

第3章.

14. (1) 前提: $p \rightarrow (q \rightarrow r)$, p, q 结论: $r \vee s$

- ① p 前提引入
- ② $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 前提引入
- ③ $q \rightarrow r$ ①②假言推理规则.
- ④ q 前提引入
- ⑤ r ③④假言推理规则.
- ⑥ $r \vee s$ ⑤附加规则.

(4) 前提: $q \rightarrow p$, $q \leftrightarrow s$, $s \leftrightarrow t$, $t \wedge r$ 结论: $p \wedge q$

- ① $t \wedge r$ 前提引入
- ② t ①化简规则
- ③ $s \leftrightarrow t$ 前提引入
- ④ $s \rightarrow t \wedge t \rightarrow s$ ③等价式值式. 置换规则
- ⑤ $t \rightarrow s$ ④化简规则
- ⑥ s ②⑤假言推理.
- ⑦ $q \leftrightarrow s$ 前提引入
- ⑧ $q \rightarrow s \wedge s \rightarrow q$ ⑦等价式值式. 置换规则.
- ⑨ $s \rightarrow q$ ⑧化简规则.
- ⑩ q ⑥⑨假言推理
- ⑪ $q \rightarrow p$ 前提引入
- ⑫ p ⑩⑪假言推理.
- ⑬ $p \wedge q$ ⑩⑫合取引入.

15. (2) 前提: $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$, $(s \vee t) \rightarrow u$. 结论: $p \rightarrow u$

- ① p 附加前提引入
- ② $p \vee q$ 附加规则.
- ③ $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$ 前提引入
- ④ $r \wedge s$ ③④假言推理.
- ⑤ s ④化简规则
- ⑥ $s \vee t$ ⑤附加规则
- ⑦ $(s \vee t) \rightarrow u$ 前提引入
- ⑧ u . ⑥⑦假言推理

推理正确, $p \rightarrow u$ 为有效结论.

16. (1) 前提: $p \rightarrow \neg q$, $\neg r \vee q$, $r \wedge \neg s$ 结论: $\neg p$

- | | | | |
|--------------------------|----------|-----------------------|--------|
| ① p | 结论否定引入 | ⑥ $r \wedge \neg s$ | 前提引入 |
| ② $p \rightarrow \neg q$ | 前提引入 | ⑦ r | ⑥化简. |
| ③ $\neg q$ | ①②假言推理 | ⑧ $r \wedge \neg r$ | ⑤⑦合取引入 |
| ④ $\neg r \vee q$ | 前提引入 | 推理正确, $\neg p$ 是有效结论. | |
| ⑤ $\neg r$ | ④④析取三段论. | | |

17. p : A曾到过受害者房间. q : A 11点前离开 r : A是谋杀犯. s : 开门人看见A

前提: $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$, p , $q \rightarrow s$, $\neg s$ 结论: r

- | | | | |
|---------------------|--------|-------------------------------------|---------|
| ① $q \rightarrow s$ | 前提引入 | ⑥ $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$ | 前提引入 |
| ② $\neg s$ | 前提引入 | ⑦ r | ⑤⑥假言推理. |
| ③ $\neg q$ | ①②拒取式 | 故推理正确, A是谋杀犯为有效结论. | |
| ④ p | 前提引入 | | |
| ⑤ $p \wedge \neg q$ | ④③合取引入 | | |

19. (1) 前提: $p \rightarrow (q \rightarrow r)$, p , q 结论 $r \vee s$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q \vee r)$$

$$p \Rightarrow p \vee (\neg q \vee r)$$

$$q \Rightarrow q \vee r$$

$$\neg(r \vee s) \Leftrightarrow \neg r \wedge \neg s \Rightarrow \neg r$$

故前提改写为:

$$\neg p \vee (\neg q \vee r), p \vee (\neg q \vee r), q \vee r, \neg r$$

$$\textcircled{1} \neg p \vee (\neg q \vee r) \text{ 前提引入}$$

$$\textcircled{2} p \vee (\neg q \vee r) \text{ 前提引入}$$

$$\textcircled{3} \neg q \vee r \text{ ①②归结.}$$

$$\textcircled{4} q \vee r \text{ 前提引入}$$

$$\textcircled{5} r \text{ ③④归结}$$

$$\textcircled{6} \neg r \text{ 前提引入}$$

$$\textcircled{7} \perp \text{ ⑤⑥合取引入}$$

(3) $q \rightarrow p, q \leftrightarrow s, s \leftrightarrow t, t \wedge r$

结论 $p \wedge q$

$$q \rightarrow p \Rightarrow \neg q \vee p$$

$$q \leftrightarrow s \Rightarrow q \rightarrow s \wedge s \rightarrow q \Rightarrow s \rightarrow q \Rightarrow \neg s \vee q$$

$$s \leftrightarrow t \Rightarrow s \rightarrow t \wedge t \rightarrow s \Rightarrow t \rightarrow s \Rightarrow \neg t \vee s$$

$$t \Rightarrow t \vee q$$

$$\neg(p \wedge q) \Rightarrow \neg p \vee \neg q$$

故前提改写为:

$$\neg q \vee p, \neg s \vee q, \neg t \vee s, t \vee q, \neg p \vee \neg q$$

① $p \vee \neg q$ 前提引入

② $\neg p \vee \neg q$ 前提引入

③ $\neg q$ ①②归结.

④ $\neg s \vee q$ 前提引入

⑤ $s \vee \neg t$ 前提引入

⑥ $\neg t \vee q$ ④⑤归结

⑦ $t \vee q$ 前提引入

⑧ q ⑥⑦归结.

⑨ 0 ③⑧合取引入.

第4章

3.

$$F(x): x^2 - 2 = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$$

$$G(x): x + 5 = 9$$

(a)

$$(1) \forall x F(x) \text{ 真值为1}$$

$$(2) \exists x G(x) \text{ 真值为1}$$

(b)

$$(1) \forall x F(x) \text{ 真值为1}$$

$$(2) \exists x G(x) \text{ 真值为1}$$

6.

$$F(x, y): x \cdot y = 0$$

$$G(x, y): y = x + 1$$

$$H(x, y): x \cdot y = y \cdot x$$

$$T(x, y): x \cdot y = x + y$$

$$M(x, y): x^2 + y^2 < 0$$

$$(1) \forall x \exists y F(x, y) \text{ 真值为1}$$

$$(5) \forall x \forall y T(x, y) \text{ 真值为0}$$

$$(2) \exists x \forall y F(x, y) \text{ 真值为1}$$

$$(6) \forall x \exists y M(x, y) \text{ 真值为0}$$

$$(3) \forall x \exists y G(x, y) \text{ 真值为1}$$

$$(4) \forall x \forall y H(x, y) \text{ 真值为1}$$