16. 恒定电流 （Steady Current）

本章从“场”的角度出发，以电场的规律为基础，研究电路的基本规律。

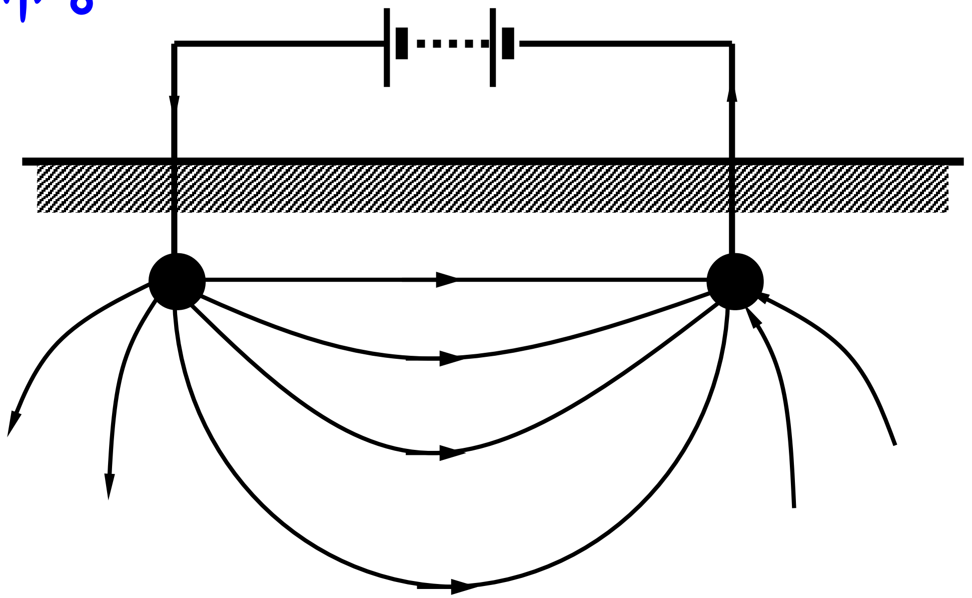
16.1 电流和电流密度

电流是带电粒子的定向运动，形成电流的带电粒子统称载流子。

电流强度　$I = dq/dt$　SI单位：安培 (A)

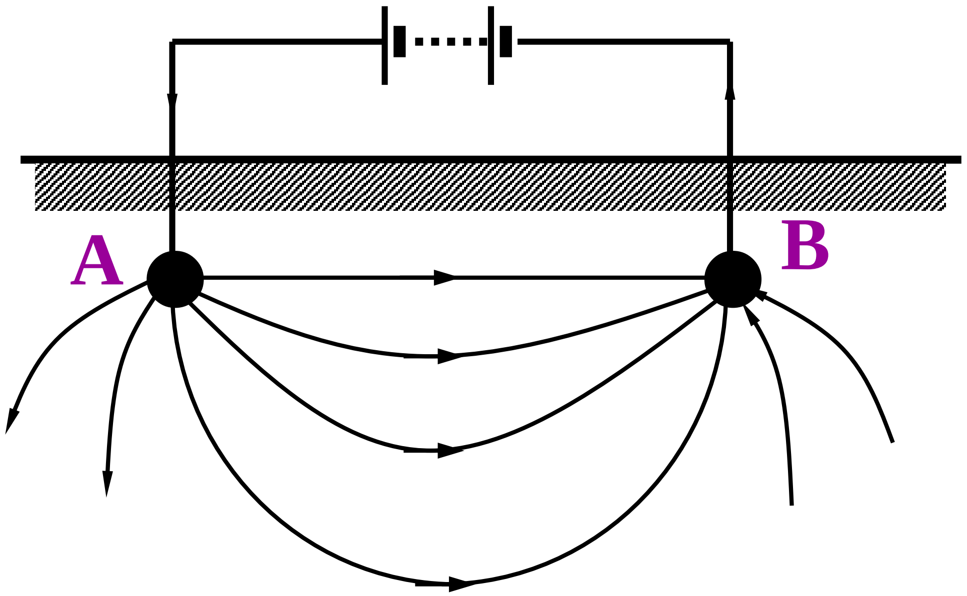
对细导线用电流强度 (electric current strength) 的概念就够了。对大块导体，还需电流密度的概念来进一步描写电流的分布。

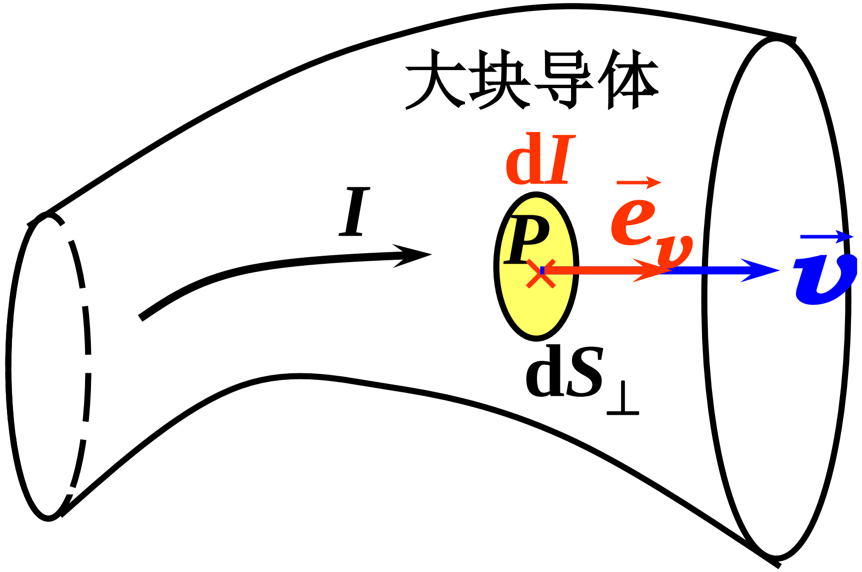
例如：电阻法探矿



把电极A、B插入地面，并加上电压，由于地球本身是一个导体，因此在地表下形成一定的电流场和电势分布。用另外两个电极（图中未画出）可以探测地表上两点间的电势差。地下水、岩层或矿体的分布会影响到电流场的分布，从而在地表的电势分布中表现出来。通过地表电势分布的测量，与理论计算的结果对比，可以推测地下的地质结构情况。

由此可见，只有电流的概念，就显得不够了，电流场分布的描述需要引进电流密度矢量的概念。





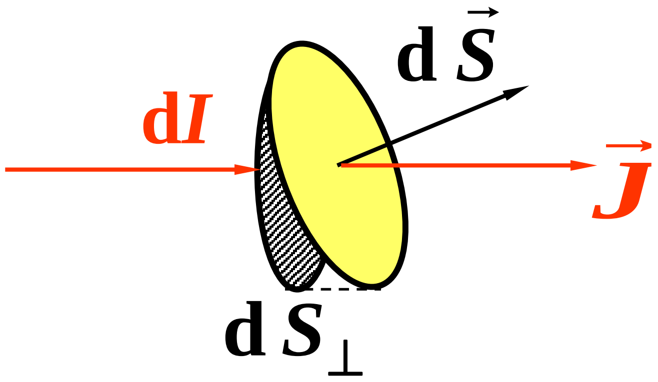
$\vec{e}_v$ —— P 处正电荷定向移动速度方向上的单位矢量

定义：电流密度

$$\boxed{\vec{J} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_\perp}\vec{e}_\mathrm{v}}$$

$\vec{J}\begin{cases}\text{方向} // \vec{v} \\ \text{大小：} J = \left|\vec{J}\right| = \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_\perp}\end{cases}$

对任意小面元 $\mathrm{d}\vec{S}$，$\mathrm{d}I = J\,\mathrm{d}S_\perp = \vec{J}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$



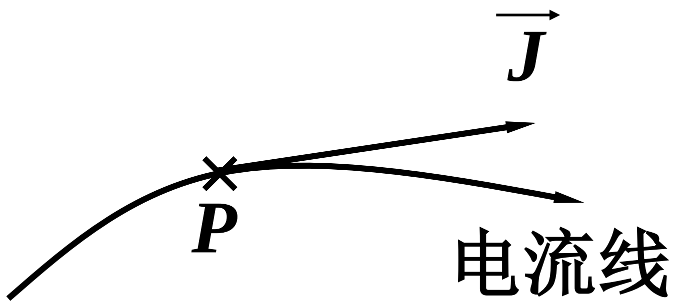
对任意曲面S：

$$\boxed{I = \int_S \vec{J}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

为形象描写电流分布，引入“电流线”的概念：

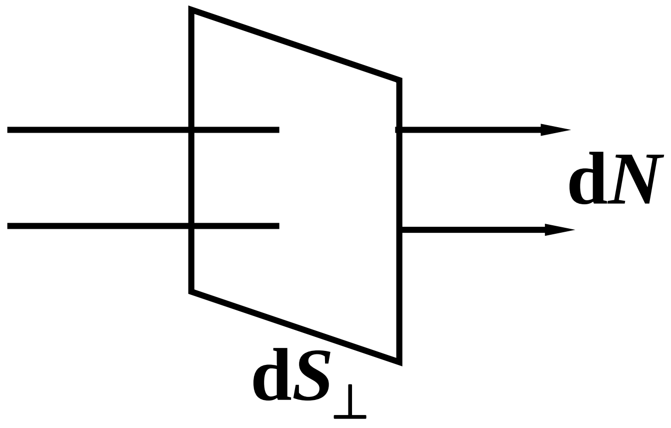
要求：

1）电流线上某点的切向与该点 $\vec{J}$ 的方向一致；

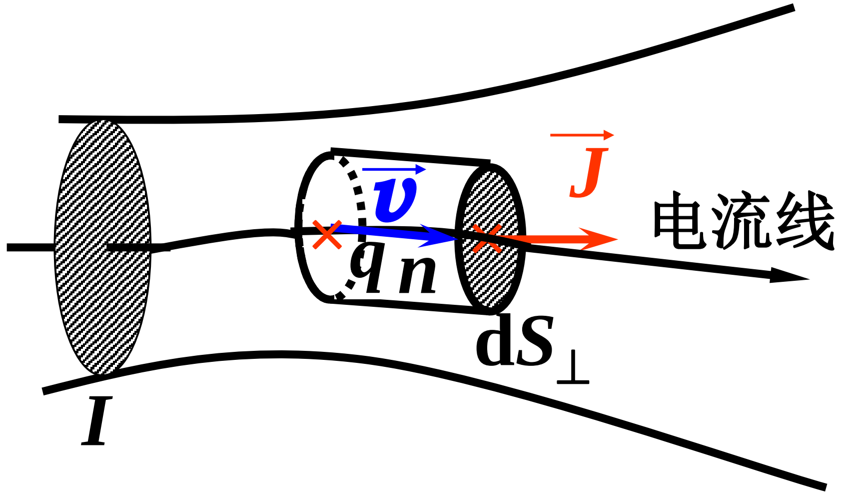


2）电流线的密度等于 J，

即：$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S_{\perp}} = J$$



$$\therefore\ \mathrm{d}N = \mathrm{d}I$$



$$dI = \frac{qnv\,dt\,\mathrm{d}S_{\perp}}{dt} = qnv\,\mathrm{d}S_{\perp}$$

$$\boxed{\vec{J} = nq\vec{v}}$$

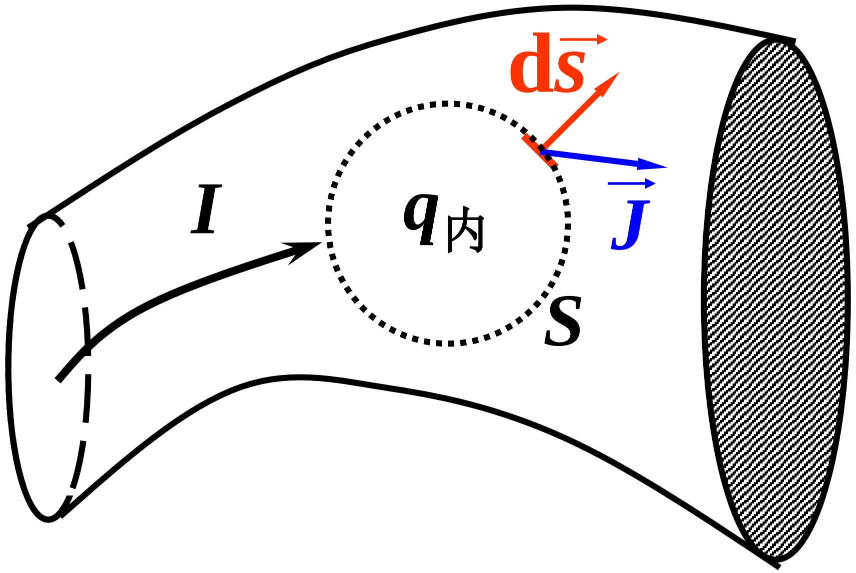
$\vec{v}$ —q定向移动速度

对Cu： $J = 1\,\mathrm{A/mm^2}$ 时，

$$v \approx 7.4\times10^{-2}\,\mathrm{mm/s}$$

对于超导导线， J 可达$10^4\,\mathrm{A/mm^2}$。

16.2 恒定电流与恒定电场



根据电荷守恒定律，单位时间内通过封闭曲面进入其内部的电荷量应等于该封闭曲面内单位时间所增加的电荷量．若以 $\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ 表示封闭曲面内的电荷量随时间的变化率，则有

对闭合曲面 S：

$$\boxed{\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}q_{内}}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq_{内}}{dt}} \qquad (1)$$

负号表示“减少”，这就是电流的连续性方程．它是电荷守恒定律的数学表述．电流的连续性方程告诉我们，电流场的电流线是有头有尾的，凡有电流线发出的地方，那里的正电荷的量必随时间减少；凡有电流线汇聚的地方，那里的正电荷的量必随时间增加．

微分形式 $$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$ ——电荷守恒定律

由于恒定电流的电流密度不随时间变化，如果存在电流线发出或汇聚的地方，那么这些地方电荷的增加或减少的过程就将持续进行下去，这必将导致这些地方正电荷或负电荷的大量积聚，从而形成越来越强的电场，电场将阻碍电荷的继续积聚，电流将消失. 因而，对于真正的稳恒电流，必须不存在这种电荷不断积聚的地方，亦即 J 对任何封闭曲面的通量必须等于零，即

$$\boxed{\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0} \qquad \text{（积分形式）} \qquad (2)$$

$$\boxed{\nabla\cdot\vec{J}=0} \qquad \text{（微分形式）}$$

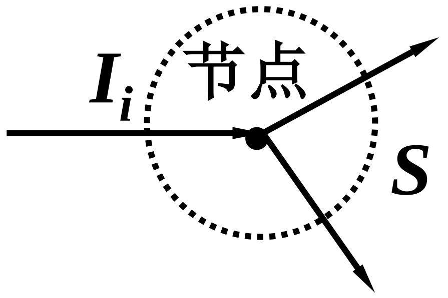
这就是说，任何时刻进入封闭曲面的电流线的条数与穿出该封闭曲面的电流线条数相等，在电流场中既找不到电流线发出的地方，也找不到电流线汇聚的地方，恒定电流的电流线只可能是无头无尾的闭合曲线. 这是恒定电流的一个重要特性，称为恒定电流的闭合性.

由(1)式和(2)式立即可得，对于恒定电流，空间任一封闭曲面内的电荷量保持不变. 这就是说，对于恒定电流，电荷的定向运动具有下面的特点：在任何地点，其流失的电荷必被别处流来的电荷所补充，电荷的流动过程是空间每一点的一些电荷被另一些电荷代替的过程. 正是这种代替，保证了电荷分布不随时间变化.

稳恒情况有： $$\frac{\mathrm{d}q_{内}}{\mathrm{d}t}=0$$

分布不随时间变化的电荷所产生的电场亦不随时间变化，这种电场称为恒定电场，它是一种静态电场. 恒定电场与静电场有相同的性质，服从相同的场方程式，电势的概念对恒定电场仍然有效. 在不引起混淆的地方，我们有时也把恒定电场称为静电场.

一般讲，处在恒定电场中的导体并未达到静电平衡，导体内部场强并不为零，这是导体中存在电流的不可缺少的条件(超导体除外)，但是导体上的电荷分布是不随时间改变的.



$i = 1, 2, \ldots$

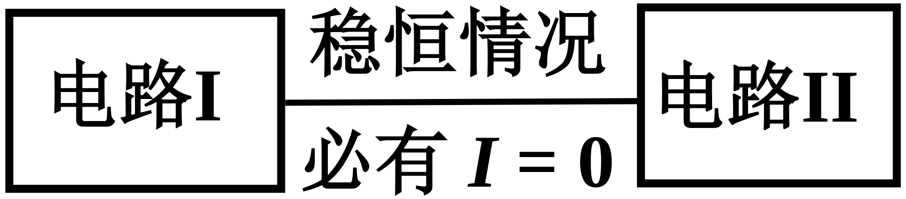
对电路的“节点”：

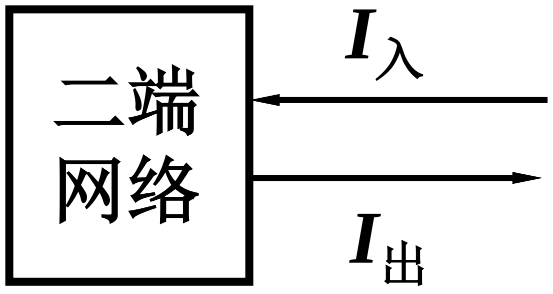
$$\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \longrightarrow \boxed{\sum_i I_i = 0}$$

— 基尔霍夫第一定律

规定从节点流出：$I > 0$，流入节点：$I < 0$。

由基尔霍夫第一定律可知



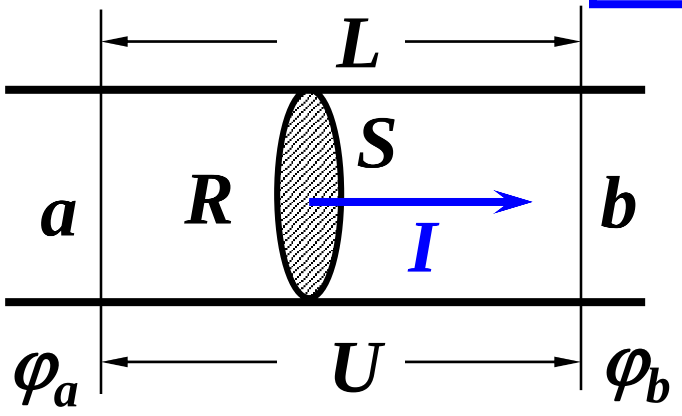


稳恒情况必有 $I_{入} = I_{出}$

16.3 欧姆定律和电阻

欧姆定律（Ohm′s alw, 1826）

$$\boxed{U = IR}$$ （$U=\varphi_a-\varphi_b$）



对一段均匀金属导体：

电阻 (resistance) $$\boxed{R = \rho \cdot \frac{L}{S}}$$

ρ — 电阻率 (resistivity)， 单位：$\Omega \cdot \mathrm{m}$

电导：(conductance) $G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{S}{L} = \sigma \frac{S}{L}$，单位：$\frac{1}{\Omega} = \mathrm{S}$（西门子）

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ — 电导率 (conductivity)，单位：$\frac{1}{\Omega \cdot \mathrm{m}}$

欧姆

Georg Simon Ohm

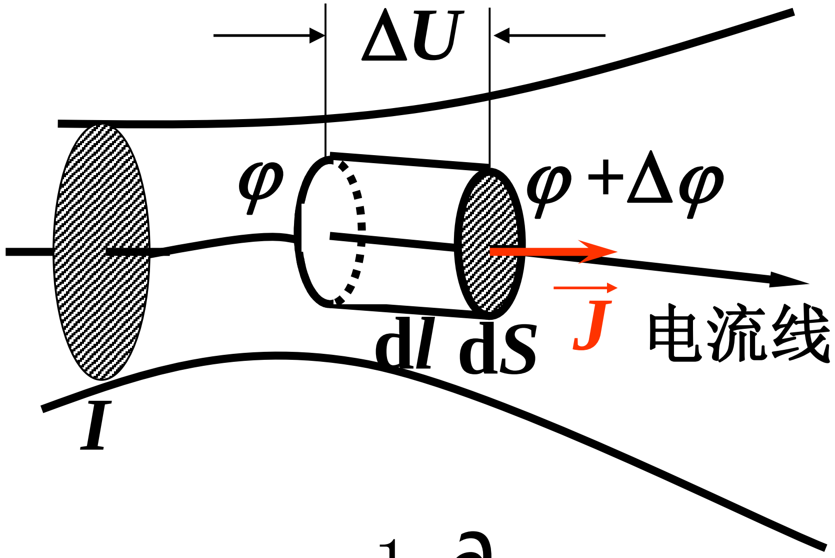
1787～1854

德国物理学家

科学史上，有很多用人名命名的公式、定理、单位、材料、天体、生物体和元素名称等等。物理学中也会用人名作为单位以纪念该科学家的贡献，这种情况在电磁学中最多。

在SI单位制中，除7个基本单位（m, Kg, s, A, K, mol, cd）外，还有18个具有专门名称的导出单位，如赫兹、牛顿等。在基本单位和有专门名称的导出单位中，共有18个来自物理学家的名字，即安培、开尔文、摄氏度（来自摄耳修斯）、赫兹、牛顿、帕斯卡、焦耳、瓦特、库仑、伏特（来自伏打）、法拉（来自法拉第）、欧姆、西门子、韦伯、特斯拉、亨利、贝克勒耳（ 放射性活度单位）和戈瑞（比授予能单位，授予1千克受照物质以1焦耳能量的吸收剂量。来自Lous H. Gray 的名字）。

将欧姆定律用于大块导体中的一小段，　有：



$$\Delta U = \varphi - (\varphi + \Delta\varphi) = -\Delta\varphi$$

$$-\Delta\varphi = J\,\cancel{dS}\,\rho\,\frac{\Delta l}{\cancel{dS}}$$

$$\left.\begin{array}{l} J = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial\varphi}{\partial} = \sigma\cdot E \\ \vec{J} \,//\, \vec{E} \end{array}\right\} \longrightarrow \boxed{\vec{J} = \sigma\,\vec{E}}$$

—— 欧姆定律的微分形式

16.4 电动势

电动势（electromotive force， 简写作emf）

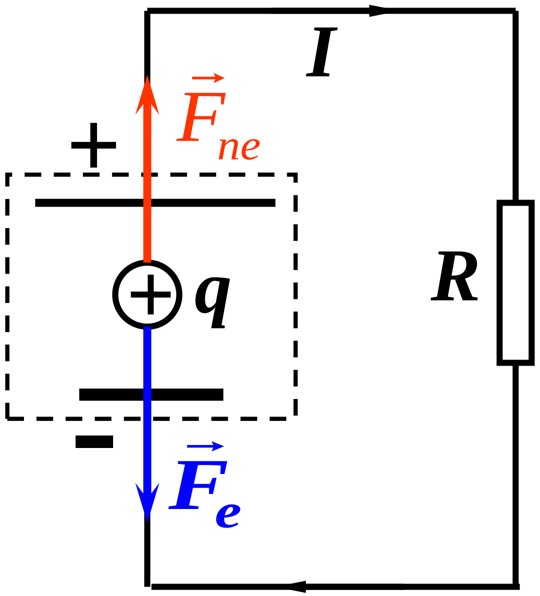
$-q\,(t)\; \bullet\!\xrightarrow{\;\;I\;\;}\!\bullet \; q\,(t)$

一段不闭合电路

要维持稳恒电流，电路必须闭合。

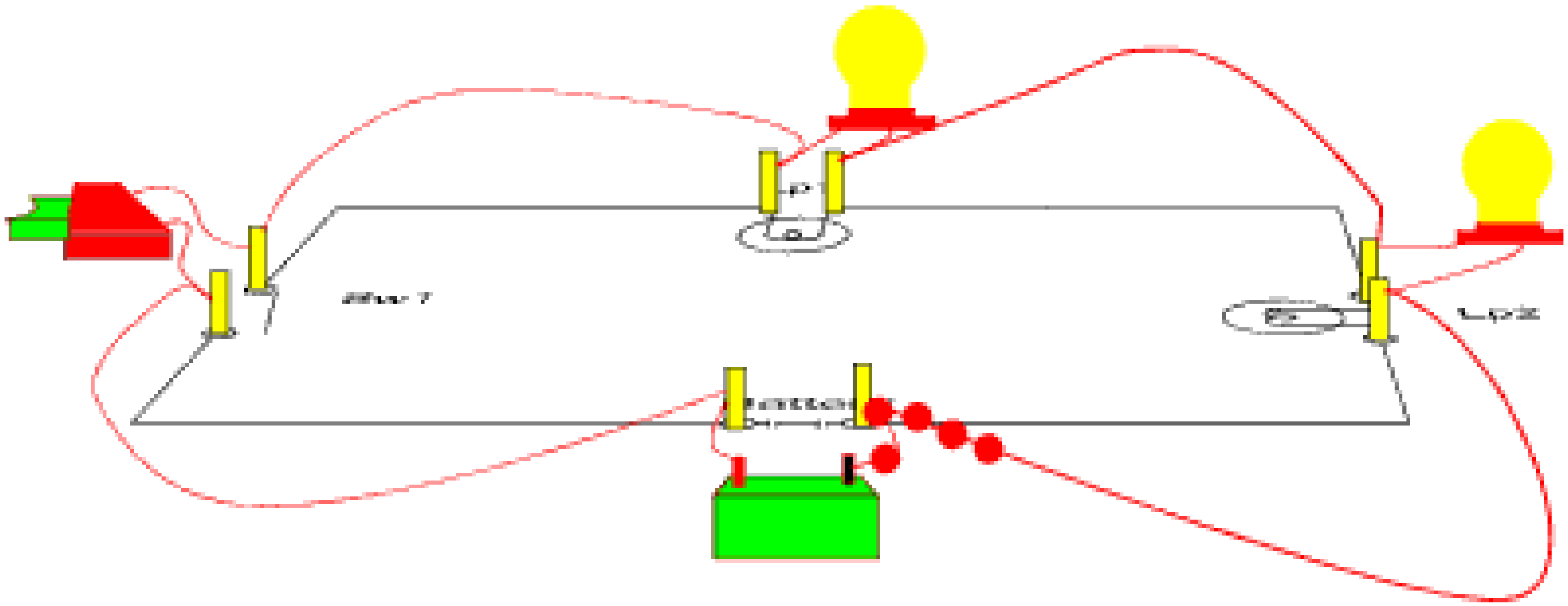
$$q\,(t) \longrightarrow \vec{E}\,(t) \longrightarrow I\,(t)$$

而 $\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\,\vec{l} = 0$



必须有非静电力 $\vec{F}_{ne}$ 存在，才能在闭合电路中形成稳恒电流。

$\vec{F}_{ne}$: 电磁，化学，热，光，原子，…



定义非静电性场强

$$\boxed{\vec{E}_{ne}=\frac{\vec{F}_{ne}}{q}}$$

仿照电势差（电压）的定义

$$\boldsymbol{U=\varphi_{12}=\int_{(1)}^{(2)}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\,\vec{l}=\frac{A_{电}}{q}}$$ — 电势降

定义电动势

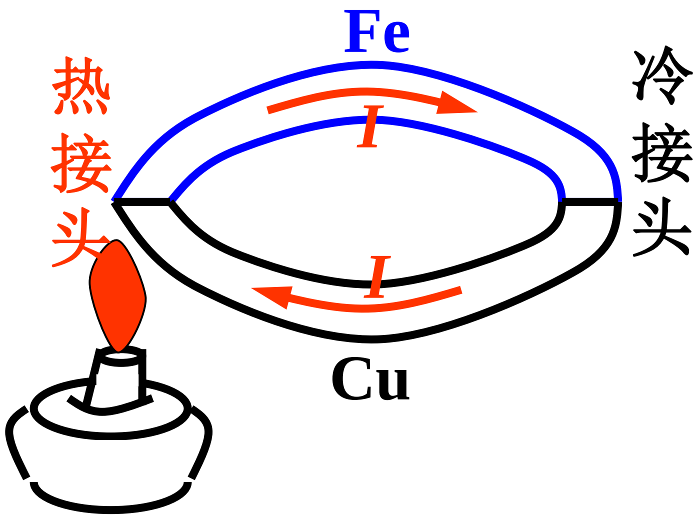
$$\varepsilon_{12}=\int_{(1)}^{(2)}\vec{E}_{ne}\cdot d\,\vec{l}=\frac{A_{ne}}{q}$$ — 电势升

伏特（Alessandro Volta，1745～1827）

意大利物理学家

1799年制造了第一个能产生持续电流的化学电池

温差电现象 （泽贝克效应，1821）



两种金属接成一个回路，若两个接头处的温度不同，则回路中形成温差电动势。

温差电动势的成因：

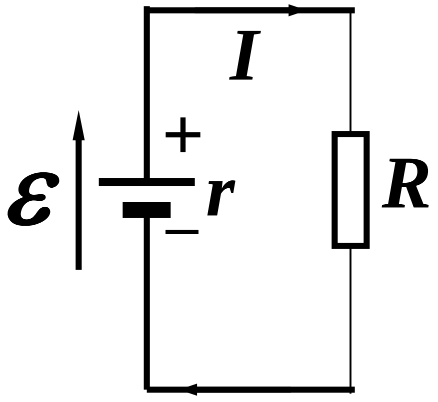
▲在同种金属中，温差形成自由电子的热扩散（汤姆孙电动势）

▲不同金属自由电子浓度不同，在接头处产生与温度有关的扩散（珀耳帖电动势）

见赵凯华等著《新概念物理教程·电磁学》，第五章1.5

16.5 有电动势的电路

一. 单闭合回路



考虑到 $\vec{E}_{ne}$ ，有： $\vec{J}=\sigma(\vec{E}+\vec{E}_{ne})$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}+\oint_L \vec{E}_{ne}\cdot d\vec{l}=\oint_L \frac{\vec{J}}{\sigma}\cdot d\vec{l}$$

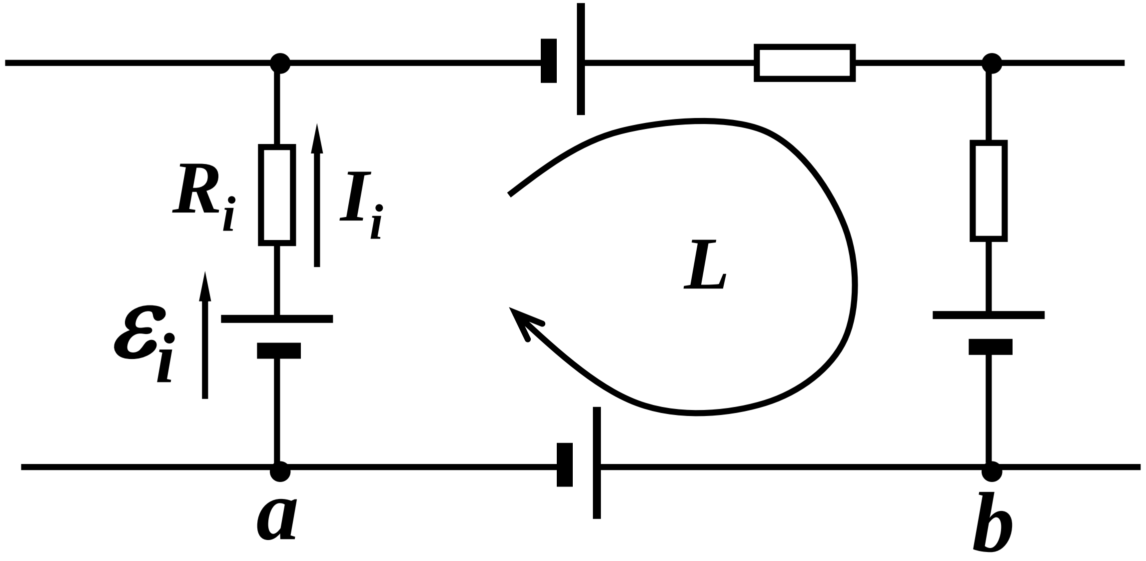
$$0 \ + \ \varepsilon_{总} \quad =\oint_L I\frac{\rho}{S}\cdot dl$$

$$\varepsilon_{总}=I\oint_L dR \longrightarrow \varepsilon_{总}=IR_{总}$$

对上图单回路： $\varepsilon_{总}=\varepsilon=I(R+r)=U+Ir$

U — 电源的端电压

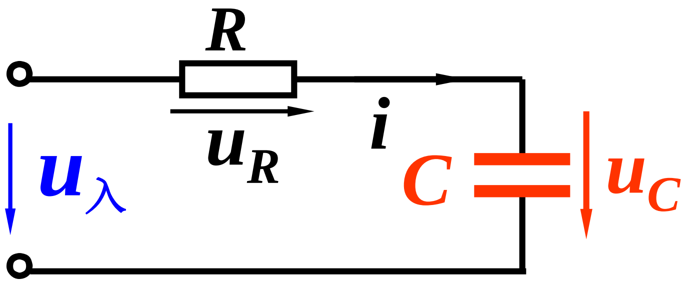
二.有分叉的回路

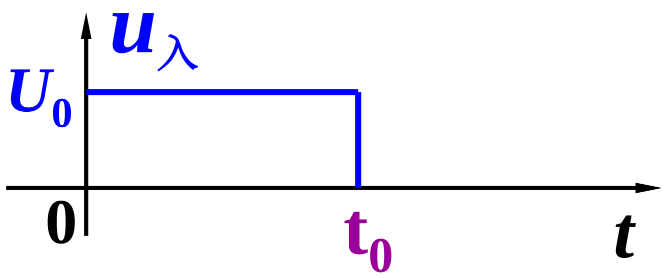


$$\boxed{\sum \varepsilon_i = \sum I_i R_i}$$ —— 基尔霍夫第二定律

I_i、ε_i 与 L 绕向一致为正。

16.6 .电容器的充电与放电





$$u_入 = u_R + u_c$$

充电:

$$U_0 = u_R + u_c$$

$$U_0 = iR + \frac{Q}{C} = R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{U_0}{R} - \frac{Q}{RC} = \frac{1}{RC}(CU_0 - Q)$$

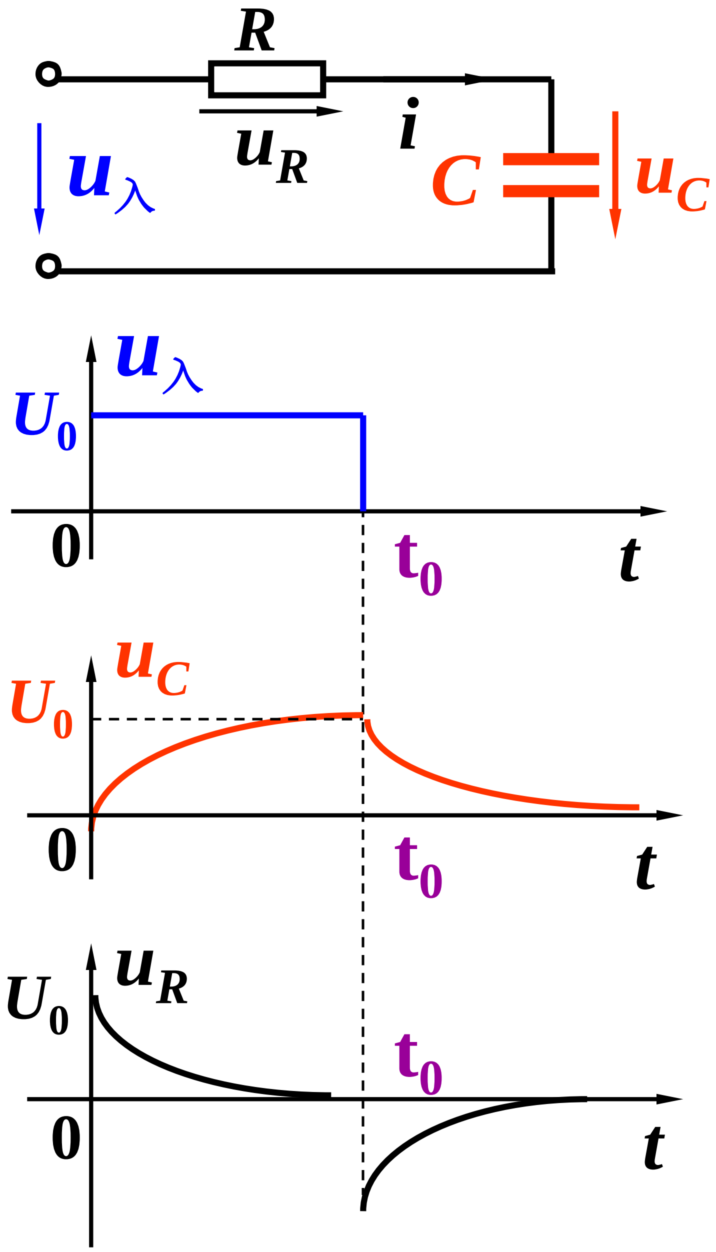
初始条件：t = 0, Q = 0

$$Q = CU_0(1 - e^{-t/RC})$$

$$i = \frac{U_0}{R} e^{-t/\tau}$$

$$u_c = U_0(1 - e^{-t/\tau})$$

e = 2.7182818285



充电： $$i=\frac{U_0}{R}e^{-t/\tau}$$

$$u_c=U_0(1-e^{-t/\tau})$$

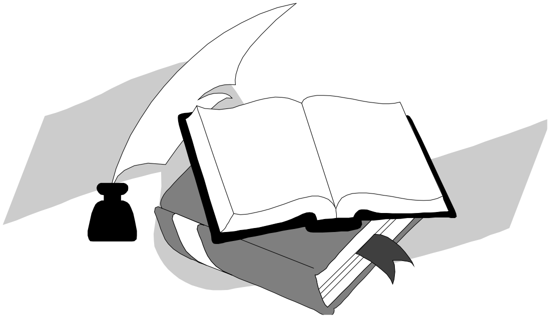
时间常量： $\boxed{\tau=RC}$

放电： $t>t_0$

$$i=\frac{U_0}{R}e^{-(t-t_0)/\tau}$$

$$u_c=U_0\,e^{-(t-t_0)/\tau}$$

特点：u_C不能突变。



第16章结束