rayon doit être assigné à une boîte, nous utilisons un algorithme optimisé d'intersection rayon/boîte⁴. La particularité des boîtes d'un *octree* est qu'elles sont toutes alignées selon les axes du repère cartésien. On appelle communément ce type de boîte *Axis-Aligned Bounding Box* (AABB) en opposition aux *Oriented Bounding Box* (OBB). Nous allons donc utiliser cette propriété pour vérifier si un rayon intersecte une boîte. Pour cela rappelons qu'un rayons peut s'écrire sous la forme :

$$f(t) = D \times t + O \quad (6.11)$$

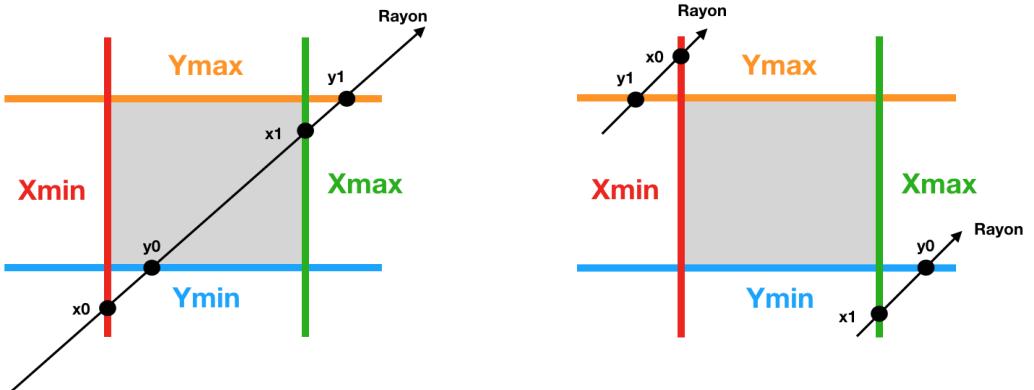
avec :

- D : le vecteur directeur du rayon de coordonnées ($D_x; D_y; D_z$),
- O : le point d'origine du rayon de coordonnées ($O_x; O_y; O_z$).

On peut également exprimer dans un espace à trois dimensions les six plans délimitant la boîte de type *AABB* en utilisant les valeurs constantes [$X_{min}; X_{max}; Y_{min}; Y_{max}; Z_{min}; Z_{max}$]. Ainsi, on peut exprimer les points d'intersection entre le rayon et chacun des six plans délimitant la boîte. Pour le plan X_{min} par exemple on aura :

$$X_{min} = x_0 \times D_x + O_x \quad \Rightarrow \quad x_0 = \frac{X_{min} - O_x}{D_x}.$$

4. [WILLIAMS et al., 2005]



(a) Vue 2D d'un rayon intersectant la boîte. (b) Vue 2D de rayons n'intersectant pas la boîte.

FIGURE 6.6 – Illustrations de l'intersection Rayon/boîte en 2D.

On comprend d'après les figures 6.6a et 6.6b que l'on va pouvoir déterminer si un rayon intersecte une boîte en comparant les coordonnées des points d'intersection avec les plans. Notamment, si $x_0 > y_1$ ou $y_0 > x_1$ le rayon n'intersectera pas la boîte (voir fig. 6.6b). Dans le cas contraire, on appliquera le même principe sur z . Il n'y aura alors pas d'intersection si $\max(x_0; y_0) > z_1$ ou $z_0 > \min(x_1; y_1)$. On notera que si le rayon est dirigé dans le sens inverse il faudra inverser les α_0 et α_1 (α correspondant aux coordonnées x, y, z) . De cette façon on saura quelles sont les boîtes traversées par chaque rayons.

Pour chaque feuille de l'*octree*, c'est-à-dire les boîtes non-vides les plus basses dans l'arborescence, on testera les intersections entre les rayons et les faces situés dans la subdivision de l'espace correspondante uniquement. Ainsi, le calcul d'intersection ne se fait qu'entre peu de rayons et peu de faces.

6.2 Analyse des résultats

Nous allons maintenant vérifier si l'implémentation de cette méthode permet d'accélérer le temps de calcul et sous quelles conditions. Comme évoqué précédemment, l'étape critique de l'algorithme est le test d'intersection rayons/éléments car la complexité initiale est quadratique et que ce processus se répète à chaque itération jusqu'à atteindre RT₆₀. La complexité théorique en utilisant un *octree* est de type O(NlnN). Pour vérifier ce comportement nous réitérons le même test qu'en introduction du chapitre 6 afin de comparer les résultats (voir tab. 6.1 et fig. 6.7). Ainsi, nous faisons varier le nombre N de rayons et le nombre M de triangles du maillage tels que N = M. À chaque mesure N et M sont multipliés par 2.

On constate dans un premier temps que le régime stationnaire commence plus tard en utilisant l'*octree*. En effet, le temps d'une itération reste inférieur à 1s tant que N est inférieur à 70 000 éléments contre 4 000 sans *octree*. Ensuite on voit que la pente est quasi-linéaire ce qui coïncide avec la complexité théorique établie dans la section 6.1.1. En observant le tableau 6.1, on constate par exemple que pour N = 262 144 on divise par 1000 le temps de calcul par itération ce qui est très prometteur pour le calcul dans le théâtre d'Orange.

Dans un second temps nous ne faisons varier qu'un des deux paramètres et mesurons l'impact sur le temps de calcul (voir tab. 6.2, 6.3 et fig. 6.8 et 6.9). Sur ces figures

on constate que le temps de calcul redevient quadratique lorsque le nombre de faces ou le nombre de rayons devient majoritaire sur l'autre paramètre. On constate par ailleurs sur la figure 6.8 qu'en fixant un nombre important de rayons, le temps de calcul ne dépend pas du nombre de faces du maillage. Cela est encourageant dans le cadre du théâtre d'Orange puisque des surfaces plus détaillées pourront être implémentées sans grand impact sur le temps de calcul.

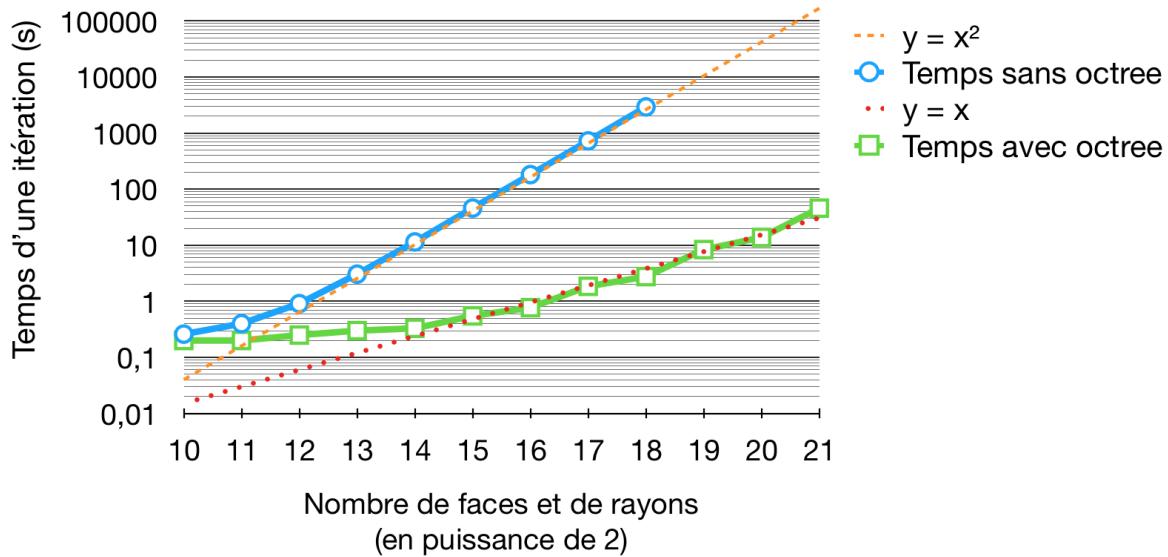


FIGURE 6.7 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de rayons et de faces avec $N=M$ (échelle log).

| Nombre de faces et de rayons | Temps sans octree (s) | Temps avec octree (s) |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 2^{10} (=1 024) | 0,26 | 0,2 |
| 2^{11} (=2 048) | 0,4 | 0,2 |
| 2^{12} (=4 096) | 0,91 | 0,25 |
| 2^{13} (=8 192) | 3,05 | 0,3 |
| 2^{14} (=16 384) | 11,44 | 0,33 |
| 2^{15} (=32 768) | 46,02 | 0,55 |
| 2^{16} (=65 536) | 181,61 | 0,77 |
| 2^{17} (=131 072) | 725,17 | 1,85 |
| 2^{18} (=262 144) | 2927,9 | 2,76 |
| 2^{19} (=524 288) | X | 8,36 |
| 2^{20} (=1 048 576) | X | 13,78 |

TABLEAU 6.1 – Temps de calcul (s) d'une itération pour $N = M$.

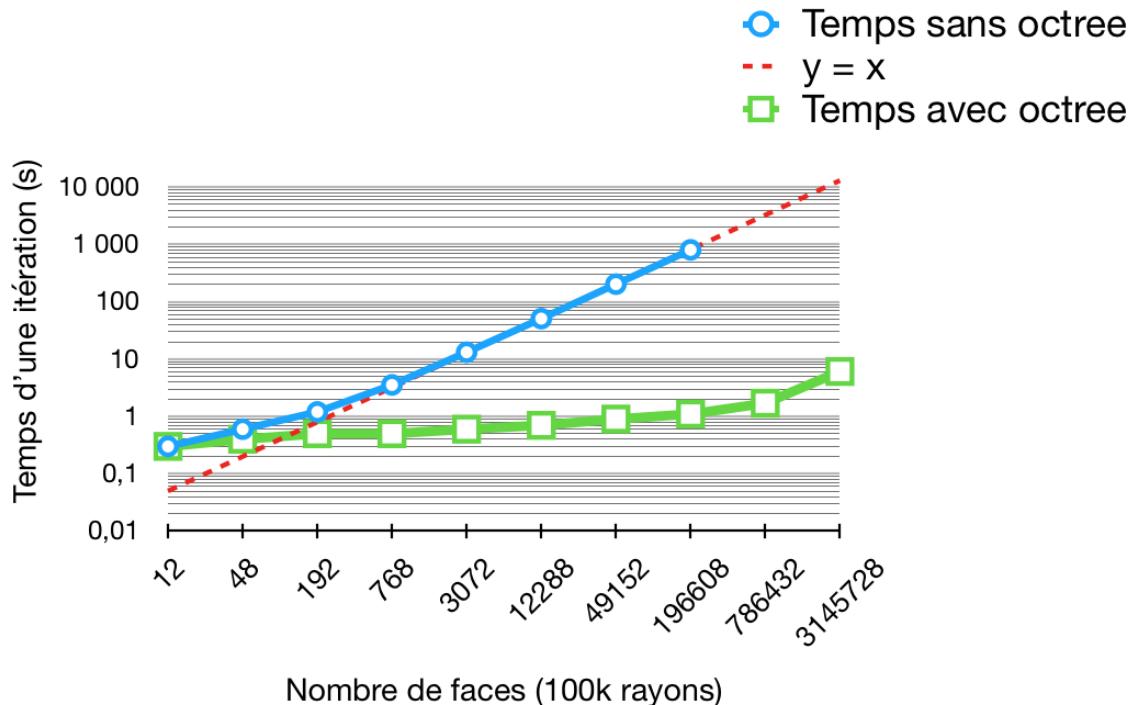


FIGURE 6.8 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de faces pour 100k rayons (échelle log).

| Nombre de faces | Temps sans <i>octree</i> (s) | Temps avec <i>octree</i> (s) |
|-----------------|------------------------------|------------------------------|
| 12 | 0,3 | 0,3 |
| 48 | 0,6 | 0,4 |
| 192 | 1,2 | 0,5 |
| 768 | 3,55 | 0,5 |
| 3072 | 13,2 | 0,6 |
| 12288 | 51 | 0,7 |
| 49152 | 203,6 | 0,9 |
| 196608 | 808,2 | 1,1 |
| 786432 | X | 1,7 |
| 3145728 | X | 6,1 |

TABLEAU 6.2 – Temps de calcul (s) d'une itération pour 100k rayons. Le nombre de faces est multiplié par 4 à chaque mesure.

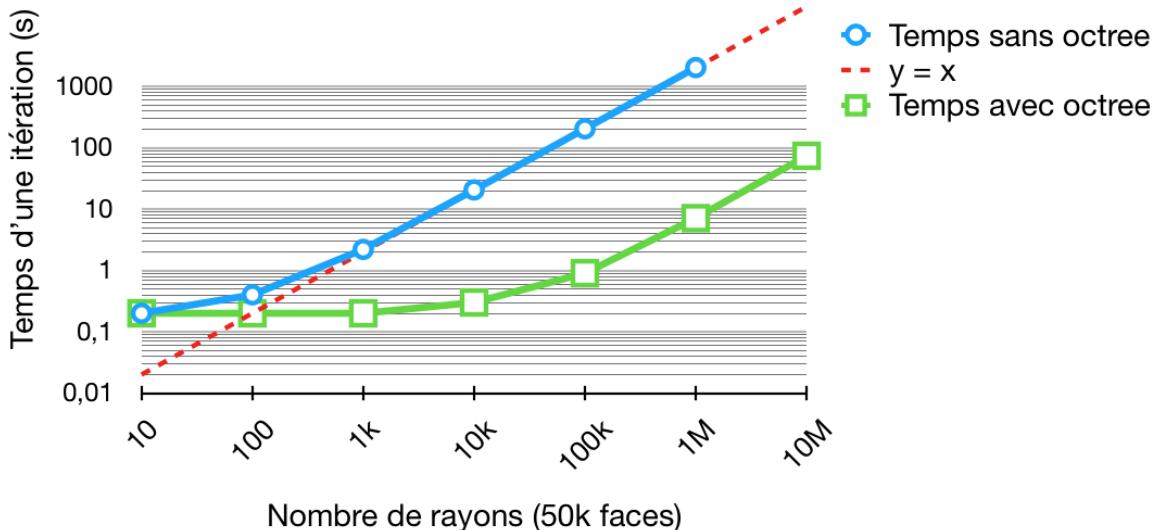


FIGURE 6.9 – Temps de calcul (s) d'une itération en fonction du nombre de rayons pour 50k faces (échelle log).

| Nombre de rayons | Temps sans octree (s) | Temps avec octree (s) |
|------------------|------------------------------|------------------------------|
| 10 | 0,2 | 0,2 |
| 100 | 0,4 | 0,2 |
| 1k | 2,2 | 0,2 |
| 10k | 20,5 | 0,3 |
| 100k | 203,6 | 0,9 |
| 1M | 2026 | 7,1 |
| 10M | X | 73,7 |

TABLEAU 6.3 – Temps de calcul (s) d'une itération pour 50k faces. Le nombre de rayons est multiplié par 10 à chaque mesure.

Chapitre 7

Validation des résultats

« *L'observateur modifie ce qu'il observe. Certains événements ne se produisent que parce qu'ils sont observés. Sans personne pour les voir ils n'existeraient pas.* »

Bernard Werber

Sommaire

| | |
|--|------------|
| 7.1 Analyse visuelle | 100 |
| 7.1.1 Propagation de rayons | 100 |
| 7.1.2 Boîte englobante | 100 |
| 7.1.3 Rayons captés | 101 |
| 7.2 Décroissance quadratique | 101 |
| 7.3 Cas de la salle sphérique | 103 |
| 7.4 Cas de la salle cubique | 104 |

Dans le chapitre précédent, nous avons détaillé le fonctionnement de l'algorithme conçu pour analyser l'acoustique d'une salle. La méthode utilisée couple les principes de lancer de rayons et de sources-images. Elle vise à répondre aux problématiques de calcul acoustique en environnement complexe de manière géométrique et discrétisée. Géométrique, car seuls les effets de réflexion et absorption sont pris en compte et discrétisée car l'énergie d'onde n'est pas portée par une sphère mais par un grand nombre de rayons repartis de manière uniformes. Ainsi, il est essentiel de confirmer la justesse de ces approximations en les confrontant à des modèles théoriques. Dans ce chapitre, nous allons valider l'algorithme d'un point de vue physique et analyser ses performances. Nous allons donc étudier des salles bien particulières afin d'effectuer cette validation de manière expérimentale. Tout d'abord nous vérifierons le bon comportement des rayons grâce à une analyse visuelle. Ensuite nous validerons la mesure d'un point de vue physique en comparant des réponses impulsionales obtenue avec des calculs théoriques.

7.1 Analyse visuelle

7.1.1 Propagation de rayons

Avant de tester la justesse des résultats d'un point de vu physique, il est bon d'en vérifier la justesse géométrique. Ainsi, nous analysons si les rayons ne traversent pas les parois et que la boîte englobante assure bien son rôle. Pour cela, nous importons les rayons générés par notre logiciel dans des configurations de salles simples. En propageant les rayons dans un petit labyrinthe nous confirmons qu'ils s'arrêtent bien à la paroi la plus proche et qu'ils sont ainsi contenus à l'intérieur de la salle (voir fig. 7.1).

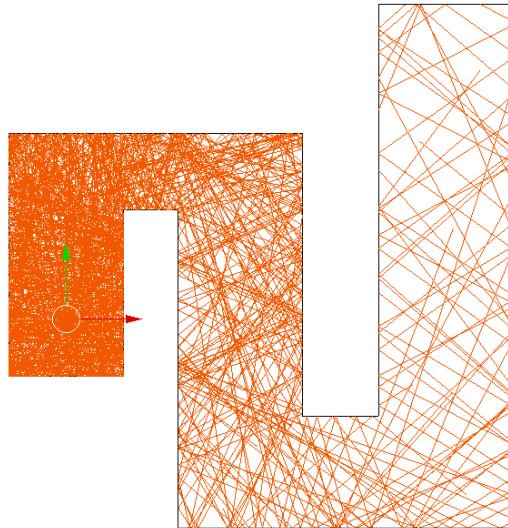


FIGURE 7.1 – Propagation des rayons dans un labyrinthe.

7.1.2 Boîte englobante

De la même manière nous confirmons le bon fonctionnement de la boîte englobante en utilisant une salle cubique dont on n'a gardé que les coins. On voit sur la figure 7.2 que les rayons sont bien stoppés par une paroi invisible. Par ailleurs en effectuant une rotation de 45° sur chacun des axes on constate bien que la boîte invisible englobe la salle.

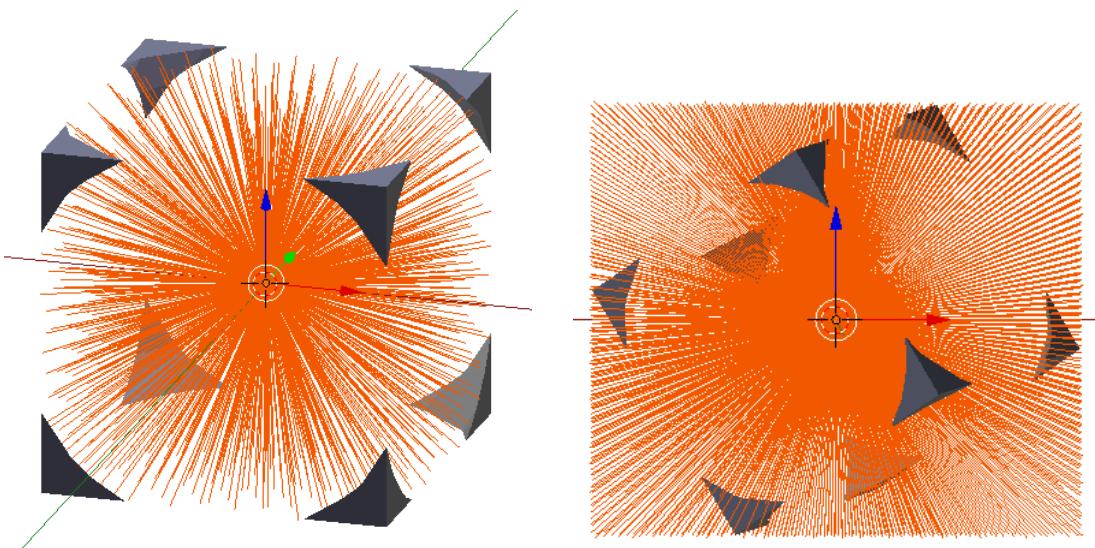
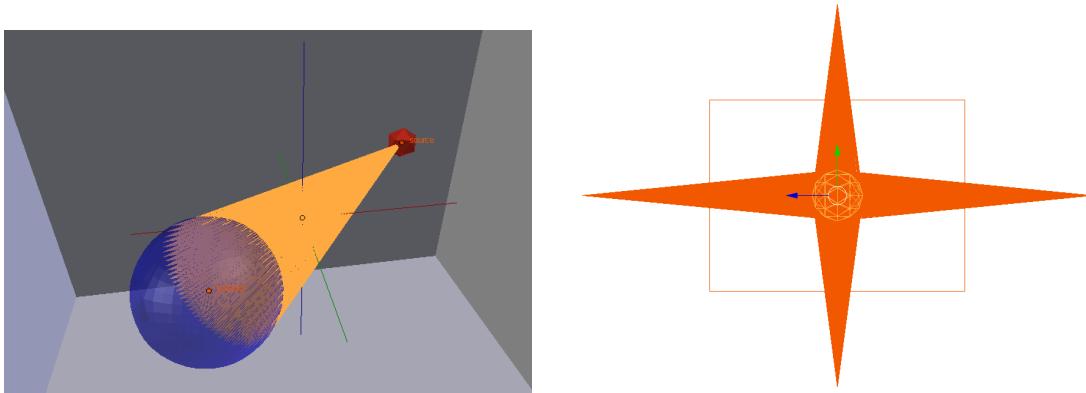


FIGURE 7.2 – Absorption des rayons par une boîte englobante.

7.1.3 Rayons captés

Nous vérifions finalement que les rayons captés par le récepteur sont bien portés par des cônes. Pour cela nous affichons sur *Blender* uniquement les rayons générant une source-image et les traçons depuis celle-ci (voir fig. 7.3).



(a) Propagation des rayons depuis la source vers le récepteur.

(b) Propagation des rayons depuis les sources-images vers le récepteur à l'ordre 1.

FIGURE 7.3 – Visualisation des rayons captés par le récepteur à l'ordre 0 (gauche) et 1 (droite) pour 100 000 rayons au total.

7.2 Décroissance quadratique

Suite à ces vérifications préliminaires, le premier test à réaliser pour analyser le comportement physique de l'algorithme est celui décrit dans la section 5.1. Il s'agit de vérifier que l'utilisation d'un grand nombre de rayons et d'un récepteur de diamètre fixe permet de retrouver la loi de décroissance en d^2 . En effet, l'énergie au niveau d'un récepteur de rayon constant r peut s'écrire comme le nombre n de rayons captés sur le nombre N de

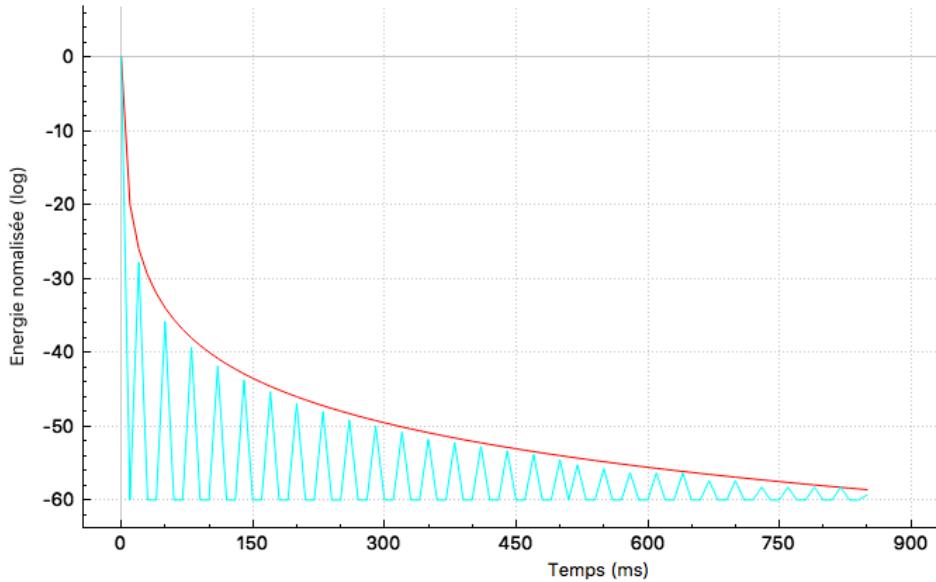


FIGURE 7.4 – Réponse impulsionnelle en espace libre pour 3 millions de rayons (bleu) échantillonnée à 100Hz et fonction $f(d) = \frac{2}{d^2}$ (rouge).

rayons total :

$$E = \frac{n}{N} = \frac{\int_s dS}{\int_\sigma dS} = \frac{\pi r^2}{4\pi d^2}, \quad (7.1)$$

avec :

- s : la surface (disque) constante du récepteur captant des rayons,
- σ : la surface de la sphère d'émission,
- d : le rayons de la sphère d'émission, autrement dit, la distance entre la source-image et le récepteur.

On a alors une valeur inversement proportionnelle à d^2 .

Pour effectuer ce test, nous plaçons une source et un récepteur (de rayons 1m) au centre d'un cube de 10m de côté. Afin de simuler des mesures en espace libre (c'est-à-dire sans aucune paroi) où le récepteur s'éloigne de la source, nous allons affecter au cube des matériaux 100% absorbants sur toutes ses parois sauf celles sur l'axe des X qui seront 100% réfléchissantes. Ainsi, cela revient à effectuer une mesure tous les 10m, soit le temps d'aller retour des rayons du centre du cube jusqu'aux parois. N'ayant des réflexions que sur un axe, on reproduit une propagation en espace libre puisque seuls les rayons contenus dans le cône autour de l'axe X conserveront leur énergie. Cependant, les rayons se réfléchissant en X et en -X de manière synchrone, on aura deux fois plus de rayons que si l'on se plaçait en espace libre. Nous pouvons comparer le résultat pour 30 itérations avec la fonction :

$$f(d) = \frac{2}{d^2}.$$

Pour ce test, l'absorption de l'air a été désactivée afin de ne prendre en compte que la décroissance d'énergie portée par les rayons perçus. On observe bien sur la figure 7.4 que l'énergie suit la courbe de décroissance quadratique.

7.3 Cas de la salle sphérique

Le troisième test consiste à vérifier que l'énergie est bien conservée. Pour cela, nous plaçons une source et un récepteur (de rayon 1m) au centre d'une sphère 100% réfléchissante de diamètre 4m. Ainsi, à chaque itération, les 1000 rayons reviennent se croiser au centre de la sphère et sont donc tous captés par le récepteur. Nous obtenons une réponse impulsionale de la forme d'une peigne de Dirac (voir fig. 7.5a). L'écart entre chaque pic est de 11,76 ms ce qui correspond bien à une distance de 4m parcourue à la vitesse du son fixée à 340m/s. Pour éviter la dispersion des rayons il est nécessaire d'avoir une sphère très bien raffinée. Celle utilisée pour le test possède 320 000 triangles. Notons que nous pouvons traiter rapidement ce nombre conséquent de triangles grâce à l'utilisation de l'*octree*. Par ailleurs, la fréquence d'échantillonnage est définie à 1000Hz pour s'assurer que les sources-images de chaque itération soient parfaitement synchronisées dans le calcul de l'énergie. On pourra par ailleurs importer les sources-images sous *Blender* et constater qu'elles sont bien réparties sur des sphères dont le diamètre augmente de 4m à chaque itération (voir fig. 7.5b). Il y a N sources-images par sphère et chacune porte une énergie de $\frac{E_{tot}}{N}$. Comme elles sont équidistantes du récepteur, on observe bien des pics réguliers valant E_{tot} .

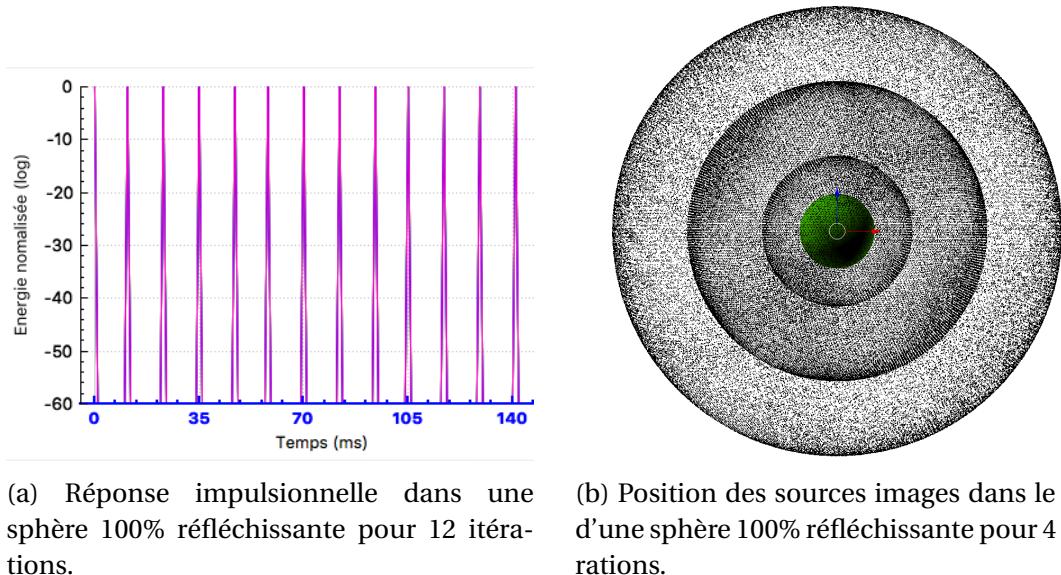


FIGURE 7.5 – Cas d'une sphère 100% réfléchissante

Si l'on active l'absorption de l'air, on constate bien que les hautes fréquences sont plus absorbées que les basses fréquences en fonction de la distance (voir fig. 7.6). Notamment au bout de 1700ms soit 578m, les fréquences à 8kHz ont quasiment totalement été absorbées par l'air, pour une température de 20°C et une pression relative de 50%.

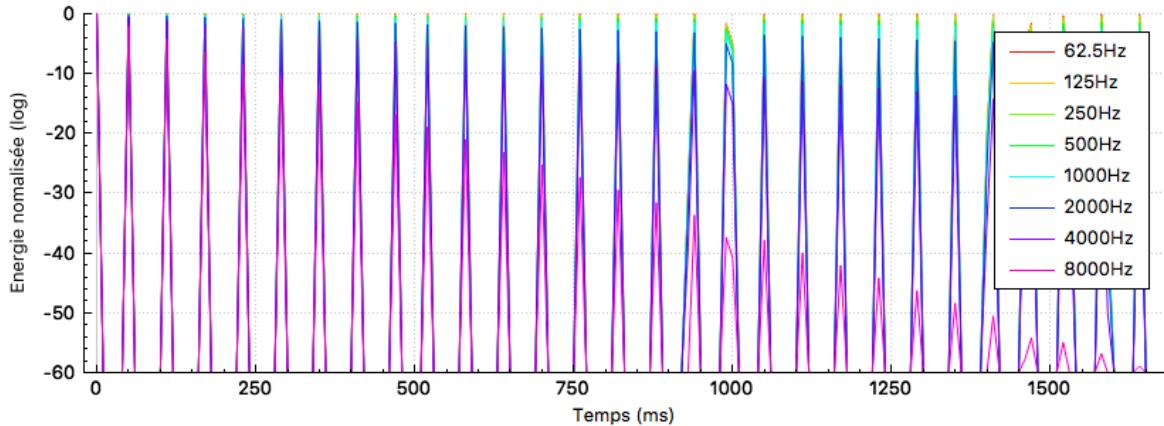


FIGURE 7.6 – Réponse impulsionnelle dans une sphère de 20m de diamètre, 100% réfléchissante, pour 30 itérations avec absorption de l'air.

7.4 Cas de la salle cubique

Le dernier test consiste à comparer les résultats de calcul avec une formule analytique pour une pièce de type pavé droit¹ :

$$P_{si} = i \times D + P_s \times (-1)^i, \quad (7.2)$$

avec :

- $i \in (-n, n)$ et $n \in \mathbb{N}$,
- P_{si} : La coordonnée de la position de la source image selon X, Y ou Z,
- P_s : La coordonnée de la position de la source selon X, Y ou Z,
- D : La dimension de la salle selon X, Y ou Z.

On constate alors qu'on a une superposition parfaite des sources-images dans l'espace (voir fig. 7.7) puisque l'écart des positions des sources-images expérimentales obtenues par lancer de rayons et des sources-images théoriques obtenues par formule analytique est inférieur à la précision machine (soit 10^{-6} m pour des variables de type *float*).

On mesure également l'erreur relative des énergies par source-image en prenant comme valeur théorique $\frac{1}{d^2}$ où d est la distance de la source-image au récepteur. On a alors :

$$\epsilon_{rel} = \frac{|E_{exp} - E_{theo}|}{E_{theo}}. \quad (7.3)$$

Pour ce test, la salle est un pavé dont les dimensions sont respectivement 2m, 3m et 4m sur les axes X, Y, Z; le récepteur a un diamètre de 40cm et il n'est pas superposé à la source. On peut observer que l'erreur moyenne est inférieure à 1% avec des pics pouvant aller jusqu'à 3%. Par ailleurs étant donné que plus les sources-images sont éloignées moins leur énergie sera importante, autrement dit elles seront moins entendues par l'auditeur, on peut resonner avec la norme infinie telle que :

$$\epsilon_{\infty} = \frac{|E_{exp} - E_{theo}|}{\max(E_{theo})}. \quad (7.4)$$

1. [McGOVERN, 2009, p. 182-189]

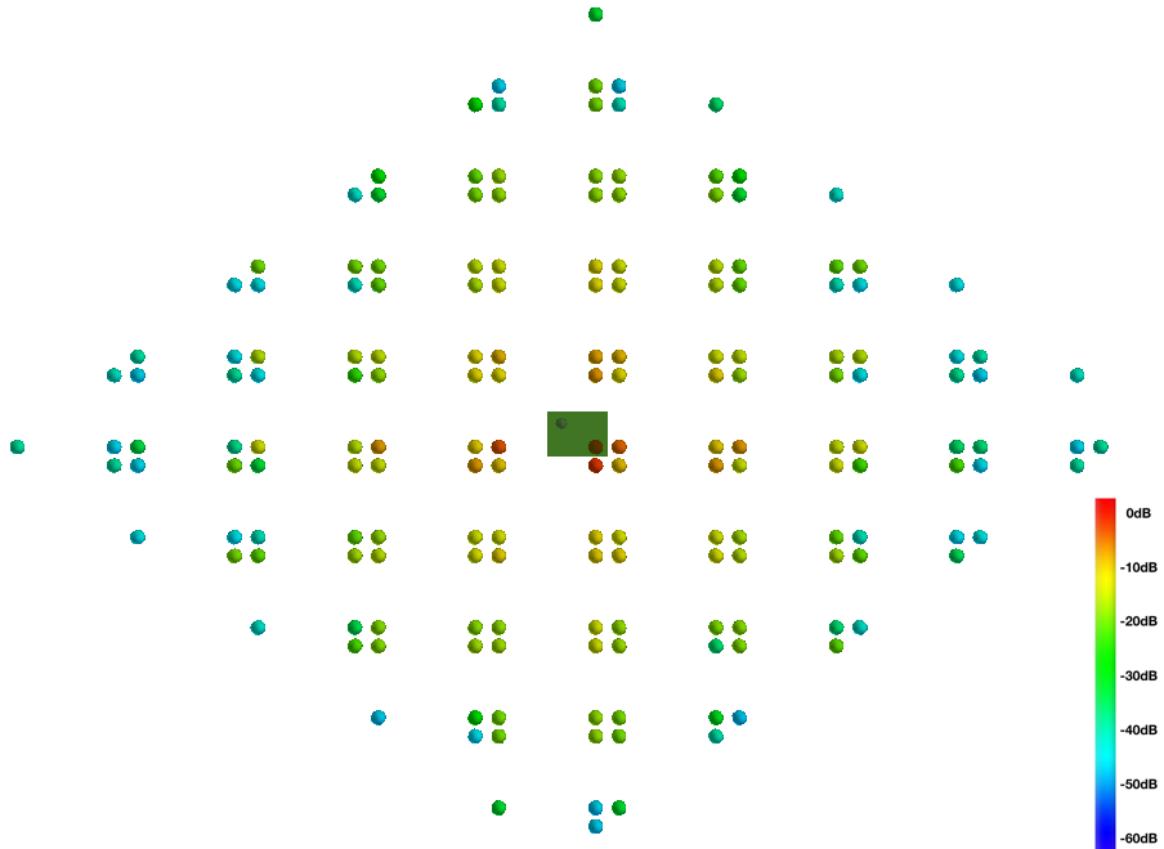


FIGURE 7.7 – Position des sources-images pour une salle cubique, 10 itérations.

On constate alors une erreur relative inférieure à 0,5% pour 1 000 000 de rayons (voir fig. 7.8b). On voit également qu'en augmentant le nombre de rayons on améliore la précision des 150 premières sources-images et les 1300 suivantes restent bien dans une plage d'erreur inférieure à 5% (voir fig. 7.8c) et à 0,2% en norme infinie (voir fig. 7.8d).

Dans un second temps, on assigne à chacune des six faces de la salle parallélépipédique des coefficients d'absorption différents. On met à jour les énergies des sources-images théoriques par la formule suivante :

$$E_{si} = \frac{1}{d} \times \prod_{j=0}^6 (1 - a_j^{\alpha_j}), \quad (7.5)$$

avec :

- a_j : les coefficient d'absorption de la j-ème paroi,
- $\alpha_j = 0,5i - 0,25b + 0,25b(-1)^i$,
- $i \in (-n, n), n \in \mathbb{N}$,
- $\begin{cases} b = 1 & \text{si } X_j \geq 0, \\ b = -1 & \text{si } X_j < 0, \end{cases}$
- X_j : les coordonnées selon [x, -x, y, -y, z, -z].

On constate que l'erreur relative par source-image ainsi que l'erreur en norme infinie restent bien inférieures aux valeurs indiquées précédemment (voir fig. 7.9a et 7.9b). De la même manière, on implémente l'absorption atmosphérique dans le calcul de l'énergie

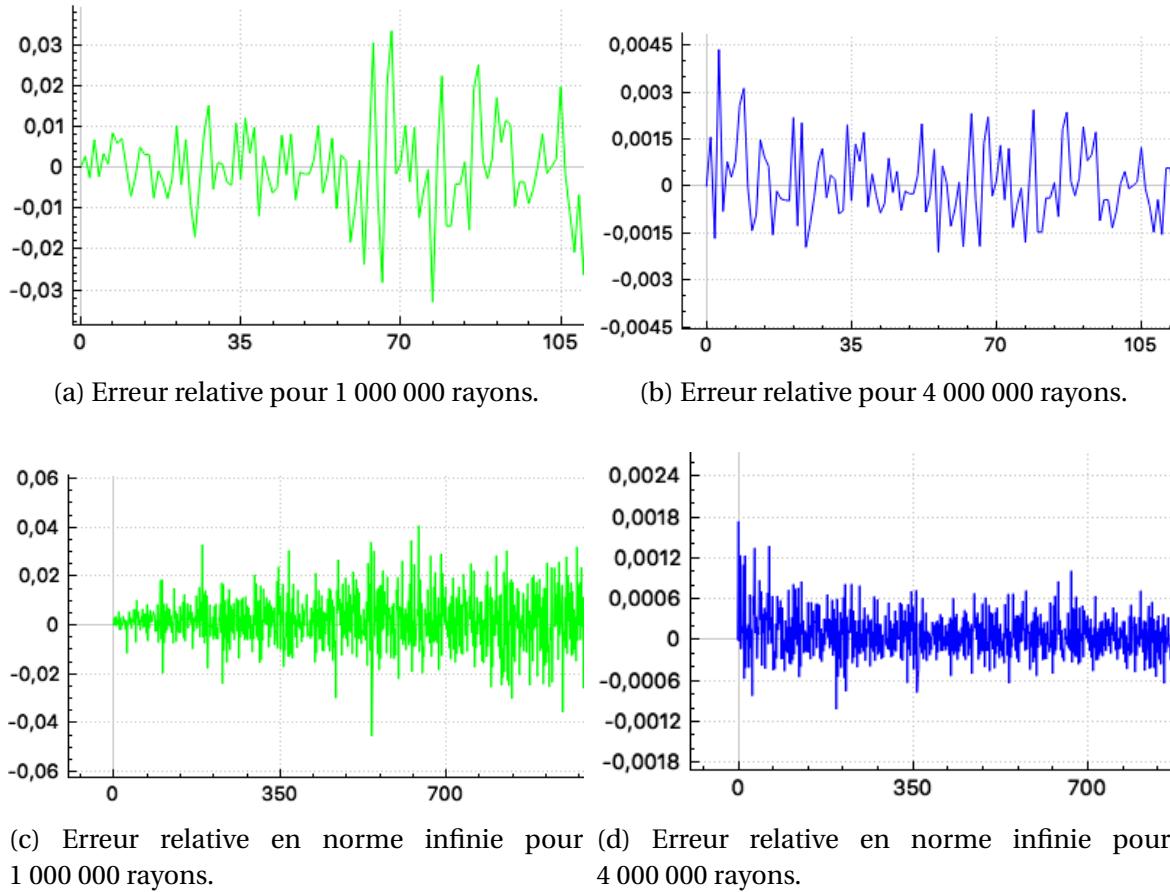
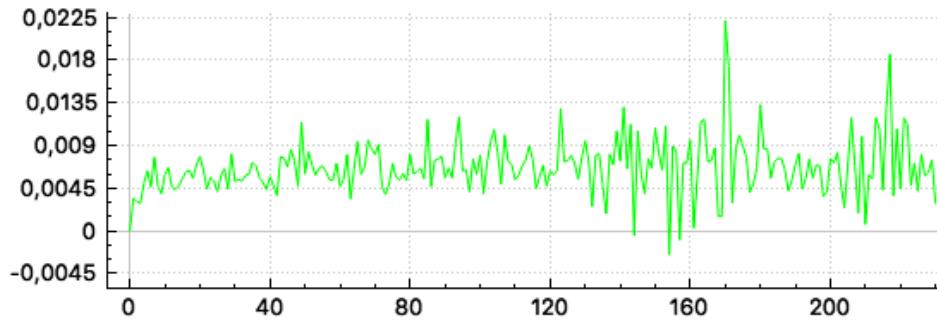


FIGURE 7.8 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique.

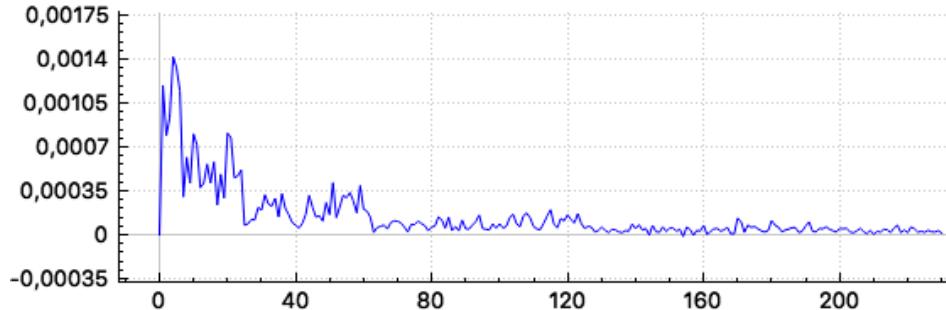
théorique telle que :

$$E_{si} = \frac{1}{d} \times \prod_{j=0}^6 (1 - a_j^{\alpha_j}) \times e^{-m.d}, \quad (7.6)$$

avec m le coefficient d'absorption décrit dans la section 4.1.3. La température est fixée à 20°C et l'humidité relative à 30%. On obtient encore une fois pour un million de rayons des erreurs relatives sur l'énergie inférieures à 5% (voir fig. 7.10a) et à 0,2% en norme infinie (voir fig. 7.10b).

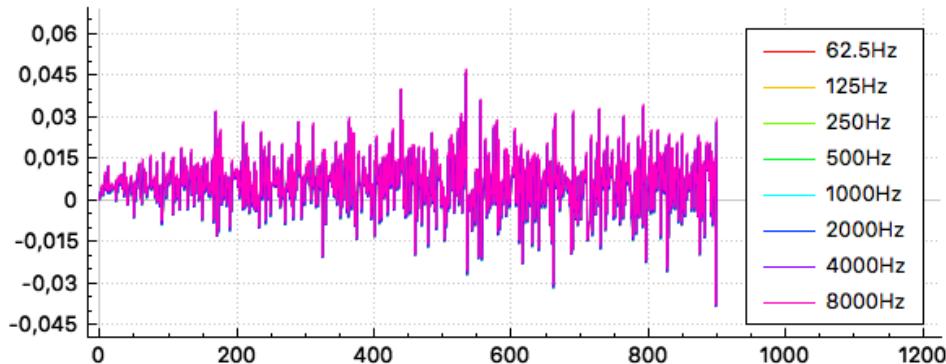


(a) Erreur relative.

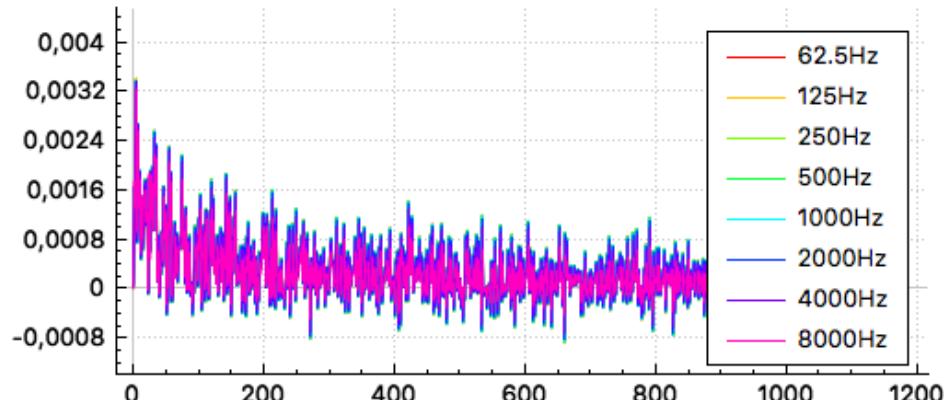


(b) Erreur relative en norme infinie.

FIGURE 7.9 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique avec absorption des parois pour 4 000 000 rayons.



(a) Erreur relative avec absorption de l'air.



(b) Erreur relative en norme infinie.

FIGURE 7.10 – Erreur relative des énergies des sources-images dans une salle parallélépipédique avec absorption de l'air pour 1 000 000 rayons.

Chapitre 8

Outil logiciel

« *L'éducation est le logiciel de l'ordinateur central qui programme l'avenir des sociétés.* »

Joseph ki zerbo

Sommaire

| | |
|--|------------|
| 8.1 Utilisation générique du logiciel | 110 |
| 8.2 Paramètres de sortie | 114 |
| 8.2.1 Réverbérance : T₃₀ | 114 |
| 8.2.2 Early Decay Time : EDT | 114 |
| 8.2.3 Clarté : C₈₀ | 115 |
| 8.2.4 Définition : D₅₀ | 115 |
| 8.2.5 Temps central : T_s | 116 |
| 8.2.6 Sound Pressure Level : SPL | 116 |
| 8.2.7 Spaciosité : LF₈₀ | 117 |
| 8.2.8 Comparaison au logiciel <i>Odeon</i> | 117 |

8.1 Utilisation générique du logiciel

La force de ce développement logiciel est que l'utilisateur n'a pas besoin d'effectuer de manipulations complexes pour obtenir les résultats de calcul d'acoustique de salle. Il pourra travailler directement sur son maillage dans le logiciel de CAO et lancer le calcul. En pratique, *Blender* permet de développer des scripts en Python qui peuvent par la suite être installés sous forme de *add-on*. L'interface homme-machine de *Blender* est ainsi complètement modulable et personnalisable. Un *add-on* a donc été développé dans le cadre de ce projet. Son rôle est de fournir un maillage adapté à un outil de calcul externe puis de réimporter les résultats dans *Blender* pour pouvoir les visualiser (voir fig. 8.1). Le cœur du calcul s'effectue sur un programme séparé développé en C++ (via *Qt creator*). L'utilisation d'un langage compilé permet d'optimiser le temps de calcul, et utiliser un logiciel séparé donne la liberté de se servir de n'importe quel outil de CAO. Il suffit de placer un fichier de maillage au format **OBJ** dans le répertoire adéquat pour pouvoir lancer le calcul. Le format **OBJ** permet d'obtenir les informations sur les sommets, les normales et les faces ainsi que les matériaux. Le choix s'est porté sur ce format car il est très couramment utilisé et recense toutes les informations requises. Néanmoins, d'autres formats de maillages pourraient être implémentés dans un développement futur. Nous pouvons noter également que, tout comme *Blender*, les applications développées sous *Qt creator* sont multiplateformes ce qui rend l'outil déployable sur n'importe quel ordinateur. Cela est un vrai plus pour la diffusion du logiciel car peu de logiciels commerciaux équivalents présentent cette fonctionnalité.

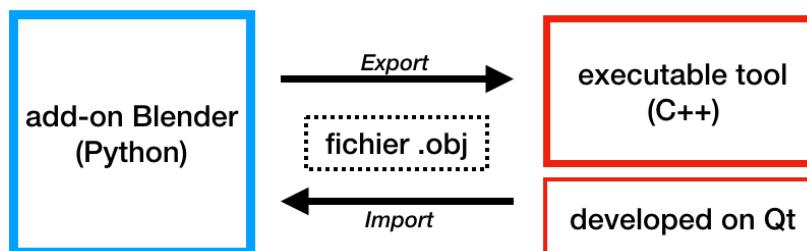


FIGURE 8.1 – Communication entre l'*add-on* *Blender* et l'outil de calcul.

Le *add-on* développé dans la cadre de ce projet possède quelques boutons (voir fig 8.2). Pour l'utiliser, la première étape consiste à notifier le répertoire de données de l'outil de calcul afin de pouvoir exporter le fichier de maillage. En utilisant le bouton "Run", *Blender* transforme les faces des objets sélectionnés en triangles et les exporte au format **OBJ**. Dans le fichier de maillage, chaque objet est différencié par un en-tête comprenant son nom. S'en suivent les coordonnées de l'ensemble de ses sommets (ou vertices), de ses textures et de ses normales. Ensuite sont regroupées par matériaux, les faces par combinaison de trois sommets, d'une texture et d'une normale. À la lecture de ce fichier, le logiciel stocke les sommets, les normales et les coefficients d'absorption des matériaux face par face. Ces coefficients d'absorption sont récupérés dans une base de donnée à l'aide de leur référence (voir section 5.2.1). Celle-ci doit être le premier mot du nom du matériau inscrit dans *Blender* suivi d'un espace.

Par défaut, une source et un récepteur sont positionnés au point [0, 0, 0]. Le rayon de mesure du récepteur par défaut est de 1m. Cependant, l'utilisateur pourra changer ces paramètres en créant des objets source et récepteur dans *Blender*. Pour être reconnus et discriminés du maillage, ces objets doivent respectivement comporter les mots "*source*" et "*listener*" dans leur nom. L'algorithme déterminera alors le centre des objets sources et

des récepteurs en calculant la moyenne des coordonnées des sommets. Le rayon de mesure d'un récepteur correspond au rayon de la sphère circonscrite à cet objet "*listener*". Notons qu'il est possible de placer plusieurs sources et plusieurs récepteurs. Pour ce qui est des sources, comme la position de départ impacte sur la trajectoire des rayons, elles sont traitées les unes après les autres en réalisant la chaîne de calcul complète à chaque fois. Les récepteurs par contre n'impactent pas la trajectoire des rayons, ainsi, celle-ci ne sera calculée qu'une fois pour tous les récepteurs. À chaque combinaison source-récepteur on obtient une réponse impulsionale et des sources-images dans l'espace. Il suffit de sélectionner la combinaison pour afficher les résultats. L'*add-on Blender* permet par ailleurs de mettre à jour uniquement les informations sur les sources et récepteurs sans avoir besoin de recharger tout le maillage.

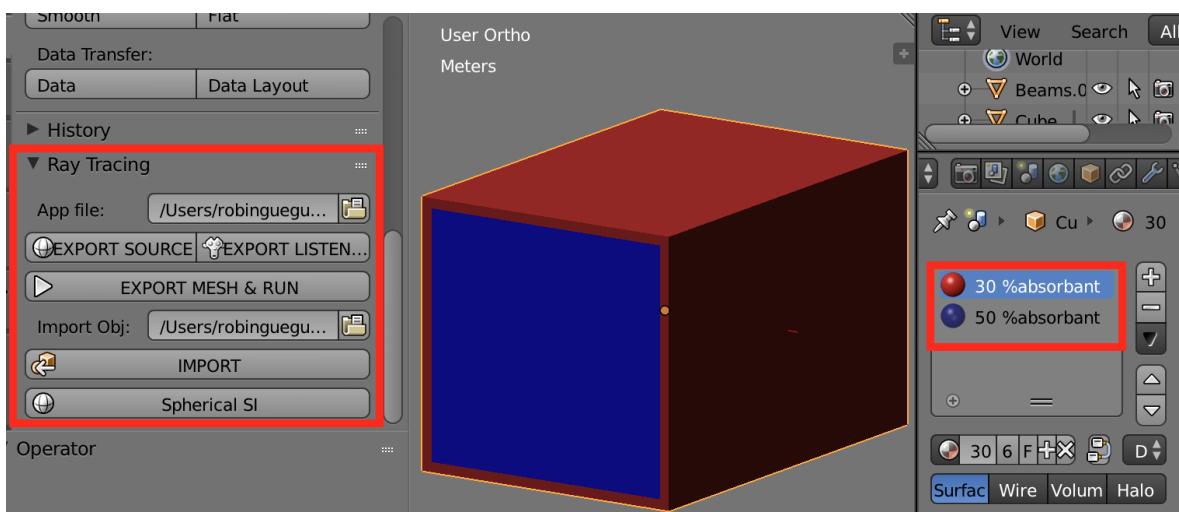
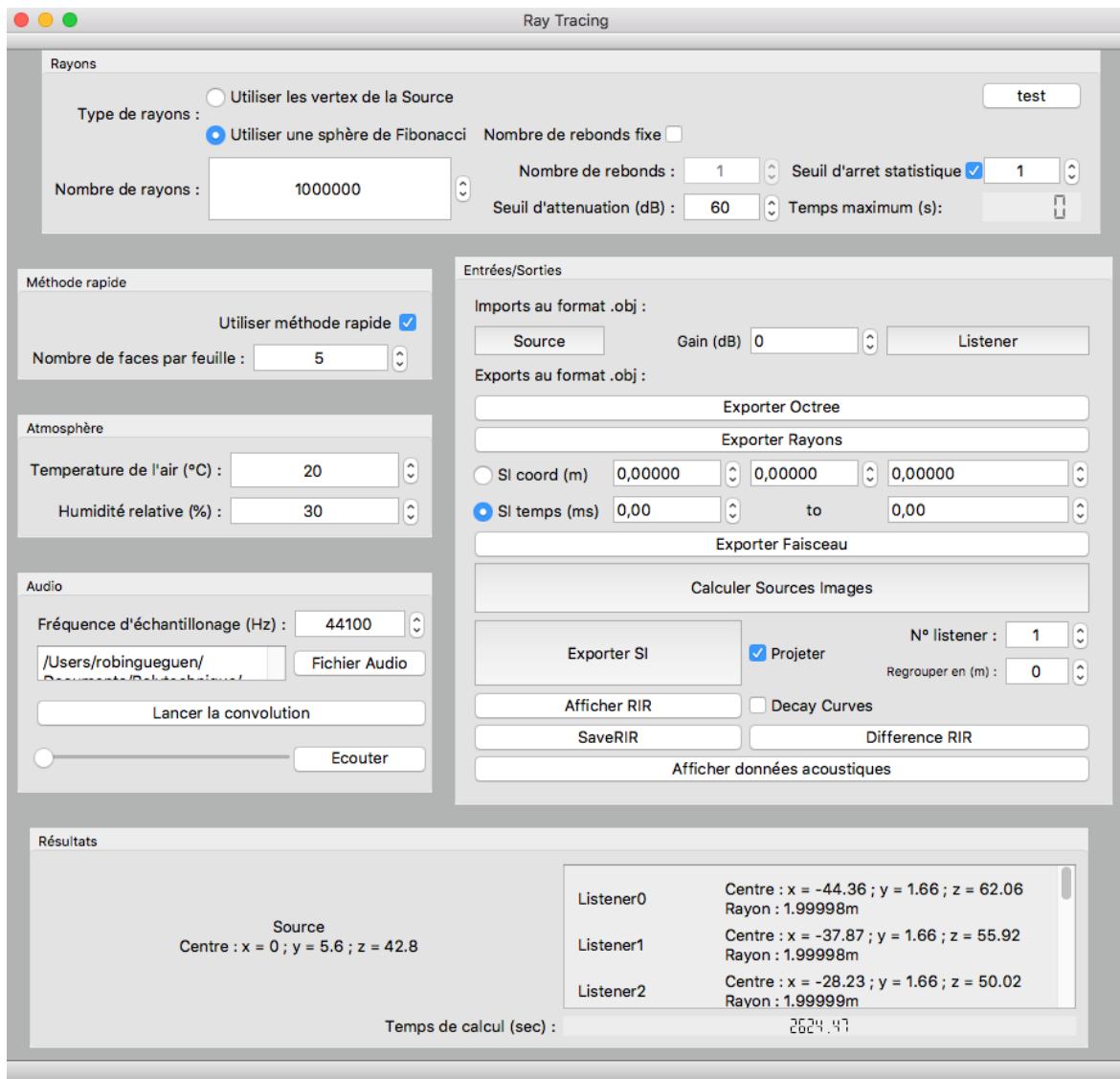


FIGURE 8.2 – Add-on *Blender* et assignation des matériaux.

De nombreux autres paramètres sont configurables grâce à une [Interface Homme-Machine \(IHM\)](#) générée par *Qt creator* (voir fig. 8.3). On peut alors paramétriser la température, la pression relative, le nombre de rayons, etc. L'outil permet d'afficher la [RIR](#) et d'écouter un fichier audio réverbéré grâce au calcul effectué. Il est ensuite possible de visualiser certains résultats directement sur *Blender* comme les rayons ou les sources-images par exemple. Celles-ci sont importées par défaut dans *Blender* comme un plan orienté vers le récepteur. En cliquant sur le bouton "*Spherical SI*" elle sont transformée en sphères de 1m de rayon. Elle sont colorées en fonction de la moyenne de leurs énergies (bleu étant le plus faible et rouge le plus fort). Une option permet aussi de projeter les sources-images sur les parois de la salle afin de visualiser de manière plus intuitive d'où proviennent les réflexions (voir section 9.2). L'utilisateur peut aussi entrer les coordonnées d'une source image pour afficher la trajectoire des rayons l'ayant créé ou bien sélectionner une plage de la [RIR](#) pour connaître les sources-images et afficher les rayons à l'origine de ce signal.

La figure 8.4 présente de manière synthétique l'architecture logicielle développée au cours du projet.

FIGURE 8.3 – IHM de l'outil de calcul générée par *Qt Creator*.

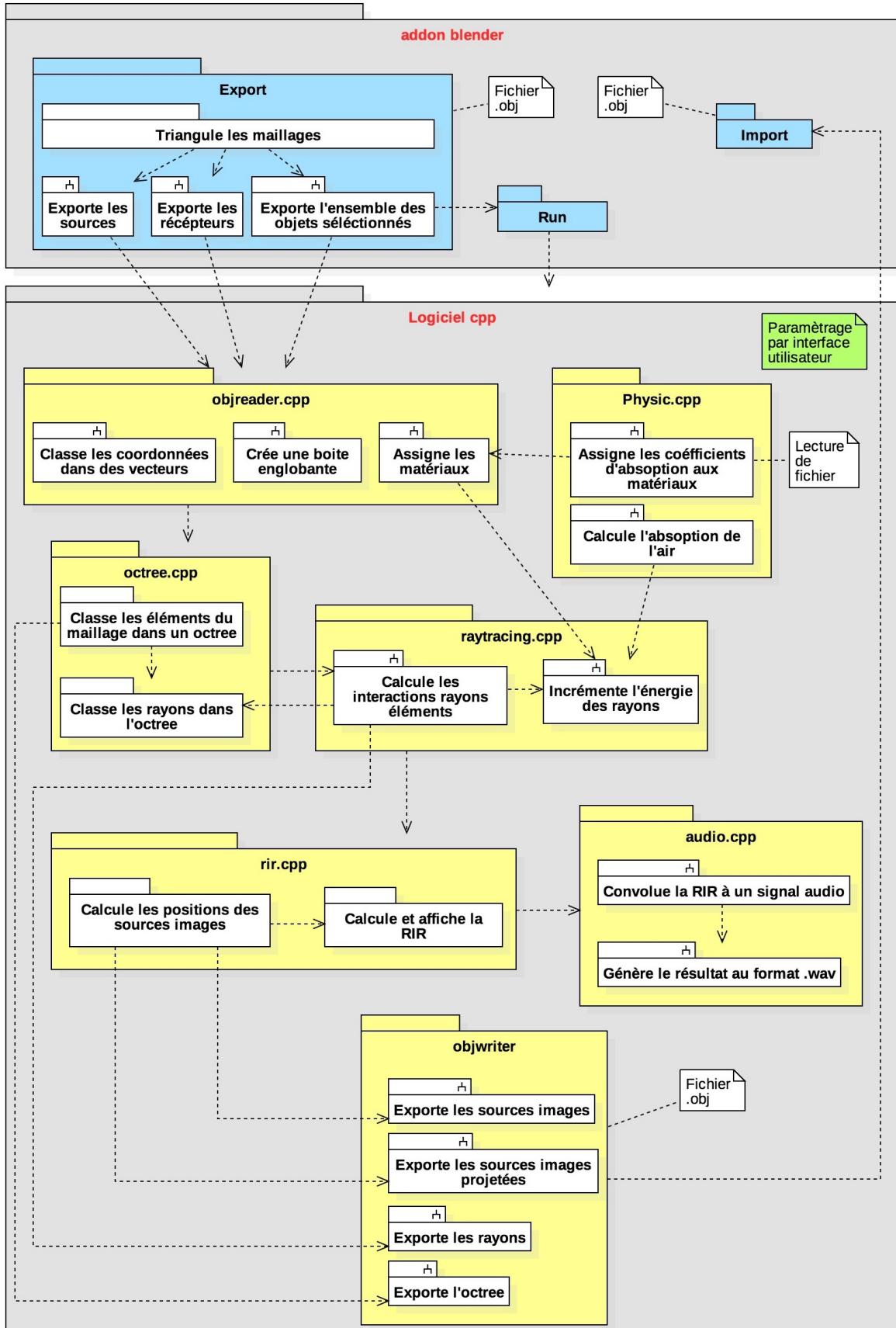


FIGURE 8.4 – Synopsis de l'architecture logiciel développé pour le calcul d'acoustique de salle.

8.2 Paramètres de sortie

L'étude de l'acoustique d'un bâtiment passe par le calcul de différents paramètres obtenus à partir de la **RIR**. Ceux-ci permettent de qualifier les qualités d'une salle. C'est Leo L. Beranek qui proposa le premier, bien après les études de Sabine, une approche de définition générale de la qualité acoustique d'une salle de spectacle. Il propose à des experts (chefs d'orchestre, interprètes et critiques musicaux) de comparer différentes salles de concert. Ceux-ci ont permis de dégager sept facteurs perceptifs :

- Reverberance : réverbérance, évaluation subjective du phénomène de réverbération;
- Loudness : puissance sonore;
- Spaciousness : spacieuse, sensation d'espace et d'enveloppement sonore;
- Clarity : clarté ou transparence;
- Intimacy : intimité, sensation de proximité sonore;
- Warmth : chaleur apportée par la coloration des timbres par la salle;
- Hearing on stage : aptitude pour les musiciens, les comédiens ou les conférenciers (donc dans le contexte d'une salle de spectacle uniquement) à s'entendre correctement.

Dans notre étude nous nous appuierons sur certains de ces paramètres et calculerons ceux qui sont le plus couramment utilisés. Nous utilisons pour cela les formules implémentées dans le logiciel *Odeon*¹.

8.2.1 Réverbérance : **T₃₀**

En pratique, le temps de réverbération est en général estimé grâce au facteur **T₃₀**. Son nom peut porter à confusion mais il s'agit bien d'un indice mesurant le **RT₆₀**. Il se nomme ainsi car il est obtenu en mesurant l'intervalle de temps permettant de passer de -5 à -35dB et en doublant la valeur. Cette extrapolation permet d'éviter les perturbations du signal souvent observées en début et en fin de réponse. Il ne se mesure pas directement sur la réponse impulsionnelle mais sur les courbes d'affaiblissement. Ces courbes sont calculées par intégration inverse de Schroeder² sur la **RIR**. Dans notre cas, cela revient à faire la somme cumulative des énergies en partant de la fin du signal :

$$E'(t) = \sum_{-\infty}^t E(\tau) d(-\tau).^3 \quad (8.1)$$

Cependant, il est possible que, si la réponse impulsionnelle s'arrête avant -35dB, le résultat soit tronqué. Pour éviter cela, on effectue donc une régression linéaire de ces courbes de décroissance en échelle logarithmique pour atteindre la valeur seuil demandée (typiquement -60dB).

8.2.2 Early Decay Time : **EDT**

Lors des études d'acoustique de salle il est également intéressant de séparer les premières réflexions du champs diffus. Pour cela, nous pouvons, comme pour le **T₃₀**, mesurer le

1. [ODEON, 2016, p.87-92]

2. [SCHROEDER, 1964, p.410]

3. La norme ISO 3382 part 1 donne la formule : $E(t) = \int_0^\infty p^2(\tau) d(\tau) = \int_0^t p^2(\tau) d(-\tau)$.

temps nécessaire pour passer de 0 à -10dB sur les courbes d'affaiblissement. En multipliant ce temps par 6 on obtient le paramètre **EDT**. Celui-ci permet d'apprécier l'influence de la salle sur la netteté des attaques et la dynamique des sources en prenant mieux en compte l'influence des premières réflexions. La valeur de l'**EDT** est à comparer à celle du **RT₆₀** : plus l'**EDT** sera faible devant le **RT₆₀**, plus la pente initiale de la décroissance sera forte, révélant une concentration de l'énergie sonore dans le début de la réponse impulsionnelle, ce qui est favorable à une bonne intelligibilité. Notons également que l'**EDT** varie plus facilement que le **RT₆₀** en fonction de la position d'écoute dans la salle.

8.2.3 Clarté : **C₈₀**

La clarté est un paramètre qui vise à exprimer la compréhensibilité en dB tel que :

$$C_{80} = 10 \log \left(\frac{E_{0-80}}{E_{80 \rightarrow \infty}} \right). \quad (8.2)$$

Dans la formule précédente, $E_{a \rightarrow b}$ est la fraction d'énergie sonore comprise dans l'intervalle $[a,b]$ en ms telle que :

$$E_{a \rightarrow b} = \int_a^b E(t) dt. \quad (8.3)$$

Nous utilisons comme limite utile pour la compréhension de la parole la valeur de 80ms car c'est celle qui est le plus largement utilisée (introduite par Reichardt ⁵ en 1975). Présons par ailleurs que ce facteur est subjectif, c'est-à-dire qu'il sera sensible à l'interprétation de l'auditeur en terme de psychoacoustique. Aussi, selon la répartition des premières réflexions, deux **RIR** dont la clarté "calculée" est identique pourra donner une clarté "perçue" différente ⁶.

8.2.4 Définition : **D₅₀**

Le paramètre **D₅₀** exprime en pourcentage le ratio entre les premières réflexions et le son réverbéré total. Il se calcule par la formule suivante :

$$D_{50} = \frac{E_{0 \rightarrow 50}}{E_{0 \rightarrow \infty}}. \quad (8.4)$$

On distingue généralement les intervalles décrit dans le tableau 8.1 ⁷ pour juger de la qualité de la définition sonore dans une salle en fonction de la valeur du critère **D₅₀**.

| D₅₀ | 0 à 30% | 30 à 45% | 45 à 60% | 60 à 75% | 75 à 100% |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Définition | Mauvaise | Pauvre | Moyenne | Bonne | Excellent |

TABLEAU 8.1 – Évaluation du critère de définition.

4. [JOUHANEAU, 1997, eq 74, p. 221]

5. [REICHARDT, 1975, p.126]

6. [JOUHANEAU, 1997, p. 226]

7. [KRAUSS et al., 2009, p.59]

8.2.5 Temps central : T_s

Le paramètre T_s est le centre de gravité temporel de la réponse impulsionnelle de la salle, c'est-à-dire le temps pour lequel la moitié de l'énergie sonore totale est reçue. Il se calcule comme le barycentre continu des instants de réception du son pondéré par l'énergie sonore en ces instants et s'exprime en milli-secondes. T_s donne un ordre d'idée de "l'étalement" de la réponse impulsionnelle, c'est-à-dire du temps moyen que prend un son pour parvenir aux auditeurs. Si cette dernière est discrète, il se calcule par la formule suivante :

$$T_s = \frac{\sum_{0}^{\infty} t E_t}{E_{0 \rightarrow \infty}}. \quad (8.5)$$

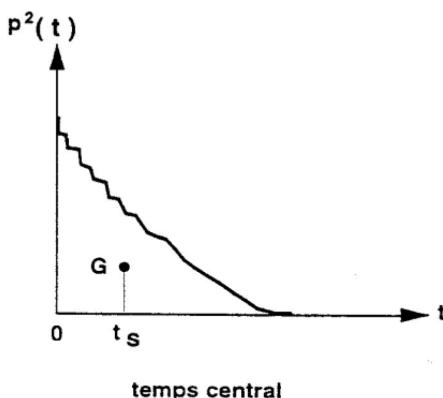


FIGURE 8.5 – Représentation du temps central T_s sur le graphe de l'énergie en fonction du temps⁸.

8.2.6 Sound Pressure Level : SPL

Il est possible de connaître le gain G en (dB) apporté par la réverbération de la salle par la formule :

$$G = 10 \log E_{0 \rightarrow \infty}. \quad (8.6)$$

Cependant, il faut par ailleurs connaître l'atténuation du son direct avant qu'il n'atteigne l'auditeur afin d'obtenir le niveau réel d'énergie. Pour cela, on retirera un *offset* calculé tel que l'énergie mesurée à 10m en champs libre soit de -31dB⁹. On a alors :

$$E'(t) = E(t) \frac{10^{-1,1} e^{-mtv}}{(t.v)^2}, \quad (8.7)$$

avec :

- $E'(t)$: l'énergie adaptée pour valoir -31dB à 10m en champ libre,
- $E(t)$: l'énergie normalisée pour que le son direct vaille 0dB,
- m : le coefficient d'absorption atmosphérique en fonction de la température, l'humidité et la fréquence,
- v : la vitesse du son dans le milieu (=340m/s pour l'air).

La valeur du niveau de pression sonore **SPL** correspond au gain pour l'énergie $E'(t)$.

8. [KRAUSS et al., 2009, p.58]

9. ISO 3382-1, 2009

8.2.7 Spaciosité : LF_{80}

Pour déterminer la spaciosité, c'est-à-dire la largeur apparente de la source et l'enveloppement des auditeurs, on étudie le rapport entre les réflexions latérales et l'ensemble des réflexions précoces. Ce paramètre se calcule avec la formule suivante :

$$\text{LF}_{80} = \frac{\sum_{t=5}^{80} E_t \cos^2(\beta_t)}{E_{0 \rightarrow 80}}, \quad (8.8)$$

où β_t est l'angle entre l'axe reliant la source-image au récepteur et l'axe reliant les deux oreilles du récepteur. Pour déterminer cet axe on orientera le regard de l'auditeur vers la source. Un LF_{80} important correspond à une impression d'espace. L'auditeur se sent au centre du son, mais pour un LF_{80} trop important il ne peut plus localiser la source qu'il écoute. Inversement, si ce critère est trop faible l'auditeur se sent éloigné de la source, mis à l'écart.

8.2.8 Comparaison au logiciel *Odeon*

Nous comparons les résultats obtenus avec le logiciel *Odeon* dans le cas d'une salle cubique de 10 000 éléments et 100 000 rayons. On assigne aux parois un matériau 50% réfléchissant sur toutes les fréquences. Le tableau 8.2 montre que les résultats obtenus sont quasi-identiques entre les deux logiciels. Nous verrons dans la section 10.6 que pour un cas plus complexe comme le théâtre d'Orange, les résultats sont également similaires.

| Facteur | Mesure de notre logiciel | Mesure du logiciel <i>Odeon</i> |
|-----------------------|--------------------------|---------------------------------|
| EDT (ms) | 48 | 50 |
| T_{30} (ms) | 86 | 80 |
| SPL (dB) | -4 | -3.5 |
| C_{80} (dB) | 58.84 | 59.9 |
| D_{50} (%) | 99.99 | 1 |
| T_s (ms) | 2 | 2 |
| LF_{80} (dB) | 0.089 | 0.069 |

TABLEAU 8.2 – Comparaison des facteurs perceptifs pour une source en [0; 0; 0] et un auditeur en [0; 0.5; 0] et 100000 rayons dans une salle cubique de 2m d'arrête. La bande de fréquence utilisée est celle de 500Hz

Avec le logiciel *Odeon*, le temps de calcul de ce cas-test est de 15min avec un ordinateur Windows 7 Pro de processeur Intel Core 2 Duo 2,4GHz avec 4Go de RAM. Le temps de calcul est de 5sec avec notre logiciel sur un MacBook de processeur 2,7GHz Intel Core i5 avec 8Go de RAM. Notons néanmoins que nous utilisons le logiciel *Odeon* dans sa configuration par défaut et qu'en jouant sur les paramètres, le calcul pourraient peut-être être optimisé.

Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté les problématiques soulevées par une étude acoustique d'un monument antique. La géométrie complexe de ce type de bâtiment et sa taille colossale impose l'utilisation de méthodes de calcul approchées. Par simulation des réflexions et absorptions des parois, il est possible d'étudier la réverbération d'une salle. Malgré les approximations inéluctables du modèle, nous avons prouvé que les lois de la physique sont respectées. Un algorithme rapide a été mis en place pour permettre aux utilisateurs de tester facilement et rapidement leurs hypothèses architecturales. Ainsi, le temps de calcul devient peu sensible aux nombres d'éléments du maillage ce qui est souvent limitant dans ce genre d'étude. Le fonctionnement de l'algorithme développé a été présenté en détail de même que les différents outils d'analyse qui en découlent. Celui-ci permet l'étude du graphe temporel de réverbération du bâtiment ainsi que la position dans l'espace des différentes réflexions sonores. Ces résultats pourront aussi être analysés à l'oreille en écoutant le son réverbéré émis depuis une ou plusieurs sources et entendu par un auditeur virtuel placé dans le bâtiment.

Il y a cependant de nombreuses possibilités d'améliorations qui restent à l'étude pour ce type d'outil logiciel. Premièrement, l'écoute du signal sonore pourrait être rendue en trois dimensions grâce à des filtres binauraux. Ceux-ci permettent par l'intermédiaire d'un casque audio de transmettre un signal différent à chacune des deux oreilles afin de donner l'illusion d'espace et de profondeur. Cela est réalisable grâce au calcul de positionnement des sources-images dans l'espace. Tout en restant en position statique, l'auditeur pourra donc orienter son regard selon différentes directions et écouter en temps réel le son changer. Le contrôle de la direction pourrait alors être effectué au clavier ou à l'aide d'un casque avec "*Head Tracker*". En se plaçant en vue subjective dans le modèle 3D de *Blender*, on peut faire un premier pas vers l'analyse audiovisuelle immersive. Ce travail supplémentaire n'a pas été implémenté faute de temps mais serait facilement réalisable. Dans un second temps, dans un contexte où la réalité virtuelle prend de plus en plus d'importance dans les applications d'aujourd'hui, on pourrait envisager de déplacer l'auditeur en temps réel et permettre ainsi une visite virtuelle complète du bâtiment. Même si le temps de calcul pourrait être raccourci en exploitant plusieurs processeurs en parallèle, cela ne suffirait probablement pas pour obtenir une actualisation du signal suffisamment rapide. Il faudrait alors sans doute repenser quelque peu la structure de l'algorithme.

Du point de vue des résultats d'analyse, il y a de nombreuses améliorations envisageables au niveau graphique. Cela pose certaines questions. Comment visualiser des résultats de calculs acoustiques ? Quelles sont les informations indispensables à recueillir pour un archéologue voulant étudier l'acoustique d'un monument ?

De la même manière, est-il essentiel d'ajouter les effets de diffraction au modèle ? Si oui, quelle est la meilleure méthode ? Nous avons vu que l'utilisation d'un *octree* permet d'augmenter considérablement le nombre de faces du maillage sans grandes conséquences sur le temps de calcul, ainsi, pourrions-nous simuler la diffraction en facettant certaines surfaces de manière aléatoire ? Une autre solution consisterait à traiter de ma-

nière locale certains comportements acoustiques et les insérer ensuite dans le modèle par lancer de rayons ? Typiquement, pourrait-on analyser par méthode de résolution aux dérivées partielles (voir section 4.2.2) le comportement acoustique d'une colonne, ou de tout autre ornement avec un fort niveau de détail, puis de l'incorporer de manière analytique dans l'outil de lancer de rayons ? Ou bien, peut-on raisonner avec ce type de résolutions pour les faibles fréquences et conserver notre approche par méthode hybride pour les hautes fréquences ?

Pour finir, il serait également intéressant d'utiliser des sources dont la directivité n'est pas uniforme. Cela serait d'ailleurs plus représentatif des cas réels et notamment de l'usage fait à Orange à l'origine du théâtre. Les sons étaient alors émis par des instruments de musique ou par la voix humaine éventuellement amplifiée par un masque.

La prochaine partie vise à présenter concrètement comment s'utilise cet outil dans son état actuel autour du cas d'étude du théâtre antique d'Orange. Ainsi, nous tenterons d'analyser des hypothèses archéologiques précises grâce à l'étude acoustique du bâtiment.

Références

- ARENBERG, J. 1988, «Ray/triangle intersection with barycentric coordinates», *Ray Tracing News*, vol. 1, n° 11. 77
- AUSSAL, M. «Gypsilab github», URL <https://github.com/matthieuaustral/gypsilab>. 70
- AUSSAL, M. 2014, *Méthodes numériques pour la spatialisation sonore, de la simulation à la synthèse binaurale*, thèse de doctorat, Ecole Polytechnique. 66
- BADOUEL, D. 1990, «An efficient ray-polygon intersection», *Graphics Gems*. 77
- BATTENBERG, E. et R. AVIZIENIS. 2011, «Implementing real-time partitioned convolution algorithms on conventional operating systems», *DAFx-11*. 84
- CARRÉ, P. «Les matériaux absorbants acoustiques», URL acouphile.fr. 75
- CATT-ACOUSTIC. «Catt-acoustic webpage», URL <http://www.catt.se/>. 67
- CEI. 2015, «Ec 60050», Vocabulaire électrotechnique international. 59
- DAPOGNY, C., C. DOBRZYNSKI, P. FREY et A. FROEHLY. 2004, «mmg github», URL <https://github.com/MmgTools/mmg>. 70
- EYRING, C. F. 1930, «Reverberation time in "dead" rooms», *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 1, n° 2A, p. 217–241. 65
- FUNKHOUSER, T., N. TSINGOS, I. CARLBOM, G. ELKO, M. SONDHI, J. E. WEST, G. PINGALI, P. MIN et A. NGAN. 2004, «A beam tracing method for interactive architectural acoustics», *Acoustical Society of America*, , n° 115, p. 739–756. 70
- ISO-9613-1. 1993, «Acoustics - attenuation of sound during propagation outdoors»,. 61, 62
- JOT, J. M. 1992, *Etude et Réalisation d'un Spatialisateur de Sons par Modèles Physique et Perceptifs*, thèse de doctorat, Telecom Paris. 65
- JOUHANEAU, J. 1997, *Acoustique des salles et sonorisation, Acoustique appliquée*, vol. 3, Conservatoire national des arts et métiers. 58, 61, 62, 64, 68, 115
- KANDELMAN, M. 2007, *Simulation acoustique par la méthode des sources images*, mémoire de maîtrise, Ecole Nationale Supérieur Louis-Lumière. 64, 65, 68
- KNUTH, D. 1997, *The Art of Computer Programming*, vol. 1, 3^e éd., Fundamental Algorithms. 89

- KRAUSS, G., R. YEZOU et F. KUZNIK. 2009, «Acoustique du batiment», Cours-Institut national des sciences appliquées de Lyon. [115](#), [116](#)
- KULOWSKI, A. 1985, *Algorithmic representation of the ray tracing technique*, vol. 18, Applied Acoustics. [67](#)
- MCGOVERN, S. 2009, «Fast image method for impulse response calculations of box-shaped rooms», *Applied Acoustics*, vol. 70, n° 1. [104](#)
- MEAGHER, D. 1982, *Octree Generation, Analysis and Manipulation*, vol. TR, Image processing laboratory. [90](#)
- MÖLLER, T. et B. TRUMBORE. 1997, «Fast, minimum storage ray-triangle intersection», *Journal of Graphics Tools*, vol. 2, n° 1, p. 21–28. [77](#), [78](#)
- ODEON. «Odeon webpage», URL <https://odeon.dk/>. [67](#), [75](#)
- ODEON. 2016, *ODEON Room Acoustics Software*, Odeon A/S, Scion DTU Diplomvej, building 381 DK- 2800 Kgs. Lyngby Denmark. [114](#)
- PERREY-DEBAINA, E., M. YANGA, B. NENNIGB et J.-D. CHAZOTA. 2016, «Approximation par ondes planes et son utilisation pour la méthode des éléments finis», dans *CFA/VISHNO*. [71](#)
- PICAUT, J. 2005, «Application numérique du concept de particules sonores à la modélisation des champs sonores en acoustique architecturale», Cahier thématique : Méthodes numériques en génie civil, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Centre de Nantes. [67](#), [68](#)
- PREMAT, E. 2000, *Prise en compte d'effets météorologiques dans une méthode d'éléments finis de frontière*, thèse de doctorat, L’Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. [65](#), [66](#)
- REICHARDT, W. 1975, *Definition und Messgrundlage eines objektiven Masses zur Ermittlung der Grenze zwischen brauchbarer und unbrauchbarer Durchsichtigkeit bei Musikdarbietung*, vol. 32, *Acustica*. [115](#)
- SABINE, P. 1932, «Acoustics and architecture», . [64](#)
- SABINE, W. C. 1900, *Architectural Acoustics*, vol. Part I. Reverberation, Reprints of the American Architect. [59](#)
- SALMON, F., M. AUSSAL, É. HENDRICKX, J.-C. MESSONNIER et L. MILLOT. 2017, «Optimization of interactive binaural processing», Audio Engineering Society. [85](#)
- SCHOREDER, M. 1964, «New method of measuring reverberation time», *Bell Telephone Laboratories*. [114](#)
- VORLÄNDER, M. et E. MOMMERTZ. 2000, «Definition and measurement of random-incidence scattering coefficients», *Applied Acoustics*, vol. 60, p. 187–199. [71](#)
- WIKIPÉDIA. a, «Angle solide», URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Angle_solidé. [72](#)
- WIKIPÉDIA. b, «Octree», URL <https://en.wikipedia.org/wiki/Octree>. [90](#)

WIKIPÉDIA. c, «Sound pressure», URL https://en.wikipedia.org/wiki/Sound_pressure. 60

WILLIAMS, A., S. BARRUS, R. MORLEY et P. SHIRLEY. 2005, «An efficient and robust ray–box intersection algorithm», *ACM SIGGRAPH*, , n° 9. 93

Troisième partie

Analyse acoustique du théâtre d'Orange

Introduction

Il est d'usage de prétendre que l'acoustique des théâtres antiques est excellente et que le son, par de simples astuces géométriques, est bien perçu à toutes les places¹⁰. Mythe ou réalité? On peut dans tous les cas constater que les romains adaptaient leurs architectures aux usages des bâtiments. Ainsi, on pourra distinguer les théâtres antiques des *odéons* qui, plus petits et complètement fermés, avaient un usage exclusivement musical¹¹. Les romains, ainsi que les Grecs, ont choisi de bâtir un type de bâtiment adapté aux représentations théâtrales et ont reproduit de manière assez similaire cette architecture globale en différents lieux. Quelles étaient donc les solutions architecturales permettant d'optimiser la propagation du son sachant que "les architectes [de l'antiquité] n'ont jamais disposé que de deux moyens : la géométrie et l'oreille"¹²? On sait par ailleurs que l'acoustique faisait partie des préoccupations des architectes puisque Vitruve, contemporain de l'époque Augustéenne en fait régulièrement état dans son *De architectura*, livre V¹³. François Canac, a mené durant de nombreuses années une large étude théorique et expérimentale sur l'acoustique des théâtres antiques¹⁴. Il explique que l'excellente acoustique des théâtres antiques tel que celui d'Orange est dû à plusieurs facteurs géométriques :

- L'orchestre qui fonctionne comme un miroir et réfléchit le son provenant de la scène vers les gradins.
- Le mur de scène qui réfléchit également le son vers les gradins. Pour que ce son réfléchi ne soit pas présent sous forme d'écho (ce qui nuirait grandement à la compréhensibilité) il est nécessaire que la scène soit peu profonde.
- Les murs de scène s'élevaient presque toujours là où le terrain arrière était horizontal avec donc la possibilité de présenter des bruits parasites. Le mur semble donc avoir un rôle de "parason"¹⁵.
- L'angle des gradins qui augmente en général lorsqu'on s'éloigne de la scène et qui permet à tous les spectateurs de bénéficier des réflexions sur l'orchestre¹⁶.
- Le caractère simple de la géométrie : des murs très réfléchissants des gradins à ciel ouvert permettant la présence de premières réflexions et peu de réverbération¹⁷.
- Le *pulpitum* qui présente des niches alternativement rectangulaires et semi-circulaires (mais qui est plat dans les *odéons*) pourrait servir soit à disperser les échos nuisibles, soit à faire résonner la musique¹⁸.

10. [FORMIGÉ, 1923, p.42]

11. [VASSILANTONOPoulos et MOURJOPoulos, 2009, p.1]

12. [CANAC, 1967, p.15]

13. [VITRUVE, Traduction 1847, Livre V]

14. [CANAC, 1967]

15. [CANAC, 1967, p.38]

16. [CANAC, 1967, p.103-109]

17. [CANAC, 1967, p.33]

18. [CANAC, 1967, p.38]

-
- Les gradins doivent permettre à l'acteur de s'entendre en retour afin d'avoir la sensation que sa voix porte¹⁹.

L'un des caractères essentiels de l'étude acoustique dans un théâtre est la compréhensibilité. Nous ne disposons pourtant que de peu d'informations dans ce domaine. Premièrement, il n'est pas impossible que certains spectacles de théâtre aient été non verbaux et plutôt de type pantomime. Par ailleurs, la façon dont les textes étaient déclamés dans les représentations théâtrales est difficile à comprendre. Outre le fait que l'élocution était probablement très différente de celle que l'on connaît aujourd'hui (Aristote²⁰ et Plutarque ont insisté sur l'entraînement rigoureux des acteurs pour développer leur voix et leur aisance sur scène²¹), les acteurs portaient probablement des masques pour amplifier leur voix²². Il est rapporté par Philostrate dans *La vie d'Apollonios de Tyane*, V, 9 "qu'un acteur tragique se rendit en Occident et y fit une tournée ... Arrivé à Hypsalis (Seville), il sembla aux indigènes déjà effrayant par son aspect, bien qu'il n'eût pas encore prononcé une parole sur la scène. En le voyant marcher à grand pas, la bouche démesurément ouverte, monté sur des chaussures d'une hauteur extraordinaire, le corps dissimulé sous un étrange accoutrement, ces gens, n'étaient pas rassurés ; mais quand il se mit à éléver la voix et à déclamer sur un ton éclatant, la plupart prirent la fuite, comme poursuivis par les cris d'un démon". Il résulte donc de ce passage que la voix atteignait une sonorité considérable²³. C'est donc avec ces réserves que nous tenterons de comprendre comment la voix pouvait être transmise à l'aide de critères tels que la clarté C₈₀ (voir section 8.2).

Dans ce chapitre, nous allons tenter d'aller plus loin dans l'analyse acoustique des théâtres antiques en utilisant des outils numériques. En effet, nous disposons désormais d'une maquette virtuelle du théâtre d'Orange ainsi que d'un outil de simulation acoustique, nous allons donc pouvoir combiner les deux pour tester différentes hypothèses archéologiques. Quel était l'impact de la position des spectateurs dans les gradins ? Le toit ou le *velum* avaient-ils une incidence sur le son perçu ? Quels rôles jouent et jouaient les différents matériaux ? Voici quelques exemples de questions auxquelles nous tenterons d'apporter des réponses. Cette troisième partie commence par la présentation de la configuration initiale de la maquette virtuelle du théâtre d'Orange et de son analyse. Des calculs seront ensuite effectués pour différentes configurations du théâtre afin de les comparer aux résultats de référence et ainsi d'éclairer certaines hypothèses de reconstitution.

19. [CANAC, 1967, p.42 - tab.II-4]

20. [BARTHÉLEMY-SAINT-HILAIRE, 1838, Chap IV - XIV]

21. [CANAC, 1967, p.39]

22. [ARNAUD, 1808, p.362]

23. [FORMIGÉ, 1923, p.43]

Chapitre 9

Analyse en configuration initiale

« *Si on veut connaître un peuple, il faut écouter sa musique* »

Platon

Sommaire

| | |
|--|-----|
| 9.1 Configuration du maillage | 130 |
| 9.2 Analyse de la réponse impulsionnelle | 132 |

9.1 Configuration du maillage

Pour effectuer les tests, nous mettons en place une configuration de référence. Celle-ci sera détaillée et étudiée dans ce chapitre tandis que le chapitre suivant présentera l'impact des différents éléments sur l'acoustique du bâtiment. Nous pourrons alors procéder de manière relative en ôtant les éléments les uns après les autres pour constater l'impact de chacun. Cette configuration de référence est un parti pris de ce que nous pensons être le théâtre dans un état d'usage standard de représentation, c'est-à-dire restitué de manière quasi-complète, avec du public et sans *velum*. Il est important de noter que cette configuration intègre des éléments hypothétiques (tel que le toit de la scène par exemple) mais dont l'aspect et la présence sont probables d'après ce que nous avons vu dans la partie I. Cette configuration de référence est donc composée : du mur de scène et d'une partie de sa décoration (les colonnes, les *podia* et les entablements), de l'*orchestra*, de la scène et de sa couverture, des basiliques, des *aditus* et de la *cavea* ainsi que de la *porticus in summa cavea* (voir fig. 9.1). On ajoute également les trois grandes portes du *postscaenium* ainsi que les diverses niches qui ont été modélisées sur le front de scène (voir Chap. 2.5). Ce sont les éléments qui peuvent avoir un impact non négligeable sur l'étude acoustique. Nous pouvons noter que le maillage ainsi constitué comporte environ 160 000 triangles. Notons également que le décor du front de scène est légèrement dérafiné grâce au *modificateur de type "Décimer"* afin d'alléger le maillage. Les tests acoustiques auront tous lieu à l'intérieur du bâtiment, ainsi, certains éléments situés à l'extérieur de l'enceinte ont été ôtés du modèle tels que les arcades autour de la *cavea*, les mâts de *velum*, etc.

En ce qui concerne les matériaux, nous avons tenté de nous rapprocher de la réalité d'après les éléments disponibles aujourd'hui. Tous les éléments construits en grand appareil sont en calcaire de Courthezon¹. L'orchestre était a priori dallé avec un matériau de type marbre². On utilisera également du marbre pour le front du *pulpitum*, le décor du front de scène et la *porticus in summa cavea*. Le front de scène, derrière sa décoration, était orné de panneaux mêlant probablement du marbre varié et polychrome ainsi que des mosaïques, nous lui assignerons donc également un matériau de type marbre. Le plancher de la scène, les portes du *postscaenium* ainsi que les couvertures de la scène et de la *porticus in summa cavea* étaient a priori en bois (probablement du chêne pour ses propriétés mécaniques et sa présence dans la région)³. Notons que seules les faces donnant vers l'intérieur du théâtre nous importent, c'est pourquoi nous ne traiterons pas des matériaux recouvrant les toitures. Enfin, la configuration initiale se fait avec le public puisque c'est le cas d'utilisation le plus courant. Nous assignons donc aux gradins un matériau de type audience tout comme aux trois degrés bas situés sur l'orchestre et réservés aux Sénateurs. Nous recherchons les matériaux qui se rapprochent le plus de ceux évoqués précédemment dans la base de données d'*Odeon*⁴ et nous obtenons les coefficients d'absorption correspondants (voir tab. 9.1). Nous constatons d'après ce tableau que le calcaire et le marbre sont extrêmement réfléchissants et semblent tenir une fonction de miroir acoustique. A contrario, le public est plutôt absorbant et on imagine que son rôle sera de limiter les échos. Quant au bois, il absorbe moyennement les basses fréquences et peu les hautes fréquences. Notons également que nous assignons aux ambulacres un matériau 100% absorbant afin d'éviter que des rayons ne se perdent dans les couloirs sans en ressortir, ce qui rallongerait le temps de calcul.

1. [BADIE et al., 2013b, p.43]

2. [BADIE et al., 2013b, p.337]

3. [FORMIGÉ, 1923, p.34 et 43]

4. [ODEON, materials]

| Matériaux | Réf | Équivalent Odeon | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|---------------------------|-------|--|--------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| Calcaire | 1001 | Smooth brickwork with flush pointing ⁵ | 0.02 | 0.02 | 0.03 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.07 | 0.07 |
| Marbre | 2001 | Marble or glazed tile ⁶ | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| Bois | 3000 | Hollow wooden podium ⁷ | 0.4 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0.17 | 0.15 | 0.1 | 0.1 |
| Public sur gradins | 11009 | Audience, lightly upholstered seats ⁸ | 0.51 | 0.51 | 0.64 | 0.75 | 0.8 | 0.82 | 0.83 | 0.83 |
| Public sur sièges mobiles | 11003 | Audience on wooden chairs, 1 per sq.m ⁹ | 0.16 | 0.16 | 0.24 | 0.56 | 0.69 | 0.81 | 0.78 | 0.78 |

TABLEAU 9.1 – Les matériaux et les coefficients d'absorption correspondant utilisés pour la simulation du théâtre d'Orange

On peut voir sur la figure 9.1 la répartition des différents matériaux sur le bâtiment. Nous plaçons une source sonore centrée sur la largeur de la scène à 160cm au dessus de celle-ci (environ la hauteur d'une bouche humaine) soit à une altitude de 42,8m par rapport au niveau de la mer (voir section 2.1) et à 2m du bord. Nous choisissons cette position comme position de source initiale. Le récepteur initial est situé dans le même axe, c'est-à-dire au centre des gradins et à la même altitude. Sa distance par rapport au centre de l'orchestre est de 16,5m, ce qui correspond aux gradins 3 à 8 environ. Son rayon de mesure sera de 2m.

Nous testons le calcul complet avec respectivement un et deux millions de rayons. Nous constatons que les résultats sont quasiment identiques à partir de 500Hz mais que les temps de réverbération sont un peu plus grands pour les basses fréquences à deux millions de rayons (moins de 10% d'écart). Cela s'explique par le fait que l'atmosphère ainsi que les matériaux atténuent très peu ces fréquences. Cependant, ce faible écart de résultats reste acceptable compte tenu de la diminution du temps de calcul. Afin de calculer les configurations correspondantes, il faut respectivement 17min pour deux millions de rayons et 8min pour un million. Nous testons aussi le calcul avec 500 000 rayons, pour lequel temps de calcul est de 3min et retrouvons des résultats identiques à la configuration à deux millions de rayons seulement au delà de 4kHz. Pour les plus basses fréquences l'écart va jusqu'à 17%. Dans la suite, nous choisissons donc de travailler avec un million de rayons.

8. Bobran, 1973

7. Harris, 1991

6. Dalenbäck, CATT

7. Beranek, Hidaka, 1998

8. Meyer, Kunstmann, Kuttruff, 1964

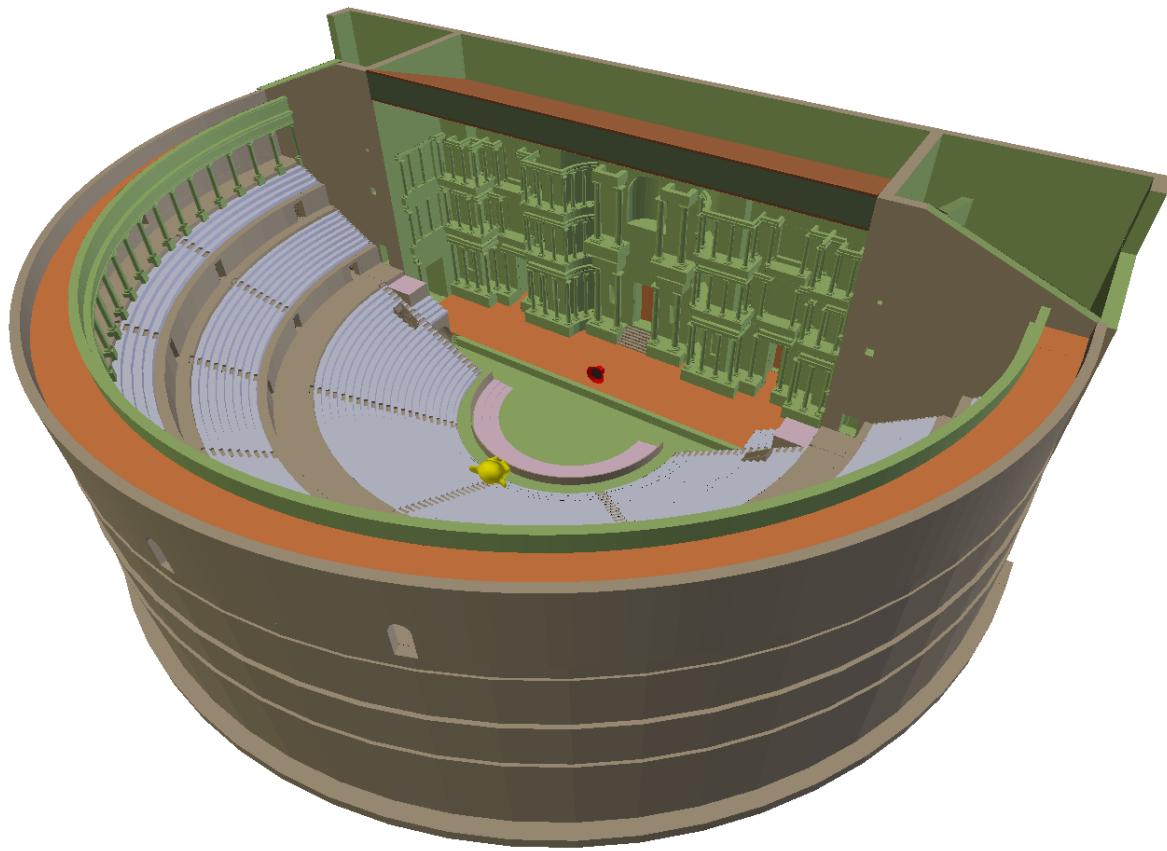


FIGURE 9.1 – Représentation des matériaux sur le théâtre d'Orange : Calcaire (beige), Marbre (vert), Bois (orange), Audience sur gradins (gris), Audience sur siège en bois (rose) ainsi que la source (rouge) et le récepteur (jaune) dans la configuration initiale.

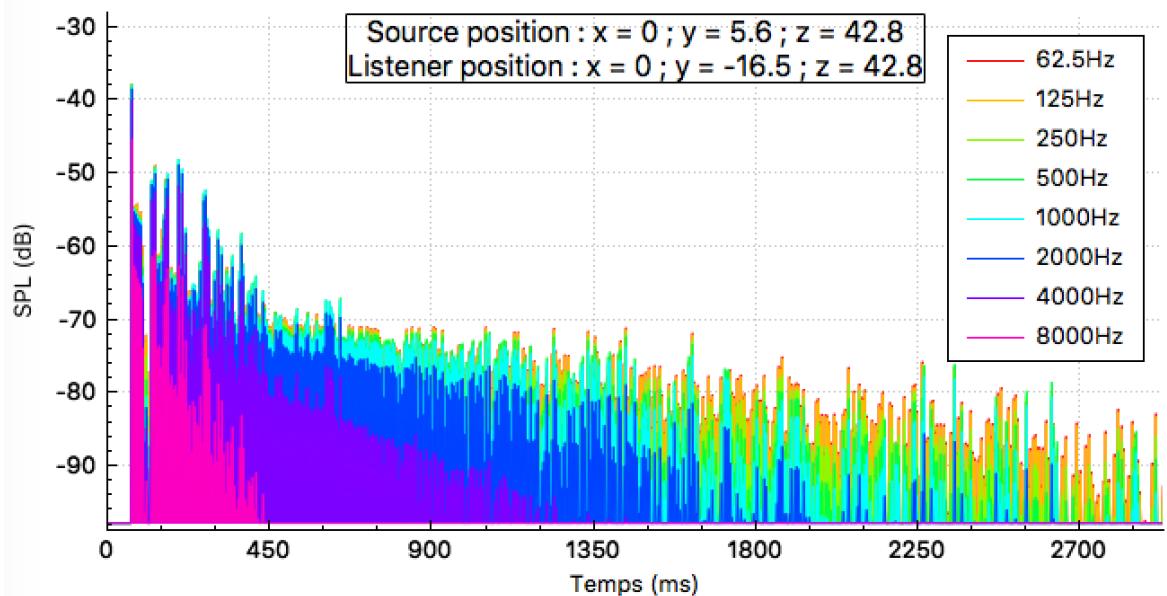
9.2 Analyse de la réponse impulsionale

La figure 9.2 et le tableau 9.2 illustrent les caractéristiques de la réponse impulsionale de la configuration initiale. On constate une zone de premières réflexions jusqu'à 400ms puis une chute d'énergie pour le champ diffus qui s'étale au delà des 3 secondes pour atteindre le RT_{60} . Nous limitons la réponse impulsionale à -20dB afin d'analyser d'où proviennent les pics d'énergies les plus forts (voir fig. 9.2b). Pour cela, nous nous appuyons sur les travaux de Haas et Meyer⁹ qui expliquent à quel moment une réflexion devient un écho :

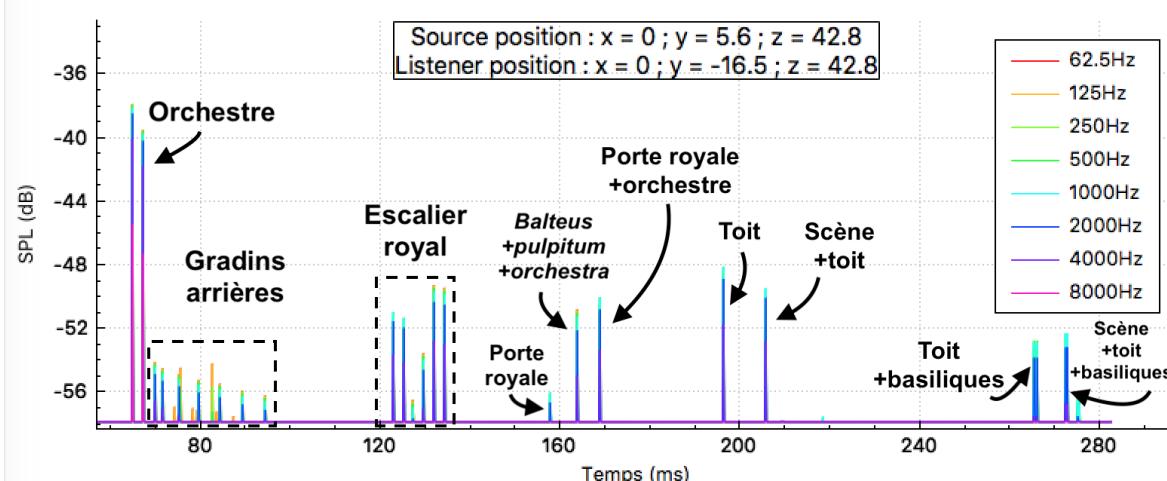
- si l'intervalle entre le son direct et le son réfléchi est inférieur à 5ms, l'auditeur entend un son unique dont l'intensité est la somme des deux signaux. La direction perçue est la bissectrice de l'angle formé par les deux sources (réelle et virtuelle) ;
- si le temps entre les deux signaux est compris entre 5 et 35ms, l'intensité est encore la somme des intensités mais la direction est celle du premier signal ;
- si le temps entre les deux signaux est compris entre 35 et 50ms, les deux signaux sont distingués dans le temps mais la direction semble être celle du premier son ;
- au delà de 50ms, les deux signaux sont complètement distingués dans le temps et l'espace.

Sur la figure 9.2b on constate la présence d'un pic de signal 5ms après le son direct ce

9. [HAAS, 1951, p.49]



(a) Réponse impulsionnelle jusqu'à -60dB.



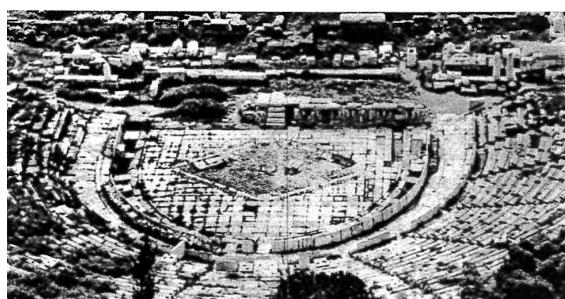
(b) Réponse impulsionnelle jusqu'à -20dB.

FIGURE 9.2 – RIR du théâtre d'Orange dans sa configuration initiale pour 1 million de rayons.

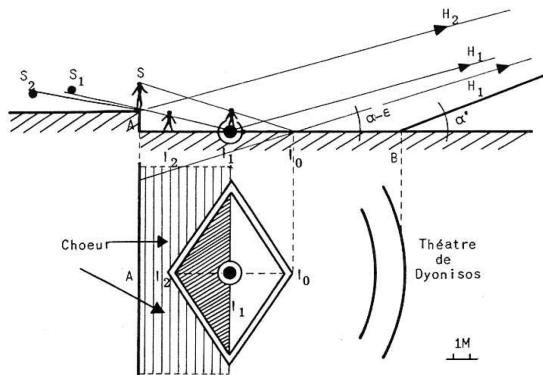
qui entre dans le premier cas décrit précédemment. Après analyse, nous constatons que celui-ci provient de la réflexion sur l'orchestre. Celui-ci va donc doubler l'intensité sonore émise depuis l'avant scène. Ce phénomène semble avoir été bien maîtrisé par les architectes de l'antiquité comme le montre l'exemple du théâtre de Dyonisos en Grèce (voir fig. 9.3). Celui-ci possède un losange dessiné sur son orchestre qui semble représenter l'espace qui ne doit pas être recouvert afin que le son puisse s'y réfléchir¹⁰. Si on limite la réponse impulsionnelle à -30dB (voir fig. 9.4a), nous constatons qu'il y a ensuite beaucoup de signal dispersé sur environ 30ms qui correspond aux rayons réfléchis sur le dossier des gradins et qui reviennent converger sur le récepteur (voir fig. 9.4c). Une partie d'entre eux se sont également réfléchis sur l'orchestre ajoutant encore à l'impact de cette surface dallée. D'après les critères de Haas évoqués précédemment, ces signaux sont parfaitement confondus avec le son direct. Il y a ensuite un trou de 20ms avant les prochains pics. Ceux-ci étant retardés de plus de 50ms par rapport au son direct, ils pour-

10. [CANAC, 1967, p.118-120]

ront être perçus comme un écho. Ces derniers proviennent des réflexions sur les marches d'escalier de la porte royale. Il est bon de rappeler que nous utilisons une source omnidirectionnelle et qui, à la différence de la voix humaine envoie autant d'énergie vers le mur que vers les gradins. Par ailleurs, nous sommes dans l'approximation hautes fréquences où l'on néglige certains effets de diffraction. On peut donc s'attendre à avoir un signal un peu différent dans la réalité même si notre étude permet de se faire une bonne idée du comportement acoustique du bâtiment. À 160ms les quelques pics présents sont dûs aux rayons réfléchis sur les gradins qui, bien que fortement atténusés par le matériau, arrivent en phase et jouent donc un rôle non négligeable dans la réverbération (voir fig. 9.4c). Il y a ensuite deux grands pics à -10dB issus de multiples réflexions. Le premier est dû aux réflexions successives sur le *balteus*, le fond du *pulpitum* et l'orchestre. Le deuxième provient de réflexions au niveau de la porte royale et de l'orchestre. L'agencement de ces deux parties (le *balteus* et la porte royale) étant très hypothétiques, il faudra considérer la présence de ces deux pics comme peu fiable. Pour finir, on distingue quatre grands pics provoqués par les réflexions sur le plafond de la scène ainsi que des combinaisons de réflexions avec la scène et les basiliques. Les deux premiers vont difficilement être distingués des pics précédents car leur écart est inférieur à 35ms mais les deux derniers seront entendus comme un écho.



(a) Mosaïque en losange dans l'orchestre du théâtre de Dyonisos à Athènes¹¹.



(b) Rôle supposé du losange dans l'orchestre du théâtre de Dyonisos. Emplacement du chœur¹².

FIGURE 9.3 – Analyse de l'orchestre du théâtre de Dyonisos à Athènes.

En ce qui concerne la position des sources-images, on constate clairement que pour une mesure à -60dB, il y a des sources-images tout autour du récepteur avec de fortes concentrations sur les premiers gradins, sur l'orchestre, sur la scène et sur le bas du mur (voir fig. 9.5a). C'est finalement à proximité du plan source-récepteur que se concentre la majeure partie des sources-images. Cependant, on constate la présence de sources-images au niveau du plafond, de la niche centrale et des différentes *précinctions* ce qui implique que le son qui monte peut aussi redescendre vers les gradins du bas (voir fig. 9.5b). En observant les sources-images dont le niveau est supérieur à -30dB par rapport au son direct (voir fig. 9.4), on peut confirmer la provenance des pics d'énergie de la figure 9.4a décrite précédemment.

La tableau 9.2 présente les facteurs perceptifs de cette configuration initiale. Ces données confirment un temps de réverbération de l'ordre de 4s. Il est intéressant de constater

11. [CANAC, 1967, Fig. V-7 bis - p.119]

12. [CANAC, 1967, Fig. V-7 - p.118]

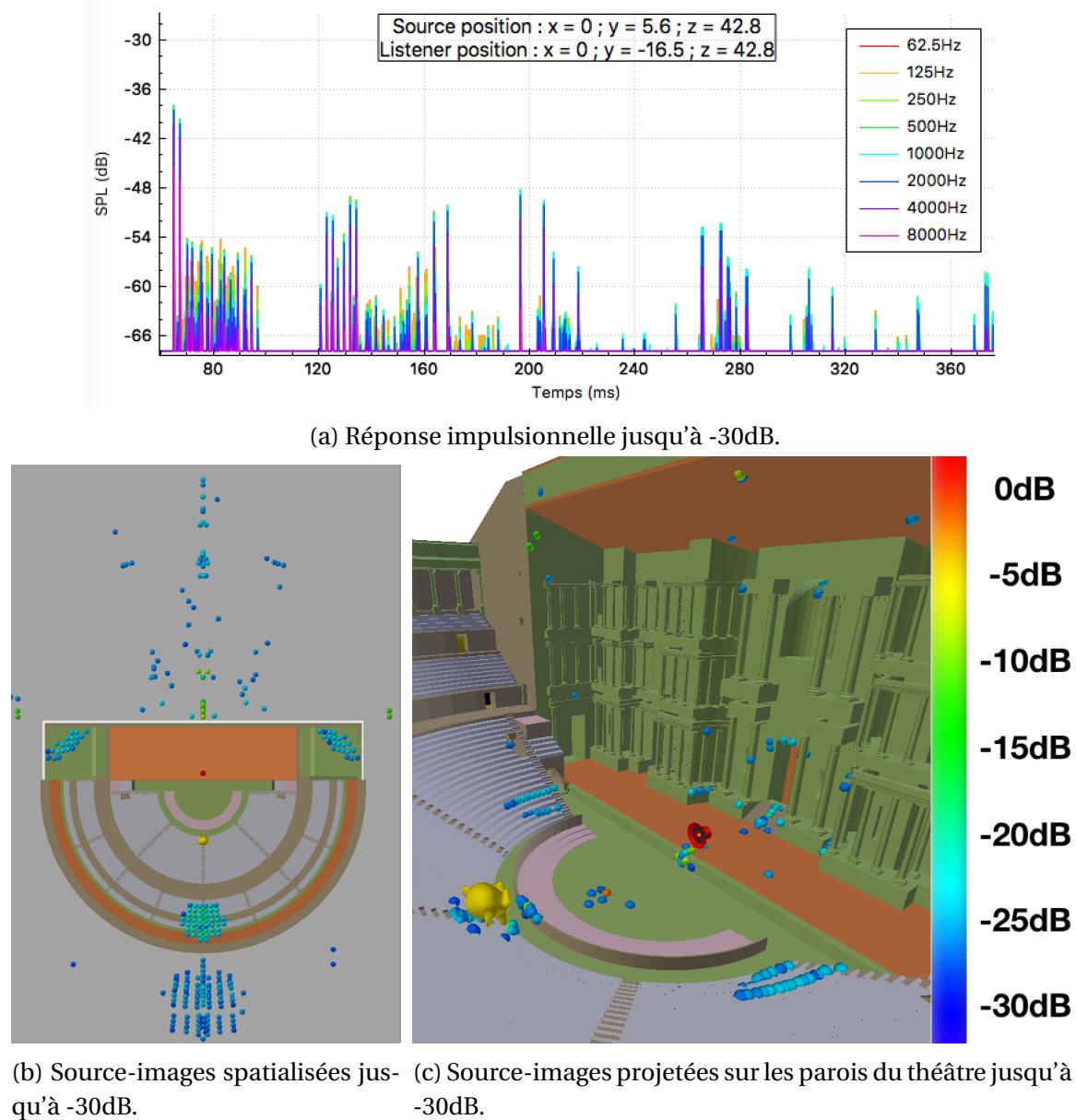


FIGURE 9.4 – La RIR et ses sources-images dans le théâtre d'Orange dans sa configuration initiale pour 1 million de rayons jusqu'à -30dB.

que ce temps est supérieur du temps de réverbération optimal pour la parole décrit par J. Jouhaneau¹³ et qui se trouve être légèrement inférieur à 2s. Ce dernier est obtenu à partir des courbes de pourcentage d'intelligibilité et de niveau sonore qui se croisent en ce point optimal. En effet, la réverbération d'une salle permet d'amplifier le niveau sonore de la voix, donc d'être mieux entendu mais, lorsque le signal se diffuse plus longtemps, il devient plus difficile de dissocier et comprendre les mots. Le temps optimal est déterminé empiriquement et peut être discutable puisque J. Jouhaneau décrit lui-même les limites de cette analyse dépendant du volume et du signal émis¹⁴. Ce manque de compréhensibilité est corroboré par l'analyse des autres facteurs. Tout d'abord, on constate que la définition **D₅₀** et la clarté **C₈₀** augmentent avec la fréquence. Nous savons que les hommes, lorsqu'ils utilisent une voix de poitrine, émettent des fréquences de 80 à

13. [JOUHANEAU, 1997, p.209]

14. [JOUHANEAU, 1997, p.218]

400Hz environ tandis que les femmes, en voix de têtes, émettent des fréquences de 300 à 1500Hz¹⁵. Cependant, seuls les hommes étaient acteurs de théâtre à l'époque impériale. On en conclut que la compréhensibilité de leur voix n'était pas excellente mais plutôt moyenne. Le théâtre semble donc un peu mieux adapté à la musique qu'au texte puisqu'il est dit que pour une écoute musicale optimale, la clarté doit se situer entre -3dB et +3dB¹⁶. Le temps central T_s étant supérieur à 50ms et l' EDT étant supérieur à 1s, on comprend d'autant plus que le signal va s'étaler et que les syllabes seront peu distinctes. En ce qui concerne le niveau sonore, on constate que le théâtre présente un gain compris entre 3 et 6dB selon la fréquence. Cela signifie que le bâtiment a un effet bénéfique pour la transmission du son puisqu'il double le niveau sonore des plus hautes fréquences et quadruple celui des basses fréquences. On retrouve bien l'analyse faite précédemment sur l'orchestre qui double le niveau sonore de la source. Le LF_{80} nous indique, quant à lui, une sensation d'éloignement par rapport à la source, ce qui n'est pas étonnant au vu des dimensions du théâtre.

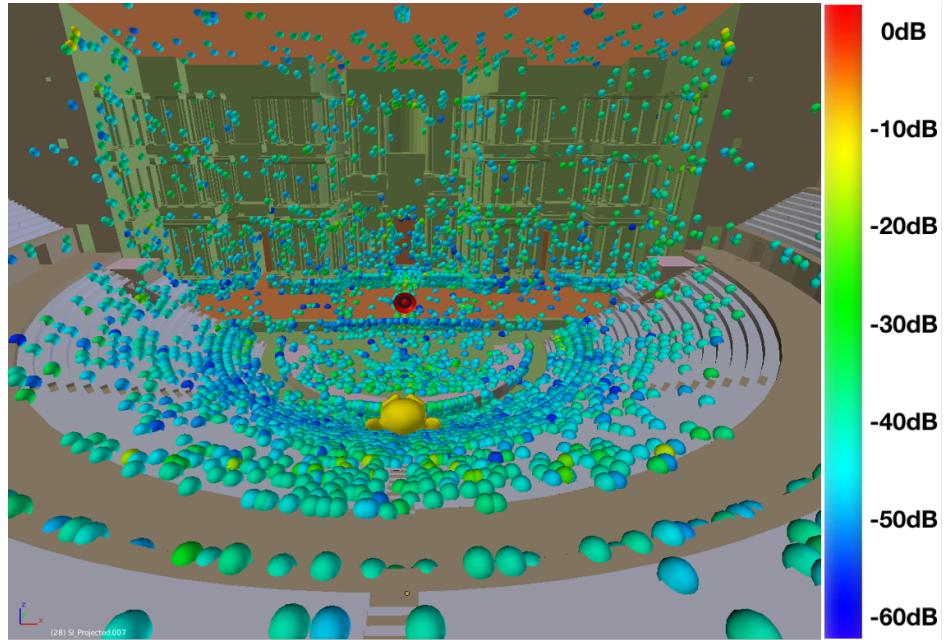
| Facteur | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|----------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| EDT (ms) | 2061 | 2039 | 1890 | 1854 | 1750 | 1452 | 1206 | 416 |
| T_{30} (ms) | 4159 | 4106 | 3819 | 3591 | 3210 | 2455 | 1474 | 685 |
| RT_{60} (ms) | 3791 | 3755 | 3554 | 3408 | 3169 | 2561 | 1549 | 661 |
| SPL (dB) | -31 | -31 | -31 | -32 | -32 | -33 | -35 | -42 |
| G (dB) | 7 | 7 | 6.7 | 6.5 | 6.2 | 5.8 | 5 | 3.6 |
| C_{80} (dB) | 0.8 | 0.84 | 1.07 | 1.12 | 1.38 | 2.16 | 4.2 | 10.2 |
| D_{50} (%) | 46.26 | 46.46 | 47.32 | 47.19 | 48.47 | 52.44 | 62.67 | 84.08 |
| T_s (ms) | 133 | 132 | 121 | 117 | 110 | 91 | 58 | 19 |
| LF_{80} (dB) | 0.003 | 0.003 | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 0.001 |

TABLEAU 9.2 – Facteurs perceptifs pour une source en [0; 5.6; 42.8] et un auditeur en [0; -16.5; 42.8] et 1 000 000 de rayons dans la configuration initiale.

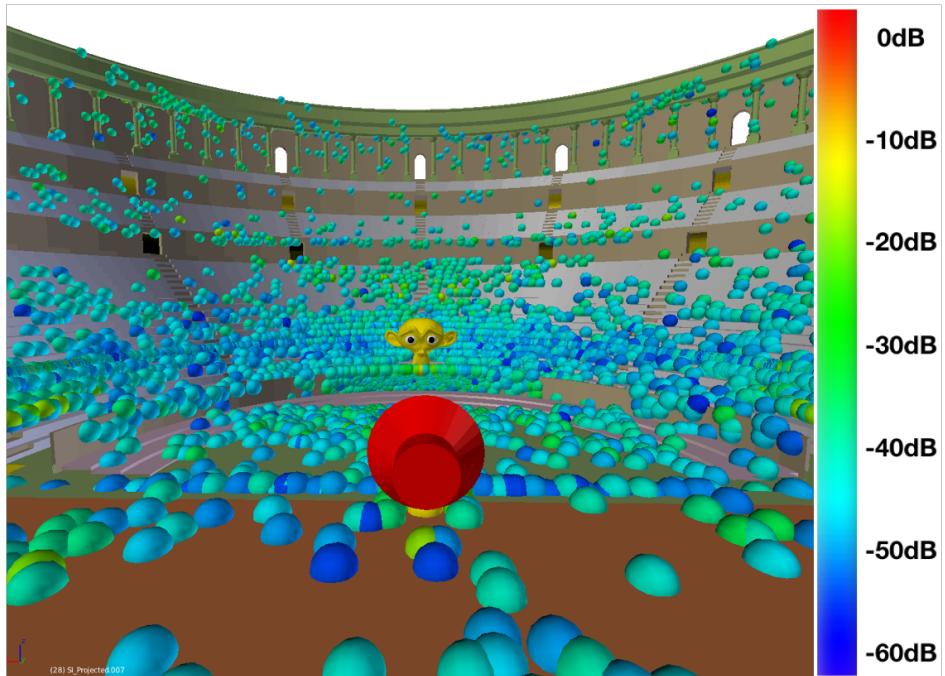
Pour résumer, dans une configuration d'utilisation que l'on considère comme standard, le théâtre amplifie le volume sonore mais la présence de quelques échos dégrade la transmission du texte. Si l'on devait comparer le théâtre d'Orange à une salle de spectacle moderne par la seule lecture de ses facteurs perceptifs, il se rapprocherait plutôt d'un opéra que d'un théâtre. C'est à partir de cette analyse initiale que nous allons pouvoir comparer différentes configurations du bâtiment et en déterminer l'impact sur l'acoustique.

15. [WIKIPÉDIA, Mécanismes vocaux]

16. [KRAUSS et al., 2009, p.59]



(a) Source-images projetées sur les parois du théâtre jusqu'à -60dB vues des gradins.



(b) Source-images projetées sur les parois du théâtre jusqu'à -60dB vues de la scène.

FIGURE 9.5 – Source-images dans le théâtre d'Orange dans sa configuration initiale pour 1 million de rayons.

Chapitre 10

Test de configurations

« *Don't stop me now
I'm having such a good time* »

Queen

Sommaire

| | |
|---|------------|
| 10.1 Décor du front de scène | 140 |
| 10.2 Position des spectateurs | 141 |
| 10.3 La source et le mur de scène | 144 |
| 10.4 Présence de spectateurs | 149 |
| 10.5 Les couvertures | 149 |
| 10.6 Comparaison avec d'autres théâtres antiques | 152 |

10.1 Décor du front de scène

Comme nous l'avons évoqué en introduction de ce chapitre, l'acoustique du théâtre d'Orange a déjà été étudiée par F. Canac dans les années 1960. Le problème de cette étude est qu'elle se base sur le théâtre tel qu'il existe aujourd'hui, c'est-à-dire dépouillé de l'ornementation du front de scène. Pour pouvoir comparer nos résultats à cette étude, nous ôtons la décoration du mur de scène ainsi que la *porticus in summa cavea* et le toit au dessus de la scène. Nous pouvons alors mesurer la réponse impulsionale du théâtre dans un état proche de celui d'aujourd'hui. Le tableau 10.1 présente les facteurs perceptifs de cette configuration sans décor. En les comparant au tableau 9.2, on constate que retirer le décor améliore la clarté **C₈₀** puisque cette configuration gagne 3 à 4dB et que la définition **D₅₀** passe au dessus de 60% quelle que soit la fréquence. Les facteurs **EDT** et **T_s** nous permettent de comprendre que les échos les plus forts parviennent plus rapidement à l'auditeur. Le décor a donc un effet de diffusion du son, ce qui est favorable à l'écoute musicale mais dégrade la transmission de la parole. Il est intéressant de constater que c'est exactement le contraire de ce qu'expliquait Formigé au début du XX^e siècle : "le *frons scaenae* renvoyait le son sans échos, après les avoir brisés grâce à la multiplicité des plans et des ornements"¹. Notons pour finir que les facteurs qui ne sont pas présentés dans tableau 10.1, tel que le **LF₈₀** par exemple, restent très similaires à la configuration initiale.

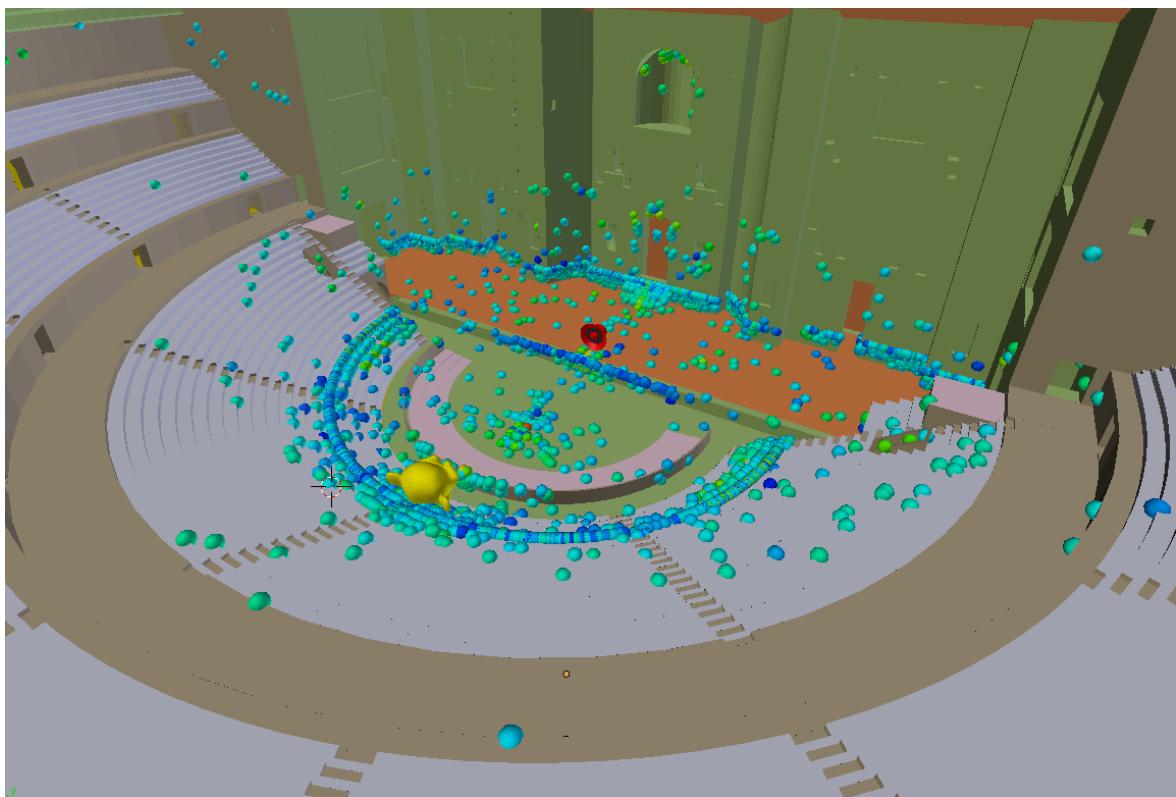


FIGURE 10.1 – Source-images projetées sur les parois du théâtre jusqu'à -60dB sans la décoration du front de scène.

1. [FORMIGÉ, 1923, p.43]

| Facteur | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| EDT (ms) | 1436 | 1387 | 1211 | 884 | 709 | 645 | 594 | 361 |
| T₃₀ (ms) | 3886 | 3827 | 3049 | 2745 | 2477 | 1969 | 1315 | 592 |
| G (dB) | 5.8 | 5.8 | 5.4 | 5 | 4.8 | 4.6 | 4.1 | 3.4 |
| C₈₀ (dB) | 4.01 | 4.04 | 4.83 | 5.41 | 5.89 | 6.68 | 8.51 | 13.37 |
| D₅₀ (%) | 61.01 | 61.17 | 63.81 | 65.42 | 67.04 | 69.84 | 76.22 | 88.34 |
| T_s (ms) | 84 | 83 | 68 | 60 | 53 | 44 | 28 | 12 |

TABLEAU 10.1 – Facteurs perceptifs pour une source en [0; 5.6; 42.8] et un auditeur en [0; -16.5; 43.9] et 1 000 000 de rayons sans décoration du front de scène.

10.2 Position des spectateurs

Le test suivant consiste à comprendre l'impact de la position dans les gradins. Nous savons que le placement dans la *cavea* se faisait selon le rang social des spectateurs. Nous comprenons facilement que visuellement, les spectateurs les plus proches étaient ceux qui voyaient le mieux les acteurs, même si ceux situés légèrement en recul avaient une meilleure vue d'ensemble. Ainsi, nous avions les sénateurs sur des sièges mobiles dans l'orchestre, les chevaliers sur les premiers gradins, puis la plèbe et pour finir les esclaves. Les tribunes étaient également occupées par des personnages importants.

Nous testons donc 12 nouvelles positions d'auditeurs afin de comparer le signal perçu avec la RIR de référence (voir fig. 10.2). Nous positionnons des séries d'auditeurs sur des axes à 0°, 55° et à 90° par rapport à la perpendiculaire au mur de scène. Sur chacun de ces axes, on positionne des récepteurs sur les derniers gradins de chaque *maenianum* et pour les axes n'étant pas au niveau de l'*aditus*, on ajoute également des récepteurs au niveau des premiers gradins et de ceux de l'orchestre. On notera que les récepteurs 1, 5, 6 et 10 sont situés à l'emplacement de personnalités importantes. Nous affichons les données sur la plage de fréquence de 500 à 1000Hz car elle semble assez centrale. Les résultats relatifs (c'est-à-dire en comparant les auditeurs les uns par rapport aux autres) sont assez similaires pour les autres fréquences. Notons que le calcul pour l'ensemble des récepteurs s'effectue en une dizaine de minutes.

| Récepteur | [x; y; z] (m) | EDT (ms) | T ₃₀ (ms) | SPL (dB) | C ₈₀ (dB) | D ₅₀ (%) | T _s (ms) |
|-----------|-------------------------|----------|----------------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|
| 1 | [0; -10.67; 41.44] | 1668 | 3465 | -28 | 1.63 | 53.62 | 107 |
| Réf | [0; -16.5; 43.9] | 1854 | 3591 | -32 | 1.12 | 47.19 | 117 |
| 2 | [0; -28.23; 50.02] | 2572 | 4235 | -34 | 0.15 | 37.96 | 154 |
| 3 | [0; -37.86; 55.92] | 2462 | 4719 | -36 | -0.85 | 32.66 | 156 |
| 4 | [0; -44.36; 62.06] | 2827 | 4500 | -36 | -1.67 | 30.64 | 176 |
| 5 | [-8.74; -6.12; 41.44] | 1851 | 3470 | -27 | 2.6 | 56.79 | 102 |
| 6 | [-13.51; -9.46; 43.86] | 1892 | 3994 | -31 | 2.77 | 56.06 | 108 |
| 7 | [-23.12; -16.19; 50.02] | 2439 | 4497 | -33 | 0.64 | 42.03 | 153 |
| 8 | [-31.02; -21.72; 55.92] | 2693 | 4514 | -36 | 0.02 | 43.55 | 170 |
| 9 | [-36.34; -25.44; 62.06] | 3225 | 4416 | -37 | -1.16 | 32.49 | 205 |
| 10 | [-28.23; 1.66; 50.02] | 3255 | 4466 | -32 | -2.56 | 29.46 | 203 |
| 11 | [-37.87; 1.66; 55.92] | 3840 | 4104 | -36 | -2.16 | 35 | 258 |
| 12 | [-44.36; 1.66; 62.06] | 4410 | 4664 | -36 | -3.32 | 28.64 | 299 |

TABLEAU 10.2 – Facteurs perceptifs pour différents récepteurs sur la bande de fréquence de 500Hz pour 1 000 000 de rayons.

On constate d'après le tableau 10.2 plusieurs choses. Tout d'abord, le niveau acous-

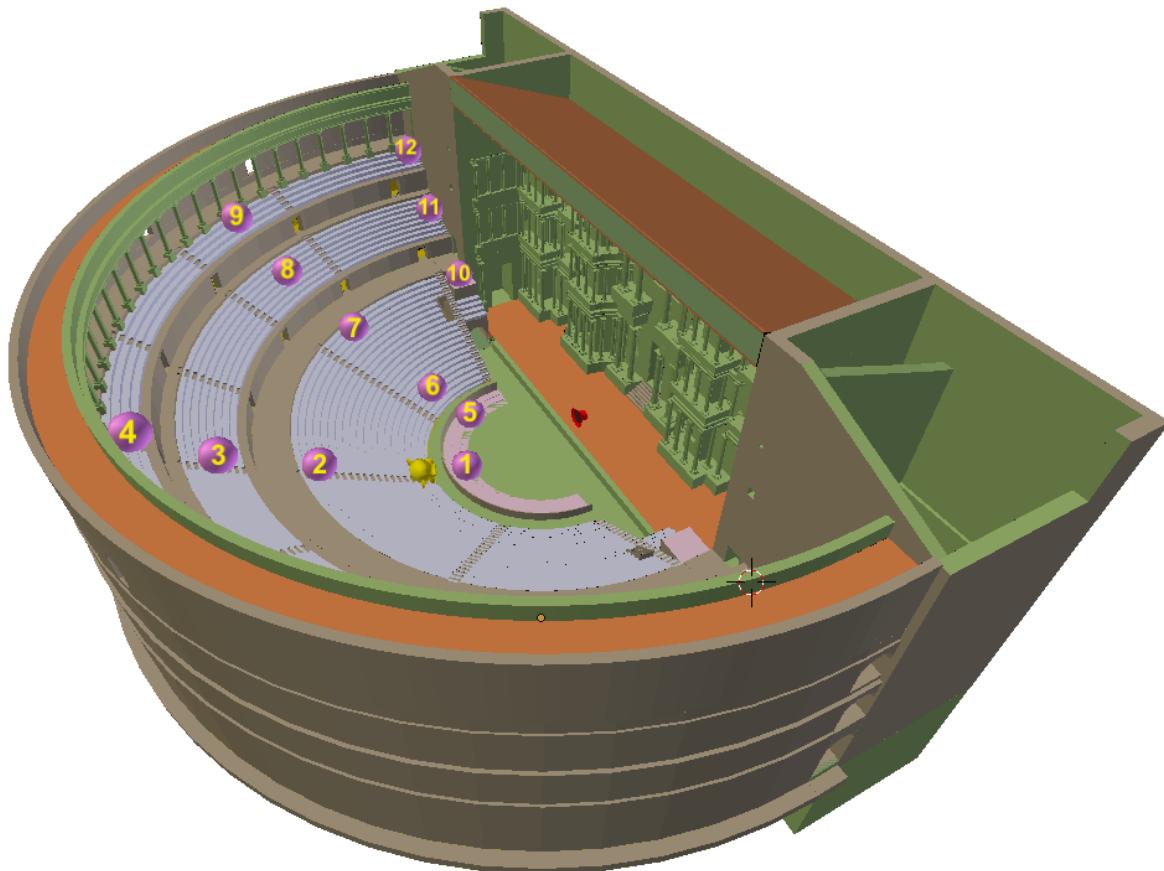
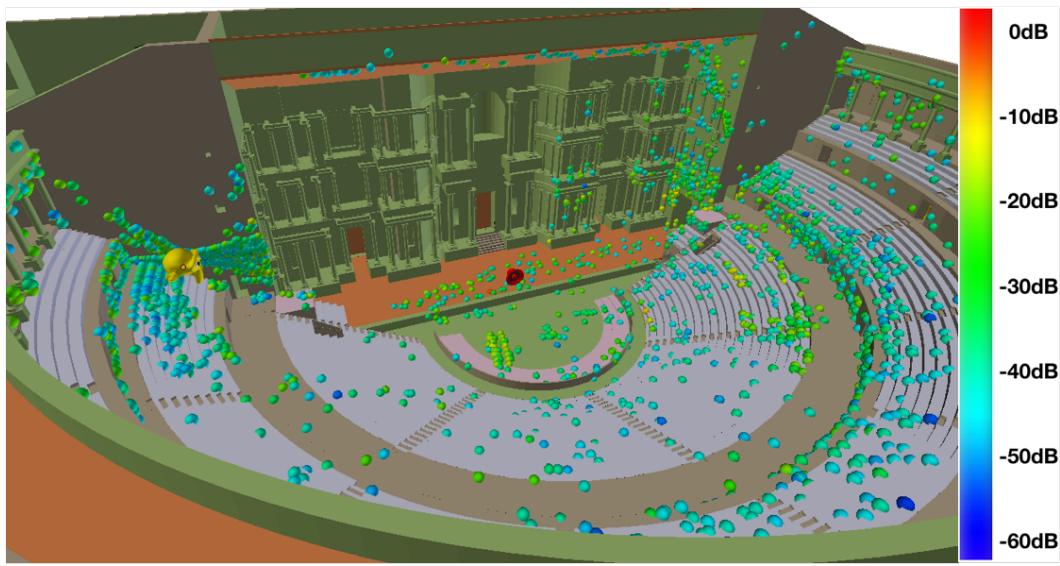


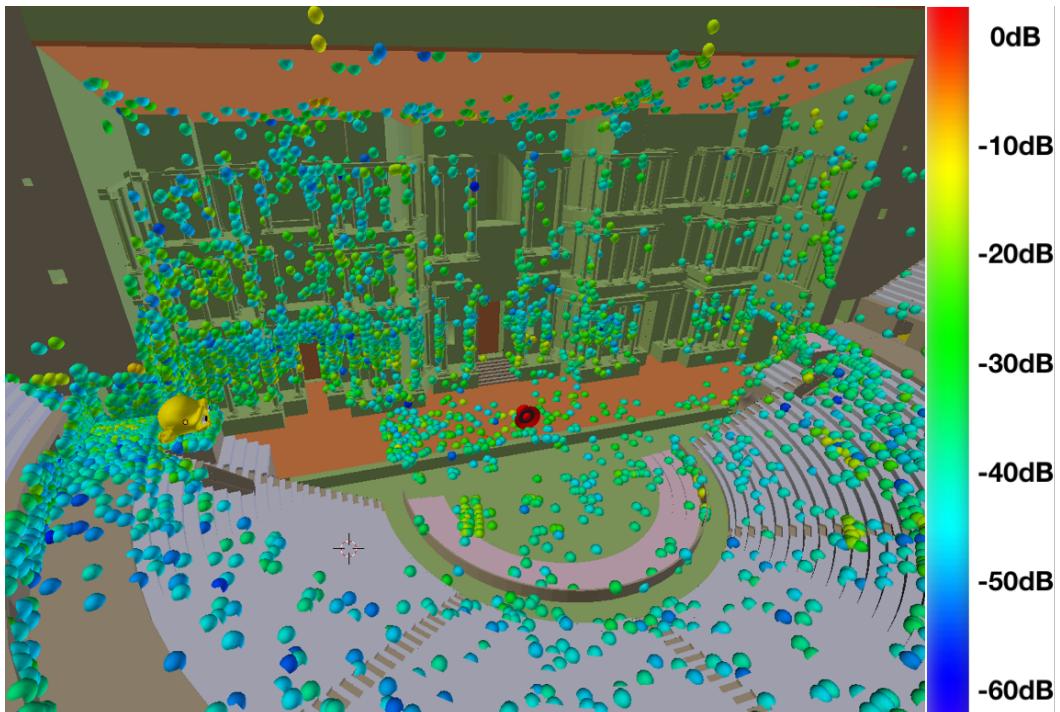
FIGURE 10.2 – Douze positions d’auditeurs (rose) à comparer à la position initiale (jaune).

tique **SPL** diminue de 4dB entre les gradins mobiles de l’orchestre réservés aux sénateurs et les premiers gradins accessibles aux classes moins élevées tels que les chevaliers. Le son est donc entendu environ deux fois moins fort. La perte est de 10dB au sommet de la *cavea* ce qui implique que les classes les plus modestes entendaient le son de la scène dix fois moins fort que les sénateurs de l’orchestre. En ce qui concerne la compréhensibilité, on distinguera les récepteurs situés au dessus de l’*aditus* des autres. Ainsi on constate d’après les facteurs de clarté (**C₈₀**) et de définition (**D₅₀**) que pour les récepteurs 10 à 12 la compréhensibilité est nettement dégradée. On comprend grâce à la figure 10.3a que cela est dû principalement aux deux **basiliques**. Celle située à l’est génère un fort écho éloigné du son direct de la largeur de la scène (alors que pour les récepteurs dans l’axe, l’écho généré par le mur de scène n’est séparé que par la profondeur de la scène). On a aussi une forte concentration de sources-images au niveau de la **précinction** à l’est du théâtre. La basilique occidentale va quant à elle stocker le son plus longtemps comme une sorte d’entonnoir puisque l’auditeur est dans son angle. Nous pouvons également noter que la première réflexion qui se fait sur l’orchestre lorsqu’on est dans la *cavea* se fait sur la scène lorsqu’on est au dessus des *aditus*. L’effet miroir est donc légèrement estompé. Au niveau de la tribune, donc du récepteur 10 (voir fig. 10.3b), l’effet est différent puisque le son provient principalement de la partie occidentale du front de scène, le plafond et l’arrière de la tribune. Cela doit être particulièrement bien adapté pour l’écoute musicale mais est finalement une des plus mauvaise place pour l’écoute de la parole. On analyse par ailleurs que, quel que soit l’axe, lorsqu’on s’éloigne de la scène, le temps de réverbération augmente globalement. Cela est dû au fait que les divers réflexions entre le mur de scène et l’arrière de l’auditeur sont plus longues lorsqu’on s’éloigne du mur. Les autres facteurs

permettent de comprendre que la compréhensibilité se dégrade aussi avec l'éloignement.



(a) Auditeur situé sur le deuxième *maenianum* au dessus de l'*aditus* occidental.



(b) Auditeur situé sur la tribune occidentale.

FIGURE 10.3 – Projection des sources-images pour 1 000 000 de rayons.

Pour résumer, les spectateurs les plus éloignés entendaient le son jusqu'à dix fois moins fort. Plus on se rapproche de la scène, plus l'acoustique est favorable à la parole tandis que lorsqu'on s'approche de l'axe des *aditus*, l'acoustique est plus favorable à la musique.

10.3 La source et le mur de scène

Au théâtre d'Orange, il est probable que les sources sonores étaient composées d'instruments tels que les orgues hydrauliques² et les *aulos*³ ou bien de la voix des acteurs⁴. Ainsi, leur directionnalité serait plutôt orientée vers le public et non vers le mur de scène. La fonction du mur semble donc, dans un premier temps, être décorative et isolante. En effet, la structure complètement enclavante du théâtre coupe les spectateurs des bruits extérieurs. Par ailleurs, la décoration détaillée du front de scène apporte inévitablement un effet de diffusion des fréquences audibles. Néanmoins, on peut explorer l'impact de la forme caractéristique du mur de scène sur la réflexion du son. Cette dernière est liée à la position de la source sonore. La figure 10.4a montre les rayons se propageant vers le mur de scène et revenant vers les spectateurs (dans le plan à 1m60 au dessus de la scène) dans la configuration de référence sans décor. On constate que le mur autour de la porte centrale renvoi des rayons sur une partie des gradins. Les rayons aux extrémités de cette partie rectiligne reviennent avec un angle de 30° environ. D'autre part, l'*exèdre* curviligne ainsi que les baldaquins en saillie renvoient les rayons vers les tribunes. On constate donc que dans cette configuration, la réflexion sur le mur ne permet pas de couvrir l'ensemble des gradins. La diffusion apportée par la décoration sera donc essentielle pour diffuser le son à l'ensemble des spectateurs. Les trois autres figures montrent que les réflexions sur le mur couvrent l'ensemble des gradins et que certaines zones sont soumises à un effet de focalisation. La figure 10.4b représente les réflexions sur le mur pour une source située sur l'axe entre les portes latérales menant aux *parascaenia* c'est-à-dire à Y=9m. On constate dans ce cas que l'*exèdre* curviligne permet de concentrer une partie des rayons sur les extrémités de la *cavea*. De la même manière, grâce aux figures 10.4c et 10.4d, on constate bien que plus on s'éloigne du bord de la scène, plus l'*exèdre* concentre les rayons vers l'axe central de la *cavea*. On voit d'ailleurs sur la figure 10.4d que lorsque la source est sur l'escalier de la porte royale, (quasiment dans l'encadrement), les rayons reviennent de part et d'autre de l'escalier central de la *cavea*.

Plaçons nous maintenant dans le plan vertical YZ (ou vu de profil). Nous avons vu précédemment que la réflexion sur l'orchestre est très importante puisqu'elle permet de renvoyer une grande partie des rayons vers les gradins. Cependant, plus la source va s'éloigner du bord de la scène, moins il y aura de rayons réfléchis sur l'orchestre. Les rayons sont alors réfléchis sur la scène qui possède des coefficients d'absorption plus élevés. On peut alors calculer la distance d de l'orchestre qui va réfléchir des rayons en fonction de la distance d' de la source sur la scène par rapport au bord (voir fig. 10.5). D'après le théorème de Thalés on a :

$$d = \frac{h'}{h} \times d' = 1,33d', \quad (10.1)$$

où :

- h est la hauteur de la scène (1,2m à Orange),
- h' est la hauteur de la source sur la scène (1,6 m en prenant en compte la taille moyenne d'un acteur).

Ainsi, lorsque que l'acteur s'éloignera du bord de la scène de 1m, les réflexions se feront sur 1,33m de moins sur l'orchestre. On note par ailleurs que les escaliers de la porte royale se trouvent à 11m du bord de la scène; lorsque l'acteur sera à cette position, les

2. [ROCCONI, 2008, p.65]

3. [ROCCONI, 2008, p.33]

4. [BARKER, 2008]

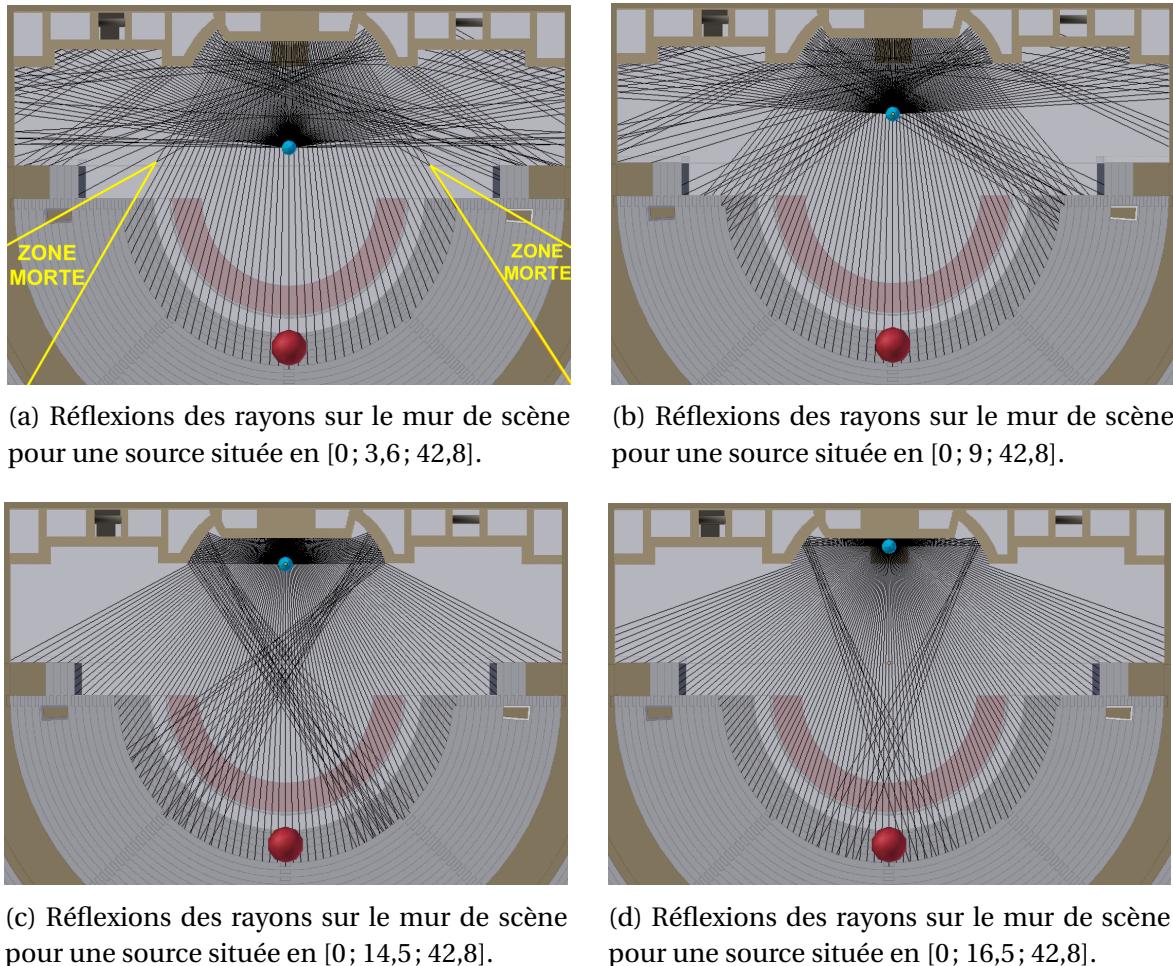


FIGURE 10.4 – Réflexions des rayons propagés depuis une source vers le mur de scène dans un plan horizontal.

rayons ne toucheront l'orchestre qu'à 14,63m du bord de la scène, ce qui tombe en plein dans les gradins mobiles. Un acteur se trouvant en fond de scène ne bénéficiera donc pas de la réflexion sur l'orchestre pour amplifier le son.

Nous plaçons maintenant la source au niveau de la porte latérale occidentale du mur de scène centrée dans la profondeur au niveau de l'axe entre les portes des deux **basiques**. On constate sur la figure 10.6 qu'il y a quelques échos suffisamment espacés pour être discernés. Tout de suite après le son direct, la réflexion ne provient pas de l'orchestre mais des degrés bas munies de sièges mobiles. Celui-ci est donc fortement atténué et l'effet miroir de l'orchestre est perdu. Il pourra exister pour les spectateurs situés dans la partie orientale de la *cavea* puisque l'angle le permettra. Le grand pic situé à 30ms environ après le son direct est lié aux réflexions sur les parties basses du mur de scène. Les pics d'énergie plus tardifs sont liés aux réflexions sur le toit. Le tableau 10.3 représente le temps de réverbération et les indices de compréhensibilité pour différentes positions de spectateurs (voir fig. 10.7). Les indices 6', 9', etc sont les récepteurs symétriques aux 6, 9, etc par rapport à l'axe central. Notons déjà qu'avec une source à cette position le gain est de 9dB environ donc 2dB de plus que dans la position initiale. Nous constatons alors que les spectateurs sur l'aile orientale ont une compréhensibilité médiocre tandis que ceux sur la tribune occidentale (récepteur 10) en ont une correcte. Le récepteur 12 ne peut pas être pris en compte en l'état car le son direct n'est pas perçu, les valeurs de clarté et définition sont donc faussées.

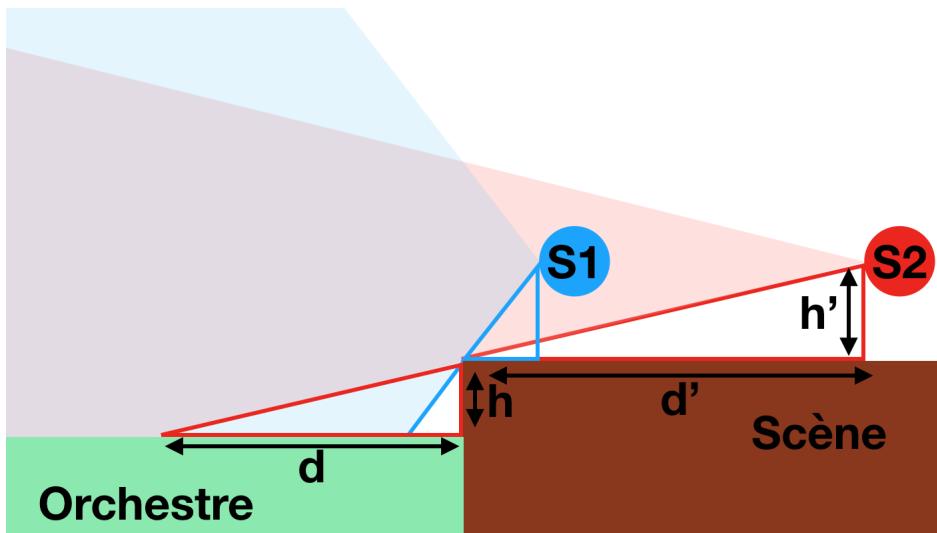


FIGURE 10.5 – Vu de profil de la propagation sonore à partir de deux sources S1 et S2. Proportion de signal réfléchi sur l'orchestre plus faible pour S2 que pour S1.

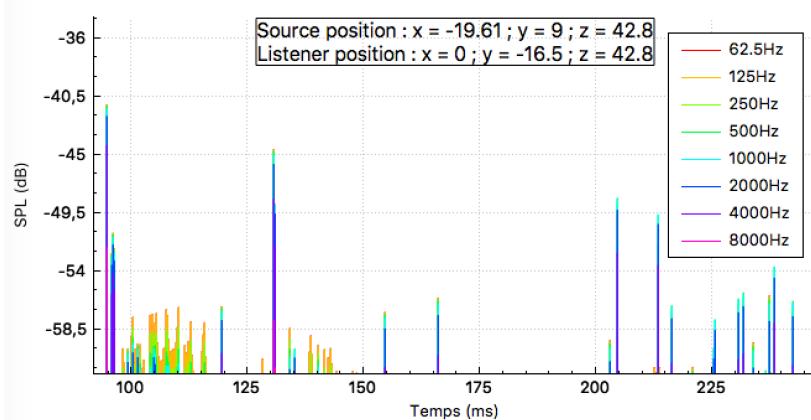


FIGURE 10.6 – Réponse impulsionnelle jusqu'à -20dB pour une source latérale située en [-19.61 ; 9 ; 42.8] et un récepteur en position initiale [0 ; -16.5 ; 42.8] pour 1 000 000 de rayons.

Nous avons vu précédemment que la niche centrale renvoie une partie du son émis par une source depuis la scène. Qu'en est-il d'une source qui serait située dans la niche même? En étudiant le *postscenium*, notamment les différents passages permettant de circuler à l'intérieur du mur de scène, nous constatons que l'accès à cette grande niche centrale est praticable et qu'il existe des ouvertures pour y faire entrer des personnes. La figure 10.8 montre la trajectoire des rayons lorsque la source est située dans la niche. On constate que l'intégralité des gradins est couverte et qu'une partie du son se réfléchit sur le toit au dessus de scène pour mieux repartir vers la *cavea*. Par ailleurs, le tableau 10.4 montre que le gain est 6dB supérieur à la configuration de référence, l'énergie est donc quatre fois plus grande. On voit également que la compréhensibilité sera excellente car la définition est au delà de 70%. Cet emplacement semble donc parfaitement convenir à l'émission de son, grâce au fait que celui-ci est amplifié par l'arrière de la niche qui présente une surface très réfléchissante. Cette niche voutée fonctionne donc exactement comme un porte-voix. On pourrait alors imaginer l'apparition de personnages divins⁵ avec une voix d'une puissance surdimensionnée et d'une grande clarté.

5. [VITRUE, Traduction 1847, p.12]

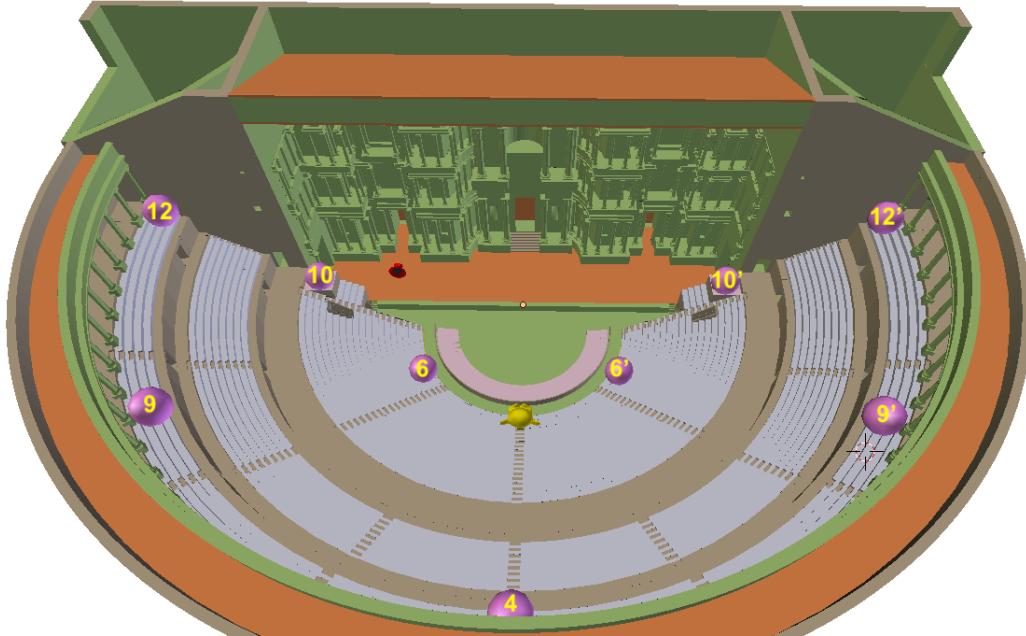


FIGURE 10.7 – Répartition des récepteurs pour le test de source latérale.

| Récepteur | [x; y; z] (m) | T₃₀ (ms) | C₈₀ (dB) | D₅₀ (%) |
|-----------|-------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| Réf | [0; -16.5; 42.8] | 3710 | 0.77 | 51.22 |
| 4 | [0; -44.36; 62.06] | 4655 | 1.2 | 48.27 |
| 6 | [-13.51; -9.46; 43.86] | 3685 | 1.58 | 54.82 |
| 9 | [-36.34; -25.44; 62.06] | 4681 | 0.9 | 43.82 |
| 10 | [-28.23; 1.66; 50.02] | 4548 | 3.22 | 55.73 |
| 12 | [-44.36; 1.66; 62.06] | 5518 | -14.23 | 2.96 |
| 6' | [13.51; -9.46; 43.86] | 3597 | -0.01 | 40.71 |
| 9' | [36.34; -25.44; 62.06] | 4635 | -1 | 34.69 |
| 10' | 28.23; 1.66; 50.02] | 4612 | -2.18 | 22.98 |
| 12' | [44.36; 1.66; 62.06] | 5362 | -6.49 | 17.11 |

TABLEAU 10.3 – Facteurs perceptifs pour différents récepteurs sur la bande de fréquence de 500Hz pour 1 000 000 de rayons et une source en [-19.61; 9; 42.8].

| Facteur | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|-----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| EDT (ms) | 1890 | 1857 | 1553 | 1147 | 755 | 714 | 368 | 171 |
| T₃₀ (ms) | 4082 | 3985 | 3662 | 3173 | 2720 | 2272 | 1499 | 628 |
| SPL (dB) | -29 | -29 | -30 | -31 | -31 | -32 | -36 | -46 |
| G (dB) | 13.7 | 13.7 | 13 | 12.5 | 12.2 | 11.9 | 11.4 | 10.6 |
| C₈₀ (dB) | 6.03 | 6.08 | 6.55 | 6.9 | 7.31 | 8.24 | 10.63 | 16.2 |
| D₅₀ (%) | 71.96 | 72.14 | 74.9 | 77.13 | 78.95 | 81.88 | 87.48 | 94.6 |
| T_s (ms) | 88 | 87 | 74 | 64 | 57 | 44 | 27 | 14 |
| LF₈₀ (dB) | 0.039 | 0.039 | 0.038 | 0.037 | 0.037 | 0.037 | 0.036 | 0.036 |

TABLEAU 10.4 – Facteurs perceptifs pour une source en [0; 18.93; 60.89], un auditeur en [0; -16.5; 42.8] et 1 000 000 rayons.

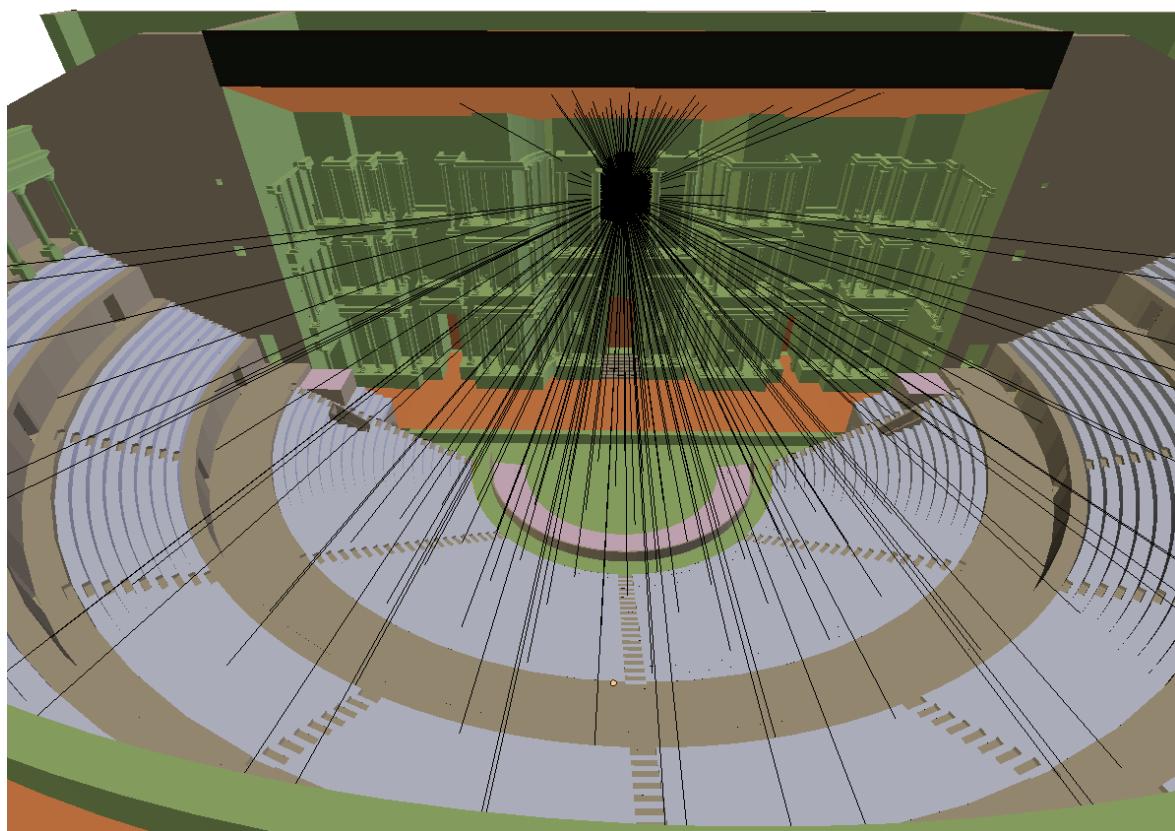


FIGURE 10.8 – Propagation de 1000 rayons depuis la niche centrale.

10.4 Présence de spectateurs

La présence d'un public modifie le temps de réverbération des salles, ainsi selon qu'elle soit pleine ou vide, la salle ne "sonnera" pas de la même manière⁶. Nous comparons alors les facteurs perceptifs préalablement établis dans la configuration initiale pour un théâtre plein (voir tab.9.2), un théâtre vide et un théâtre rempli aléatoirement à 70%. La source et le récepteur sont positionnés dans la configuration initiale (voir section 9.1). Lorsque le théâtre est complètement vide, c'est-à-dire que le matériau de tous les gradins n'est plus de type "Audience" mais de type "Calcaire" (voir section 9.1), on observe logiquement que le temps de réverbération augmente considérablement (voir tab.10.5). En effet, le public absorbe les ondes sonores tandis que le calcaire les réfléchit fortement. Le test est donc effectué pour deux millions de rayons afin de pouvoir mesurer la réverbération sur un temps plus long. Ces multiples réflexions impliquent une augmentation du gain et une dégradation de la compréhensibilité.

Dans un second temps, on affecte de manière aléatoire un matériaux de type "Audience" à 70% des faces des gradins. On obtient alors les résultats présentés dans le tableau 10.6. Nous constatons que les facteurs perceptifs évoluent de manière proportionnelle au pourcentage de spectateurs dans le théâtre. Ainsi, plus il y aura de spectateurs, meilleure sera la clarté.

| Facteur | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| EDT (ms) | 5813 | 5666 | 5388 | 5293 | 4518 | 2993 | 1436 | 594 |
| T₃₀ (ms) | 7809 | 7672 | 7144 | 7061 | 6630 | 4643 | 2178 | 810 |
| G (dB) | 10 | 10 | 10 | 10.1 | 9.8 | 8.9 | 7.3 | 5.2 |
| C₈₀ (dB) | -2.92 | -2.85 | -2.87 | -3.06 | -2.65 | -1.36 | 1.38 | 7.34 |
| D₅₀ (%) | 28.7 | 29.01 | 28.85 | 27.9 | 29.76 | 35.97 | 50.5 | 78.09 |
| T_s (ms) | 344 | 336 | 322 | 321 | 278 | 187 | 93 | 29 |

TABLEAU 10.5 – Facteurs perceptifs pour une source en [0; 5.6; 42.8] et un auditeur en [0; -16.5; 42.8] et 1 000 000 rayons dans le cas d'un théâtre vide.

| Facteur | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| EDT (ms) | 2726 | 2681 | 2375 | 2209 | 2030 | 1688 | 1244 | 521 |
| T₃₀ (ms) | 5647 | 5565 | 5206 | 4794 | 4193 | 3032 | 1657 | 696 |
| G (dB) | 8 | 8 | 7.7 | 7.7 | 7.4 | 7 | 6 | 4.4 |
| C₈₀ (dB) | -0.17 | -0.13 | 0.1 | 0.14 | 0.44 | 1.29 | 3.42 | 9.16 |
| D₅₀ (%) | 41.67 | 41.89 | 42.84 | 42.82 | 44.33 | 48.76 | 59.79 | 82.39 |
| T_s (ms) | 171 | 168 | 154 | 147 | 134 | 107 | 65 | 22 |

TABLEAU 10.6 – Facteurs perceptifs pour une source en [0; 5.6; 42.8] et un auditeur en [0; -16.5; 42.8] et 2000000 rayons dans le cas d'un théâtre rempli à 70%.

10.5 Les couvertures

Voyons dans un premier temps l'impact de la couverture de la scène. Ce plafond incliné de 19° est orienté vers le public et recouvre entièrement la scène. Il était a priori

6. [JOUHANEAU, 1997, p.212]

composé de caissons qui auraient apporté un effet de diffusion (voir fig. 10.9). Cependant, n'ayant aucune donnée pour confirmer cette hypothèse, nous nous contentons d'utiliser un plafond lisse pour ne tester que sa pure réflexivité. La figure 10.10 montre que sur l'axe central les réflexions successives sur le mur et sur le plafond permettent de couvrir l'ensemble des gradins.

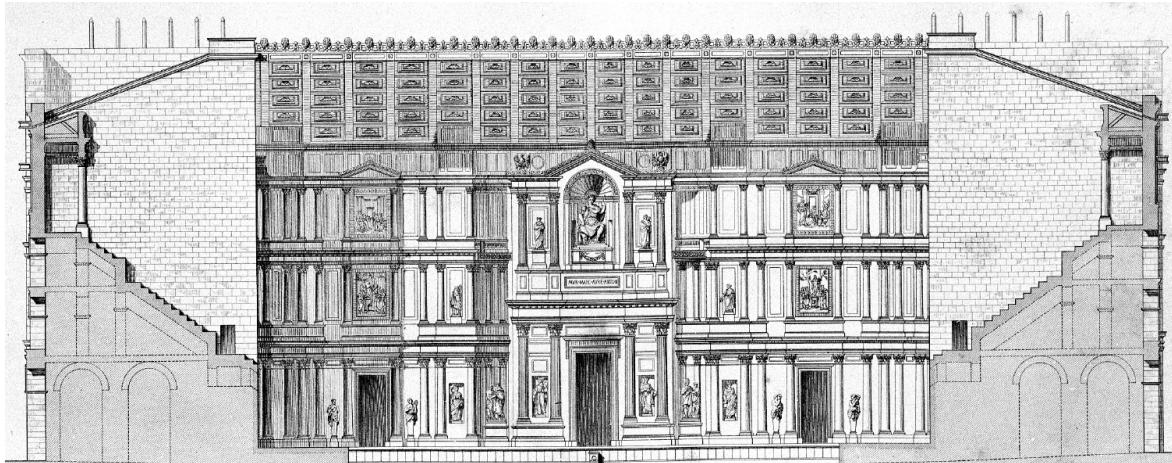


FIGURE 10.9 – Restitution du bâtiment de scène par A. Caristie représentant le plafond à caissons⁷.

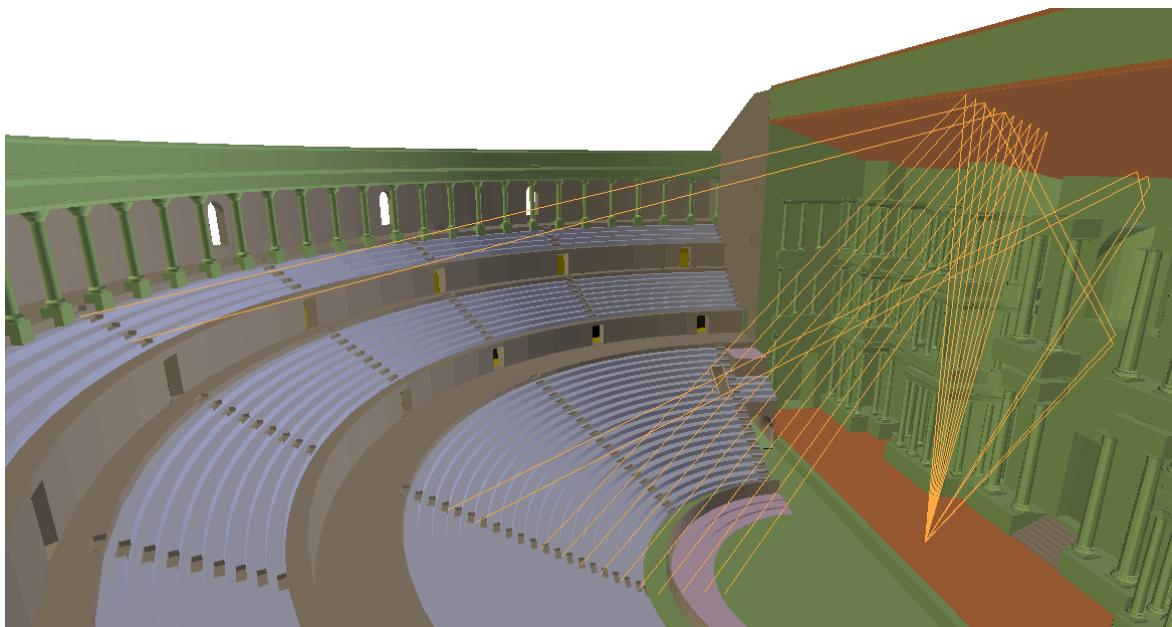


FIGURE 10.10 – Angle des rayons se propageant depuis l'avant scène et se réfléchissant successivement sur le mur de scène et sur le toit.

Nous affichons la différence entre deux réponses impulsionales, avec et sans toit (voir fig. 10.11). Nous constatons que le toit n'a d'impact que sur les premières réflexions et qu'il va générer principalement deux échos.

Le tableau 10.7 permet de comparer les facteurs perceptifs avec la configuration initiale. On constate que retirer le toit diminue le temps de réverbération et améliore la compréhensibilité. Cela se comprend aisément par la présence d'échos comme nous l'avons vu dans la section 9.2. On constate grâce au tableau A.1 que cela est vrai quelle que soit

7. [BADIE et al., 2013a, Pl. III]

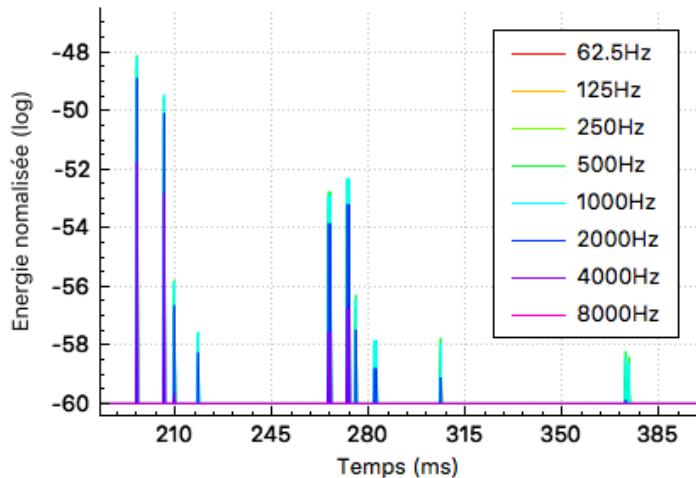


FIGURE 10.11 – Différence entre les réponses impulsionnelles avec et sans toit pour une source et un récepteur positionnés dans la configuration initiale pour 1 000 000 de rayons.

| Facteur | 62,5Hz | 125Hz | 250Hz | 500Hz | 1kHz | 2kHz | 4kHz | 8kHz |
|----------------------------|--------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| EDT (ms) | 1867 | 1854 | 1636 | 1501 | 1323 | 1130 | 623 | 387 |
| T₃₀ (ms) | 3417 | 3416 | 3211 | 2966 | 2700 | 2218 | 1383 | 672 |
| G (dB) | 6.4 | 6.4 | 5.9 | 5.5 | 5.3 | 5 | 4.4 | 3.5 |
| C₈₀ (dB) | 2.4 | 2.43 | 3.14 | 3.65 | 4.1 | 4.99 | 7.01 | 12.22 |
| D₅₀ (%) | 53.78 | 53.96 | 56.75 | 58.48 | 60.3 | 64.04 | 72.12 | 86.9 |
| T_s (ms) | 106 | 105 | 89 | 81 | 73 | 59 | 37 | 14 |

TABLEAU 10.7 – Facteurs perceptifs pour une source en [0; 5.6; 42.8] et un auditeur en [0; -16.5; 42.8] et 1 000 000 rayons sans plafond au dessus de la scène.

la position du spectateur (voir section 10.2). Par ailleurs, le gain (donc le niveau sonore global) augmente de près d'1dB grâce à la présence du toit.

On peut supposer que la *porticus in summa cavea* avait un rôle similaire aux balcons des théâtres modernes, c'est-à-dire de rabattre le son sur les spectateurs. Les connaisseurs savent donc que les meilleures places en terme d'acoustique ne sont pas forcément les plus chères mais souvent celles situées sous les balcons car le son s'y réfléchit. Si cette astuce peut fonctionner pour la musique, elle produira l'effet inverse pour la parole puisque le temps de réverbération se trouve augmenté. Ainsi les spectateurs situés au niveau du troisième *maenianum* seront privilégiés pour l'écoute musicale et lésés pour le texte. Même si la fonction première de la *porticus in summa cavea* devait plutôt être pratique et esthétique, Vitruve explique que sa position doit également servir à l'acoustique : "la voix, en s'étendant, parviendra jusqu'à l'extrémité des degrés et jusqu'au haut de ce plafond" ⁸. La figure 10.12 confirme que les spectateurs situés au sommet de la *cavea* bénéficient principalement des réflexions sur la *porticus in summa cavea*.

Le *velum* était a priori composé de toiles de lin ⁹ suspendues au dessus de la *cavea*. Ce type de matériau est très difficile à trouver dans les bases de données modernes car cet agencement est rare. Par ailleurs les tests sur tissus fait en laboratoire sont souvent effectués devant une surface dure. Or, dans notre cas, il n'y a aucune surface dure derrière les *vela*. Comment connaître les coefficients d'absorption adéquats ? Nous savons que l'ab-

8. [VITRUVE, Traduction 1847, p.11]

9. [FORMIGÉ, 1923, p.38]

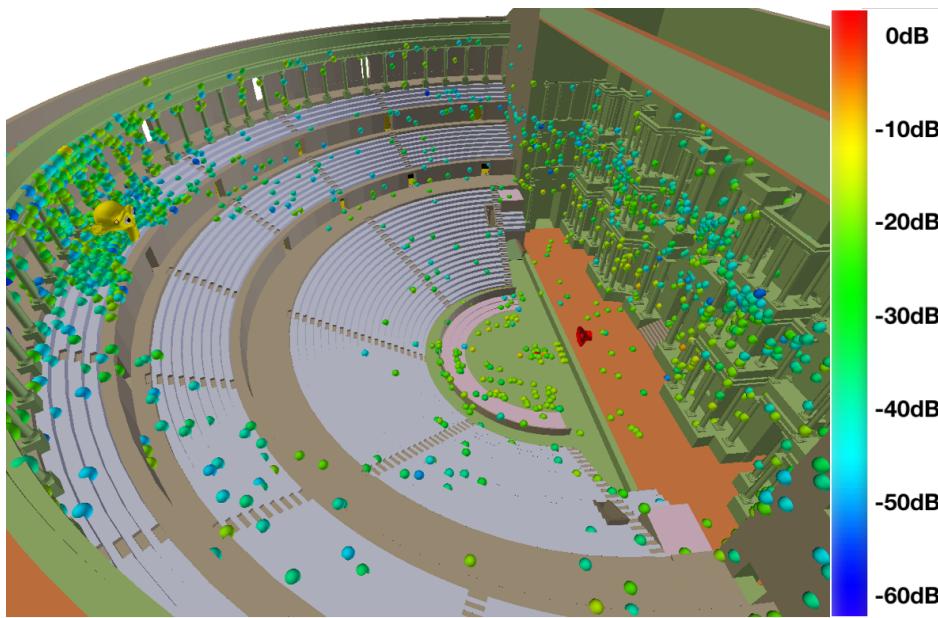


FIGURE 10.12 – Projection des sources-images pour un auditeur situé sur le troisième *maenianum* au niveau de l'axe central pour 1 000 000 de rayons.

sorption d'un matériau est liée à sa porosité et sa fibrosité. En effet, si l'onde sonore peut pénétrer à l'intérieur du matériau, elle y engendre des frottements et des déplacements de fibres légères, d'où la transformation d'énergie. Ainsi, le tissu absorbe beaucoup les hautes fréquences et transmet les basses fréquences.¹⁰ N'ayant pas plus d'information à ce sujet, nous considérons donc que très peu de son sera réfléchi sur le *velum*. Ainsi les résultats établis avec et sans *velum* seront très similaires. On peut néanmoins noter deux choses. Un *velum* déployé peut permettre d'isoler des bruits extérieurs (hautes fréquences) au dessus du théâtre. Ils sont a priori très peu nombreux car il s'agirait du bruit des oiseaux ou du vent dans les arbres. Par contre, les voiles pourraient elles-mêmes être génératrice de bruit lorsque le vent s'y engouffre.

10.6 Comparaison avec d'autres théâtres antiques

Ces analyses permettent de comparer le théâtre d'Orange avec d'autres monuments similaires. Cela a déjà été entrepris par F. Canac par exemple lors de mesures *in situ* (voir fig. 10.13). Notons que sur ce graphique l'échelle des abscisses de Orange et Aspendos a été décalée par rapport à celle d'Epidaure pour faciliter la lecture. Cette étude¹¹ révèle que, dans leur état moderne, les théâtres d'Aspendos (Turquie), d'Orange et d'Epidaure (Grèce) peuvent se classer dans cet ordre si l'on compare leur gain (c'est-à-dire l'intensité sonore à égale distance pour une source de niveau identique). Cela est directement lié au pourcentage d'ouverture du théâtre. Ainsi, Aspendos étant le théâtre le plus cloisonné des trois, c'est celui qui aura le plus fort gain. Par ailleurs, on constate que dans les trois cas, l'onde parcourt l'ensemble des gradins sans obstacle puisque la décroissance n'est dû qu'à la distance et que les trois courbes sont parallèles.

Le problème de ce genre d'analyse est qu'on ne tient pas compte de l'apparence initiale des théâtres. Seules des maquettes le permettent et en l'occurrence les maquettes

10. [CARRÉ, Matériaux]

11. [CANAC, 1967, 137-162]

12. [CANAC, 1967, p.162]

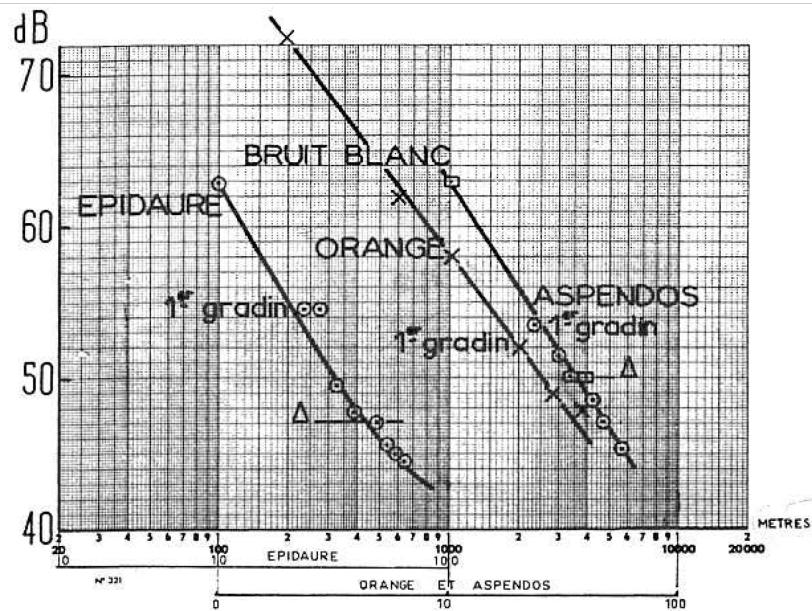


FIGURE 10.13 – Comparaison de l'intensité perçue entre les théâtre d'Epidaur, Aspendos et Orange¹².

virtuelles. On citera comme exemple le projet ERATO¹³ qui vise à comparer virtuellement les restitutions des théâtres d'Aspendos, de Jerash (Jordanie), de Syracuse (Sicile) ainsi que les *odéons* d'Aosta (Italie) et d'Aphrodisia (Turquie). Ces monuments sont testés sur le logiciel *Odeon* (voir fig. 10.14). L'étude confirme que, comme pour le théâtre d'Orange, la gain d'un théâtre vide est plus important et la clarté est plus faible qu'avec un théâtre plein. Néanmoins, comme nous l'avons montré tout au long de cette partie, les résultats sont très dépendants de la configuration du théâtre ainsi que de la position des sources et récepteurs. Pour commencer, en complément de la section 8.2.8, nous vérifions si dans le cas du théâtre d'Orange les résultats obtenus sur notre logiciel et sur *Odeon* sont identiques. Le tableau 10.8 montre que les résultats sont effectivement sensiblement similaires. Notons que le chargement du maillage du théâtre d'Orange (environ 160 000 éléments) se fait en 20min sur *Odeon*. Le calcul à -60dB pour 1 000 000 de rayons se fait ensuite en 6min. Notre logiciel exécute l'ensemble de la chaîne en 8min. Nous rappelons une nouvelle fois que nous configurons *Odeon* avec des options de paramétrage standard qui pourraient peut-être être mieux choisies.

Si on compare maintenant nos résultats avec ceux du projet ERATO, on constate qu'il est difficile de conclure (voir tab.10.9). On pourrait comprendre que le théâtre d'Orange a un temps de réverbération plus long que les autres monuments et une mauvaise clarté (seule l'*odéon* d'Aosta a une clarté inférieure) mais cela suppose que les configurations soient vraiment parfaitement comparables. En effet, le niveau de restitution des théâtres, le choix des matériaux et les positions des sources et des récepteurs peuvent engendrer des écarts d'un bâtiment à l'autre faussant la comparaison. Il semble donc que la meilleure démarche pour qualifier l'acoustique d'un monument antique soit de procéder comme nous l'avons fait, c'est-à-dire de manière relative sur une seule et même maquette. Pour comparer plusieurs théâtres entre eux il semble indispensable d'opérer soi-même les simulations pour être sûr de maîtriser tous les paramètres.

13. [RINDEL, 2013]

14. [RINDEL, 2013, fig.1 et 2]

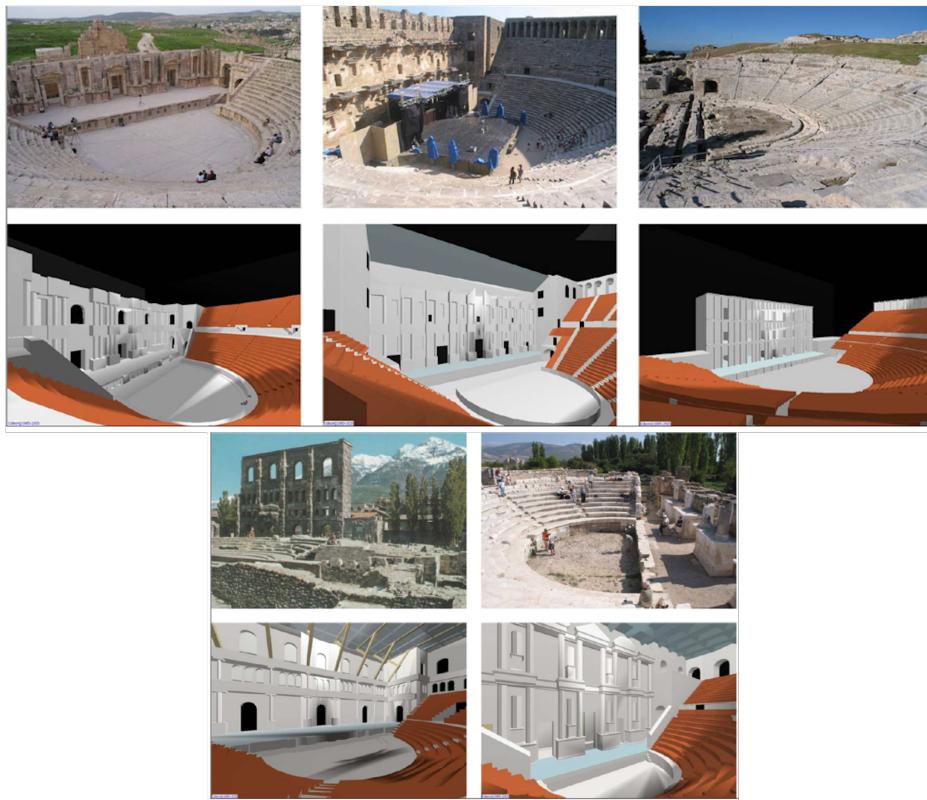


FIGURE 10.14 – Photos des monuments sélectionnés et leur modèle virtuel restitué par le projet ERATO¹⁴. De gauche à droite : Jerash, Aspendos et Syracuse (en haut) puis Aosta et Aphrodisia (en bas).

| Facteur | Orange | Orange (via <i>Odeon</i>) |
|----------------------------|--------|----------------------------|
| EDT (s) | 1.85 | 2.1 |
| T₃₀ (s) | 3.59 | 2.73 |
| SPL (dB) | -32 | -32.4 |
| C₈₀ (dB) | 1.12 | 1.5 |
| D₅₀ (%) | 47 | 52 |
| T_s (ms) | 117 | 105 |

TABLEAU 10.8 – Comparaison des facteurs perceptifs du théâtre d'Orange déterminés dans notre étude en configuration de référence avec ceux simulés sur le logiciel *Odeon* sur la bande de fréquence 500-1000Hz.

| Monument | T₃₀ (s) | SPL (dB) | C₈₀ (dB) |
|---------------------|---------------------------|-----------------|----------------------------|
| Orange (sans décor) | 3.8 | -32 | 1 |
| Jerash | 1 | -34 | 6.9 |
| Aspendos | 1.6 | -35.4 | 4 |
| Syracuse | 1.7 | -39 | 8.2 |
| Aosta | 3.49 | -26.7 | -2.4 |
| Aphrodisia | 1.6 | -25 | 1.8 |

TABLEAU 10.9 – Moyenne des facteurs perceptifs de différents bâtiments antiques pour une source positionnée au centre à l'avant scène et plusieurs récepteurs situés sur un axe à 55°. Le test est effectué pour un théâtre plein et un million de rayons sur la bande de fréquence 500-1000Hz.

Conclusion

Nous avons vu dans cette partie que la maquette virtuelle du théâtre d'Orange ainsi que l'outil de calcul acoustique développé durant ce projet permettent d'obtenir un certain nombre de résultats d'analyse. Comme nous l'avons vu, l'acoustique de ce bâtiment a été maintes fois discutée et étudiée mais, à notre connaissance, aucune étude ne s'est portée sur le théâtre à ce niveau de restitution. Nous avons ainsi pu constater que le théâtre, de part son encloisonnement et ses matériaux très réfléchissant, amplifie le son émis depuis la scène. L'absence de plafond au dessus des spectateurs permet d'obtenir un niveau de compréhensibilité correct mais pas excellent. On comprend que la diction et la puissance vocale des acteurs seront deux éléments primordiaux pour être compris en tout point des gradins. La diction, car il est essentiel de bien séparer chaque syllabe afin de comprendre les mots, or, une forte réverbération allonge leur durée. Les spectateurs les plus loin de la scène ou ceux sur les ailes de la *cavea* auront plus de mal à les distinguer et donc à bien percevoir le discours. La puissance sonore, car celle-ci diminue rapidement lorsqu'on s'éloigne de la source. Les dimensions du lieu étant gigantesques, il faut pouvoir maintenir un niveau sonore suffisant sur de grandes distances. Les spectateurs du dernier *maenianum* bénéficieront néanmoins des réflexions sur le plafond de la *porticus in summa cavea*. Nous avons vu par ailleurs que le *velum* aurait peu d'effet sur l'acoustique et que le toit au dessus de la scène permet de renvoyer les ondes sonores sur l'ensemble du public. Cependant, ce dernier crée également des échos, ce qui dégrade la clarté vocale. Le décor du front de scène, quant à lui, diffuse une partie du son qui s'y réfléchit, ce qui dégrade également la clarté. A contrario, un son plus diffus et plus réverbéré sera plus agréable pour une écoute musicale. On imagine donc que la musique avait une place importante dans les spectacles tandis que la transmission de la parole était compensée par une excellente diction de la part des acteurs. Par ailleurs, nous avons vu qu'une source sonore placée dans la niche voutée centrale pouvait projeter le son à tous les spectateurs avec une puissance augmentée. Cela nous laisse imaginer la présence de personnages ou de bruitages spectaculaires à cet endroit. Nous avons également montré que, plus il y a de spectateurs, plus la voix de l'acteur est claire, par contre, l'effet d'amplification liée à l'architecture du bâtiment est réduit.

Dans le futur il sera alors extrêmement intéressant de mener des tests similaires avec des sources directionnelles. Nous prévoyons en outre, avant la fin du projet, d'enregistrer les instruments de musique antiques ainsi que des textes anciens en chambre sourde. Cela permettra d'écouter des sons similaires à ceux qui étaient émis sur la scène du théâtre d'Orange lors de sa période d'activité avec une réverbération proche qui celle qui "résonnait" dans ce lieu. Par ailleurs, l'oeuvre de Vitruve sur l'acoustique des théâtres antiques¹⁵ laisse à penser que les architectes de l'époque avaient pensé à des configurations ayant des effets plus subtils. Vitruve traite pendant un chapitre entier de l'utilisation des harmonies pour améliorer le son des théâtres : " de même que les anciens faisaient leurs ins-

15. [VITRUVE, Traduction 1847, Livre V]

truments avec des lames de cuivre ou de corne, en forme de vases, pour rendre les cordes plus sonores; de même, pour les théâtres, ils ont établi, par le moyen de la science harmonique, certaines proportions pour grossir la voix"¹⁶. Il consacre un deuxième chapitre aux vases d'airain qui selon lui doivent être répartis dans la théâtre pour résonner "à la quarte, à la quinte et aux autres consonances, jusqu'à la double octave"¹⁷. Voici de beaux sujets de recherche qui pourraient venir compléter notre étude. Notons néanmoins que le logiciel que nous avons développé ne permet pas de mener ce type d'étude.

16. [VITRUVE, Traduction 1847, p.7]

17. [VITRUVE, Traduction 1847, p.8]

Références

- ARNAUD, A. 1808, *Oeuvres complètes*, vol. Tome III, L'imprimerie de Valade. [128](#)
- BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013a, «Le théâtre d'Orange - Rapport final d'opération - Planches», PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. [150](#)
- BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013b, «Le théâtre d'Orange - Rapport final d'opération - Texte», cahier de recherche. PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. [130](#)
- BARKER, A. 2008, «The care and training of the voice in the roman empire», *The International Society for the Study of Greek and Roman Music and its Cultural Heritage*. [144](#)
- BARTHÉLEMY-SAINT-HILAIRE, J. 1838, *Livre de la Poétique d'Aristote*, Ladrangue. [128](#)
- CANAC, F. 1967, *L'acoustique des théâtres antiques. Ses enseignements*, Éditions du centre national de la recherche scientifique, 15, quai Anatole-France - Paris VII. [127](#), [128](#), [133](#), [134](#), [152](#)
- CARRÉ, P. «Les matériaux absorbants acoustiques», URL acouphile.fr. [152](#)
- FORMIGÉ, J. 1923, *Remarques diverses sur les théâtres romains, à propos de ceux d'Arles et d'Orange, Sujets divers d'érudition*, vol. 13, Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des inscriptions et belles-lettres de l'Institut de France. [127](#), [128](#), [130](#), [140](#), [151](#)
- HAAS, H. 1951, *Influence de l'écho sur la compréhension de la parole*, vol. 1, Acoustica. [132](#)
- JOUHANEAU, J. 1997, *Acoustique des salles et sonorisation, Acoustique appliquée*, vol. 3, Conservatoire national des arts et métiers. [135](#), [149](#)
- KRAUSS, G., R. YEZOU et F. KUZNIK. 2009, «Acoustique du bâtiment», Cours-Institut national des sciences appliquées de Lyon. [136](#)
- ODEON. «Odeon webpage», URL <https://odeon.dk/>. [130](#)
- RINDEL, J. H. 2013, «Roman theatres and revival of their acoustics in the ERATO project», *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 99, p. 21–29. [153](#)
- ROCCONI, E. 2008, «Music in the roman empire - Theoretical evidence and archaeological findings», *The International Society for the Study of Greek and Roman Music and its Cultural Heritage*. [144](#)

VASSILANTONOPoulos, S. L. et J. N. MOURJOPoulos. 2009, «The acoustics of roofed ancient odeia : The case of herodes atticus odeion», *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 95, p. 291–299. [127](#)

VITRUVE. Traduction 1847, *De l'architecture*, vol. V, M. Ch.-L. Maufras. [127](#), [146](#), [151](#), [155](#), [156](#)

WIKIPÉDIA. «Voix humaine», URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Voix_humaine. [136](#)

Conclusion générale

Tout au long de ce projet nous avons décortiqué l'architecture du théâtre d'Orange. Ce monument, bien que partiellement restauré aujourd'hui a conservé de nombreux indices nous ayant permis d'en proposer une restitution virtuelle. Ainsi, nous disposons d'une maquette représentant le théâtre d'Orange dans son dernier état d'utilisation antique. Celle-ci, disponible sous *Blender*, mais exportable en de nombreux formats, est destinée à être corrigée et enrichie lors des prochaines études archéologiques. Elle est en tout cas largement référencée dans ce document et ouvre de nombreuses possibilités de recherche. Certaines d'entre elles ont déjà été entamées dans le cadre du projet SONAT. Ainsi, s'appuyant sur la structure modélisée, les équipes de l'[ISCD](#) ont pu proposer des restitutions réalistes du déploiement du *velum* ou du rideau de scène par exemple. Cette maquette virtuelle est donc désormais amenée à vivre au fil des recherches et a été conçue dans ce but. En effet, la plupart des objets virtuels la composant sont restés dans un état très simple avec des [modificateurs](#) permettant d'y appliquer des détails de manière non permanente. Cela rend sa manipulation simple et non destructive.

Ce projet a également donné naissance à un nouvel outil de prédition acoustique utilisant des méthodes de calcul géométrique. En approximation hautes fréquences, l'algorithme génère la réponse impulsionale de salle en propageant des rayons dans toutes les directions et en créant des sources-images. La réverbération de la salle peut alors être étudiée dans le temps et dans l'espace. Cet outil générique s'interface directement sur le logiciel de [CAO Blender](#) mais peut également fonctionner simplement à partir d'un fichier de maillage. Ce lien avec *Blender* permet de modifier très rapidement les paramètres ou la géométrie d'une salle avec tout le panel d'options que fournit *Blender*. L'algorithme est par ailleurs optimisé grâce à une structure hiérarchique utilisant des [octrees](#), ce qui le rend très rapide. Un cas complexe de plusieurs centaines de milliers d'éléments tel que le théâtre d'Orange peut donc être traité en moins de dix minutes. À titre de comparaison, le principal logiciel équivalent du marché, *Odeon*, met plus de vingt minutes rien que pour charger le maillage puis traite le calcul total dans un temps équivalent ou supérieur selon les configurations. Cela rend notre outil très avantageux du point de vue de la simplicité et de la vitesse d'exécution. Il est par ailleurs multiplateforme, ce qui le rend utilisable sur 100% des ordinateurs et ainsi, accessible au plus grand nombre. Les utilisateurs peuvent donc étudier, visualiser et écouter la réverbération d'une salle quelconque afin de faire naître de nouvelles perspectives archéologiques.

Le développement de ces deux briques a permis l'analyse acoustique du théâtre d'Orange dans une version restituée. L'utilisation des technologies virtuelles donne à ce procédé toute sa puissance puisque les manipulations sont très rapides et les tests sont multipliables facilement. Nous avons donc pu analyser le théâtre d'Orange dans différentes configurations : avec ou sans toit au dessus de la scène, avec différents taux de remplissage de public, pour des sources ou des spectateurs en différents points, etc. Nous avons compris que la clarté de la voix n'est pas excellente contrairement à ce qui se dit traditionnellement. Celle-ci est dégradée par les éléments qui ont aujourd'hui disparu dans la

plupart des théâtres antiques et se dégrade également lorsqu'on s'éloigne de la scène ou lorsqu'on se trouve sur les ailes de la *cavea*. C'est à notre connaissance la première fois que des tests acoustiques sont menés dans un théâtre antique dont le décor a été restitué, ce qui rend ces conclusions inédites. Enfin, certains résultats lancent de nouveaux débats archéologiques, comme par exemple : quel était le rôle de la niche située au dessus de la porte royale ? Où se situaient les meilleures positions pour déclamer du texte ou pour jouer de la musique ?

Ce projet ouvre donc de nouvelles perspectives sur l'analyse archéologique du théâtre d'Orange. Tout d'abord, la maquette virtuelle pourra être complétée et des tests physiques pourront y être menés (portance du toit, prise en compte et modélisation du vent, etc). Les outils d'analyse pourront également être optimisés afin de faciliter le travail des utilisateurs non-acousticiens. Apporter des affichages plus intuitifs¹⁸ ou simplifier l'interface homme-machine seraient donc de bonnes idées d'amélioration. Par ailleurs, la vitesse de calcul pourrait encore être augmentée en utilisant un parallélisme multi-processeurs. Le logiciel doit être pris en main par des beta-testeurs afin d'en dégager les éventuels bugs résiduels et de faire naître de nouvelles idées d'amélioration. En outre, différentes options pourraient être ajoutées, comme par exemple les effets de vibro-acoustique ou bien la diffraction et la transmissivité de certains matériaux. Les tests acoustiques dans le théâtre d'Orange pourront être poursuivis au fil des idées archéologiques avec par exemple des sources directionnelles, des matériaux plus proches de la réalité ou de nouvelles positions d'écoute.

Dans ce projet, la plus grande difficulté était sans doute de faire cohabiter plusieurs disciplines aux antipodes les unes des autres et pourtant si liées. Ainsi, à une problématique archéologique, nous avons apporté une solution mathématique en utilisant les lois de l'acoustique. Cela fut permis par l'utilisation judicieuse d'outils numériques et le développement d'algorithmes performants. Il s'agit donc d'un bel exemple de ce que la pluridisciplinarité peut apporter à la science. Ce projet laisse désormais une grande liberté et un grand champ d'application possible quant à la poursuite de l'étude virtuelle, visuelle et auditive du théâtre antique d'Orange.

18. [LOKKI et NENONEN, 2006]

Références

LOKKI, T. et V. NENONEN. 2006, «Immersive visualization of room acoustics», dans *Joint Baltic-Nordic Acoustics Meeting*, Helsinki University of Technology. [160](#)

Annexe A

Annexes

Figures annexes

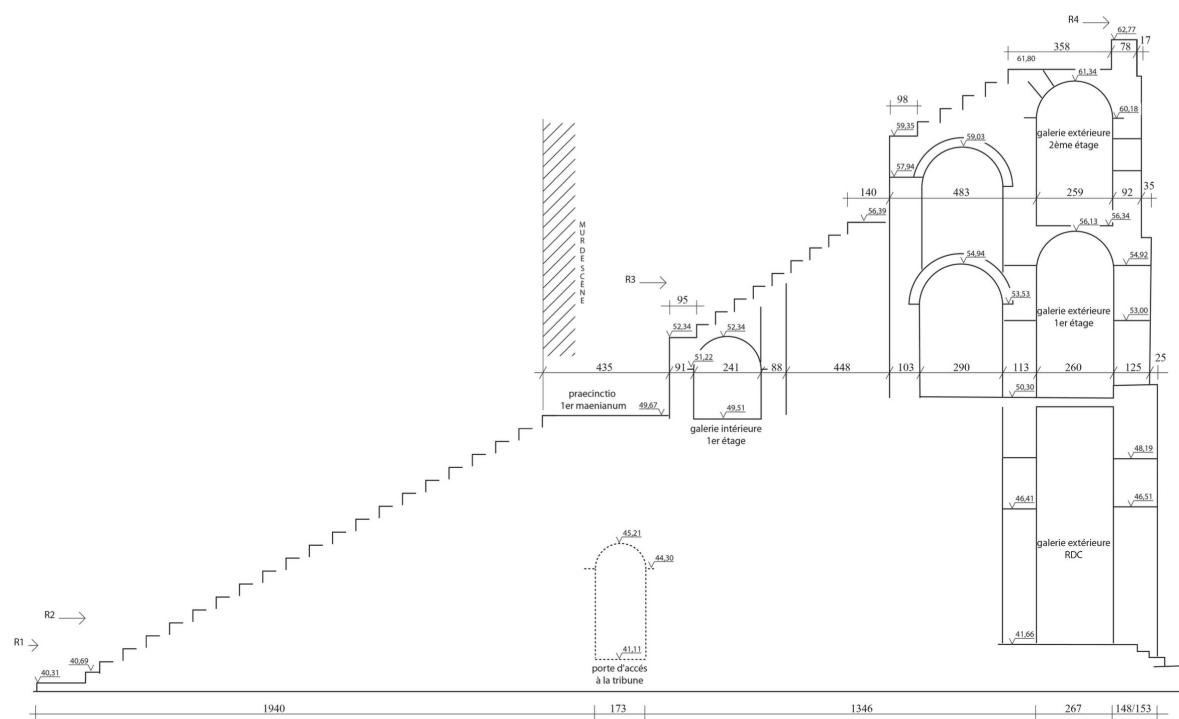


FIGURE A.1 – Coupe théorique sur la *cavea*¹.

1. [BADIE et al., 2013a, Pl. LX]

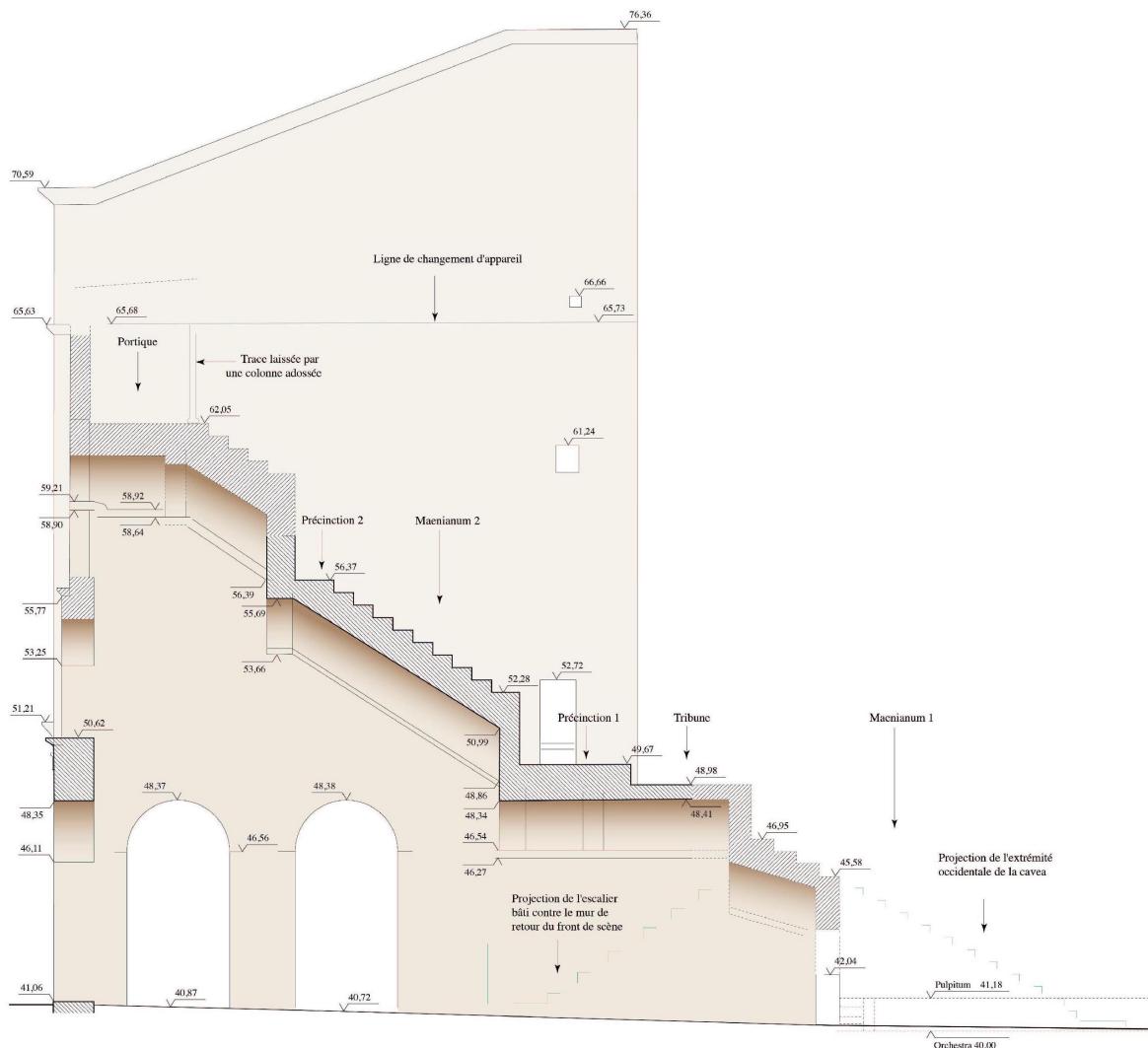


FIGURE A.2 – Coupe sur l'*aditus* occidental².

2. [BADIE et al., 2013a, Pl. XLVIII]

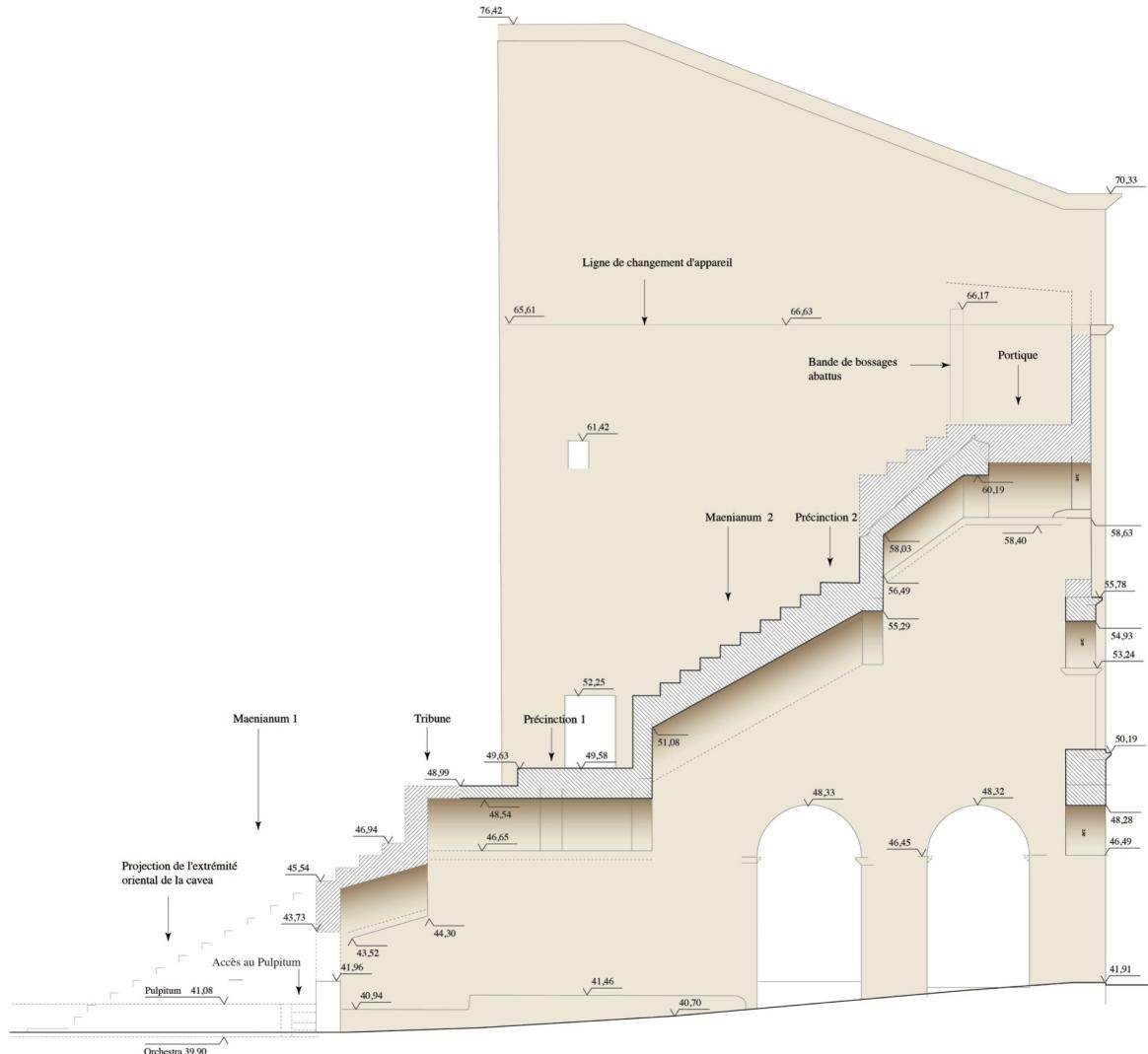


FIGURE A.3 – Coupe sur l'*aditus* oriental³.

3. [BADIE et al., 2013a, Pl. XLIX]



FIGURE A.4 – Plan topographique de la colline Saint-Eutrope⁴.

4. [BADIE et al., 2013b, p.11]

ANNEXE A. ANNEXES

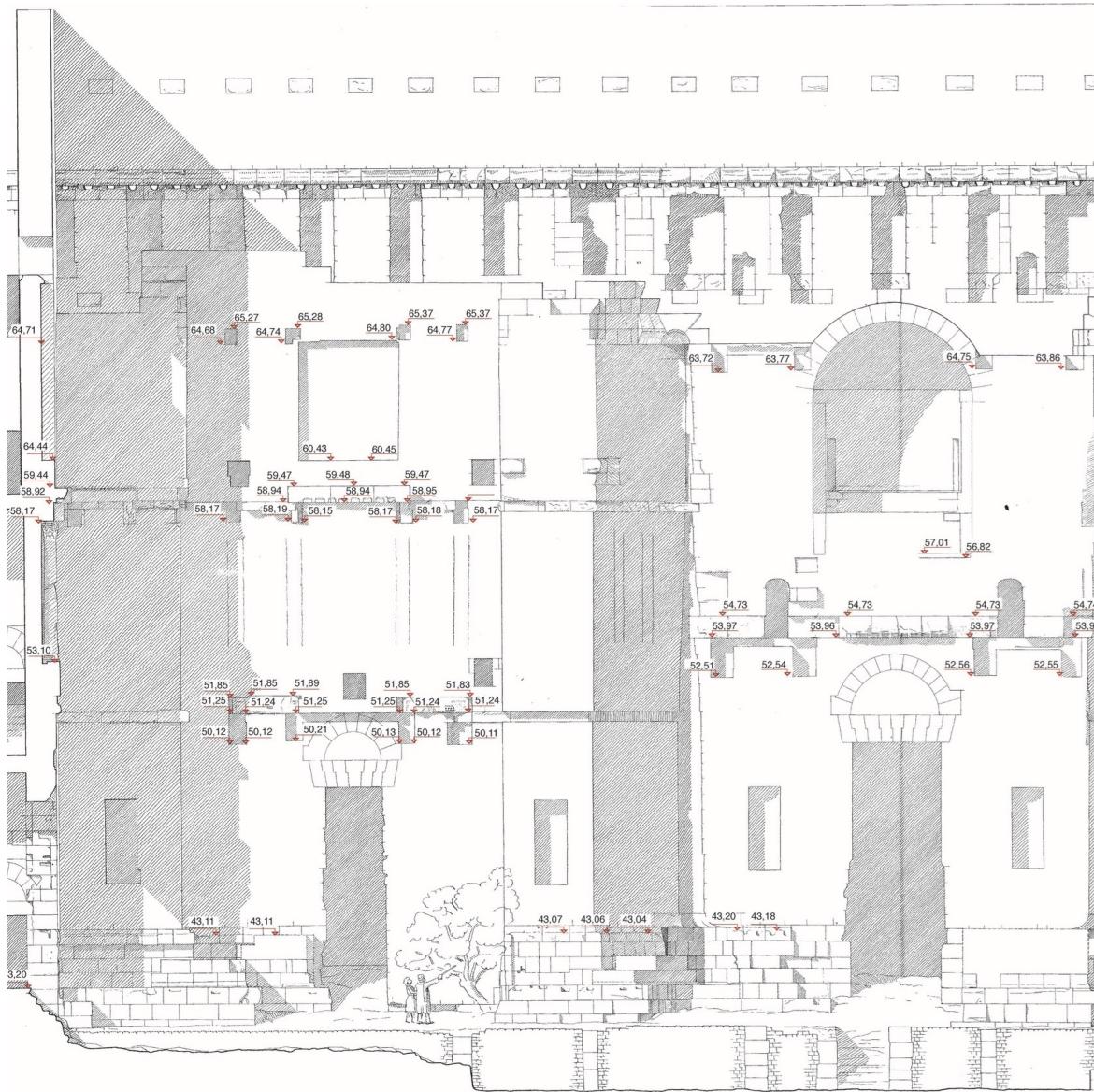


FIGURE A.5 – Élévation de la partie occidentale du front de scène nivelé⁵.

5. [BADIE et al., 2013a, Pl. XXIX]

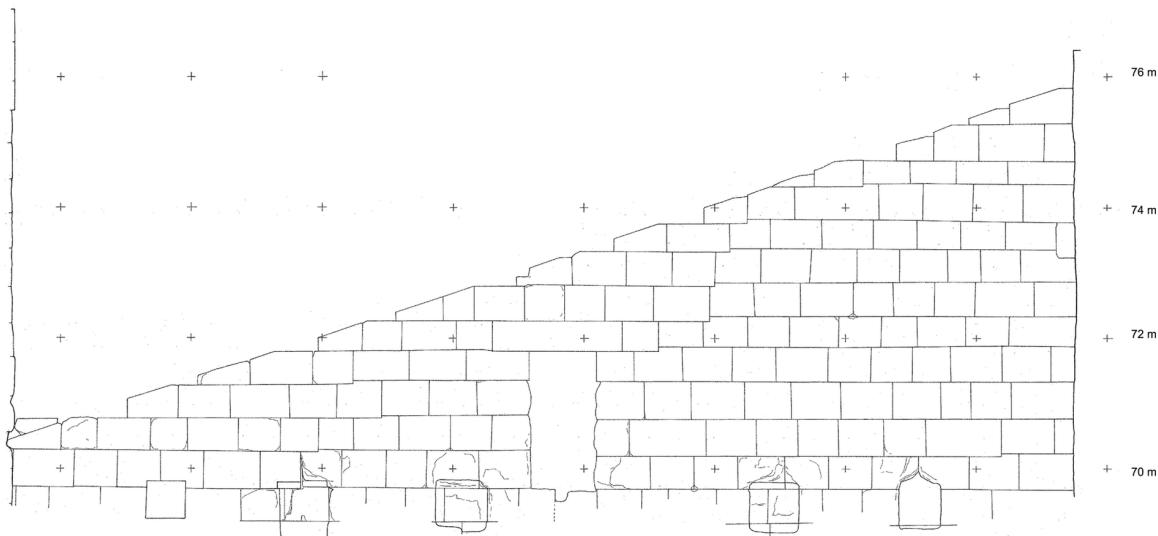


FIGURE A.6 – Elévation de la partie sommitale de la basilique occidentale⁶.

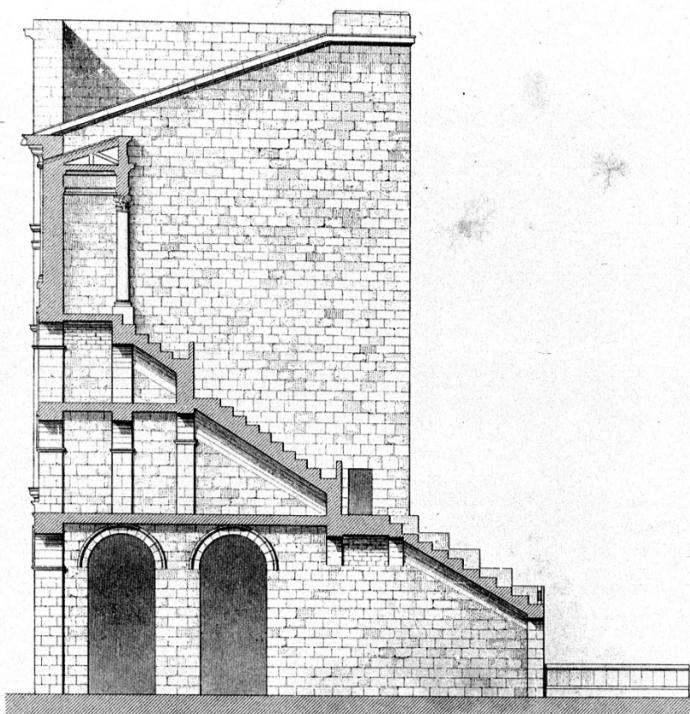


FIGURE A.7 – Coupe de l'*aditus* occidental par A.Caristie - 1856⁷.

6. [BADIE et al., 2013a, Pl. XLVI]

7. [BADIE et al., 2013a, Pl. VI]

8. [BADIE et al., 2013a, Pl. I]

9. [BADIE et al., 2013a, Pl. XXI]

10. [BADIE et al., 2013a, Pl. XXVII]

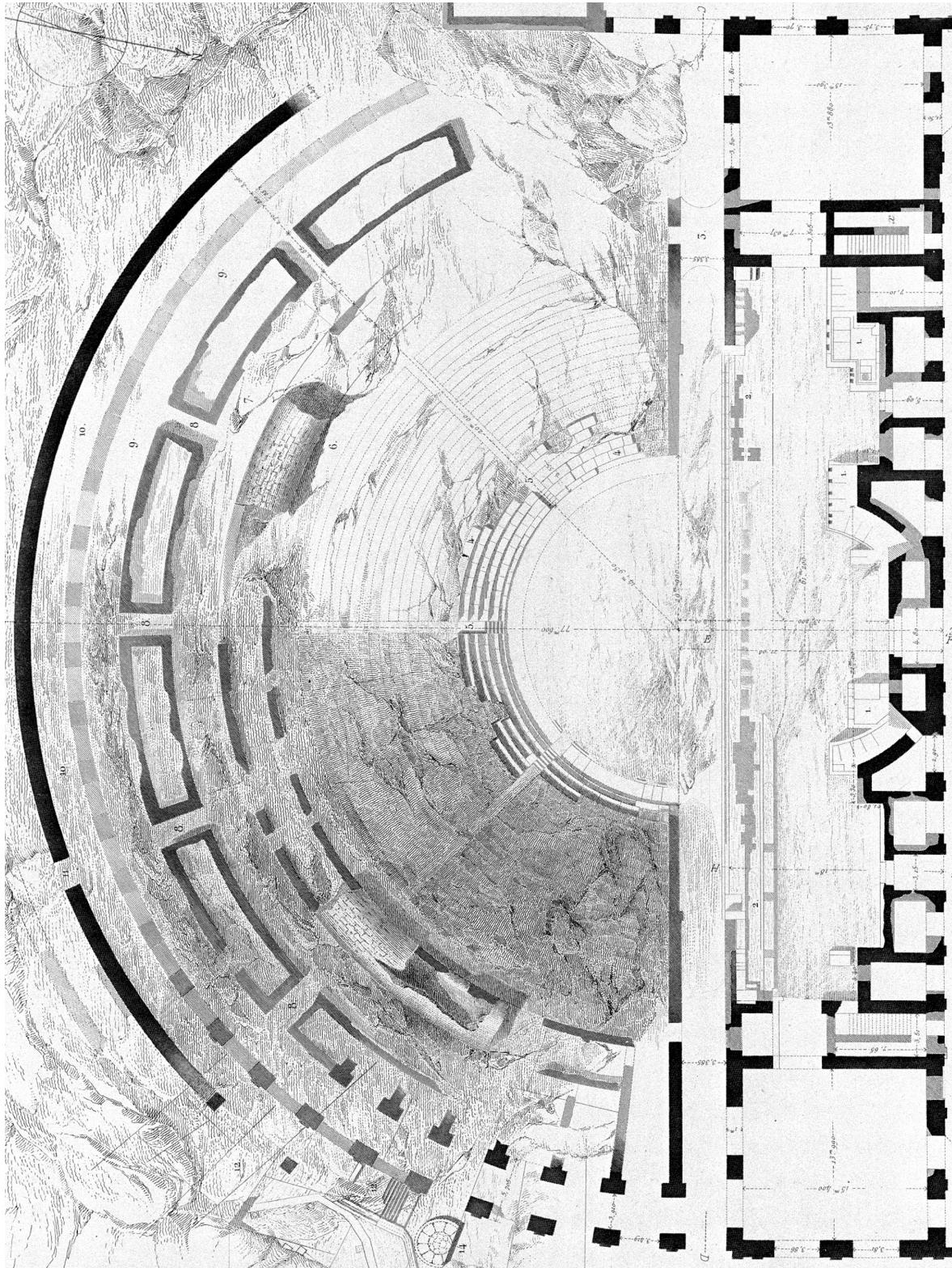
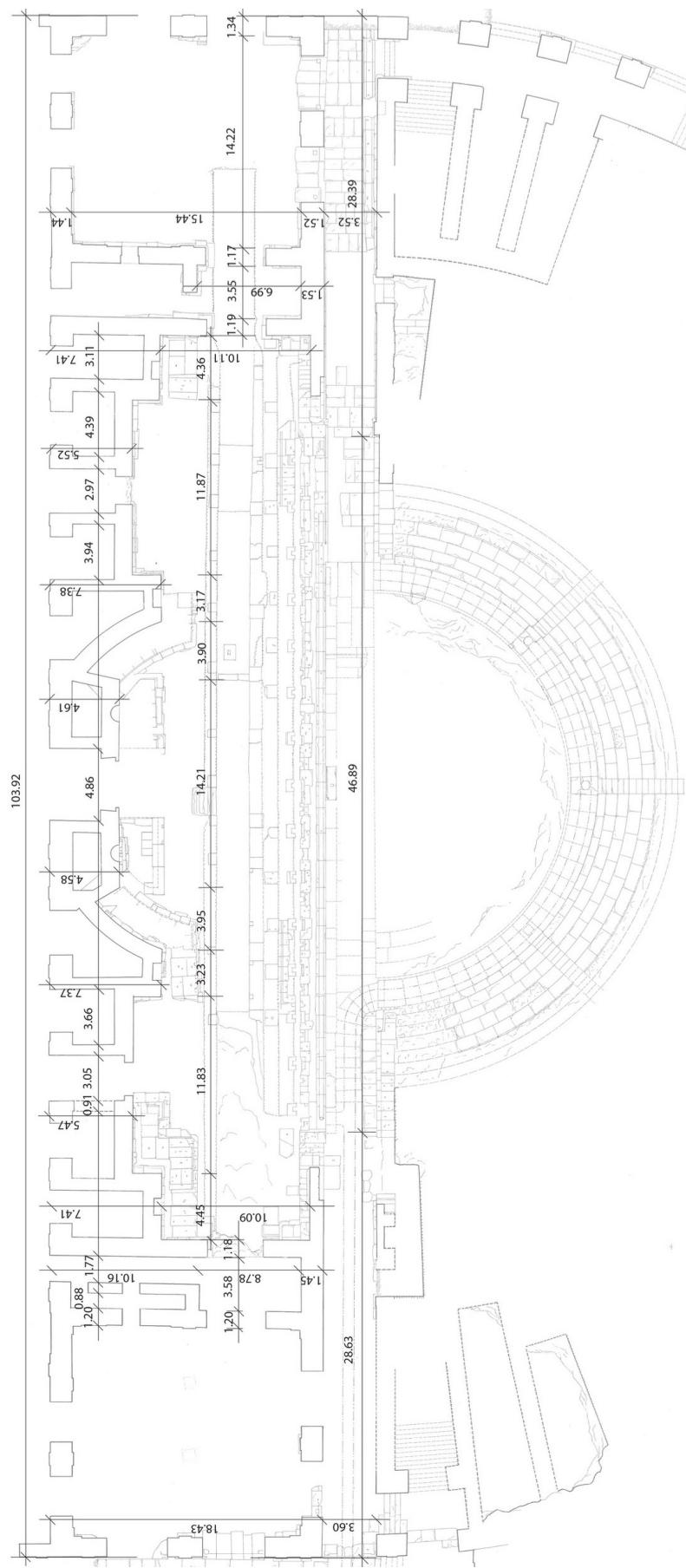


FIGURE A.8 – Représentation de l'état du théâtre d'Orange en 1856 en vue de dessus par A. Caristie⁸.

FIGURE A.9 – Plan du rez-de-chaussée au bâtiment de scène⁹.

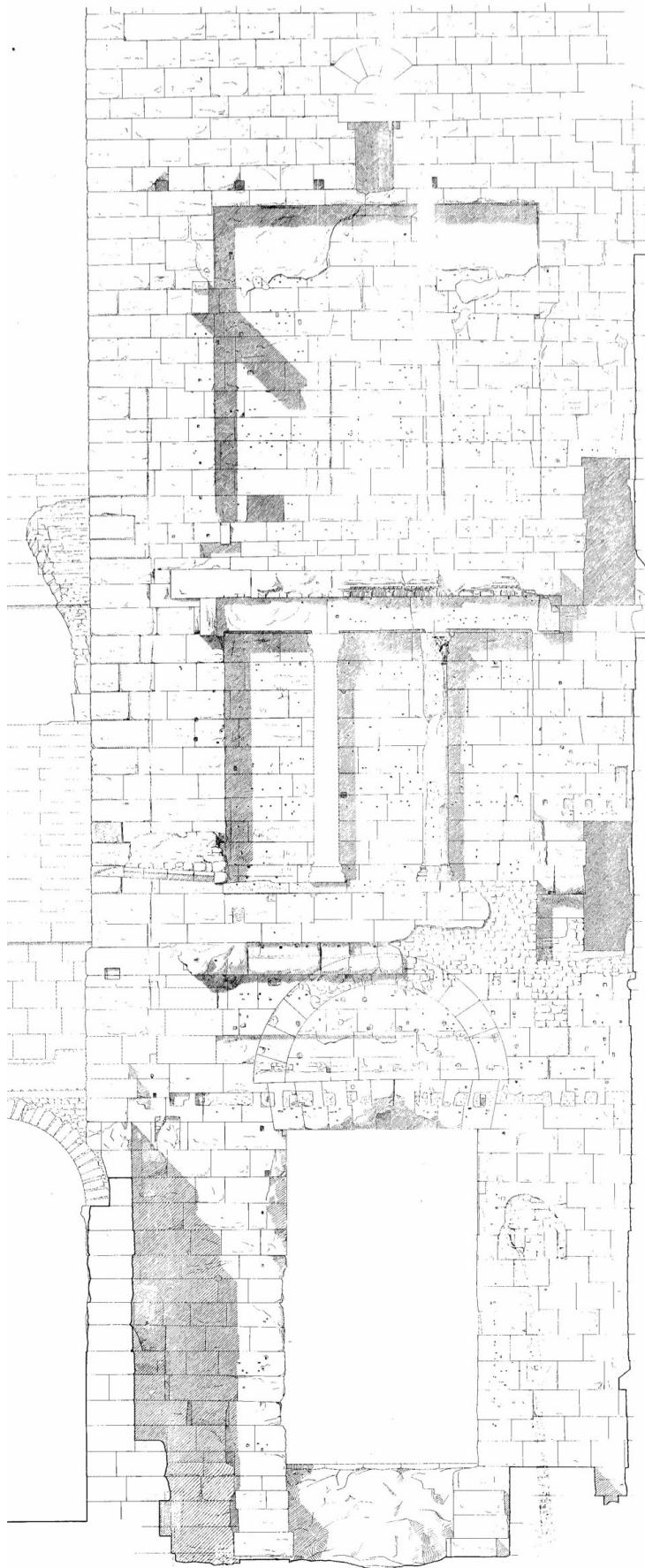
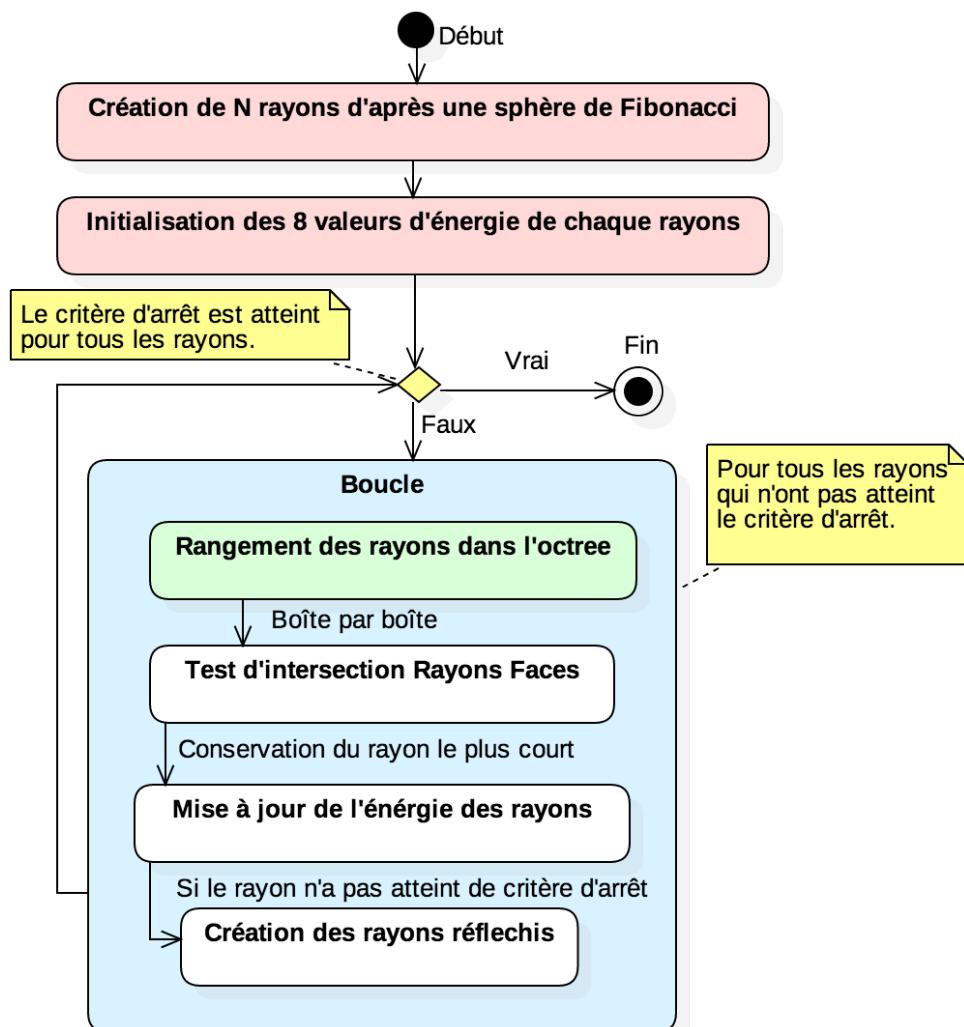


FIGURE A.10 – Élévation du retour occidental du mur de scène ¹⁰.

FIGURE A.11 – Diagramme d'activité résumant le processus de création des rayons avec *octree*.

Tableaux annexes

| Récepteur | [x; y; z] (m) | EDT (ms) | T ₃₀ (ms) | SPL (dB) | C ₈₀ (dB) | D ₅₀ (%) | T _s (ms) |
|-----------|---------------------------|----------|----------------------|----------|----------------------|---------------------|---------------------|
| 1 | [0 ; -10.67 ; 41.44] | 1310 | 2861 | -29 | 2.98 | 60.14 | 81 |
| Réf | [0 ; -16.5 ; 43.9] | 1501 | 2966 | -32 | 3.65 | 58.48 | 81 |
| 2 | [0 ; -28.23 ; 50.02] | 2163 | 3690 | -35 | 1.11 | 42.03 | 129 |
| 3 | [0 ; -37.86 ; 55.92] | 2023 | 4285 | -37 | 0.31 | 37.48 | 133 |
| 4 | [0 ; -44.36 ; 62.06] | 2439 | 4335 | -37 | -0.72 | 34.69 | 155 |
| 5 | [-8.74 ; -6.12 ; 41.44] | 1539 | 2788 | -28 | 3.81 | 62.14 | 80 |
| 6 | [-13.51 ; -9.46 ; 43.86] | 1479 | 3383 | -31 | 4.78 | 64.28 | 79 |
| 7 | [-23.12 ; -16.19 ; 50.02] | 2130 | 3892 | -34 | 3.22 | 52.99 | 119 |
| 8 | [-31.02 ; -21.72 ; 55.92] | 2342 | 3916 | -37 | 1.89 | 52.76 | 140 |
| 9 | [-36.34 ; -25.44 ; 62.06] | 2893 | 4444 | -38 | 0.17 | 38.92 | 177 |
| 10 | [-28.23 ; 1.66 ; 50.02] | 2650 | 4507 | -33 | -0.32 | 39.73 | 168 |
| 11 | [-37.87 ; 1.66 ; 55.92] | 3189 | 3951 | -37 | -1.24 | 41.56 | 205 |
| 12 | [-44.36 ; 1.66 ; 62.06] | 3611 | 4487 | -36 | -2.66 | 31.9 | 256 |

TABLEAU A.1 – Facteurs perceptifs pour différents récepteurs sur la bande de fréquence de 500Hz pour 1 000 000 de rayons sans le toit.

Article 11

11. [AUSSAL et GUEGUEN, 2018]

Gypsilab est un nouvel environnement de prototypage rapide pour la simulation numérique, incluant notamment du lancer de *rayons* pour le calcul en acoustique des salles. Entièrement codé en langage Matlab, et disponible en open-source sous licence GPL 3.0, il affiche des performances suffisantes pour résoudre des problèmes numériques de taille raisonnable (jusqu'à 100 000 éléments surfaciques pour un million de *rayons*). Pour ce faire, l'ensemble des calculs a été vectorisé, et une structure d'octree récursive a été implémentée pour réduire la complexité quadratique des interactions *rayons*/éléments à quasi linéaire. Ainsi, les temps d'exécutions sont moins sensibles à la densité du maillage, ce qui permet de faire des simulations de géométries complexes. Des réponses impulsionales sont construites en utilisant les hypothèses statistiques de Sabine, et les filtres sont proposées nativement sur 8 bandes d'octaves, tenant compte des propriétés d'absorption des matériaux et du milieu de propagation. Pour finir, le lanceur de *rayons* propose un format source-image, qui tient compte de la position dans l'espace des réflexions précoces. Ce format peut ensuite être écouté sous gypsilab, avec un rendu audio 3D binaural, qui spatialise avec head-tracking chacune de ces sources images en temps réel. En guise d'application, des calculs sur des géométries cubiques seront détaillés et comparés aux solutions analytiques, et un calcul complet dans une maquette du théâtre antique d'Orange sera présenté. Gypsilab est disponible en téléchargement libre à l'adresse suivante :

<http://www.cmap.polytechnique.fr/~aussal/gypsilab/>



FIGURE 1 – Théâtre antique d'Orange contemporain. (source de l'image www.theatre-antique.com)

1 Introduction

Le calcul numérique est de plus en plus répandu pour réaliser des études d'acoustique de salles et de bâtiments. En effet, cet outil permet d'estimer relativement simplement de nombreux critères comme le temps de réverbération, l'intelligibilité, le timbre, les modes de résonances, etc. Pour ce faire, il est nécessaire de générer un maillage de la structure à étudier, puis de réaliser différents calculs avec des méthodes numériques comme les éléments finis, les équations intégrales, ou encore le lancer de *rayons*. Selon les besoins, certaines méthodes sont à privilégier, d'autres à bannir.

Dans cette étude, nous nous intéressons au rendu acoustique du théâtre antique d'Orange, pour des besoins archéologiques (fig. 1, [2]). Aussi, face aux dimensions de la structure et à la densité élémentaire du maillage représentant ce théâtre, les méthodes numériques dites "exactes" (éléments finis ou équations intégrales) ne sont pas exploitables (temps de calcul et stockage des données rédhibitoire). C'est pourquoi, en suivant l'approximation haute fréquence de la physique des ondes, nous avons développé une méthode de lancer de *rayons* [8], capable de traiter des maillages conséquents, dans un temps raisonnable. Cette méthode a été implémentée à la fois dans une librairie Matlab open-source [10] et dans une librairie C++, associée à un plug'in Blender [6].

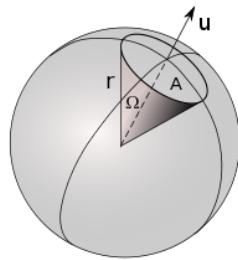


FIGURE 2 – Représentation d'un angle solide Ω à travers une calotte sphérique de surface A et de hauteur r (distance à la source). L'angle solide Ω est représenté par le vecteur directeur \mathbf{u} . (source de l'image Wikipedia)

2 Mesure de l'énergie acoustique

En modélisant une source sonore ponctuelle comme une impulsion localisée dans l'espace [7, 9], l'énergie associée se propage au cours du temps sur une surface sphérique $S(t)$ telle que :

$$E(t) = E_0 \int_{S(t)} I(t) ds \quad \forall t > 0, \quad (1)$$

avec E_0 l'énergie initiale et $I(t)$ l'intensité acoustique. En négligeant les pertes, l'énergie $E(t)$ se conserve au cours du temps, ce qui implique :

$$\int_{S(t)} I(t) ds = 1 \quad \forall t > 0. \quad (2)$$

Après intégration sphérique, l'intensité acoustique $I(t)$ s'écrit alors de façon infinitésimale comme :

$$I(t) = \frac{1}{4\pi r(t)^2} \quad \forall t > 0, \quad (3)$$

avec $r(t)$ la distance à la source. Cela traduit le fait que l'intensité acoustique décroît comme le carré de la distance à la source. Par ailleurs, en intégrant cette fois sur une portion $\sigma(t)$ de la sphère complète $S(t)$, l'énergie portée par cette portion s'écrit :

$$E_\sigma(t) = E_0 \int_{\sigma(t)} \frac{1}{4\pi r(t)^2} ds = \frac{E_0}{4\pi} \Omega_\sigma, \quad (4)$$

où Ω_σ représente l'angle solide associé à la portion $\sigma(t)$ (exemple fig. 2). Cela traduit le fait que l'énergie d'un angle

solide est constante au cours du temps et correspond à une portion de l'énergie initiale E_0 .

En considérant l'équation (4), nous avons modélisé une source sonore à partir d'une partition de son énergie selon un nombre fixé d'angles solides élémentaires Ω_i , vérifiant :

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i(t) = \frac{E_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Omega_i \quad \text{avec} \quad \sum_i \Omega_i = 4\pi. \quad (5)$$

Chaque élément Ω_i pour $i \in [1, N]$ porte donc une part de l'énergie initiale E_0 , et cette part reste constante au cours du temps. Par ailleurs, nous avons choisi de représenter chaque angle solide Ω_i par un vecteur directeur \mathbf{u}_i , que nous appellerons *rayon*, et qui donne la direction de propagation de l'énergie $E_i(t)$ au cours du temps. Ainsi, pour mesurer l'énergie acoustique $E(\mathbf{x}, t)$ en un point donné de l'espace \mathbb{R}^3 , on peut considérer une sphère de mesure $S(\mathbf{x}, a)$, centrée en \mathbf{x} et de rayon a . Il suffit dès lors d'ajouter les contributions des n *rayons* qui intersectent cette sphère pour calculer l'énergie acoustique au point \mathbf{x} :

$$E(\mathbf{x}, t) = \frac{E_0}{4\pi} \Omega_a = \frac{E_0}{4\pi} \sum_{i=1}^n \Omega_i. \quad (6)$$

Cependant, cette méthode considère intrinsèquement que l'énergie se propage selon un ensemble de *rayons*, chacun représentant une portion d'énergie. Il faut donc considérer un grand nombre de *rayons* pour assurer la validité statistique d'une mesure. Par exemple, pour une source omnidirectionnelle définie telle que :

$$\Omega_i = \frac{4\pi}{N}, \quad (7)$$

l'énergie mesurée par une sphère $S(\mathbf{x}, a)$ à distance r de la source vérifie :

$$\Omega_a = 4\pi \frac{n}{N} = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{r}\right). \quad (8)$$

Aussi, en fixant un nombre minimal n de *rayons* pour satisfaire une mesure de rayon a , on obtient une distance maximum de mesurabilité r_{max} , telle que la statistique ne peut plus être assurée au delà de cette distance. Celle-ci peut être évaluée à partir de l'équation (8) :

$$r_{max} = \frac{a}{\frac{2n}{N} \sqrt{\frac{N}{n} - 1}}, \quad (9)$$

qui se simplifie pour $N \gg n$ en :

$$r_{max} \approx \frac{a}{2} \sqrt{\frac{N}{n}}. \quad (10)$$

Ainsi, la distance maximum pour respecter la statistique évolue comme la racine du nombre total de *rayons*, ce qui implique qu'un grand nombre de *rayons* est nécessaire pour effectuer un calcul raisonnable (typiquement $N > 10^6$ pour $n > 100$).

Suivant ces contraintes, le problème de propagation d'onde peut alors se résoudre par des algorithmes de lancer de *rayons*, tout en respectant la conservation de l'énergie. De plus, cette modélisation permet l'utilisation de sources directives, dont la directivité peut dépendre de la fréquence.

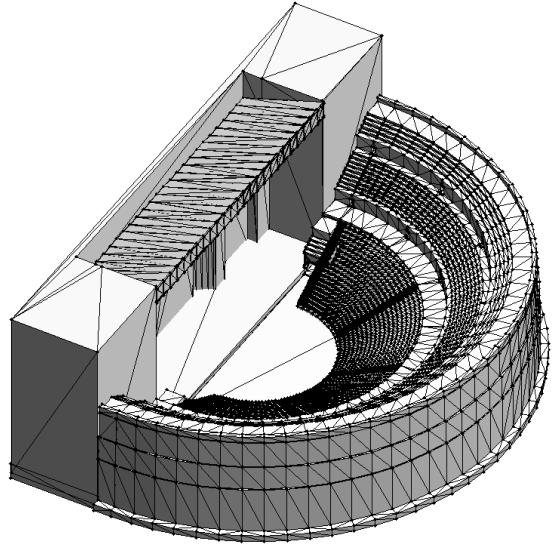


FIGURE 3 – Maillage surfacique du théâtre antique d'Orange, composé de 40 000 éléments triangulaires non uniformes.

3 Propagation dans une structure

En représentant la propagation de l'énergie sous la forme de *rayons*, le problème de la propagation des ondes dans une salle peut se formaliser en suivant les lois de l'optique géométrique. Ces lois mènent à la réflexion des *rayons* sur les parois par symétrie normale, en tenant compte de l'absorption de l'énergie acoustique par bande de fréquence. En posant E_i l'énergie incidente, E_r l'énergie réfléchie et α l'énergie absorbée par une paroi, l'énergie réfléchie est telle que :

$$E_r = E_i - \alpha. \quad (11)$$

Dans le cas de réflexions multiples sur m parois, on appelle α_e le coefficient d'absorption de la paroi e . L'énergie portée par chaque *rayon* décroît alors comme :

$$E = E_0 \prod_{e=1}^m (1 - \alpha_e). \quad (12)$$

Cette approximation, bien que discutable, est pertinente en haute fréquence et/ou pour des volumes conséquents, ce qui est le cas du théâtre antique que nous étudions (fig. 1).

Pour calculer les réflexions des *rayons* sur les parois, il est nécessaire d'utiliser un maillage qui discrétise la structure sur laquelle rebondissent ces *rayons*. Dans le cas de notre étude, nous nous sommes restreints aux maillages surfaciques, facetisés par des triangles plans (fig 3). Dans cette configuration, les réflexions des *rayons* sur les parois peuvent être calculées géométriquement, en intersectant les droites porteuses des *rayons* (D_i) et les plans porteurs des éléments (P_e). Ces deux objets géométriques peuvent se représenter en coordonnées paramétriques comme :

$$(D_i) : S_i + \delta \mathbf{u}_i \quad \text{avec} \quad \delta \in \mathbb{R} \quad (13)$$

$$(P_e) : C_e + \lambda \mathbf{a}_e + \mu \mathbf{b}_e, \quad \text{avec} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R} \quad (14)$$

avec S_i la source du *rayon* i , \mathbf{u}_i son vecteur directeur, C_e un point de l'élément e , \mathbf{a}_e et \mathbf{b}_e sa base locale (par exemple deux arêtes de l'élément). Or, s'il existe un point d'intersection entre une droite (D) et un plan (P), alors les coordonnées

paramétriques de ce point sont telles que :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{b}_x & -\mathbf{u}_x \\ \mathbf{a}_y & \mathbf{b}_y & -\mathbf{u}_y \\ \mathbf{a}_z & \mathbf{b}_z & -\mathbf{u}_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x - C_x \\ S_y - C_y \\ S_z - C_z \end{pmatrix}. \quad (15)$$

En résolvant ce système linéaire pour toutes les droites contre tous les plans, on obtient l'ensemble des points d'intersections possibles. Il faut ensuite rajouter des conditions restrictives pour assurer l'unicité de l'impact, à savoir que chaque *rayon* ne touche bien qu'un seul triangle du maillage. Ces conditions se formalisent de la façon suivante :

- $0 < \lambda \leq 1$ et $0 < \mu \leq 1$ pour assurer que le *rayon* est à l'intérieur du triangle,
- $\delta > 0$ pour respecter le sens de propagation des *rayons*,
- δ doit être minimum (pas de transparence des murs).

Pour finir, une fois que les paires {*rayon*, élément} ont été déterminées, chaque *rayon* est alors mis à jour de la façon suivante :

- L'énergie décroît suivant la loi de l'équation (12) :

$$E_i = E_i(1 - \alpha_e). \quad (16)$$

- Le point source est remplacée par le point d'impact :

$$S_i = S_i + \delta \mathbf{u}_i. \quad (17)$$

- Le vecteur directeur est symétrisé suivant sa projection le long de la normale de l'élément (\mathbf{n}_e) :

$$\mathbf{u}_i = (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{a}_e)\mathbf{a}_e + (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{b}_e)\mathbf{b}_e - (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}_e)\mathbf{n}_e. \quad (18)$$

Ce faisant, les *rayons* peuvent de nouveau se propager au sein du maillage et engendrer de nouvelles réflexions.

Cet algorithme est intrinsèquement récursif et se trouve complètement indépendant de la mesure de l'énergie acoustique. En effet, cette expérience numérique caractérise simplement la propagation de l'énergie d'une source sonore ponctuelle au sein d'une structure, le long d'un angle solide. Pour un point de mesure fixé \mathbf{x}_0 , il reste donc à calculer l'énergie acoustique au cours du temps. Pour cela, on utilise la méthode expliquée précédemment (eq. 6), à savoir l'utilisation d'une sphère de mesure $S(\mathbf{x}_0, a)$, définie par l'équation cartésienne :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = a^2. \quad (19)$$

En y injectant pour chaque *rayon* les représentations paramétriques des droites porteuses (D_i) :

$$(S_x + \delta \mathbf{u}_x - x_0)^2 + \dots + (S_z + \delta \mathbf{u}_z - z_0)^2 = a^2, \quad (20)$$

on obtient une équation du second degré en δ . Dès lors, seuls les *rayons* qui intersectent la sphère ont un discriminant positif ou nul, et nous garderons parmi ceux-ci ceux qui engendrent soit une unique solution positive (la source est dans la sphère de mesure), soit les deux solutions positives (la mesure est dans le sens du *rayon*). Une fois les *rayons* mesurés obtenus, ceux-ci sont alors rétropropagés selon $(-\mathbf{u}_i)$, afin d'être focalisés sur des sources images (ou sources virtuelles). Cette opération permet de concentrer les

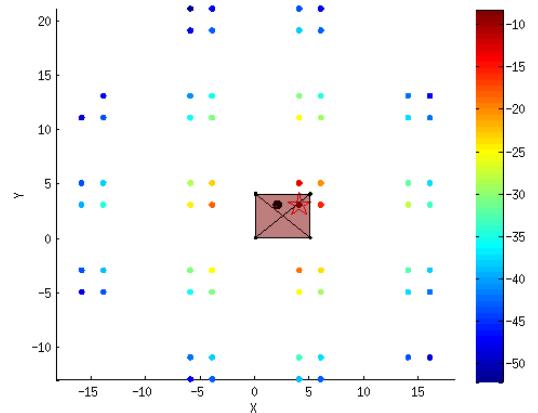


FIGURE 4 – Constellation des images restreintes au plan de la source, pour un maillage type "boîte à chaussure". L'énergie associée à chaque source image est donnée en *dB* (couleurs). La source est représentée par une étoile rouge et la mesure par une sphère noire.

ensembles de *rayons* caractérisant les angles solides mesurés, et ainsi réduire notablement la quantité d'informations à stocker. En effet, dans le cas d'une source omnidirectionnelle (eq. 7), l'énergie de chaque source image s'écrit :

$$E(\mathbf{x}, t) = E_0 \left(\frac{n}{N} \right) \prod_{e=1}^m (1 - \alpha_e), \quad (21)$$

où n correspond au nombre de *rayons* mesurés pour la source image. De plus, l'absorption atmosphérique peut être aisément rajoutée dans la formule précédente :

$$E(\mathbf{x}, t) = E_0 \left(\frac{n}{N} \right) e^{-md} \prod_{e=1}^m (1 - \alpha_e), \quad (22)$$

où m caractérise une absorption par bande de fréquence et d représente la distance entre la source image et la mesure.

Pour valider notre démarche, cette méthode de calcul a été appliquée à la propagation sonore dans une salle parallélépipédique type "boîte à chaussure", dont les sources images et leur énergies sont connues analytiquement [4]. Dans cet exemple, nous avons utilisé un matériau de coefficient d'absorption pleine bande $\alpha = 0.6$ pour l'ensemble des parois. Pour un million de *rayons*, les sources images sont localisées à la précision machine (10^{-16}) et les énergies sont reconstruites avec une précision relative de l'ordre de 10^{-4} . La constellation des images, restreintes au plan de la source, est représentée sur la figure 4.

4 Accélération du calcul par Octree

Pour un problème avec m éléments et N *rayons*, la propagation des ondes calculée selon la méthode précédente nécessite de résoudre $N \times m$ systèmes linéaires (15), et ce à chaque itération. Bien que tout à fait exploitable en l'état pour un petit nombre d'éléments m , cette complexité amène des volumes de calculs trop important pour des structures riches en éléments, comme le théâtre antique d'Orange (fig. 3). Pour pallier à cette limitation, nous avons développé un algorithme rapide basé sur une démarche *Divide & Conquer* par découpage spatial de type Octree (fig. 5, [5]).

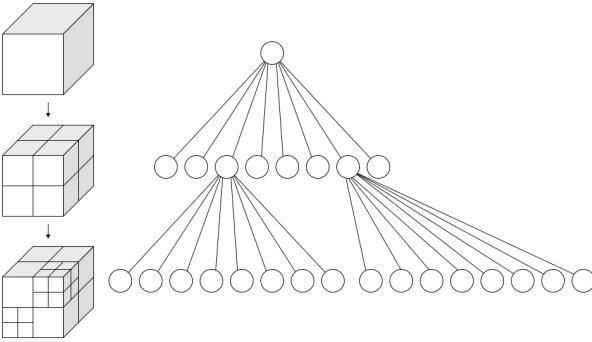


FIGURE 5 – Subdivision de l'espace de type Octree. Sur cette figure, deux étages de l'arbre sont représentés avec un raffinement non uniforme. (source de l'image : Wikipedia)

Pour cela, au lieu de calculer toutes les interactions *rayons*/éléments, nous rangeons récursivement les *rayons* dans des boîtes cubiques de plus en plus petites contenant le maillage. Une fois la répartition terminée, les *rayons* triés dans les plus petites boîtes interagissent uniquement avec quelques mailles (calcul aux feuilles).

Par exemple, considérons une source sonore et un maillage inclus dans une boîte cubique, représentée au premier étage de la figure 5. L'algorithme commence par subdiviser la boîte originale en huit boîtes identiques, par un découpage sur la demi-arête. Puis les *rayons* sont triés en ne sélectionnant que ceux rentrant dans chaque cube (on peut par exemple utiliser des sphères de mesures englobant les cubes). Une fois tous les *rayons* triés, le premier étage de l'arbre est alors atteint. Si les boîtes contiennent peu d'éléments, alors le calcul des interactions *rayons*/éléments est réalisé (feuille de l'arbre). Sinon, on recommence l'opération de subdivision jusqu'à atteindre les feuilles. Dans l'exemple de la figure 5, il y a donc 6 feuilles au 1er étage et 16 feuilles au second étage. En supposant que les *rayons* soient répartis de façon uniforme, par exemple avec une source omnidirectionnelle au centre du maillage, il y aurait donc environ $\frac{6N}{8}$ *rayons* au premier étage et $\frac{16N}{64}$ *rayons* au second. En considérant maintenant que les feuilles contiennent chacune p éléments (avec p petit), il ne faut résoudre que (Np) systèmes linéaires aux feuilles, contre $(Nm \approx Np(6 + 16))$ sans octree.

Dans le cas général, comme la taille des boîtes diminue de façon exponentielle, que chaque boîte ne voit plus que ses propres *rayons* et que seules quelques mailles sont présentes aux feuilles, cet algorithme permet de réduire la complexité totale de $O(Nm)$ à $O(N \log m)$. Ce résultat permet de diminuer sensiblement les temps de calcul des maillages conséquents (m grand). A titre de comparaison, une itération de lancer de *rayons* a été réalisée sur le maillage d'une sphère unité, plus ou moins raffinée, avec une source omnidirectionnelle en son centre. Les temps de calcul sont donnés dans le tableau 1, qui montre bien l'intérêt d'utiliser un octree lorsque la densité du maillage croît.

De plus, dans le cas théorique d'une salle sphérique 100% réfléchissante, il est attendu que l'énergie totale se conserve. Ainsi, en plaçant la source sonore et le récepteur au centre de la sphère, l'énergie mesurée doit évoluer comme un peigne de Dirac dont chaque pic est équidistant (diamètre de la sphère). Avec notre approche, chaque *rayon* devrait donc parcourir la même distance entre deux mesures, afin d'être compté en phase avec les autres pour reconstruire

TABLEAU 1 – Temps de calcul en secondes pour une itération de lancer de *rayons*, avec et sans accélération par octree.
(Réalisé sous Gypsilab, Matlab R2014a sur 1 cœur à 2.7 GHz et 32 Go de ram)

Temps de calcul **sans octree** (s)

| # éléments | 10^4 <i>rayons</i> | 10^5 <i>rayons</i> | 10^6 <i>rayons</i> |
|------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 10^2 | 0.11 | 0.78 | 8.31 |
| 10^3 | 0.67 | 7.19 | 87.8 |
| 10^4 | 6.32 | 72.4 | - |

Temps de calcul **avec octree** (s)

| # éléments | 10^4 <i>rayons</i> | 10^5 <i>rayons</i> | 10^6 <i>rayons</i> |
|------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 10^2 | 0.10 | 0.47 | 4.80 |
| 10^3 | 0.21 | 0.63 | 5.42 |
| 10^4 | 1.18 | 1.79 | 7.73 |
| 10^5 | 10.8 | 12.1 | 19.7 |
| 10^6 | 102 | 113 | 127 |

totallement l'énergie. En pratique, ce résultat dépend du raffinement du maillage, puisque la surface sphérique est approchée avec des triangles plans. Ainsi, plus le maillage est fin, plus la focalisation est précise. La figure 6 illustre ce résultat, en représentant le pourcentage de *rayons* par mesure pour trois sphères comportant respectivement 1, 10 et 100 millier(s) d'éléments. L'énergie la plus fidèlement reconstruite est celle associée au maillage le plus fin, calculée en quelques secondes grâce à la répartition par octree.

5 Application au théâtre d'Orange

Le script ci-après permet de calculer avec Gypsilab l'ensemble des réflexions acoustiques sur le maillage du théâtre d'Orange (fig. 3), et de visualiser les sources images :

```
%%%%% Parametres %%%%%%
src = [ 22 0 -12.5] % Position de la source
mic = [ -7 0 -11 ] % Position du microphone
rad = 3 % Rayon de la sphère de mesure
fs = 44100 % Fréquence d'échantillonage
Nray = 1e6 % Nombre de rayons

%%%%% Lecture du maillage %%%%%%
mesh = msh('orange.mesh');

%%%%% Representation graphique %%%%%%
figure
plot(mesh,'w')
hold on
plot3(src(1),src(2),src(3),'rp','MarkerSize',20)
plot3(mic(1),mic(2),mic(3),'+k','MarkerSize',20)
axis equal;
view(210,40)
camlight
material dull
```

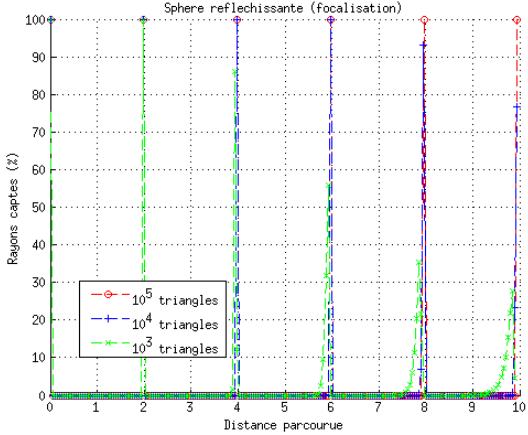


FIGURE 6 – Pourcentage de *rayons* par mesure au cours du temps pour une sphère réfléchissante, avec source et mesure au centre de la sphère.

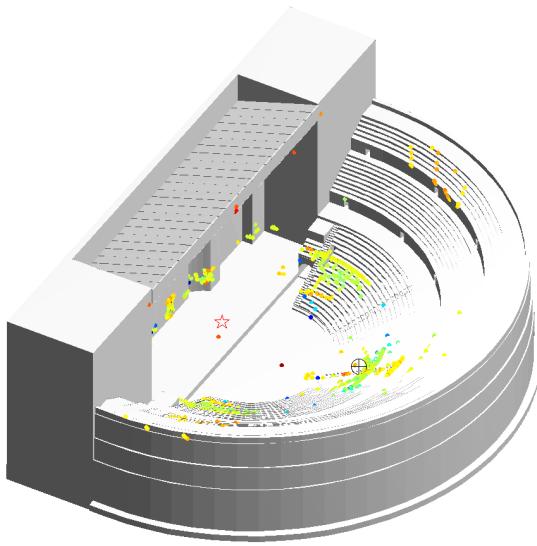


FIGURE 7 – Réflexions sur le théâtre antique d'Orange calculée par Gypsilab, pour une source sonore sur la scène (étoile rouge) et un auditeur dans les gradins (croix noire). ≈ 3500 images sont calculées en quelques minutes sur un ordinateur portable.

```
%%%%% Lancer de rayon %%%%%%
room = rir(mesh,src,mic,rad);
tic
room = room.rayTracing(Nray);
toc

%%%%% Representation des sources images %%%%%%
plotImg(room)

%%%%% Representation des impacts %%%%%%
plotSrc(room)

%%%%% Representation des FIR %%%%%%
fir = room.rfl(fs);
figure
plot(10*log10(fir),'.')
```

Dans le détail, on commence par initialiser quelques paramètres, comme :

- La position de la source sonore dans l'espace,
- La position de la mesure et son rayon,

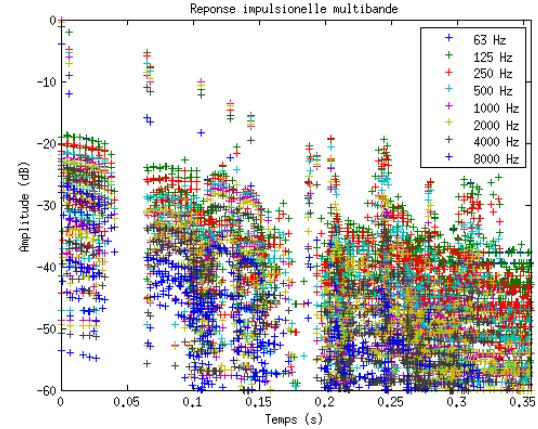


FIGURE 8 – Filtre à réponse impulsionnelle finie multibande, générée par les sources images de la figure 7. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 44 100 Hz.

- La fréquence d'échantillonnage pour générer la réponse impulsionnelle,

- Le nombre de *rayons* à utiliser pour le calcul.

Puis on charge le maillage sous un des formats supportés (.msh, .mesh, .vtk, .ply, ...). Idéalement, en plus de la table des nœuds et des éléments, ce maillage peut comporter des couleurs (chaque élément est associé à un numéro). Cela permet d'associer plus simplement un type de matériau à un élément. Pour ce calcul, nous avons utilisé la table des matériaux proposée par le logiciel Odéon, sous 8 bandes de fréquences, pour modéliser les différentes absorptions qui composent les parois du théâtre. Une fois chargé, le maillage peut alors être représenté, avec ou sans les couleurs des éléments (fig. 3). Puis le ray-tracing est appliqué sur le maillage, en définissant uniquement la source et le microphone. Le logiciel gère automatiquement le nombre de sources images générées à la sortie, en fonction du nombre de *rayon* et du rayon de mesure. Une fois le calcul réalisé, on peut visualiser les sources images sous forme d'une constellation (*plotImg*, fig. 4) ou sous forme d'impacts (*plotSrc*, fig. 7). Pour terminer, l'utilisateur peut générer la réponse impulsionnelle associée aux sources images sous la forme d'un filtre à réponse finie multibande (FIR8), pour toute fréquence d'échantillonnage (fig. 8).

Au final, en s'appuyant sur les outils présentés précédemment, nous avons calculé environ 3500 sources images sur le maillage à 40 000 éléments du théâtre antique d'Orange, en quelques minutes sur un ordinateur portable. Celles-ci, représentées en projection sur la figure 7, permettent de voir le lieu et l'intensité des réflexions mesurées. Il est intéressant de noter que l'on retrouve bien les premières réflexions observées par F. Canac, à savoir celles du mur de scène et de l'orchestre [3].

6 Conclusion et perspectives

Nous proposons un outil open-source [10], qui permet de calculer relativement simplement la constellation des sources images associée à un problème de propagation sonore dans une salle complexe, pour des géométries quelconques. Pour résumer, cet outil présente les caractéristiques suivantes :

- Lancer de *rayons* avec conservation de l'énergie par

mesure statistique,

- Discréttisation des structures par maillage surfacique composé de triangles plans,
- Calcul rapide des réflexions par octree,
- Représentation de l'énergie par sources images,
- Calcul du filtre à réponse finie (FIR8) associée.

Cela permet aujourd'hui aux archéologues qui travaillent dans ce projet d'étudier des hypothèses architecturales, en un temps raisonnable. Par ailleurs, nous y avons associé un module d'auralisation binaurale avec Head-Tracker, capable de filtrer avec des HRTFs (Head-Related Transfer Function) le son réverbéré dans l'espace. Ceci permet d'associer un rendu audio spatialisé à l'analyse des résultats.

Pour la suite, nous souhaiterions désormais valider plus précisément cet outil en le comparant à la fois aux logiciels existants, mais aussi à des mesures *in-situ*. Nous souhaiterions aussi affiner la résolution physique, en couplant ce module aux autres fonctionnalités présentes dans l'environnement Gypsilab [1]. Par ailleurs, nous voudrions travailler sur d'autres géométries et dans d'autres contextes (prédition d'acoustique de bâtiments, optimisation d'auditorium, etc.). Enfin, nous aimerions travailler sur un rendu plus approché, mais plus rapide, pour tenter d'auraliser des structures complexes en temps réel.

Remerciements

Les auteurs tiennent tout particulièrement à remercier François Alouges, Titien Bartet, Pascal Frey et Emmanuelle Rosso pour toute l'aide qu'ils ont chacun apporté aux différentes étapes de ce projet. Merci aussi à Jean-Dominique Polack pour ses conseils avisés en matière d'acoustique architecturale.

Références

- [1] Aussal, M. & Alouges, F. (2018). GypsiLab, un nouvel outil de calcul FEM/BEM pour l'acoustique numérique. *Actes du Congrès Français d'Acoustique*, Le Havre 2018.
- [2] Badie, A., Fincker, M., Moretti, J-C., Rabatel, L., Rosso, E. & Tardy, D. (2013). LE THÉÂTRE D'ORANGE - Rapport final d'opération. *PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203*.
- [3] Canac, F. (1967). L'Acoustique des théâtres antiques : ses enseignements. *Édition du Centre national de la recherche scientifique*.
- [4] McGovern, S. G. (2009). Fast image method for impulse response calculations of box-shaped rooms. *Applied Acoustics*, 70(1), 182-189.
- [5] Greengard, L., & Rokhlin, V. (1987). A fast algorithm for particle simulations. *Journal of computational physics*, 73(2), 325-348.
- [6] Gueguen, R. (2018). Virtualisation architecturale visuelle et auditive du théâtre antique d'Orange. *Dissertation doctorale* (à paraître).
- [7] Jouhaneau, J. (1998). Sonorisation. *Ed. Techniques Ingénieur*.
- [8] Kulowski, A. (1985). Algorithmic representation of the ray tracing technique. *Applied Acoustics*, 18(6), 449-469.
- [9] Sabine, WC. (1900). Architectural Acoustics, Part I. Reverberation. *Reprints of the American Architect*.
- [10] Voir <http://www.cmap.polytechnique.fr/~aussal/gypsilab/>

Références

AUSSAL, M. et R. GUEGUEN. 2018, «Gypsilab, un nouvel outil d'auralisation par lancer de rayon», Congrès Français d'Acoustique, Le Havre. [XI](#)

BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013a, «Le théâtre d'Orange - Rapport final d'opération - Planches», PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. [I](#), [II](#), [III](#), [V](#), [VI](#)

BADIE, A., M. FINCKER, J.-C. MORETTI, L. RABATEL, E. ROSSO et D. TARDY. 2013b, «Le théâtre d'Orange - Rapport final d'opération - Texte», cahier de recherche. PACA Vaucluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203. [IV](#)

Annexe B

Liste des acronymes

AABB *Axis-Aligned Bounding Box.* 93

BEM *Boundary Element Method.* 65

C₈₀ Désigne les propriétés acoustiques d'une salle où les détails de l'image sonore sont aisément perceptibles. On l'obtient par le calcul du rapport exprimé en décibels entre une impulsion sonore perçue à la position d'écoute pendant les 80 premières milli-secondes divisée par l'énergie perçue après 80ms. 109, 115, 117, 128, 135, 136, 140–142, 148, 149, 151, 154, XI

CAO *Conception Assistée par Ordinateur.* 21, 22, 110, 159

CIREVE *Centre Interdisciplinaire de Réalité Virtuelle.* 21

CMAP *Centre de Mathématiques Appliquées de l'École polytechnique.* 1, 70

CNRS *Centre National de Recherche Scientifique.* 1, 6

D₅₀ Exprime le degré de séparation acoustique d'un son par rapport à un autre. 109, 115, 117, 135, 136, 140–142, 148, 149, 151, 154, XI

EDT **RT₆₀** exprimé à partir de l'extrapolation de l'énergie entre -0 et -10dB, ou *Early Decay Time.* 109, 114, 115, 117, 136, 140, 141, 148, 149, 151, 154, XI

FDTD Méthode des différences finies (*Finite Difference Time Domain*). 65

FEM *Finite Element Method.* 65

FFT Transformation de Fourier rapide, ou *Fast Fourier Transform.* 84

FIR Filtre à réponse impulsionale finie, ou *Finite Impulse Response filter.* 84

G Gain acoustique. 116, 136, 141, 148, 149, 151

IHM *Interface Homme-Machine.* 111, 112

IRAA *Institut de Recherche sur l'Architecture Antique.* 6, 8, 15, 16, 30, 32–34, 36–38

ISCD *Institut des Sciences du Calcul et des Données.* 1, 47, 70, 159

LF₈₀ Exprime le rapport de l'énergie parvenant latéralement à la source pendant l'intervalle de temps de la réponse impulsionale compris entre 5ms et 80ms sur celle lui parvenant de toutes les directions pendant les 80 premières millisecondes de la réponse impulsionale. 109, 117, 136, 140, 148

OBB *Oriented Bounding Box.* 93

RIR Réponse impulsionnelle d'une salle, ou *Room Impulse Response.* 59, 71, 74, 78, 83–85, 111, 114, 115, 133, 135, 141

RMS Racine carrée de la moyenne des carrés, ou *Root Mean Square.* 60

RT₆₀ Temps de réverbération pour que l'énergie diminue de 60dB, ou *Reverberation Time at 60dB.* 64, 74, 89, 94, 114, 115, 132, 136, XXI, XXII

RVB Système de codage informatique des couleurs combinant et paramétrant les niveaux des trois couleurs primaires : *Rouge, Vert, Bleu.* 47

SPL Niveau de pression acoustique, ou *Sound Pressure Level.* 60, 109, 116, 117, 136, 141, 142, 148, 154, XI

T₃₀ **RT₆₀** exprimé à partir de l'extrapolation de l'énergie entre -5 et -35dB. 109, 114, 117, 136, 141, 148, 149, 151, 154, XI

T_s Exprime le centre de gravité temporel de la réponse impulsionnelle de la salle, c'est à dire le temps pour lequel la moitié de l'énergie sonore totale est reçue. 109, 116, 117, 136, 140, 141, 148, 149, 151, 154, XI

UPMC *Université Pierre et Marie Curie.* 1

Annexe C

Glossaire

ADITUS Portes conduisant de l'exterieur à l'*orchestra*. ix, 7, 11, 12, 19, 27–32, 34, 37–39, 43, 130, 141–143, II, III, VI, XXV

AMBULACRE Galerie circulaire permettant de se déplacer sous la *cavea*. 12–14, 26, 27, 39, 40

ARÊTIER Pièce de charpente ou d'étanchéité qui forme l'angle saillant ou l'arête de la croupe d'un toit. 15, 37

ARMATURE Une armature dans *Blender* peut être considérée comme semblable à l'armature d'un vrai squelette, et tout comme un squelette réel, elle peut être constituée de nombreux os. Ceux-ci peuvent être déplacés et tout ce à quoi ils sont attachés ou associés se déplacera et se déformera de manière similaire¹. 45

AULOS Instrument à vent précurseur du hautbois, très utilisé durant toute l'Antiquité au cours de rites religieux et sociaux. Appelé *aulos* dans la Grèce antique et *tibia* dans la Rome antique, c'est un instrument à anche battante, simple ou double, composé principalement d'un tuyau percé de trous, joué le plus souvent par paires. 144

BAKING Action permettant d'interpoler une animation et d'affecter à chaque **keyframe** les valeurs correspondantes. 45

BASILIQUE Large pièce de forme quasi-carré qui flanque le mur de scène et les *parascaenium*. ix, 7, 9, 10, 12, 15, 19, 25, 31–37, 44, 142, 146, XXV

BLATEUS Balustrade de pierre qui ceinturait l'arrière de l'*orchestra* et le séparait de la *cavea*. Il ménageait un couloir de circulation au pied de la *cavea* et isolait les sièges des notables placés sur les gradins de l'*orchestra*. 11, 35, 134

CAVEA Désigne l'ensemble des rangées concentriques composant les gradins. ix, 5, 7, 8, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 23, 25–28, 30–32, 37–39, 43, 44, 130, 141, 142, 145–147, 151, 155, 160, I, XXIII–XXV

COMPLEXITÉ Domaine de l'informatique qui étudie la quantité de ressources (temps, espace mémoire, etc) dont a besoin un algorithme pour résoudre un problème. 88

CONSOLE Pièce de maçonnerie servant à supporter les mâts du *velum*. 9, 17

CUNEUS Groupe de gradins représentant une portion de la *cavea*. 12, 30, 37, 38

DIRAC La distribution de Dirac peut être informellement considérée comme une fonction qui prend une « valeur » infinie en 0, et la valeur zéro partout ailleurs. 66

1. Manuel *Blender* - Armatures

DIRICHLET Pour une équation aux dérivées partielles, par exemple :

$$\Delta y + y = 0$$

la condition aux limites de Dirichlet sur le domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ s'exprime par :

$$y(x) = f(x), \quad \forall x \in \partial\Omega$$

où f est une fonction définie sur la frontière $\partial\Omega$. [65](#)

EXÈDRE Du latin *exedra* qui signifie "qui est dehors", l'exèdre est à l'origine une structure architecturale indépendante conçue comme une salle de conversation équipée de sièges ou de bancs. Sur une façade de bâtiment, une exèdre se voit comme un renforcement souvent semi-circulaire ou rectangulaire. [9](#), [10](#), [33](#), [144](#), [145](#)

HYPOSCAENIUM Fosse située sous la scène comportant notamment le mécanisme du rideau de scène. [5](#), [10](#), [35](#)

IMA CAVEA Désigne le premier niveau (niveau inférieur) de la *cavea*. [12](#), [28](#), [39](#)

IMPÉDANCE Caractérise la résistance d'un milieu au passage d'une onde acoustique. [67](#)

KEYFRAME Marqueur temporelle stockant la valeur d'un paramètre. [45](#), [XXIII](#)

MAENIANUM Portion de la *cavea* séparée par un *podium* et rassemblant un ensemble de gradins. [ix](#), [12](#), [19](#), [25–30](#), [35](#), [37](#), [141](#), [143](#), [151](#), [152](#), [155](#), [XXV](#)

MEDIA CAVEA Désigne le deuxième niveau (niveau médian) de la *cavea*. [12](#)

MODIFICATEUR Outil *Blender* permettant d'affecter automatiquement à des objets des opérations non-destructives. [22–24](#), [27](#), [28](#), [30](#), [32](#), [44](#), [49](#), [159](#)

MODIFICATEUR "BOOLÉEN" Permet des opérations d'addition, de soustraction ou d'intersection entre objets. [23](#), [24](#), [27](#), [28](#), [30–35](#), [43](#)

MODIFICATEUR "DÉCIMER" Permet de réduire le nombre de vertices ou de faces d'un objet tout en conservant au maximum sa forme. [130](#)

MODIFICATEUR "MIROIR" Permet de recopier un objet en miroir par rapport à un ou plusieurs axes. [27–30](#), [32](#), [38](#), [43](#)

MODIFICATEUR "SOLIDIFIER" Permet de donner une épaisseur paramétrable à un objet plan. [23](#), [28–30](#), [32](#), [36](#), [38](#)

MODIFICATEUR "TABLEAU" Permet de répéter plusieurs fois un objet en disposant les copies dans le repère absolu, le repère relatif à l'objet source ou bien par rapport à un objet tiers. [23](#), [27–30](#), [35](#), [36](#), [38](#), [39](#), [43](#)

MODIFICATEUR "VISSEZ" Permet de faire une extrusion circulaire autour du centre de l'objet. Il est possible de choisir le raffinement de l'extrusion donc le nombre d'extrusion linéaire. [23](#), [26–29](#), [32](#), [35](#), [38](#), [44](#)

NEUMANN Pour une équation aux dérivées partielles, par exemple :

$$\Delta y + y = 0$$

la condition aux limites de Neumann sur le domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ s'exprime par :

$$\frac{\partial y}{\partial \vec{n}}(x) = f(x), \quad \forall x \in \partial\Omega$$

où f est une fonction scalaire connue définie sur la limite $\partial\Omega$ et \vec{n} est le vecteur normal à la frontière $\partial\Omega$. [65](#)

OCTREE Structure de données de type arbre dans laquelle chaque nœud peut compter jusqu'à huit enfants. En trois dimensions, créer un *octree* revient à découper un cube en son milieu sur chacun de ses axes. [55](#), [90–97](#), [103](#), [119](#), [159](#), [X](#)

ODÉON Petit théâtre couvert dédié exclusivement aux spectacles musicaux. [8](#), [127](#), [153](#)

ORCHESTRA Espace semi-circulaire (chez les romains) ou circulaire (chez les Grecs) se situant entre la scène et le premier gradin. [ix](#), [7](#), [10](#), [11](#), [17](#), [19](#), [23](#), [34](#), [35](#), [130](#), [XXIII](#), [XXV](#)

PARASCAENIUM Espace intermédiaire entre la scène et les *basiliques* comportant des escaliers pour atteindre les niveaux supérieurs. [7](#), [9](#), [10](#), [15](#), [33](#), [34](#), [37](#), [145](#), [XXIII](#)

PARODOS Entrée menant à l'*orchestra* traversant les *aditus*. [10–12](#), [27](#), [30–32](#), [34](#), [35](#), [39](#)

PARTICULE L'outil physique "Système de Particules" est utilisé lorsque l'on veut émettre quelque chose depuis un objet en quantité importante. Ces particules peuvent ensuite être soumise à des effets physiques pour simuler des cheveux, de la fumée, du feu ou autres. [ix](#), [41](#), [45](#), [46](#)

PILASTRE Faux pilier intégré au mur en ornement. [9](#), [43](#)

PODIUM Massif de maçonnerie élevé au-dessus du sol et servant de soubassement. [12](#), [25–27](#), [29](#), [34](#), [130](#), [XXIV](#)

PORTICUS IN SUMMA CAVEA Arcade bordée de colonnes située au dessus du troisième *maenianum*. [ix](#), [12](#), [17](#), [19](#), [28](#), [37](#), [38](#), [43](#), [48](#), [130](#), [140](#), [151](#), [155](#)

PORTICUS POST SCAENAM Arcade bordée de colonnes située à l'extérieur du théâtre et adossée au mur de scène. [8](#), [9](#), [33](#)

POSTSCAENIUM Mur séparant la scène de l'extérieur comportant des salles pouvant servir de coulisses. [ix](#), [5](#), [7](#), [9](#), [10](#), [15](#), [32–34](#), [43](#), [44](#), [130](#), [146](#)

PRÉCINCTION Palier (aussi appelé *diazoma* chez les grecs) situé au-dessus de chaque *maenianum* et sur lequel s'ouvre les *vomitorium*. [12](#), [26](#), [27](#), [29](#), [30](#), [34](#), [38](#), [134](#), [142](#)

PULPITUM Ensemble de l'estrade sur lequel jouent les acteurs orné en son front par un petit mur de marbre décoré. [ix](#), [7](#), [9](#), [10](#), [15](#), [19](#), [34–36](#), [127](#), [130](#), [134](#)

SPÉCULAIRE Relatif au miroir. [67](#)

SUMMA CAVEA Désigne le troisième niveau (niveau supérieur) de la *cavea*. [12](#)

VELUM Grande pièce de tissu généralement en lin tirée au dessus de la *cavea* pour protéger les spectateurs du soleil. [ix](#), [7–9](#), [12](#), [15](#), [17](#), [41–46](#), [128](#), [130](#), [151](#), [152](#), [155](#), [159](#), [XXIII](#)

VOMITORIUM Issues permettant aux spectateurs d'accéder aux gradins. [12](#), [27](#), [XXV](#)

WAVEFRONT AUDIO FILE FORMAT Le format RIFF, sur lequel repose le format WAV, définit une structure de fichier qui repose sur une succession de blocs de données (chunks).

Chaque bloc est identifié par 4 octets (4 symboles ASCII) suivi de la taille du bloc codé sur 4 octets. Si un lecteur rencontre un bloc qu'il ne connaît pas, il passe au suivant. Un fichier wav doit au minimum contenir un bloc appelé <fmt> (format) et un bloc appelé <data>. Le bloc <fmt> doit être positionné en amont du bloc <data>.

- Le bloc <fmt> contient les métadonnées techniques, c'est-à-dire les informations relatives au codage du flux audio, informations indispensables pour interpréter les données,
- Le bloc <data> contient la charge (payload), c'est-à-dire les données audio utiles.

. 84

WAVEFRONT OBJ Format de fichier contenant la description d'une géométrie 3D. Les fichiers OBJ sont au format ASCII et se présente de la façon suivante :

- Le nom de l'objet est précédé d'un o,
- Le nom du matériau est précédé de usemtl (un fichier .mtl accompagne en général les fichier obj,
- Les coordonnées de sommets sont précédés d'un v,
- Les coordonnées de textures sont précédés d'un vt,
- Les coordonnées de normales sont précédés d'un vn,
- Chaque face est ensuite définie par un ensemble d'indices faisant référence aux coordonnées des points, de texture et des normales définies précédemment

. 110