```
Help
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include "bsnd stdnd.h"
#include "enums.h"
#include "pnl/pnl_matrix.h"
#include "pnl/pnl_random.h"
#include "pnl/pnl_basis.h"
#if defined(PremiaCurrentVersion) && PremiaCurrentVersion <</pre>
     (2008+2) //The "#else" part of the code will be freely av
    ailable after the (year of creation of this file + 2)
static int CHK_OPT(MC_BSDE_Labart)(void *Opt, void *Mod)
  return NONACTIVE;
}
int CALC(MC BSDE Labart) (void *Opt, void *Mod, Pricing
    Method *Met)
return AVAILABLE_IN_FULL_PREMIA;
}
#else
static double (*driverf)(double y, double r, double penal,
    double payoff);
static double* convert_tx (double t, PnlVect *x);
static double approx_fonction(PnlBasis *B, PnlVect *alpha,
    double *tx);
/**
 * Driver for European options
 * @param y value of Y in the BSDE
 * Oparam r instantaneous interest rates
 * @param penl unused but necessary to ensure driver_euro
    and driver_amer
 * take the same args.
 * Oparam payoff unused but necessary to ensure driver_euro
```

```
and driver amer
 * take the same args.
 * @return
 */
static double driverf_euro(double y, double r, double pena
   1, double payoff)
{
 return -r*y;
}
/**
 * Driver for American options
 * Oparam y value of Y in the BSDE
 * Oparam r instantaneous interest rates
 * Oparam penal weight of the penalisation
 * Oparam payoff payoff at current values of (time, space)
 * @return
static double driverf_amer(double y, double r, double pena
    1, double payoff)
 return -r*y - penal * MIN(y - payoff, 0.0);
}
* condition terminale g
static double payoffg(PnlVect *x, NumFunc_nd *p)
 return p->Compute (p->Par, x);
}
/*
 * Simulation of Black Scholes
*/
/**
 * Construit la factorisée de Cholesky (triangulaire infé
```

```
rieure) de la
 * matrice de corrélation (avec des corr partour et une dia
    gonale de 1
 * Oparam correl (out) factorisée de Cholesky de la matric
    e de corrélation
 * Oparam d dimension du modèle
 * @param corr corrélation entre les copposantes
*/
static void init_correl(PnlMat **correl, int d, double
    corr)
{
  *correl=pnl_mat_create_from_double(d,d,corr);
 pnl_mat_set_diag(*correl, 1, 0.);
 pnl_mat_chol((*correl));
 * fonction b : attention b est donné sous la proba histor
static void b(PnlVect *res, double t, const PnlVect *x,
    double r, const PnlVect *divid)
 pnl_vect_clone(res,divid);
 pnl vect minus(res);
 pnl vect plus double(res, r);
 pnl_vect_mult_vect_term(res,x);//res=mu x
}
/*
* vecteur sigma^i * X^i
static void vol(PnlVect *res, double t, const PnlVect *x,
   PnlVect *sigma)
 pnl_vect_clone(res,x);
 pnl_vect_mult_vect_term(res, sigma);
}
/**
```

```
* Calcule la matrice (sigma^i * X^i * Ligne(correl, i))_i
* @param res (out) contient la matrice calculée
* @param t l'instant auquel on fait le calcul
* @param x valeur du sous-jacent à l'instant t
* Oparam sigma le vecteur de volatilité
* Oparam correl la factorise de Cholesky de la matrice de
   corrélation
*/
static void vol_correl(PnlMat *res, double t, const PnlVec
   t *x, PnlVect *sigma, PnlMat *correl)
{
 int i,j;
 PnlVect *volatility;
 int d=x->size;
 volatility = pnl_vect_create(0);
 vol(volatility,t,x,sigma);
 pnl_mat_resize (res, d, d);
 pnl_mat_set_double (res, 0.);
 for(i=0;i<d;i++)
     double sigma_i = pnl_vect_get(volatility,i);
     for(j=0;j<i+1;j++)
       {
          pnl_mat_set(res,i,j,sigma_i*pnl_mat_get(correl,i,
   j));
 pnl_vect_free(&volatility);
/**
* Cette fonction simule une valeur de S_t connaissant S_t0
    dans un mdoèle
* de Black-Scholes
* Oparam S (out) contient une simulation du sous-jacent à
   l'instant t
* sachant la valeur x0 à l'instant t0
* @param x0 valeur du sous-jacent à l'instant t0
```

```
* Oparam tO instant initial
 * @param t instant auquel on souhaite simuler S
 * @param r taux d'intérêt
 * @param sigma vecteur de volatilités
 * @param correl matrice de corrélation
 * @param divid vecteur de dividende
 * @param rng générateur
static void Simul_Asset(PnlVect *S, const PnlVect *x0,
    double t0, double t,
                 double r, PnlVect *sigma, PnlMat *correl,
    PnlVect *divid,
                 PnlRng *rng)
{
  static PnlVect *G=NULL;
  int i, d;
  double dt, sqrt dt;
  if (G==NULL )
      G = pnl vect create(0);
  /* call with S=NULL to free all static variables */
  if (S==NULL)
    {
      pnl_vect_free(&G);
      return;
    }
  d=x0->size;
  pnl_vect_clone(S, x0);
  pnl_vect_rng_normal(G,d, rng);
  dt = t-t0;
  sqrt dt = sqrt(t-t0);
  for ( i=0 ; i<d ; i++ )
    {
      double sig = GET(sigma, i);
      double div_i = GET(divid, i);
      PnlVect Li = pnl_vect_wrap_mat_row (correl, i);
      LET(S,i) = GET(x0, i) * exp(((r - div i) - sig*sig/
    2) * dt
                                    + sig * sqrt_dt * pnl_
```

```
vect scalar prod(&Li, G));
}
/**
 * Calcule les bornes du support
 * @param V inf vecteur des bornes inférieures
 * @param V_sup vecteur des bornes supérieures
 * Oparam y vecteur des spots
 * @param r taux d'intérêt
 * Oparam sigma vecteur des volatilités
 * Oparam mu vecteur des tendances
 * @param T maturité
static void support(PnlVect *V_inf, PnlVect *V_sup, const
   PnlVect *y, double r,
             const PnlVect *sigma, const PnlVect *divid,
    double T)
{
 PnlVect *log y;
 double min_sigma, max_sigma, min_divid, max_divid;
 pnl_vect_minmax(&min_sigma, &max_sigma, sigma);
 pnl vect minmax(&min divid, &max divid, divid);
  log_y=pnl_vect_create(y->size);
  pnl vect map(V inf,y,log);
 pnl vect clone(V sup, V inf);
 pnl_vect_plus_double(V_inf,(r-max_divid-max_sigma*max_si
    gma*0.5)*T-3.0*max_sigma*sqrt(T));
 pnl_vect_plus_double(V_sup,(r-min_divid-min_sigma*min_si
    gma*0.5)*T+3.0*max sigma*sqrt(T));
 pnl vect map inplace(V inf,exp);
 pnl_vect_map_inplace(V_sup,exp);
 pnl_vect_free (&log_y);
}
```

/*

* W operator

```
*/
 * fonction W_chapeau initiale de l'algorithme, lorsque u0=
    O. M nb de tirages MC. N
 * nb de points de discrétisation du SE // X new de taille d
 */
static double W chapeau init( double T alea new, PnlVect *X
    _new, int M, double
                       T, double r, PnlVect *sigma, PnlMat
    *correl,
                       PnlVect *divid, PnlRng *rng,
    NumFunc nd *p, double penal)
{
  double sum,Um,payoff_t;
  PnlVect *St, *ST, *Z;
  int m;
  sum=0.0;
  St=pnl_vect_create(0);
  ST=pnl vect create(0);
  Z=pnl vect create from zero (X new->size);
  for (m=0; m<M; m++)
    {
      Um=pnl rng uni ab(T alea new,T, rng);
      Simul_Asset(St,X_new,T_alea_new,Um,r,sigma,correl,div
    id, rng);
      Simul_Asset(ST,St,Um,T,r,sigma,correl,divid, rng);
      payoff_t = payoffg(St, p);
      sum+=(T-T alea new)*driverf(0.0,r,penal,payoff t)+
    payoffg(ST,p);
  pnl vect free(&St);
  pnl vect free(&ST);
  pnl_vect_free(&Z);
  return sum/M;
}
 * Calule la correction c par une boucle Monte-Carlo
 * Oparam M nombre de tirages MC
```

```
* @param N nombre de pas du schéma d'Euler
 * Oparam T maturité de l'option
 * @param X_old anciens points alétoires en espace
 * Oparam T alea old anciens points alétoires en temps
 * Oparam X new nouveaux points alétoires en espace
 * @param T_alea_new nouveaux points alétoires en temps
 * @param r taux d'interet
 * @param divid taux de dividende
 * Oparam K strike
 * @param sigma vecteur de volatilité
 * Oparam correl matrice de correlation
 * Oparam rng generateur à utiliser
static double W_chapeau(double T_alea_new, PnlVect *X_new,
    int M,
                 double T, double r, PnlVect *sigma, PnlMa
    t *correl,
                 PnlVect *divid, PnlBasis *basis, PnlVect *
    alpha,
                 PnlRng *rng, NumFunc nd *p, double penal)
{
  double sum,sum1,D_0,D_t, Um, *tx, payoff_t;
 PnlVect *St, *ST, *D x, *grad, *drift;
 PnlMat *D_xx, *volatility,*tmp_vol, *tmp_vol_square;
  int m;
  int d=X new->size;
  sum=0.0;
  St=pnl_vect_create(0);
  ST=pnl_vect_create(0);
  D x=pnl vect create(0);
  D xx=pnl mat create(0,0);
  grad=pnl vect create(0);
  drift=pnl_vect_create(0);
  tmp vol=pnl mat create(0,0);
  tmp_vol_square=pnl_mat_create(0,0);
  volatility=pnl_mat_create(0,0);
  for(m=0;m<M;m++)
    {
      sum1=0.0;
      Um=pnl_rng_uni_ab(T_alea_new,T, rng);
```

```
Simul Asset(St,X new,T_alea_new,Um,r,sigma,correl,div
  id, rng);
    Simul_Asset(ST,St,Um,T,r,sigma,correl,divid,rng);
    tx = convert tx (Um, St);
    pnl basis eval derivs (basis, alpha, tx, &D 0, grad,
  tmp_vol);
    D t = PNL GET (grad, 0);
    pnl_vect_extract_subvect (D_x, grad, 1, d);
    pnl_mat_extract_subblock (D_xx, tmp_vol, 1, d, 1, d);
    vol correl(volatility,Um,St,sigma,correl);
    b(drift,Um,St,r,divid);
    pnl mat clone(tmp vol, volatility);
    pnl_mat_sq_transpose(volatility);
    pnl mat mult mat inplace(tmp vol square,tmp vol,
  volatility);
    pnl_mat_mult_mat_term(tmp_vol_square,D_xx);
    payoff t = payoffg(St,p);
    sum1=driverf(D 0,r,penal,payoff t)+D t+pnl vect sca
  lar_prod(drift,D x)
      +0.5*pnl_mat_sum(tmp_vol_square);
    tx = convert tx (T, ST);
    \verb|sum1=(T-T_alea_new)*sum1+payoffg(ST,p)-approx_fonctio|\\
  n(basis,alpha,tx);
    sum+=sum1;
  }
pnl vect free(&St);
pnl_vect_free(&ST);
pnl vect free(&D x);
pnl mat free(&D xx);
pnl vect free(&grad);
pnl vect free(&drift);
pnl mat free(&tmp vol);
pnl mat free(&tmp vol square);
pnl_mat_free(&volatility);
return sum/M;
```

}

```
* Calule la correction c par une boucle Monte-Carlo
* Oparam M nombre de tirages MC
* @param N nombre de pas du schéma d'Euler
* Oparam T maturité de l'option
* @param X_old anciens points alétoires en espace
* Oparam T alea old anciens points alétoires en temps
* Oparam X_new nouveaux points alétoires en espace
* @param T_alea_new nouveaux points alétoires en temps
* Oparam r taux d'interet
* Oparam divid taux de dividende
* Oparam K strike
* @param sigma vecteur de volatilité
* Oparam correl matrice de correlation
* Oparam rng generateur à utiliser
*/
static double W_chapeau_wrapper(PnlVect *TX_new,int M,
   double T, double r, PnlVect
                         *sigma, PnlMat *correl, PnlVect *
   divid,
                         PnlBasis *basis, PnlVect *alpha,
   PnlRng *rng,
                         NumFunc nd *p, double penal)
{
 double T new = PNL GET(TX new ,0);
 PnlVect X new = pnl vect wrap subvect(TX new, 1, TX new->
   size - 1);
 if (alpha->size == 0)
     return W_chapeau_init ( T_new, &X_new,M, T, r, sigma,
    correl, divid, rng, p, penal);
   }
 else
     return W_chapeau(T_new, &X_new, M, T, r, sigma,
   correl, divid, basis, alpha, rng, p, penal);
   }
}
```

```
/*
* Approximation stuff
*/
static double *tx = NULL;
static void init_pol_approx (int d)
  if ( tx != NULL )
      perror ("Polynomial approximation already initialized
      abort ();
  tx = malloc (sizeof(double) * (d + 1));
static void free pol approx ()
 if (tx == NULL) return;
 free (tx); tx = NULL;
}
static double* convert_tx (double t, PnlVect *x)
 tx[0] = t;
 memcpy (tx+1, x->array, x->size * sizeof(double));
 return tx;
}
static double approx_fonction(PnlBasis *B, PnlVect *alpha,
    double *tx)
 double res;
 res = pnl_basis_eval (B, alpha, tx);
  return res;
}
static void derive_x_approx_fonction(PnlVect *res, PnlBasis
```

```
*B, PnlVect *alpha, double *tx, int d)
 int i;
 pnl vect resize(res,d);
 for(i=0;i<d;i++)
   pnl vect set(res,i, pnl basis eval D (B, alpha, tx, i+1
   ));
}
/**
* Calule la solution et sa dérivée en espace (le prix et
   le delta) au point
* (T_disc, X_disc)
* Oparam res prix au point (T_disc, X_disc)
* @param res_x delta au point (T_disc, X_disc)
* Oparam M nombre de tirages MC
* Oparam Np nombre de points de la grille
* @param T_disc valeur de t auquel on calcule la solution
* @param X_disc valeur de x à laquelle on calcule la solu
   tion
* Oparam m total degree of the polynomial approximation
* Oparam Kit nombre d'itérations globales de l'algorithme
* Oparam T maturité de l'option
* @param r taux d'interet
* Oparam divid taux de dividende
* @param K strike
* @param sigma volatilité
* Oparam correl matrice de correlation
* @param V inf borne inférieur du domaine spatiale
* Cparam V_sup borne supérieure du domaine spatiale
* Oparam basis base de polynomes
* Oparam rng gnerateur à utiliser
*/
static void algorithme(double *res, PnlVect *res_x, int M,
   int Np, double
                       T_disc, PnlVect *X_disc, int Kit, double
                       T, double r, PnlVect *divid, PnlVec
```

```
t *sigma,
                       PnlMat *correl, PnlVect *V inf, PnlV
    ect *V_sup,
                       PnlBasis *basis, PnlRng *rng,
    NumFunc nd *p, double penal)
{
  int i,j,k,d;
  double U_dec_i, W_i, sum_W_U_i, *tx;
  PnlVect *T_alea_old,*sum_W_U,*U,*U_dec,*W,*alpha_u;
 PnlMat *X_old,*TX;
  d=X disc->size;
 pnl_vect_resize(res_x,d);
  sum_W_U=pnl_vect_create(Np);
  W=pnl_vect_create(Np);
 U=pnl vect create(Np);
  X_old=pnl_mat_create(Np,d);
  TX=pnl_mat_create(Np,d+1);
 U dec=pnl vect create(Np);
  T_alea_old=pnl_vect_create(Np);
  alpha_u=pnl_vect_new();
  //T_alea_new=pnl_vect_create(Np);
  /* simulation des (t_i, x_i) */
  pnl vect rng uni(T alea old,Np,0.0,T,rng);
  pnl mat rng uni(X old,Np,d,V inf,V sup, rng);
  //on place en composante 0 de T_alea_old T_disc
  //on place sur la 1ere ligne de X_old X_disc
 pnl_vect_set(T_alea_old,0,T_disc);
  for(i=0;i<d;i++) pnl mat set(X old,0,i,pnl vect get(X dis</pre>
    c,i));
  for(i=0;i<Np;i++)</pre>
    {
      MLET(TX,i,0)=GET(T_alea_old,i);
      for(j=0;j<d;j++)
        {
          MLET(TX,i,j+1)=MGET(X_old,i,j);
```

```
}
// DEBUT DES ITERATIONS
/* alpha u must be of size 0 to detect it is iteration 0
  */
for(k=0; k<Kit;k++)</pre>
  {
    /* boucle à paralléliser */
    for ( i=0 ; i<Np ; i++ )
      {
        PnlVect TX_i = pnl_vect_wrap_mat_row(TX, i);
        if ( alpha u \rightarrow size == 0 )
          {
            U_{dec_i} = 0;
        else
            U dec i = pnl basis eval (basis, alpha u, TX
  i.array);
        W_i = W_chapeau_wrapper(&TX_i,M,T, r,sigma,
  correl, divid,
                                 basis,alpha_u,rng, p, pe
  nal);
        sum W U i = U dec i + W i;
        pnl_vect_set (U_dec, i, U_dec_i);
        pnl_vect_set (W, i, W_i);
        pnl_vect_set (sum_W_U, i, sum_W_U_i);
    pnl basis fit ls (basis,alpha u,TX,sum W U);
*res = pnl_vect_get(sum_W_U,0);
tx = convert tx(T disc, X disc);
derive_x_approx_fonction(res_x,basis,alpha_u,tx,d);
free_pol_approx ();
pnl_vect_free(&T_alea_old);
pnl mat free(&X old);
pnl mat free(&TX);
pnl_vect_free(&sum_W_U);
```

```
pnl vect free(&U);
 pnl vect free(&U dec);
 pnl_vect_free(&W);
 pnl_vect_free(&alpha_u);
}
* fonction principale
 */
static void mc_bsde(PnlVect *spot, double T, double r, PnlV
    ect *divid, PnlVect
             *sigma, double corr, int M, int Np, int m,
    int basis type,
             int K it, PnlRng *rng, NumFunc nd *p, double
    penal,
             double *prix, PnlVect *delta)
{
  int i;
  PnlVect *V_inf, *V_sup, *Dmin, *Dmax;
 PnlMat *correl;
  int d=spot->size;
 PnlBasis *basis;
  /* init */
  V_inf=pnl_vect_create(d);
  V sup=pnl vect create(d);
  init correl(&correl,d,corr);
  support(V_inf,V_sup,spot,r,sigma,divid,T);
  init_pol_approx (d);
  basis = pnl_basis_create_from_degree(basis_type, m, d+1);
  Dmin = pnl vect create (d+1);
  Dmax = pnl_vect_create (d+1);
  PNL_LET(Dmin, 0) = 0.; PNL_LET(Dmax, 0) = T;
  for ( i=0 ; i<d ; i++ )
      PNL_LET(Dmin, i+1) = PNL_GET(V_inf, i);
      PNL_LET(Dmax, i+1) = PNL_GET(V_sup, i);
  pnl_basis_set_domain (basis, Dmin, Dmax);
  pnl_vect_free (&Dmin);
```

```
pnl vect free (&Dmax);
  algorithme(prix,delta,M,Np,0,spot,K_it,T,r,divid,sigma,
             correl,V_inf,V_sup,basis,rng,p,penal);
 /* free some static variables */
 Simul_Asset(NULL, NULL, 0, 0, 0, NULL, NULL, NULL, NULL);
 pnl vect free(&V inf);
 pnl vect free(&V sup);
 pnl_mat_free(&correl);
 pnl_basis_free (&basis);
}
int CALC(MC BSDE Labart) (void *Opt, void *Mod, Pricing
    Method *Met)
{
 TYPEOPT* ptOpt=(TYPEOPT*)Opt;
 TYPEMOD* ptMod=(TYPEMOD*)Mod;
  double r;
  int i, degree;
 PnlRng *rng;
 PnlVect *divid = pnl_vect_create(ptMod->Size.Val.V_PINT);
 PnlVect *spot, *sig;
  spot = pnl_vect_compact_to_pnl_vect (ptMod->S0.Val.V_PNLV
   ECTCOMPACT);
 sig = pnl vect compact to pnl vect (ptMod->Sigma.Val.V PN
    LVECTCOMPACT);
  rng = pnl rng create (Met->Par[0].Val.V ENUM.value);
  degree = Met->Par[2].Val.V_INT;
  for(i=0; i<ptMod->Size.Val.V PINT; i++)
    pnl vect set (divid, i,
           log(1.+ pnl_vect_compact_get (ptMod->Divid.Val.
    V PNLVECTCOMPACT, i)/100.));
  r= log(1.+ptMod->R.Val.V_DOUBLE/100.);
 mc bsde(spot,
          ptOpt->Maturity.Val.V_DATE-ptMod->T.Val.V_DATE,
          r, divid, sig,
```

```
ptMod->Rho.Val.V DOUBLE,
          MIN(Met->Par[4].Val.V_INT,30000), /* M */
          MIN(Met->Par[3].Val.V_INT,2000), /* Np */
          degree,
          Met->Par[1].Val.V ENUM.value,
          5, /* K it */
          rng,
          ptOpt->PayOff.Val.V NUMFUNC ND,
          Met->Par[5].Val.V_DOUBLE,
          &(Met->Res[0].Val.V_DOUBLE),Met->Res[1].Val.V_PN
    LVECT);
  pnl rng free (&rng);
  pnl_vect_free(&divid);
  pnl_vect_free (&spot);
  pnl_vect_free (&sig);
  return OK;
}
static int CHK_OPT(MC_BSDE_Labart)(void *Opt, void *Mod)
{
  Option* ptOpt=(Option*)Opt;
  if ( (strcmp(ptOpt->Name, "CallBasketEuro_nd")==0) ||
       (strcmp( ptOpt->Name, "PutBasketEuro nd")==0) ||
       (strcmp( ptOpt->Name, "PutBasketAmer_nd")==0) )
    return OK;
  return WRONG;
}
#endif //PremiaCurrentVersion
static int MET(Init)(PricingMethod *Met,Option *Opt)
  TYPEOPT *opt = (TYPEOPT*)(Opt->TypeOpt);
  if (Met->init == 0)
    {
      Met->init=1;
      Met->Res[1].Val.V_PNLVECT=NULL;
      Met->Par[0].Val.V ENUM.value=0;
      Met->Par[0].Val.V ENUM.members=&PremiaEnumMCRNGs;
      Met->Par[1].Val.V_ENUM.value=0;
```

```
Met->Par[1].Val.V ENUM.members=&PremiaEnumBasis;
      Met->Par[2].Val.V INT = 3;
      Met->Par[3].Val.V_INT = 500;
      Met->Par[4].Val.V_INT = 100;
      if ((opt->EuOrAm).Val.V BOOL==EURO)
        {
          driverf = driverf_euro;
          Met->Par[5].Val.V DOUBLE=0.;
      else
        {
          driverf = driverf amer;
          Met->Par[5].Val.V DOUBLE=1.5;
    }
  /* some initialisation */
  if(Met->Res[1].Val.V PNLVECT==NULL)
    Met->Res[1].Val.V_PNLVECT=pnl_vect_create(opt->Size.Val
    .V PINT);
  else
    pnl vect resize(Met->Res[1].Val.V PNLVECT,opt->Size.Val
    .V_PINT);
  return OK;
}
PricingMethod MET(MC BSDE Labart)=
  "MC_BSDE_Labart_nd",
    {"RandomGenerator", ENUM, {0}, ALLOW},
    {"Basis", ENUM, {0}, ALLOW},
    {"Degree", INT, {0}, ALLOW},
    {"Nb of Points", INT, {0}, ALLOW},
    {"nb of MC", INT, {0}, ALLOW},
    {"Penal",DOUBLE,{0},ALLOW,SETABLE},
    {" ",PREMIA_NULLTYPE, {0}, FORBID}},
  CALC(MC BSDE Labart),
  {{"Price",DOUBLE,{100},FORBID},{"Delta",PNLVECT,{1},FORB
    ID},
```

```
{" ",PREMIA_NULLTYPE,{0},FORBID}},
CHK_OPT(MC_BSDE_Labart),
CHK_ok,
MET(Init)
};
```

References