

22. 干涉

22.1 光的相干性

22.2 双缝干涉及其他分波面干涉实验

22.3 时间相干性

22.4 空间相干性

22.5 光程

22.6 薄膜干涉（一）——等厚条纹

22.7 薄膜干涉（二）——等倾条纹

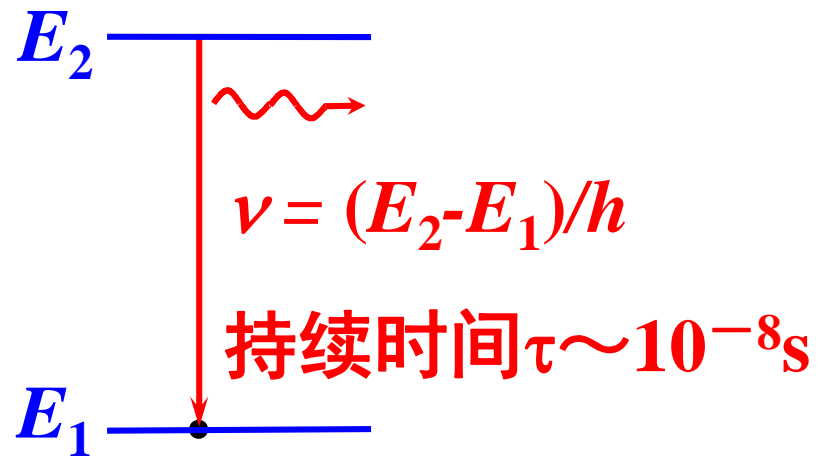
22.8 迈克耳孙干涉仪

22.1 光的相干性

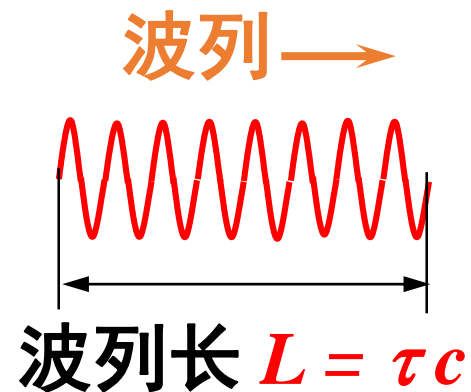
一、光源 (light source)

光源发光是大量原子、分子的微观过程。

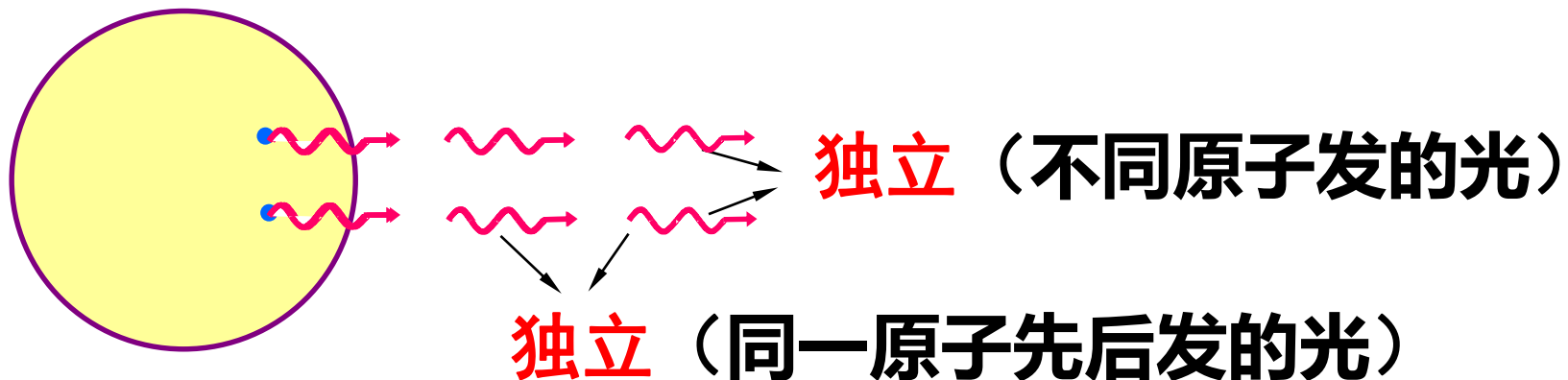
能级、跃迁、辐射、波列



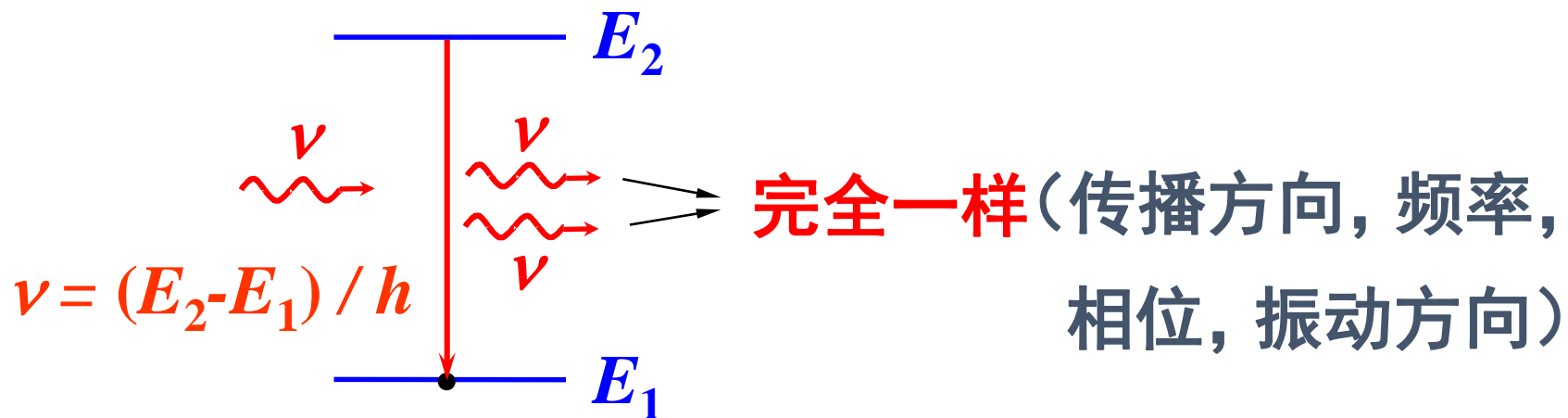
能级跃迁辐射



1、普通光源：自发辐射



2、激光光源：受激辐射



二、光的相干性

$$I = \overline{|\vec{E} \times \vec{H}|} \quad \left(\text{对时间平均} \right)$$

现 $\vec{E} \perp \vec{H}$, $B = \frac{n}{c} E$, 光频 $B = \mu_0 H$, 得

$$I = \frac{n}{c\mu_0} \overline{\vec{E}^2} = nc\epsilon_0 \overline{\vec{E}^2}$$

1、两列光波的叠加

两束光叠加，相干和不相干

$\vec{E}_1(P, t)$, $\vec{E}_2(P, t)$ 。 在交叠区域 $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$I = nc \varepsilon_0 \overline{\vec{E}^2} = nc \varepsilon_0 \overline{(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)}$$

$$= nc \varepsilon_0 (\overline{\vec{E}_1^2} + \overline{\vec{E}_2^2} + 2\overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2})$$

记为 $I = I_1 + I_2 + I_{12}$

I_1 、 I_2 分别是二光各自单独存在时的光强，

$I_{12} = 2nc\varepsilon_0 \overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2}$ 叫做干涉项 (可正可负)

若 各处都有 $I_{12} = 0$ ，则 $I = I_1 + I_2$ ，不发生干涉。

若 $I_{12} \neq 0$ ，则 $I \neq I_1 + I_2$ ，干涉。

关于 干涉条件：

- 假如各处 $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$ ，则 $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$ ，不能干涉。

以后讨论的多数情形有 (或近似有) $\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$ ，合成时可当作标量波处理。

- 设为简谐波，但频率不同。当作标量波，

$$E_1 = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 - \varphi_{10})$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 - \varphi_{20})$$

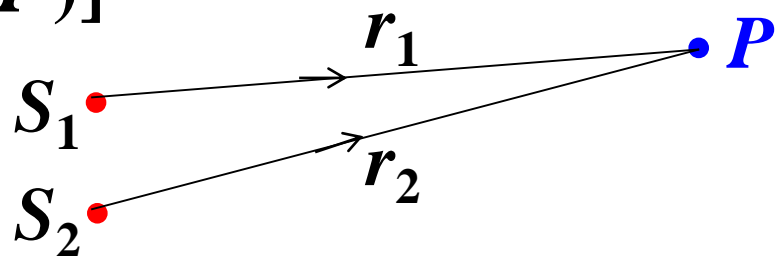
长时间内 $\overline{E_1 E_2} = 0$ 。 \therefore 频率不同的两光不能干涉。

- 设同频率 $A_1(P)$

$$E_1(P, t) = A_1 \cos[\omega t - \varphi_1(P)]$$

$$E_2(P, t) = A_2 \cos[\omega t - \varphi_2(P)]$$

$$\begin{cases} \varphi_1(P) = k r_1 + \varphi_{10} \\ \varphi_2(P) = k r_2 + \varphi_{20} \end{cases}$$



振动合成， $E = E_1 + E_2 = A \cos[\omega t - \varphi(P)]$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \varphi_1(P) - \varphi_2(P)$$

$$I = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi}_{\text{干涉项}}$$

可当作标量波时，两列同频率的简谐波(理想单色波)总能干涉。但是，实际光波不是理想单色波。

普通光源，发光机制，随机过程，
一原子一次发光持续时间 $\leq 10^{-8} \text{ s}$ ，一束光是大量原子发的光的总合，维持确定初相的时间 $\leq 10^{-8} \text{ s}$ 。
实际光波的振幅、相位都迅速随机改变。

简化模型：

振幅稳定，

相位随机迅变(取 $0-2\pi$ 间各值机会均等)。

二独立光源 S_1 、 S_2 ， φ_{10} 和 φ_{20} 无联系，于是 $\Delta\varphi$ 在观测时间内随机改变了很多很多次，使得

$$\overline{\cos \Delta\varphi} = 0, \quad I = I_1 + I_2, \quad \text{不发生干涉。}$$

两束准单色光，同频率：

(完全) 有确定的相位关系，
称为相干的 (coherent)

如果振动方向相同，可
按标量波处理，就有

$$I = A^2 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$$

- 相干叠加

相位差极度混乱
(随机迅变)

不相干的
(incoherent)

$$I = I_1 + I_2$$

- 非相干叠加

- 实际上有时介于相干与不相干之间，称为部分相干。

产生干涉的必要条件

- 频率相同
- 存在相互平行的振动分量
- 相位差稳定

非相干光： $\overline{\cos \Delta \varphi} = 0$

$$I = I_1 + I_2 \text{ — 非相干叠加}$$

完全相干光： $\overline{\cos \Delta \varphi} = \cos \Delta \varphi$

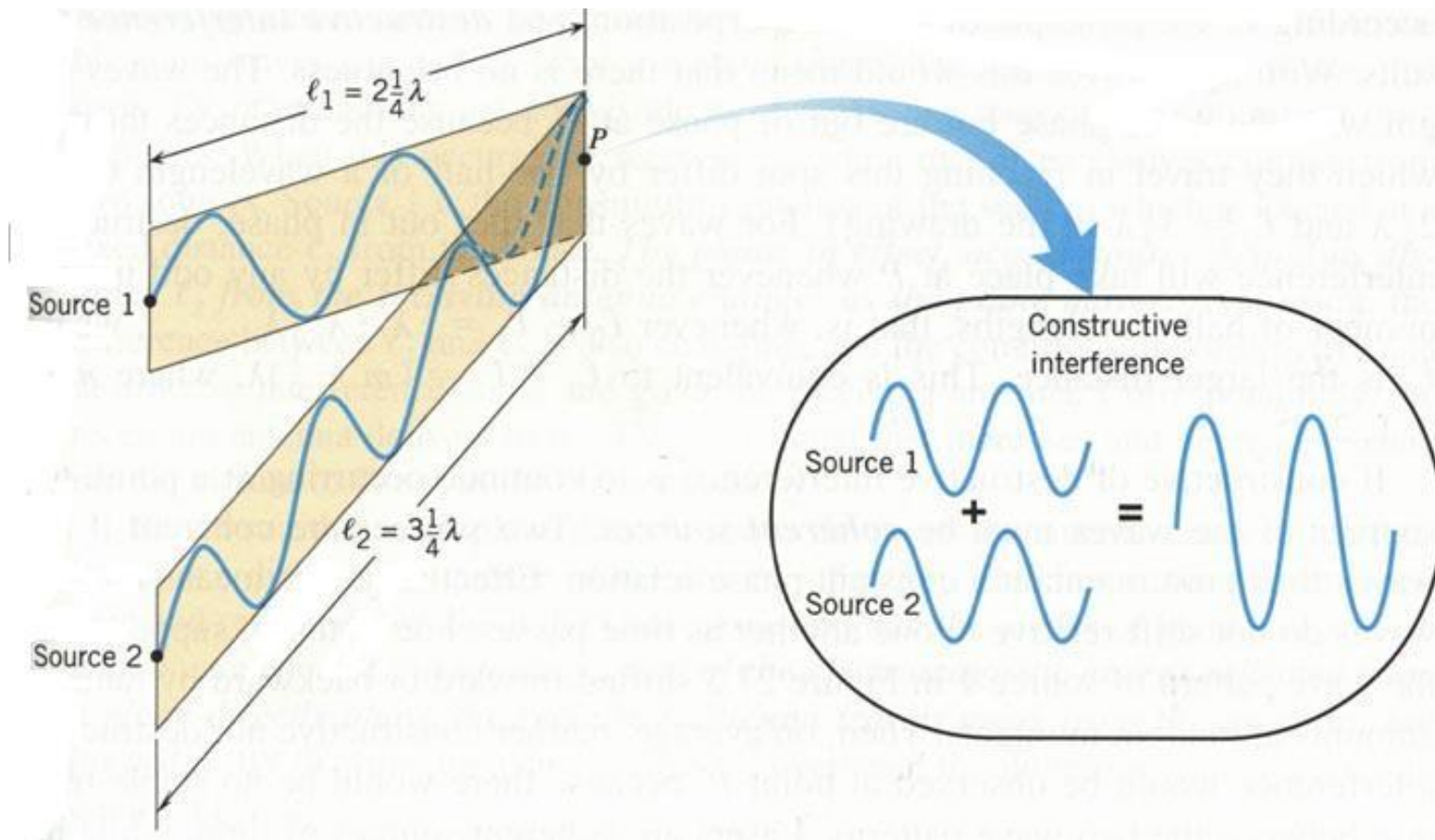
● 相长干涉（明） $\Delta \varphi = \pm 2k \pi, (k = 0, 1, 2, \dots)$

$$I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

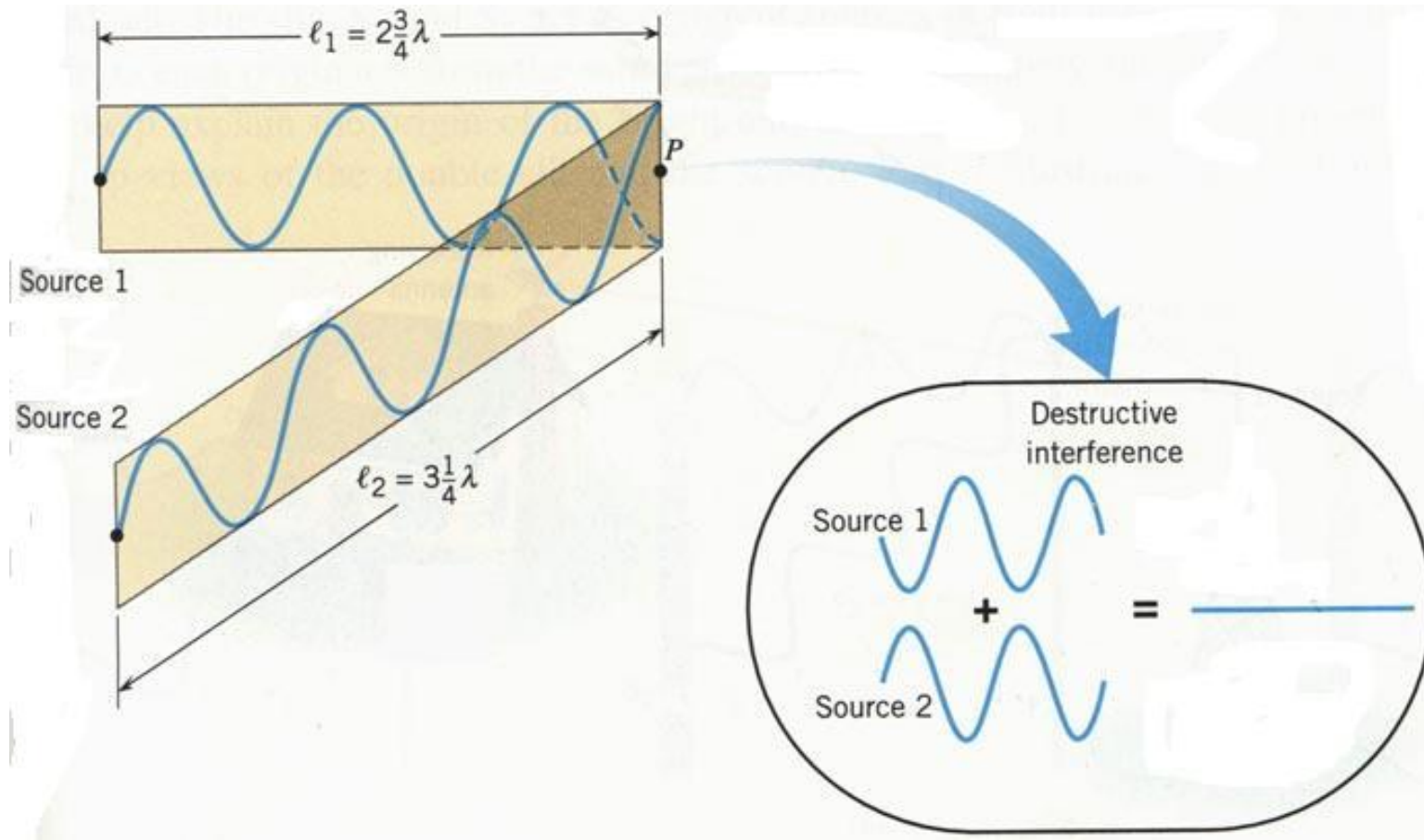
● 相消干涉（暗） $\Delta \varphi = \pm (2k + 1) \pi, (k = 0, 1, 2, \dots)$

$$I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

干涉相长 Constructive interference

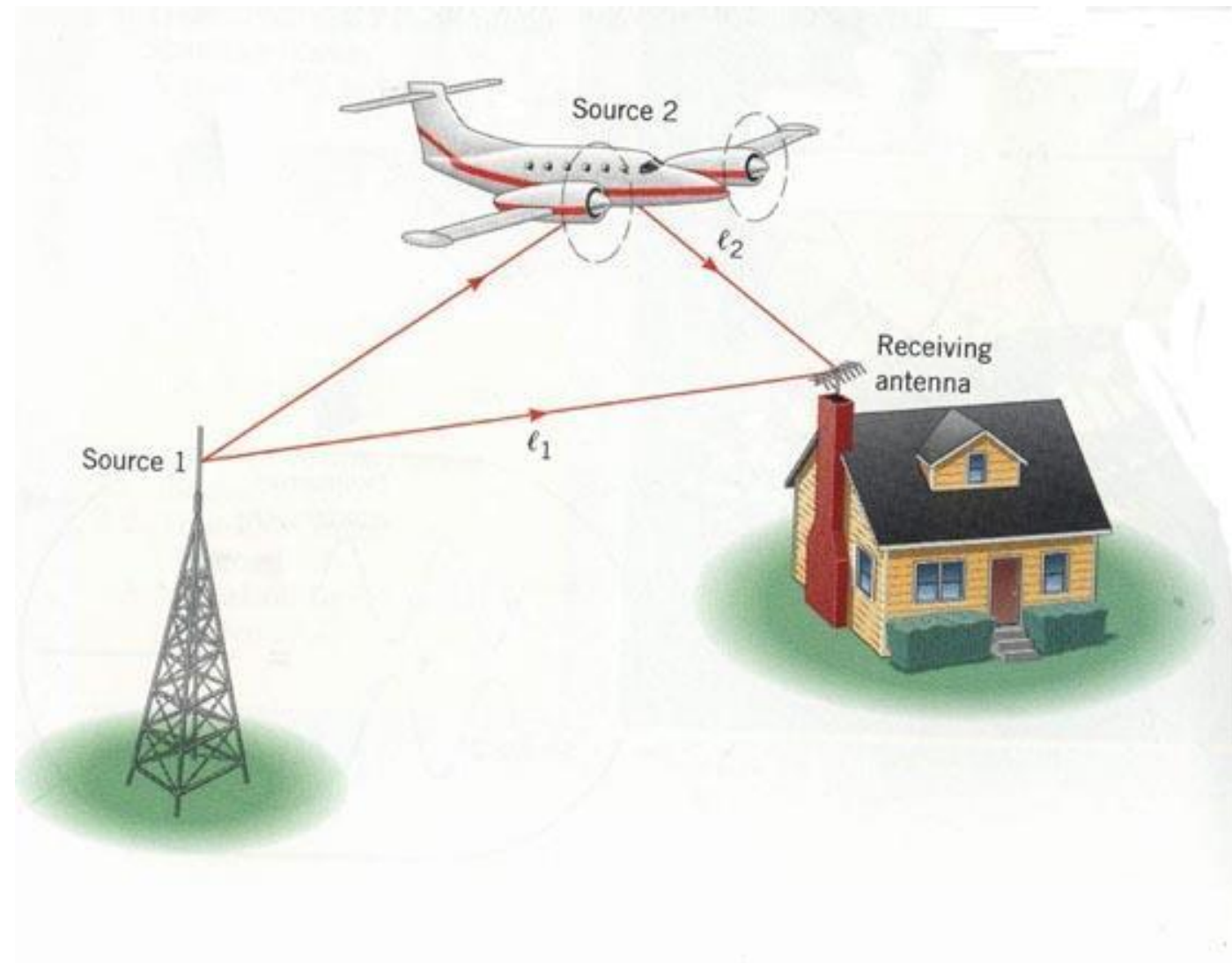


干涉相消 Destructive interference



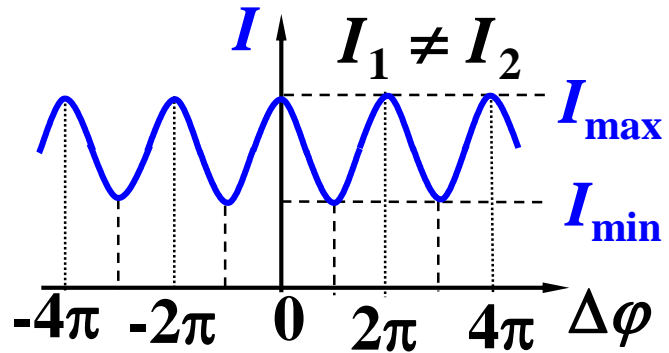
电磁波的干涉

Fluttering TV pictures

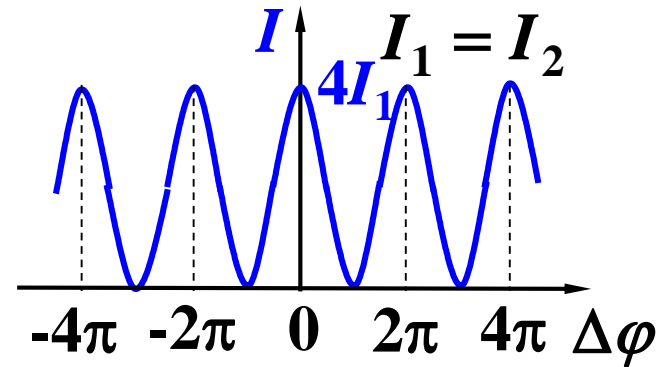


2、条纹衬比度（对比度，反衬度，contrast）

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$



衬比度差 ($V < 1$)



衬比度好 ($V = 1$)

决定衬比度的因素：

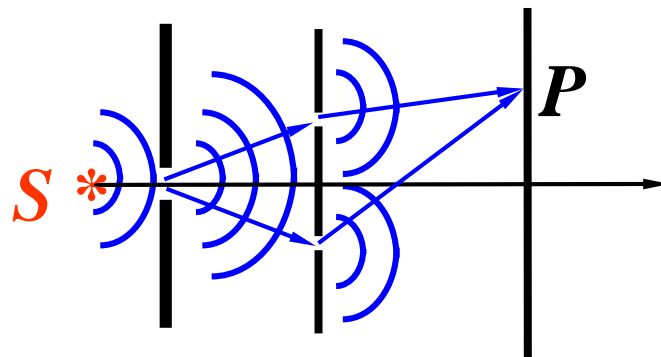
振幅比，光源的单色性，光源的宽度

干涉条纹可反映光的全部信息（强度，相位）

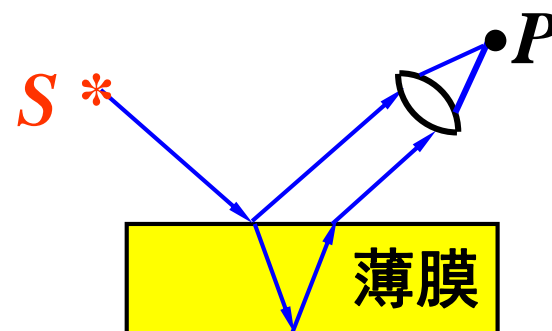
3、由普通光源获得相干光的途径

为了有稳定的 相位差 ，应从同一点光源发的光分出二束，经不同路径后再相遇而叠加。常见的有两种方法：

分波面法：



分振幅法：

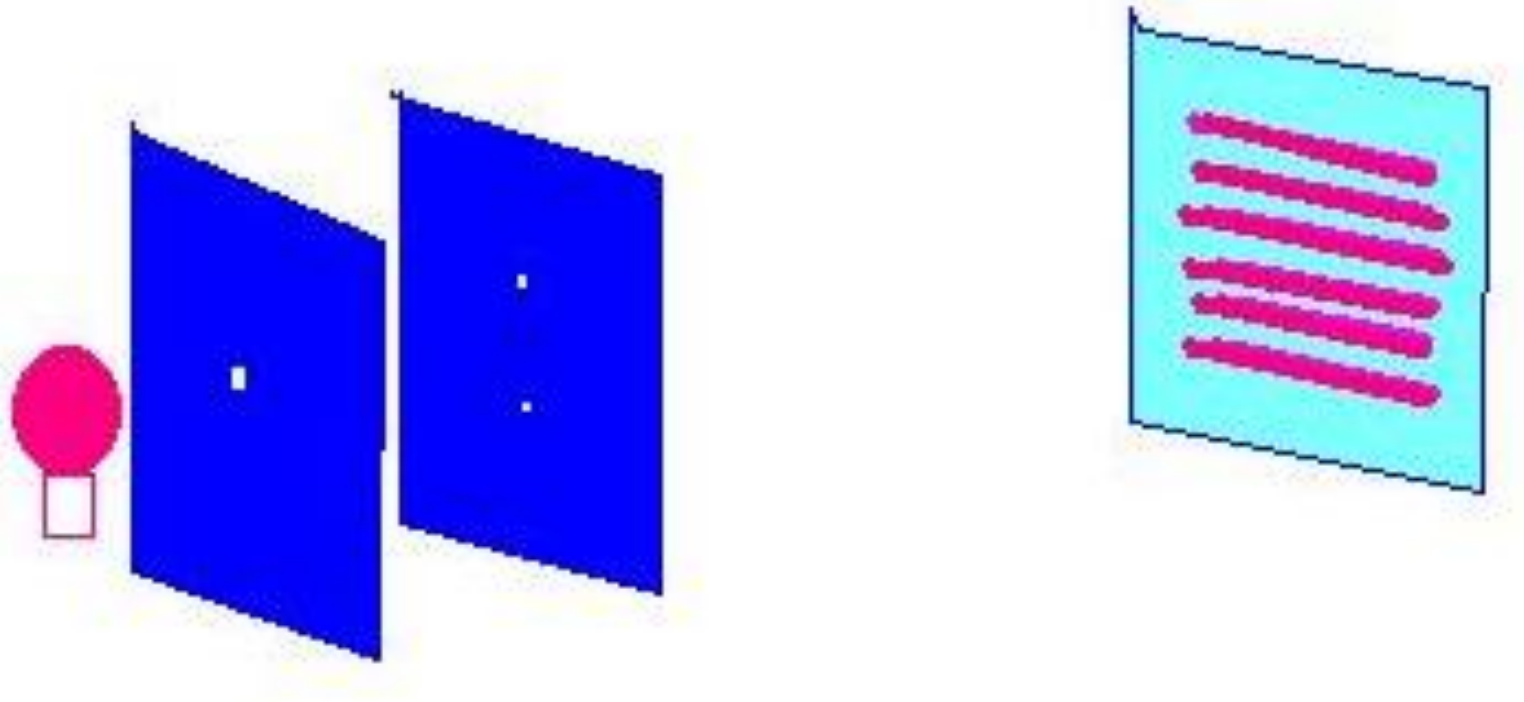


两束相干
光在 P 点
相干叠加

22.2 双缝干涉及其他分波面干涉实验

杨氏实验

1801年, T. Young (1773-1829)



两个点源的干涉

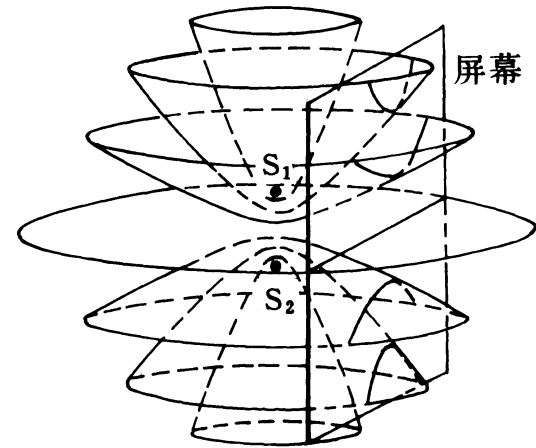
两列球面波的干涉场

设在均匀媒质中有两个作同频简谐振动的相干点波源 S_1 和 S_2 ，其间距为 d ，它们各自向周围媒质发出球面波。考察空间任意一点 P 的光强。

等强度点的轨迹是以 S_1 和 S_2 为焦点、并以其连线为轴线的双叶旋转双曲面。

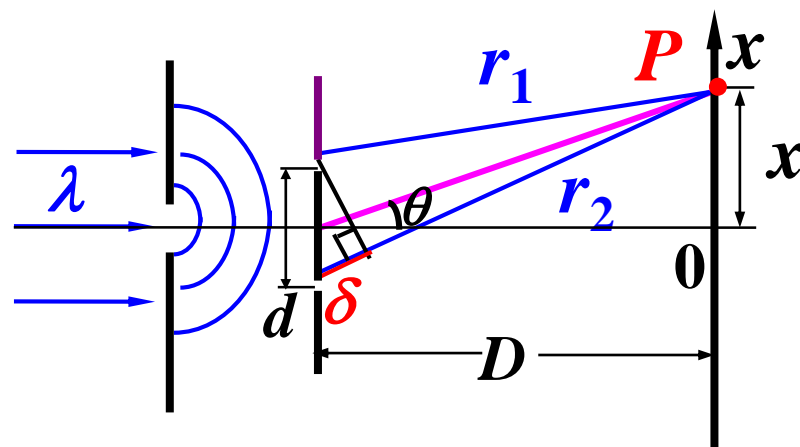
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta\right)$$
$$\approx 4I_0 \cos^2 \frac{\pi \delta}{\lambda}$$

$$\delta = r_2 - r_1 = \text{常量}$$



一、双缝干涉

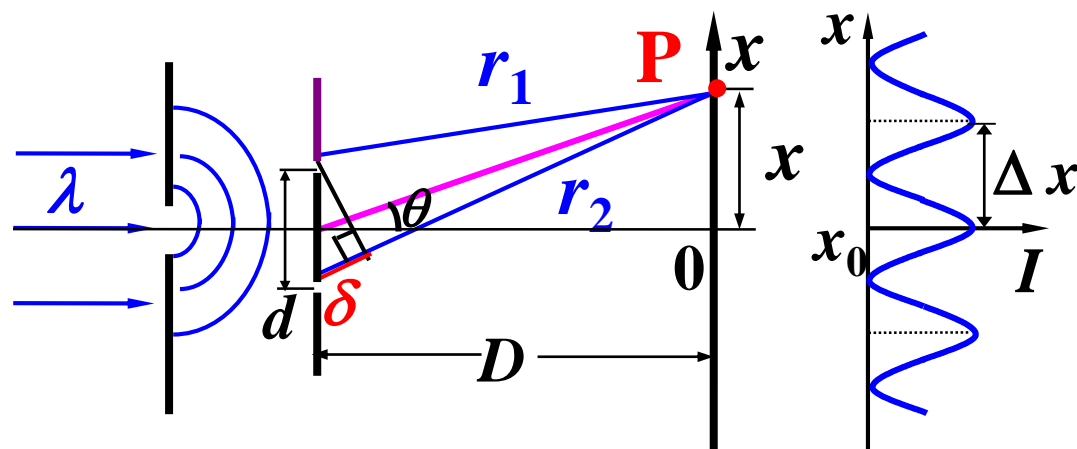
单色光入射



$$d \gg \lambda, \quad D \gg d \quad (d \sim 10^{-4}\text{m}, \quad D \sim 1\text{m})$$

光程差: $\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \cdot \frac{x}{D}$

相位差: $\Delta\varphi = \frac{\delta}{\lambda} 2\pi$



$$\delta = d \cdot \frac{x}{D}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\delta}{\lambda} 2\pi$$

明纹： $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$, $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\delta = \pm k\lambda, \quad x_{\pm k} = \pm k \frac{D}{d} \lambda$$

暗纹： $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$, $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad x_{\pm(2k+1)} = \pm(2k+1)\frac{D}{2d} \lambda$$

条纹间距：

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

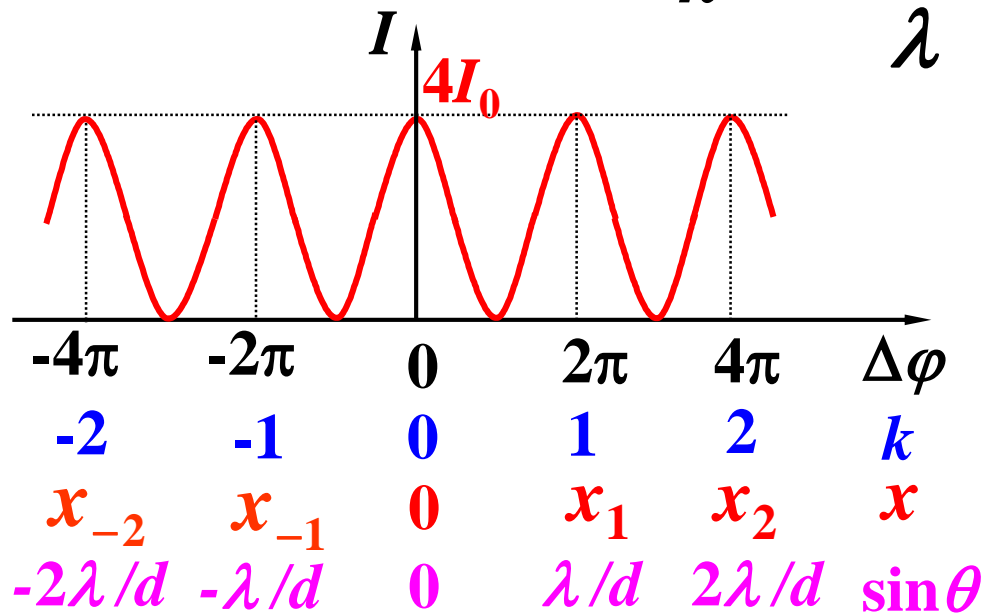
二、双缝干涉光强公式

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$$

设 $I_1 = I_2 = I_0$ ，则光强为

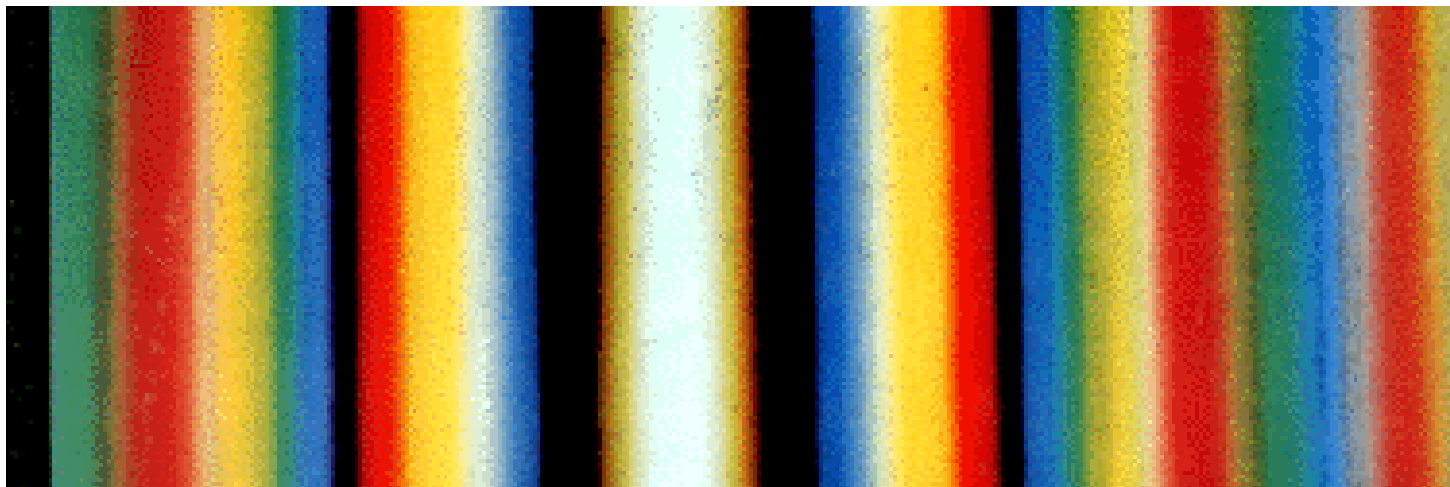
$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$
$$\Delta\varphi = \frac{d \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$
$$k = \frac{d \sin \theta}{\lambda}$$

光强曲线



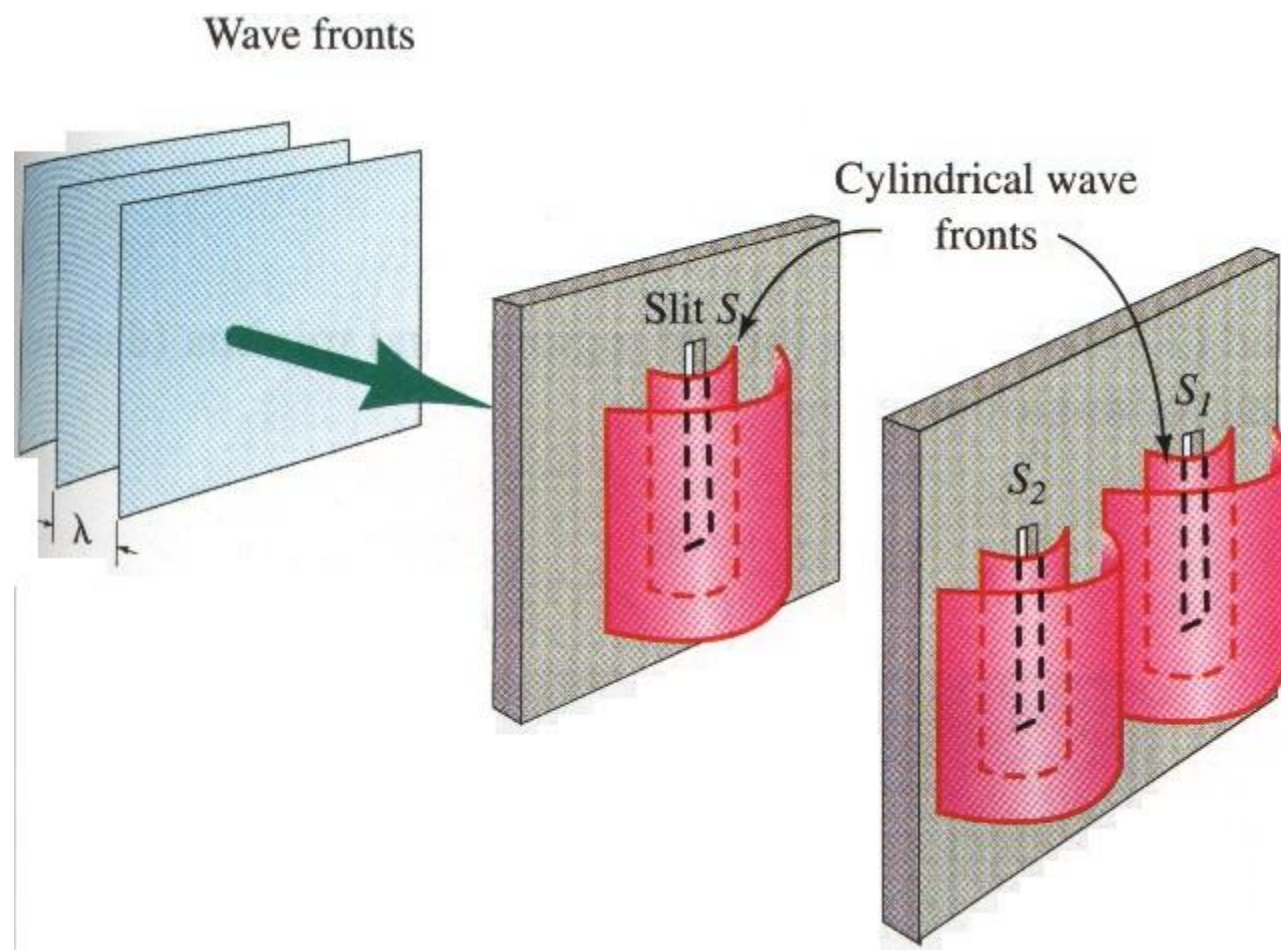


红光入射的杨氏双缝干涉照片

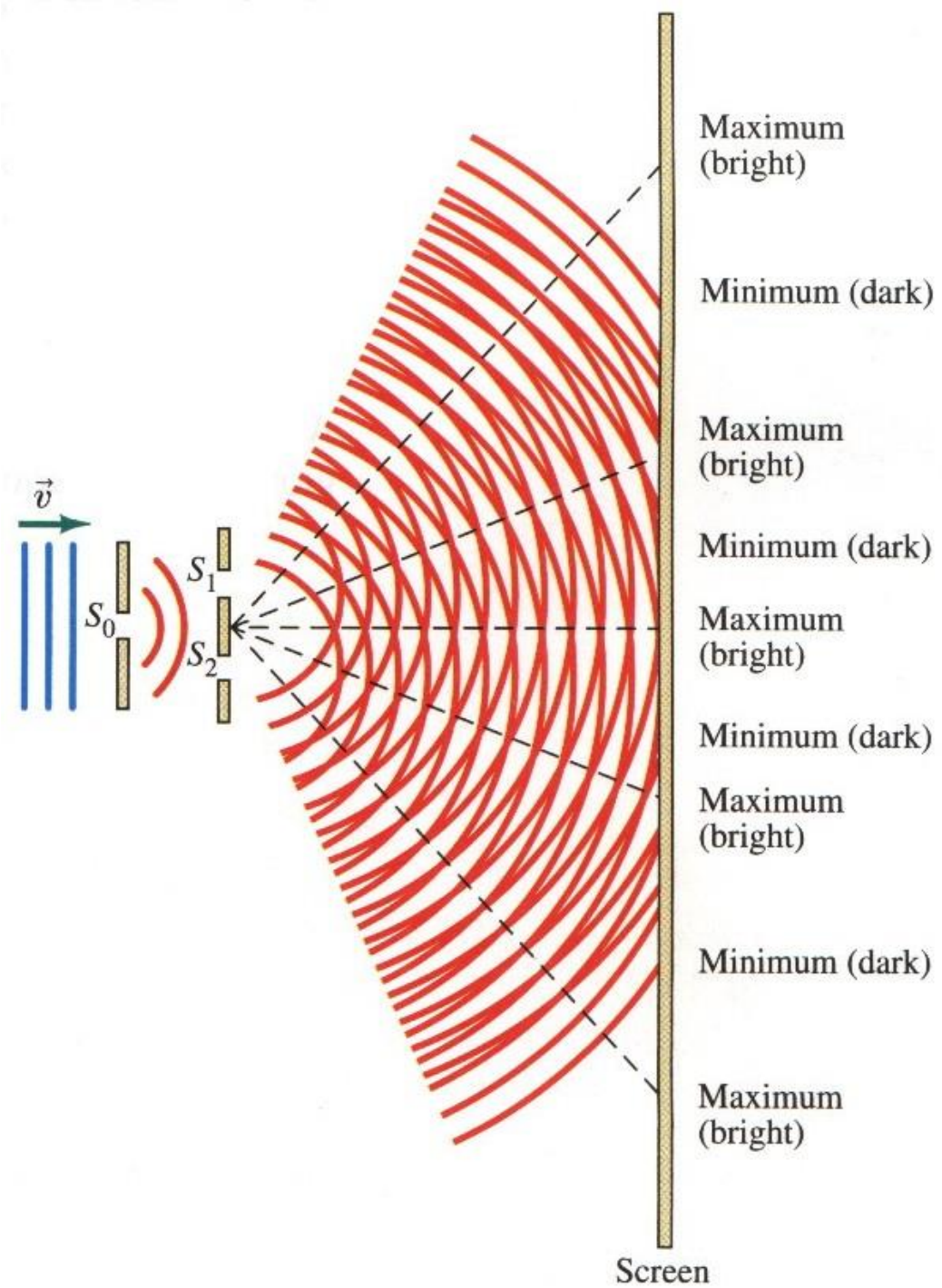
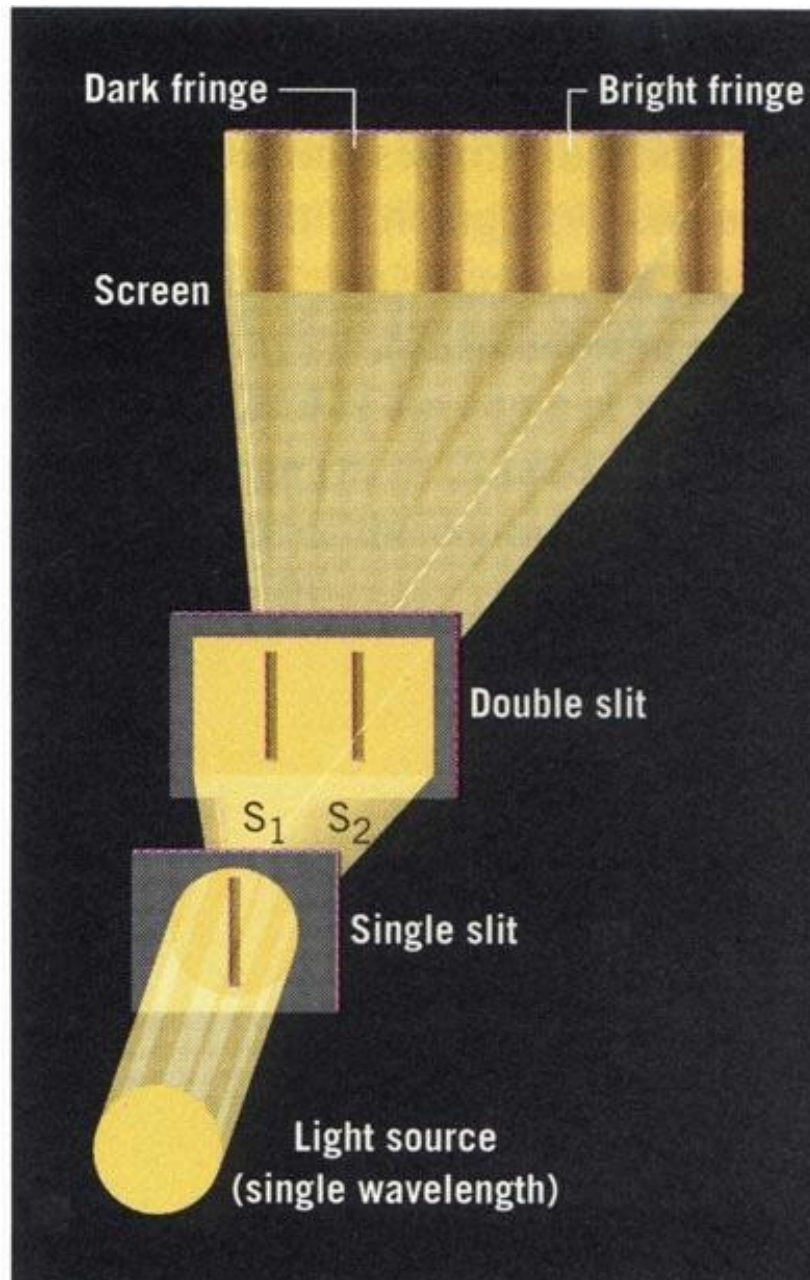


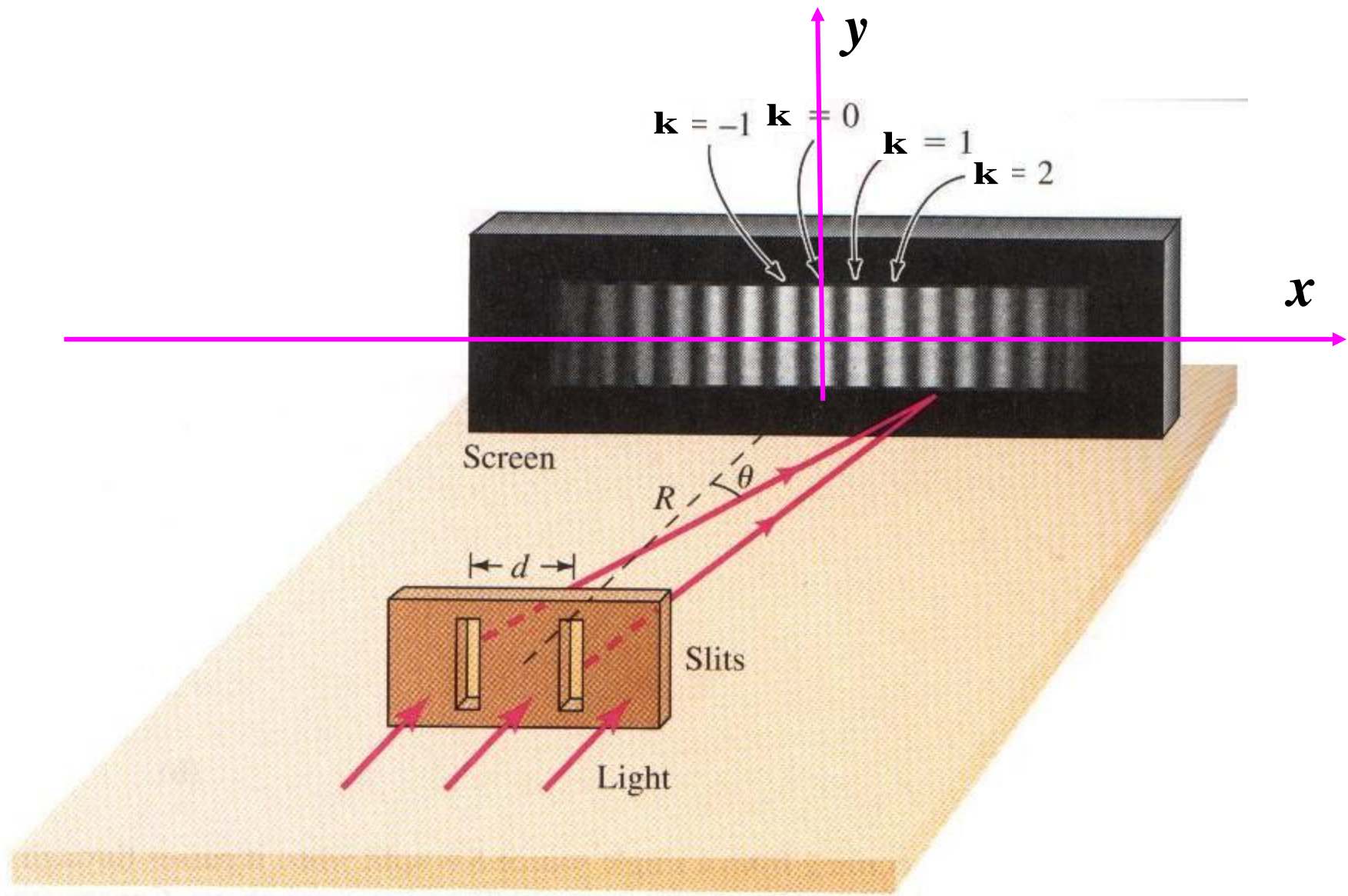
白光入射的杨氏双缝干涉照片

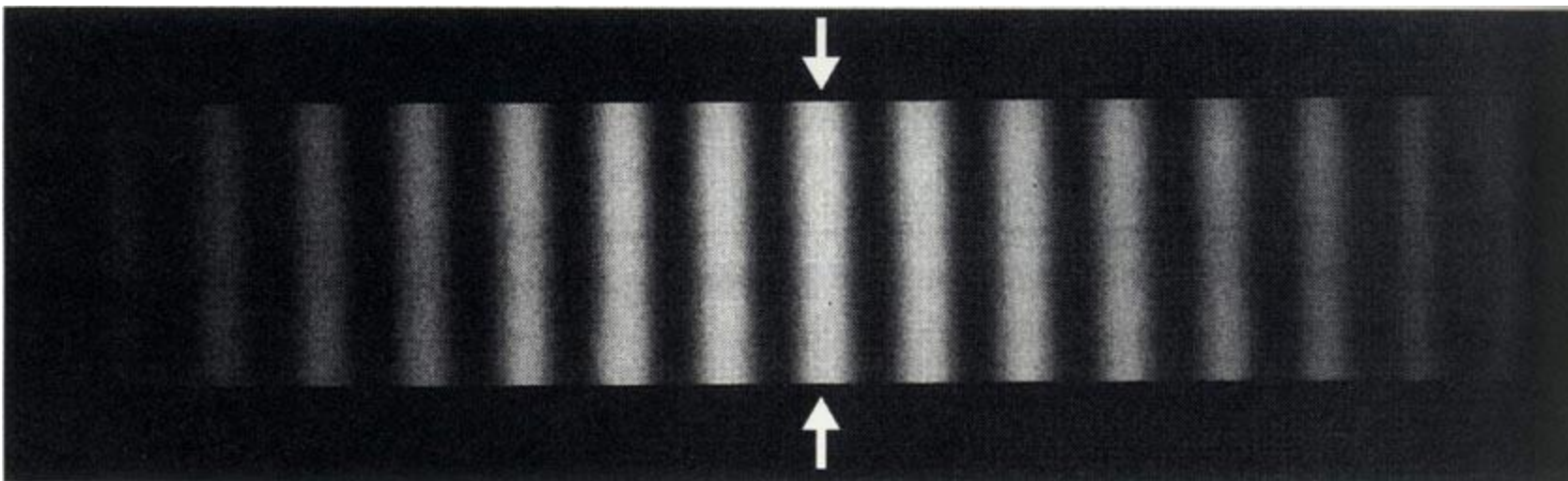
S, S_1, S_2 是相互平行的狭缝



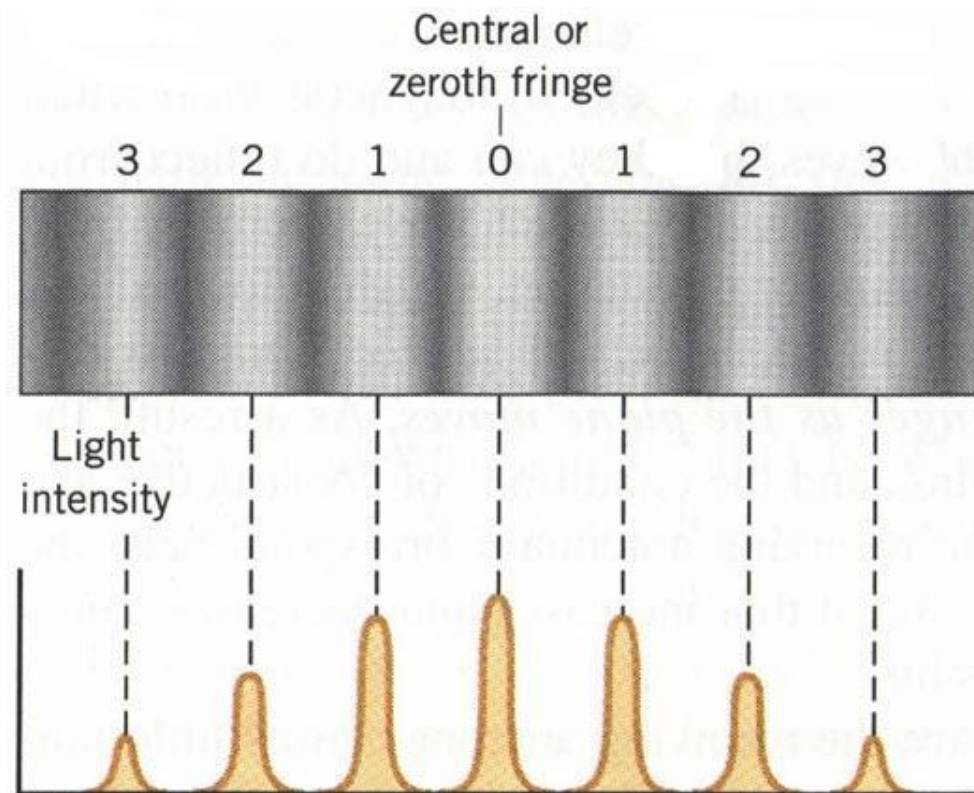
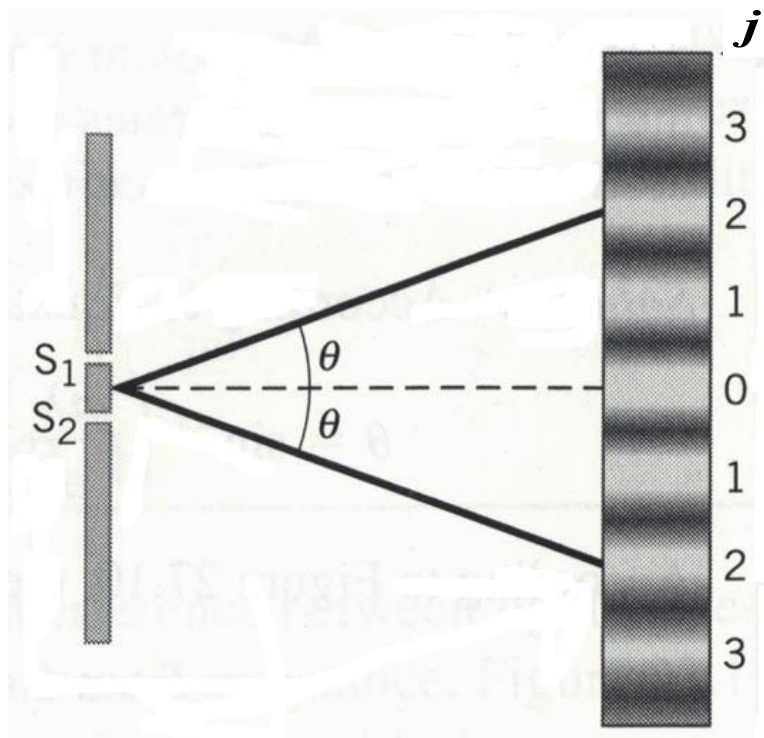
Young's double-slit experiment



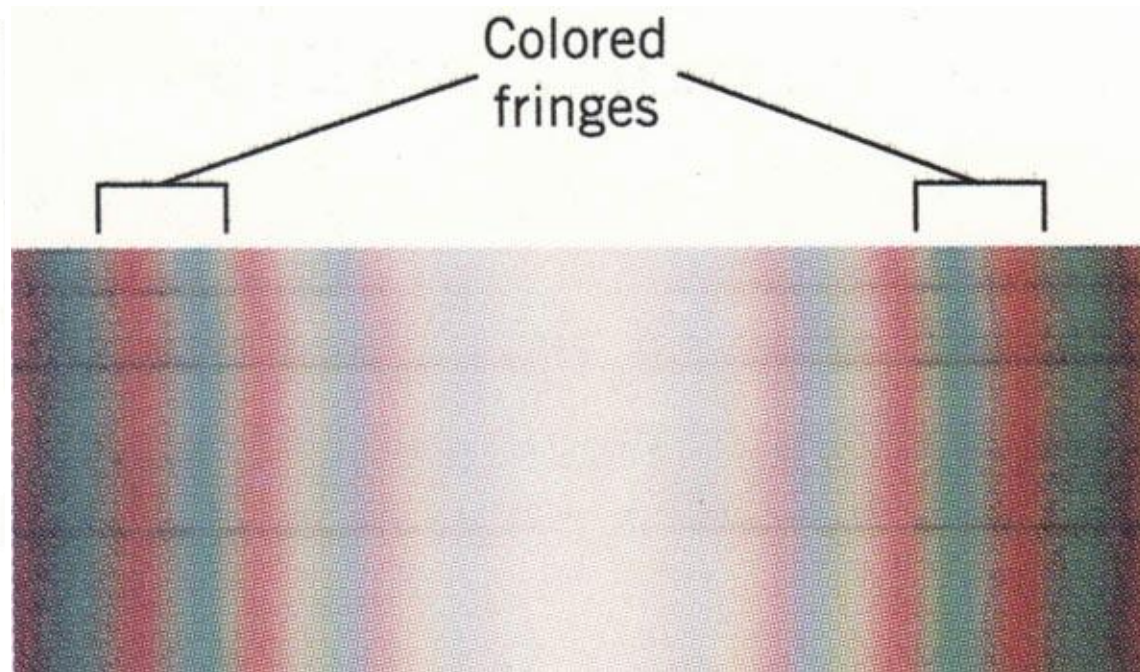
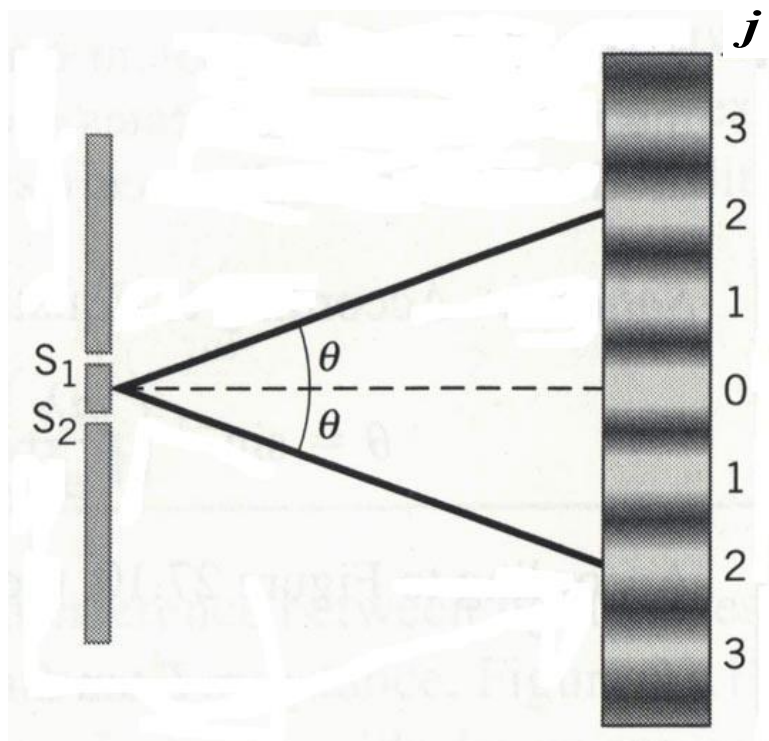




The fringe pattern



例22.1 白色平行光垂直入射到间距为 $d=0.25\text{mm}$ 的双缝上，距缝 50cm 处放置屏幕，分别求第一级和第五级明纹彩色带的宽度。（设白光的波长范围是从 400.0nm 到 760.0nm ）。



解:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{k} \frac{\mathbf{D}}{\mathbf{d}} \lambda$$

$$\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{k} \frac{\mathbf{D}}{\mathbf{d}} \Delta \lambda$$

$$\Delta x_1 = \frac{D}{d} \Delta \lambda = \frac{500}{0.25} (760 - 400) \times 10^{-6} \text{ mm} = 0.72 \text{ mm}$$

$$\Delta x_5 = 5 \Delta x_1 = 3.6 \text{ mm}$$

三、双缝干涉条纹的特点

(1) 一系列平行的明暗相间的条纹；

(2) θ 不太大时条纹等间距；

(3) 中间级次低，两边级次高

级次： $k = \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$

明纹： $\pm k$, $k = 0, 1, 2, \dots$ (整数级)

暗纹： $\pm(2k+1)/2$ (半整数级)

(4) $\Delta x \propto \lambda$, 白光入射时, 0级明纹中心为白色
(可用来定0级位置), 其余级明纹构成彩带,
第2级开始出现重叠 (书p.6 例 22.1)

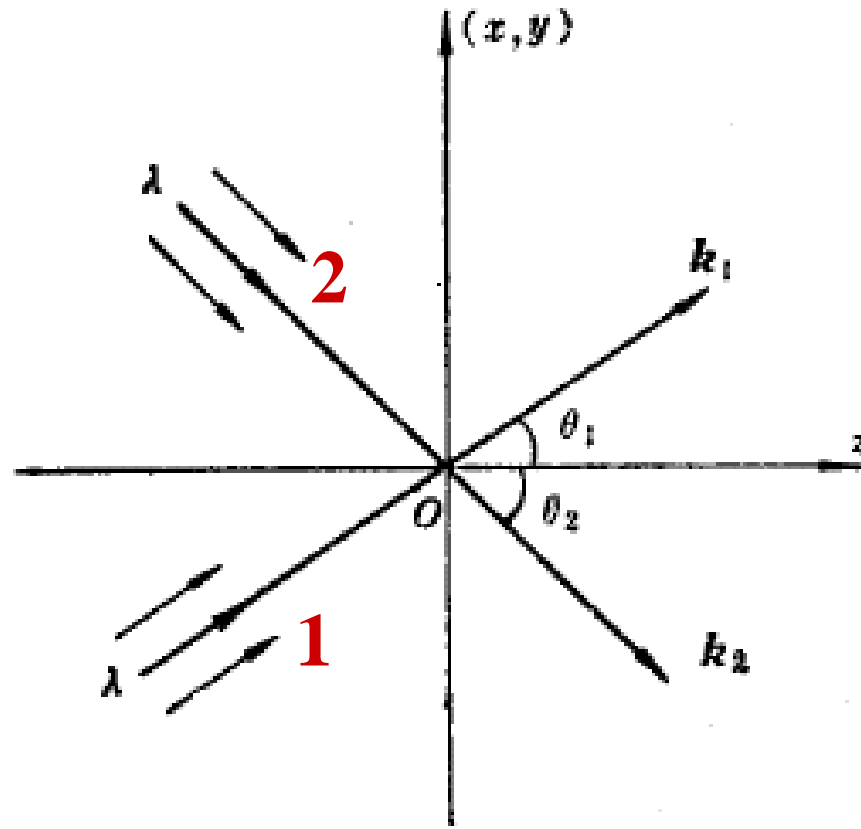
四、干涉问题分析的要点

- (1) 确定发生干涉的光束；
- (2) 计算波程差（光程差）；
- (3) 明确条纹特点：

形状、位置、级次分布、条纹移动等；

- (4) 求出光强公式、画出光强曲线。

例22.2 两束相干平行光同时照射在 $z=0$ 的平面上。设两束光的波长为 λ ，振幅分别为 A_1 和 A_2 ，在坐标原点处的初相位均为零，传播方向与 xz 平面平行，与 z 轴的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 。求 xy 平面上干涉条纹的形状和间距。

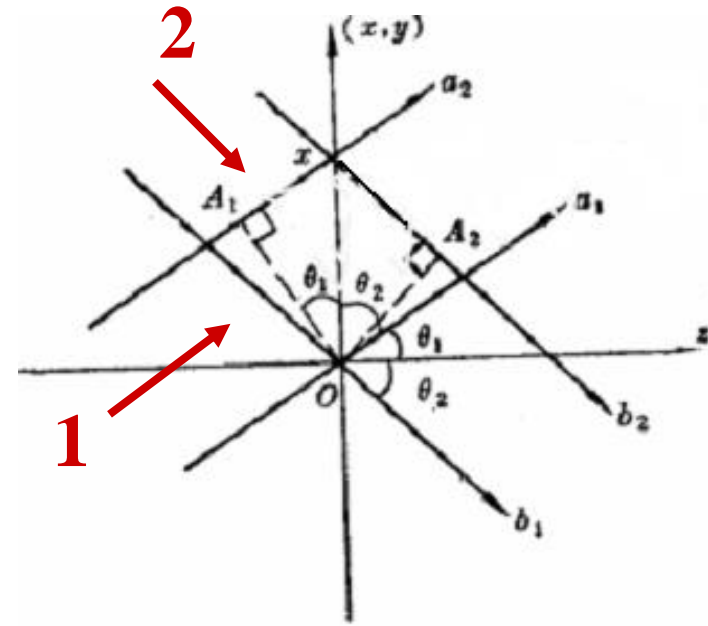


解： 沿波传播方向每增加 λ 的距离，相位落后 2π 。

$$\varphi_1(x) = -\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta_1$$

$$\varphi_2(x) = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta_2$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2(x) - \varphi_1(x) = \frac{2\pi}{\lambda} x (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$$



根据干涉极大条件，可求得亮纹位置为

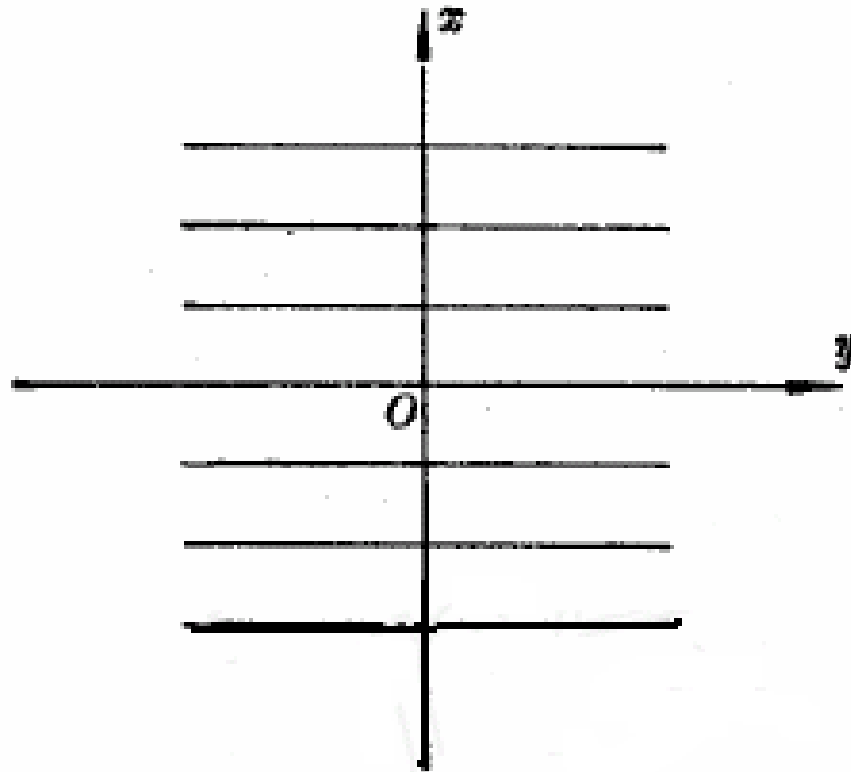
$$\frac{2\pi}{\lambda} x (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) = 2k\pi$$

即 $x (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) = k\lambda$

式中 k 为整数。从这一结果可求得干涉条纹间距为

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}$$

结果表明，亮纹位置只与 x 有关，而与 y 无关，
因而干涉条纹是与 y 轴平行的直条纹。



五、其他分波面干涉实验

要求明确以下问题：

1、如何获得的相干光；

2、明、暗纹条件；

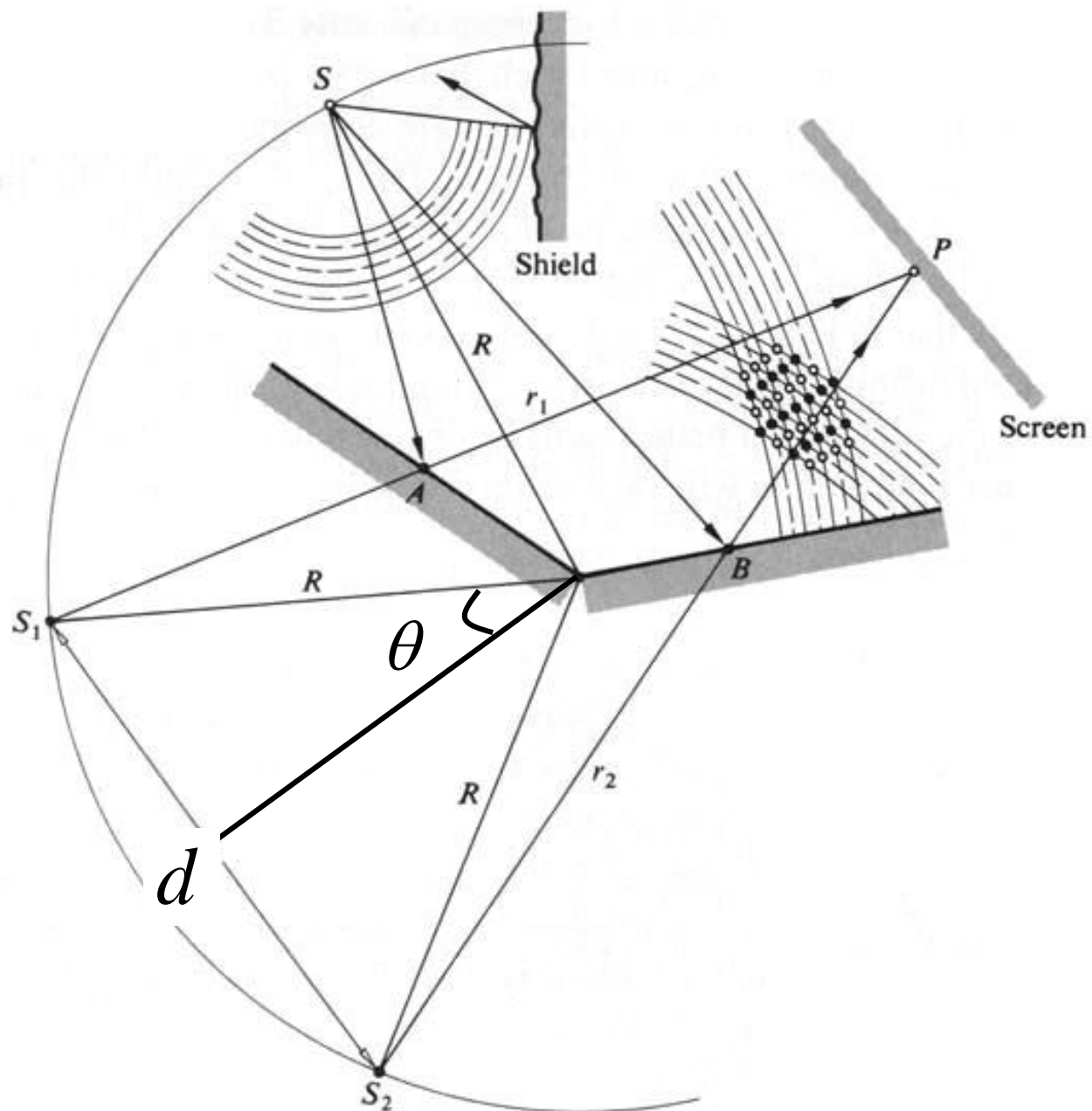
3、干涉条纹特点：

形状、间距、级次位置分布；

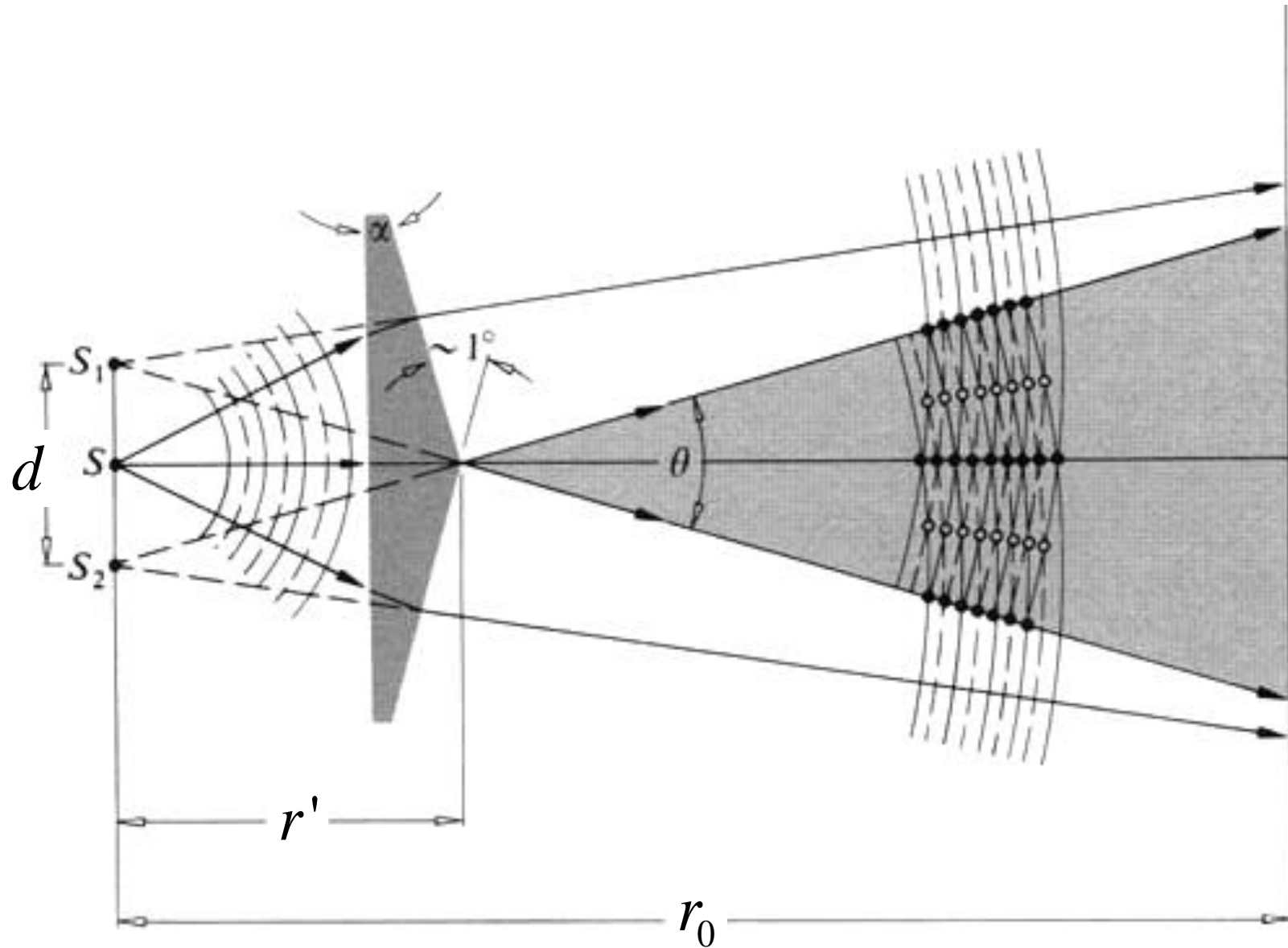
4、劳埃德镜实验，半波损失。

菲涅耳双面镜

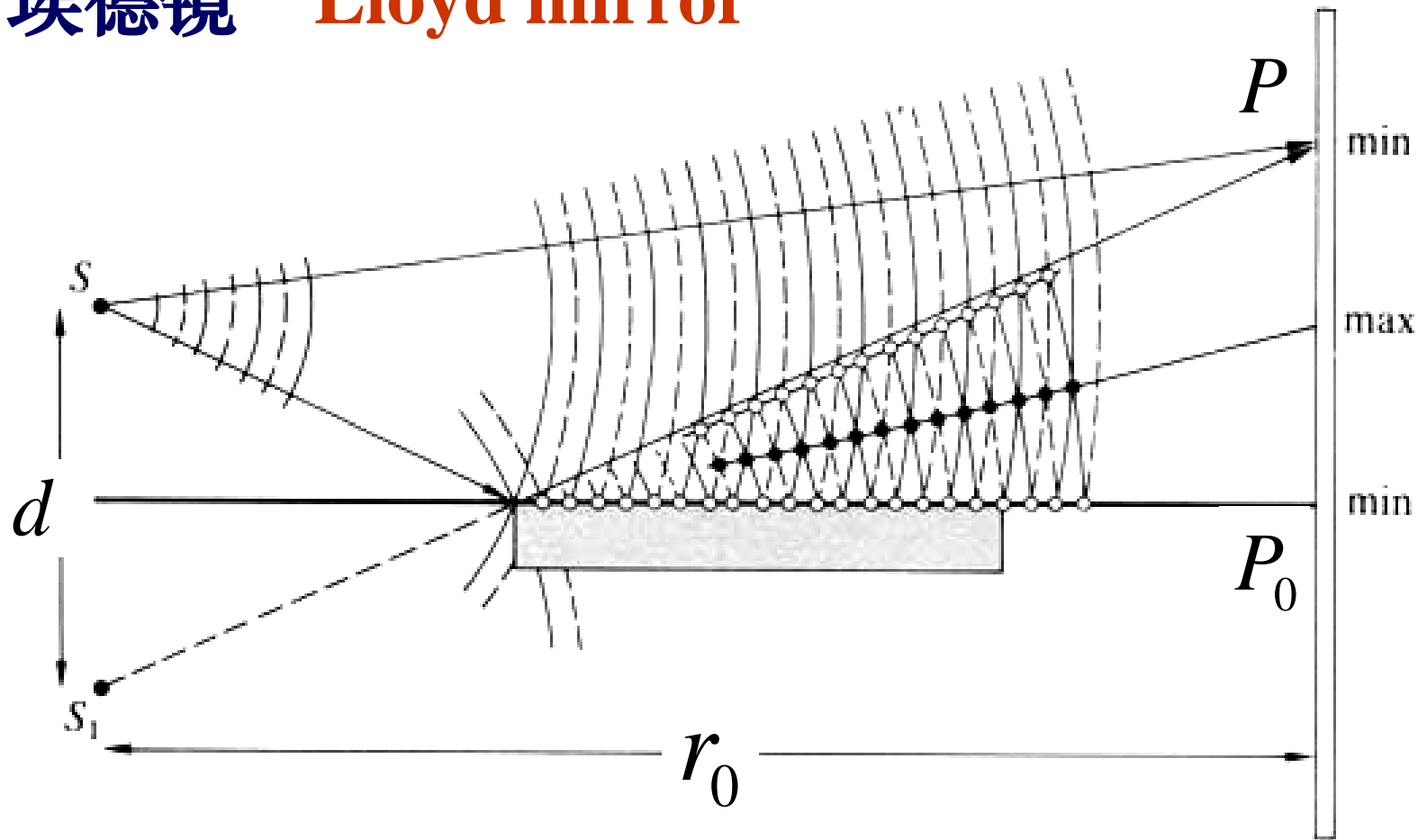
Fresnel's double
mirror



菲涅耳双棱镜 Fresnel double prism

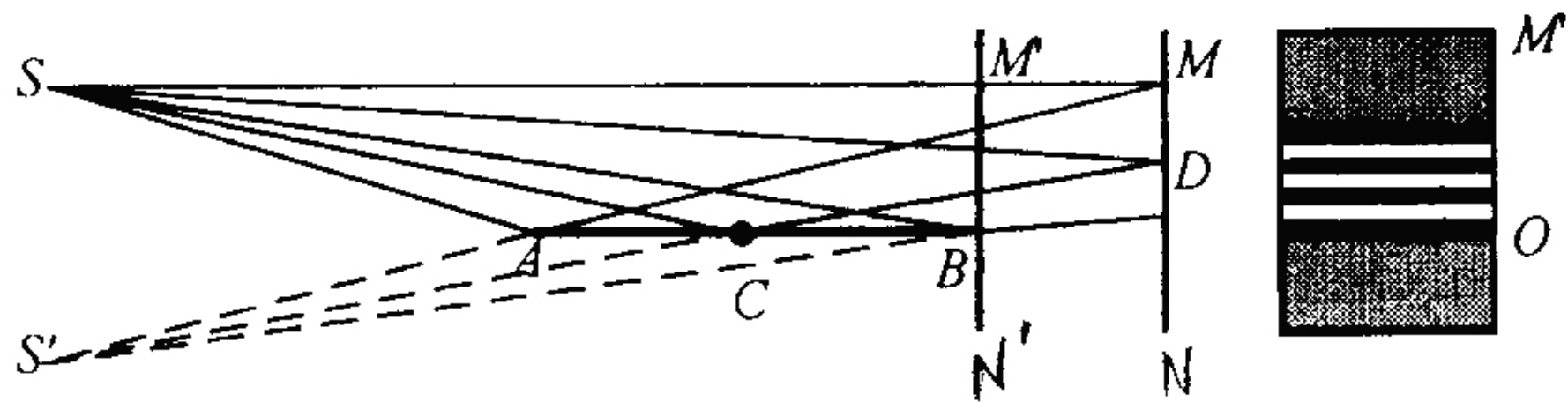


劳埃德镜 Lloyd mirror

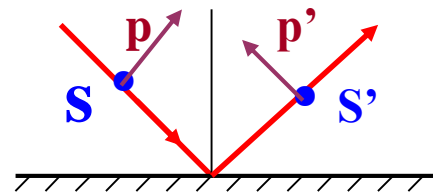


掠入射，产生了 π 相位变化（半波损失）

劳埃德镜



反射相位突变问题



有时要将反射光线偏振态与入射光线偏振态直接地作比较，以便确定反射光和入射光叠加的干涉场，由此提出**反射相位是否突变**的问题。光在界面的入射点也是反射点。当反射光在入射点的线偏振态与入射光的线偏振态恰巧相反，这表明界面反射有了相位突变 π ，也称之为有**半波损**；若两者的线偏振态恰巧一致，这表明界面反射无相位突变，即没有半波损。这一表述本身已隐含着这样一个事实 — **反射光 $p(s)$ 振动与入射光 $p(s)$ 振动方向是在一条直线上**，这只有两种情况，**正入射和掠入射**，否则像斜入射那样，虽然两者的 s 振动是在一条直线上，但两者的 p 振动不在一条直线上，所谓“相反”或“一致”已经失去意义，这时应按实际需要作具体的针对性分析。

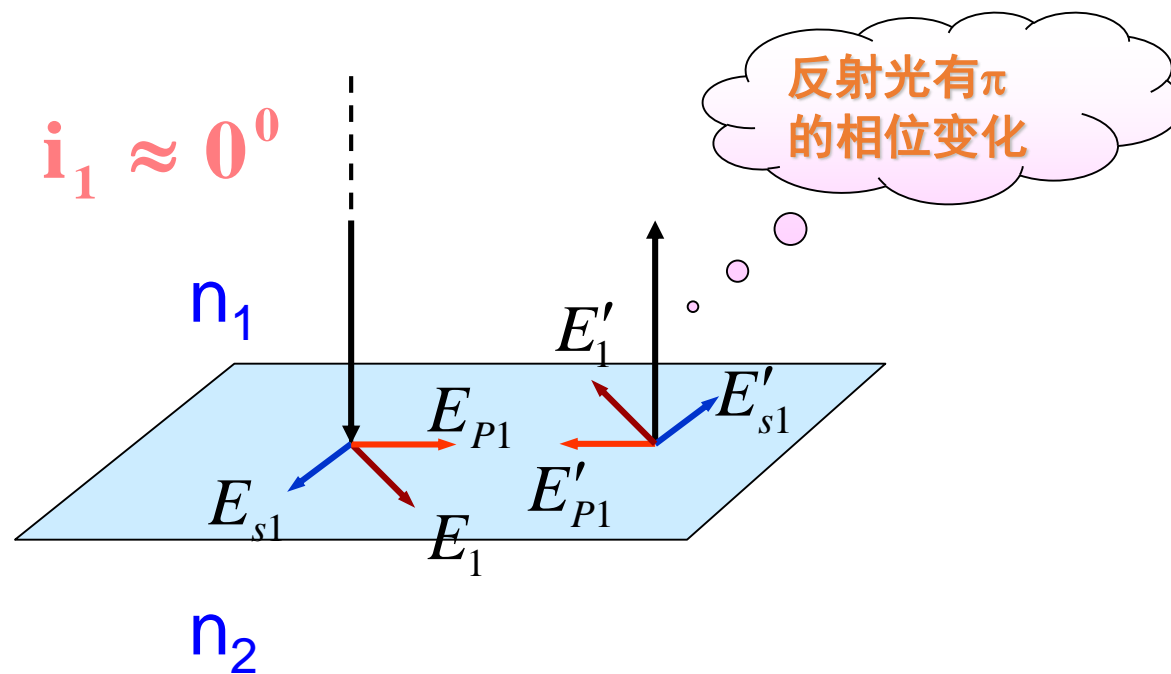
可以证明：

在**正入射**的情况下，光从**光疏介质**到**光密介质**时反射光**有**半波损失，从**光密介质**到**光疏介质**时反射光**无**半波损失。

在**掠入射**的情况下，无论光从**光疏介质**到**光密介质**，还从**光密介质**到**光疏介质**时，反射光均有半波损失。

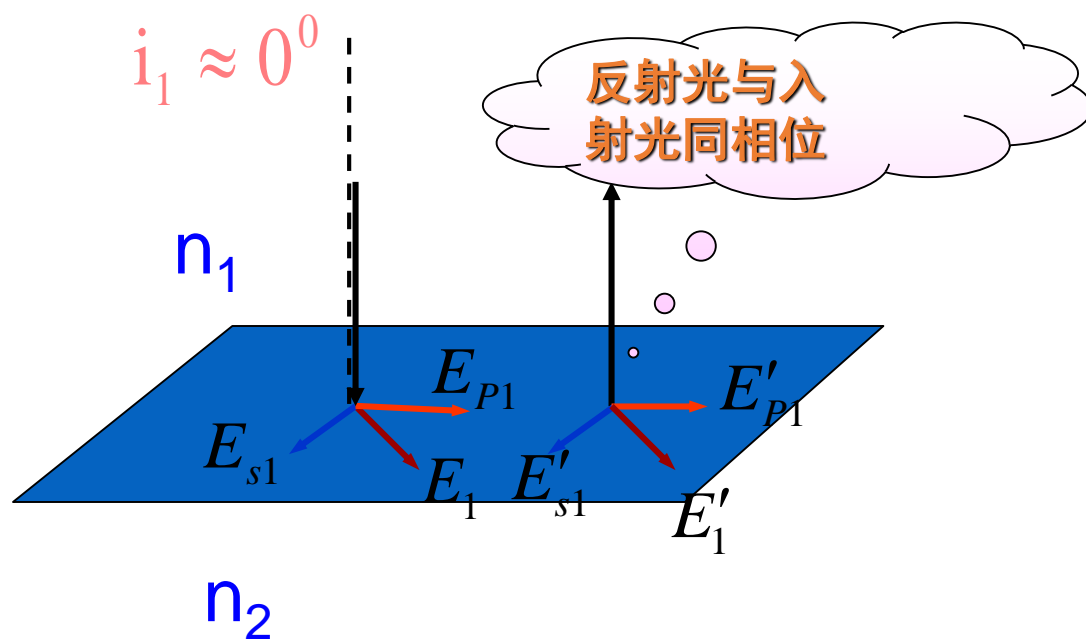
在任何情况下透射光都没有半波损失。

光从光疏介质到光密介质垂入射时

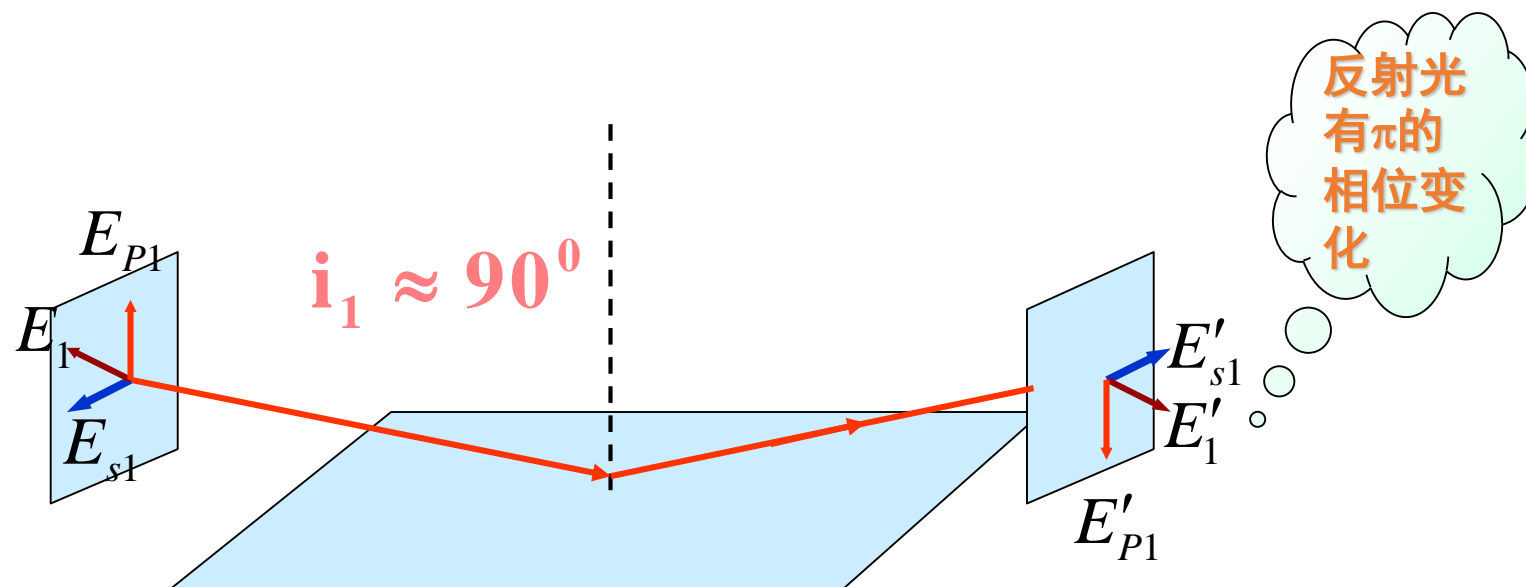


$$n_1 < n_2$$

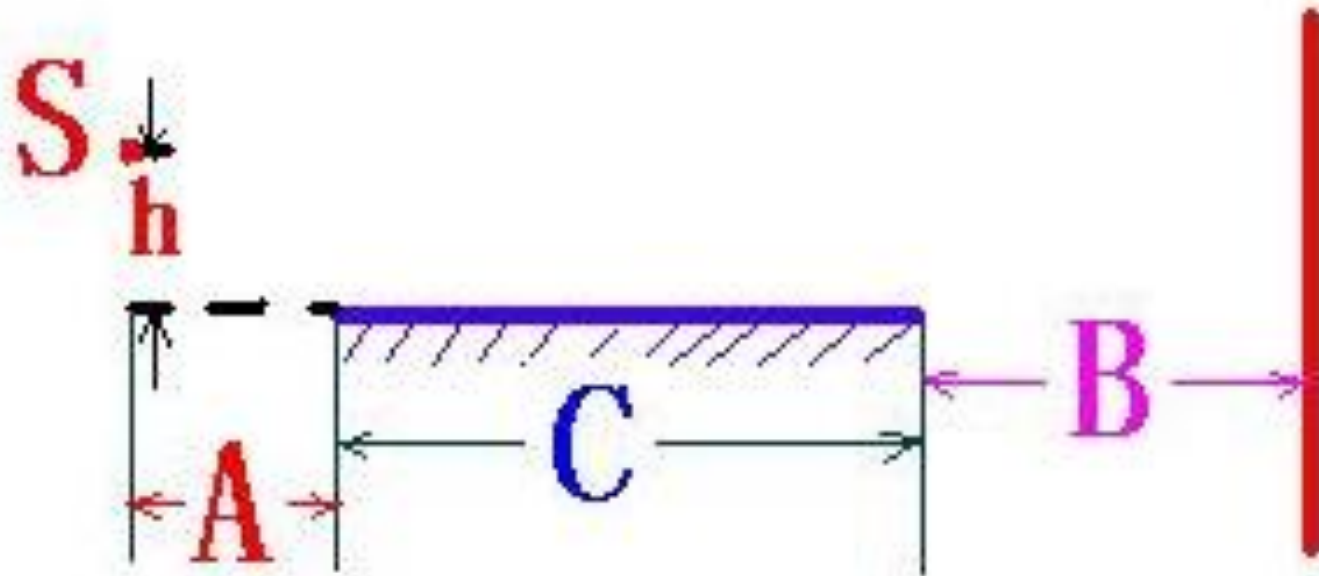
光从光密介质到光疏介质垂入射时



掠入射



例22.3 如图所示，劳埃德镜的镜长 $C=5.0\text{ cm}$ ，幕与镜的右侧边缘相距 $B=3.0\text{ m}$ ，线光源 S 与镜的左侧边缘之间的位置关系已在图中示出，其中 $A=2.0\text{ cm}$ ， $h=0.5\text{ mm}$ ，所用单色光的波长为 $\lambda=589.3\text{ nm}$ ，试求幕上干涉条纹的间距。幕上能出现多少根干涉条纹？



解：产生干涉的两个光波可看成是从光源S与S的镜像S'发出的，发生干涉的区域为MN。

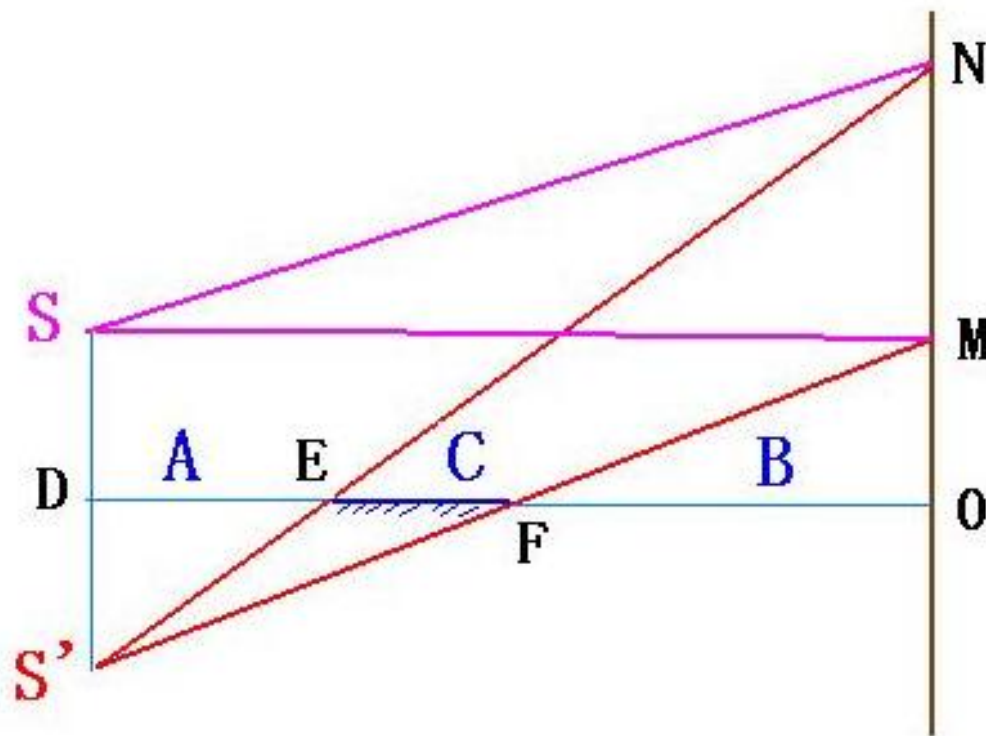
条纹间距为

$$\Delta x = \frac{A + C + B}{2h} \lambda$$

$$= \frac{3.07 \times 5893 \times 10^{-10}}{2 \times 0.5 \times 10^{-3}} m = 1.81 \times 10^{-3} m$$

$$\triangle ONE \text{ 相似于 } \triangle S'DE \Rightarrow ON = \frac{B + C}{A} h$$

$$\triangle OMF \text{ 相似于 } \triangle S'DF \Rightarrow OM = \frac{B}{A + C} h$$



如果O点有光的干涉，由于半波损失O点为暗条纹。

ON段的暗条纹数为 $n_1 = \frac{ON}{\Delta x}$

OM段的暗条纹数为 $n_2 = \frac{OM}{\Delta x}$

MN段的暗条纹数为

$$n = \frac{ON - OM}{\Delta x} = \left(\frac{B + C}{A} - \frac{B}{A + C} \right) \frac{2h^2}{(A + B + C)\lambda}$$

≈ 30

例22.4 一微波检测器安装在湖滨高出水面**0.5m**处。当一颗发射波长为**21cm**单色微波的射电星体徐徐自地平线升起时，检测器指出一系列信号强度的极大和极小。当**第一个极大**出现时，射电星体相对地平线的仰角 φ 为多少？

解：采取直接计算光程差的办法求解。 $\Delta L(P) = CP - C'P + \frac{\lambda}{2}$

$$CP = \frac{h}{\sin \varphi}$$

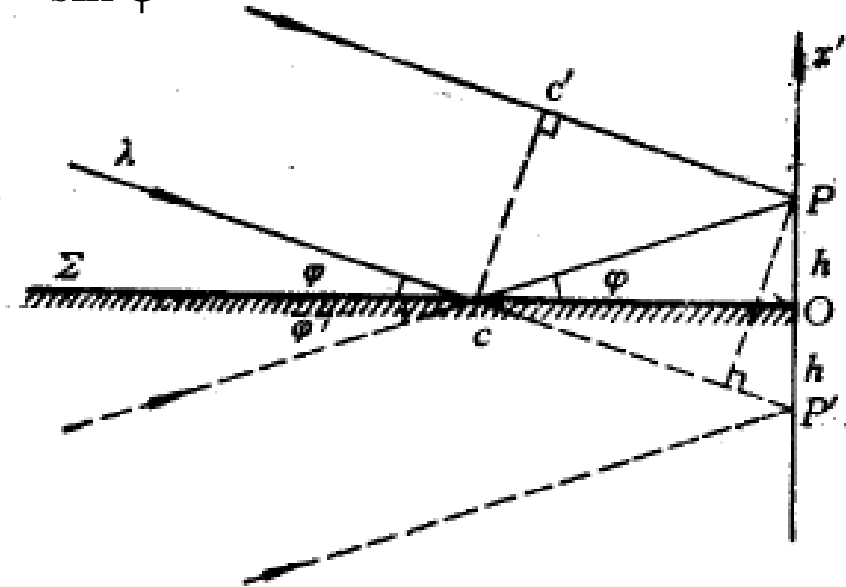
$$C'P = CP \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right) = \frac{h}{\sin \varphi} \cos 2\varphi$$

$$\Delta L(P) = \frac{h}{\sin \varphi} (1 - \cos 2\varphi) + \frac{\lambda}{2} = 2h \sin \varphi + \frac{\lambda}{2}$$

令 $\Delta L(P) = \lambda$ (第一次出现相干极大)，得

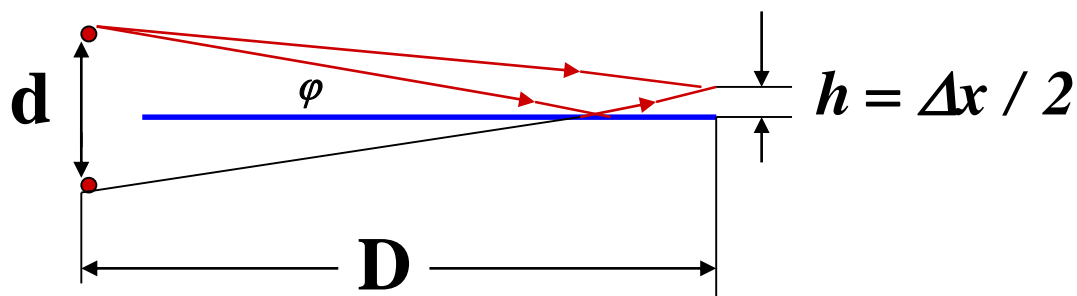
$$2h \sin \varphi = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{\lambda}{4h} = 0.105$$

$$\Rightarrow \varphi = 6^\circ 2'$$



本题也可用其他方法求解，说明如下。

(1) 将星体和星体对湖面成的像看作两相干点源，于是可以照搬杨氏干涉装置。但双孔间距 d 和双孔到接收屏的距离 D 不知，可以灵活地将这两个未知量转化为用 φ 的函数表示。

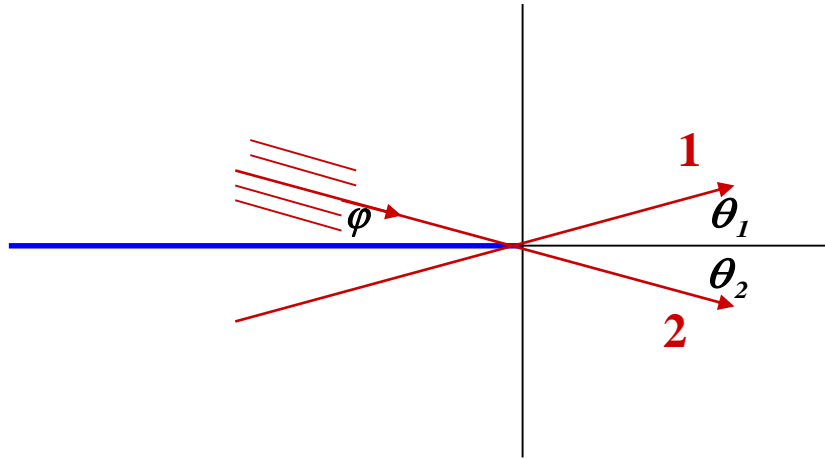


$$\Delta x = \frac{\lambda D}{d}$$

$$2\varphi = \frac{d}{D}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\lambda}{2\Delta x} = \frac{\lambda}{4h}$$

(2) 星体离地面很远，入射到湖面的光为平行光，反射光也为平行光，因此这是两束平行光的干涉。



$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}$$

本题中 $\theta_1 = \theta_2 = \varphi$

$$2h = \Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$$

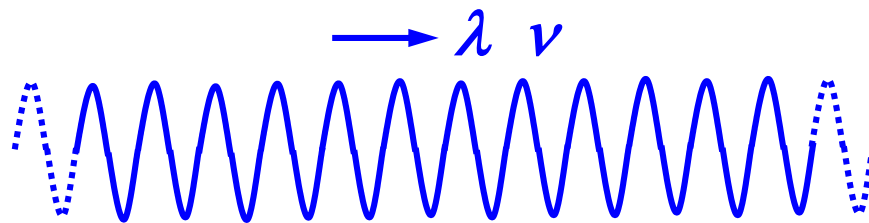
$$\Rightarrow \sin \varphi = \frac{\lambda}{4h}$$

无论采用哪一种方法，反射半波损都必须考虑。

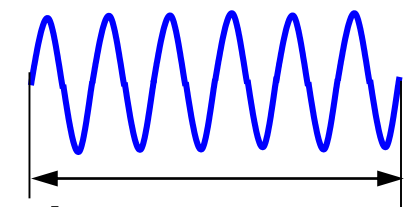
22.3 时间相干性 (temporal coherence)

一、光的非单色性

1、理想的单色光



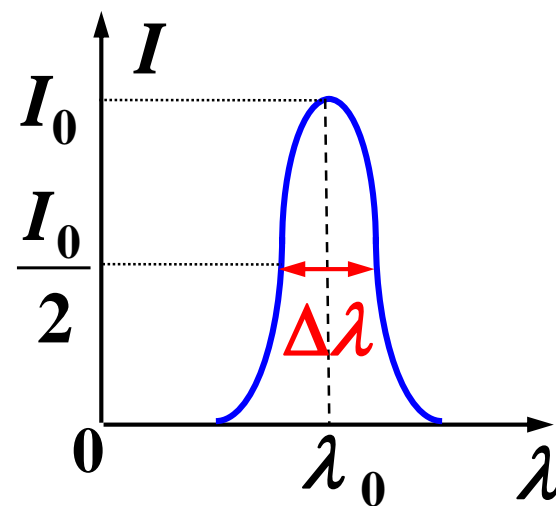
2、实际光束：波列 准单色光



波列长 $L = \tau c$

$$E(t) = \exp(-i\omega_0 t), -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2}$$

$E(t) = 0$, 其它时间

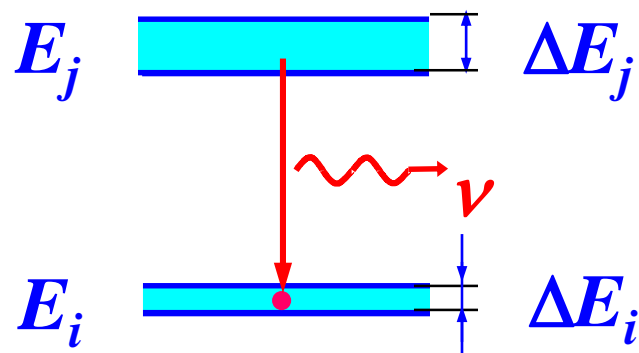


$\Delta\lambda$: 谱线宽度

准单色光：在某个中心波长（频率）附近有一定波长（频率）范围的光。

3、造成谱线宽度的原因

(1) 自然宽度



$$\tau \cdot \Delta E \sim \hbar$$

$$\Delta \nu = \frac{\Delta E_i + \Delta E_j}{h}$$

(2) 多普勒增宽

$$\Delta \nu \propto \bar{v} \propto \sqrt{T}, \quad T^{\uparrow} \rightarrow \Delta \nu^{\uparrow}$$

(3) 碰撞增宽

$$\Delta \nu \propto \bar{z} \propto p (T \text{一定}), \quad p^{\uparrow} \rightarrow \Delta \nu^{\uparrow}$$

例22.5 杨氏实验装置中，采用加有蓝绿色滤光片的白光光源，波长范围为 $\Delta\lambda = 100 \text{ nm}$ ，平均波长为 $\lambda = 490 \text{ nm}$ 。试估算从第几级开始，条纹将变得无法分辨。

解： 设该蓝绿光的波长范围为 (λ_1, λ_2) ，则按题意有

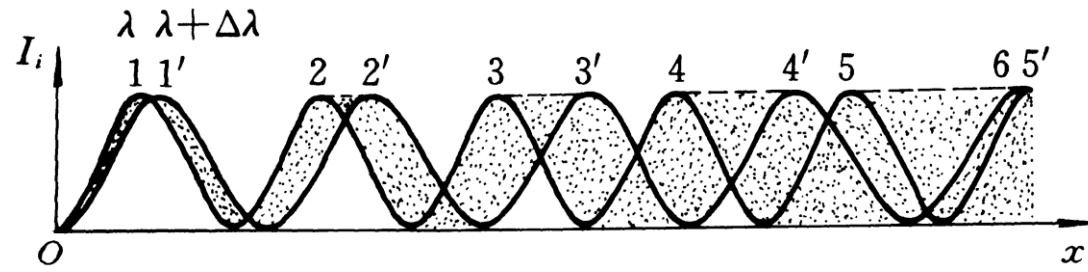
$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = 100 \text{ nm} \qquad \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) = \lambda = 490 \text{ nm}$$

相应于 λ_1 和 λ_2 ，杨氏干涉条纹中 k 级极大的位置分别为：

$$x_1 = k \frac{D}{d} \lambda_1 \qquad x_2 = k \frac{D}{d} \lambda_2$$

因此， k 级干涉条纹所占据的宽度为

$$\delta x = x_2 - x_1 = k \frac{D}{d} (\lambda_2 - \lambda_1) = k \frac{D}{d} \Delta\lambda$$



显然，当此宽度大于或等于相应于平均波长 λ 的条纹间距时，干涉条纹变得模糊不清。这个条件可以表达为

$$k \frac{D}{d} \Delta \lambda \geq \frac{D}{d} \lambda$$

$$k \geq \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = 4.9$$

所以，从第五级开始，干涉条纹变得无法分辨。

另一方面，如图所示，当波长为 $(\lambda + \Delta\lambda)$ 的第 k_M 级亮纹中心，与波长为 λ 的第 $(k_M + 1)$ 级亮纹中心重合时，即当

$$k_M \frac{D}{d} (\lambda + \Delta\lambda) = (k_M + 1) \frac{D}{d} \lambda$$

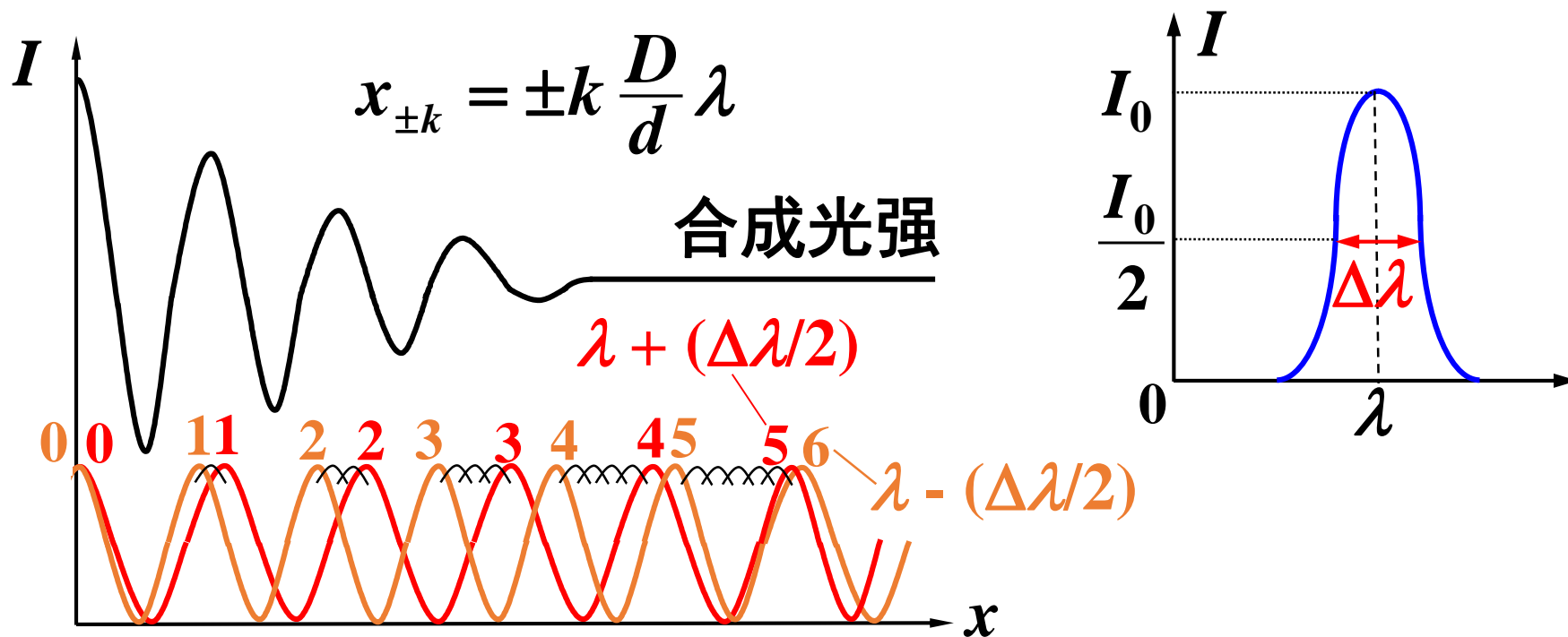
时，总的干涉条纹的可见度降为零。实际上，这就是亮纹宽度 δx 等于条纹间距 Δx 的条件。由此可以确定干涉条纹可见度降为零时的干涉级为

$$k_M = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

与该干涉级 k_M 对应的光程差 δ_M ，就是实现相干的最大光程差，即

$$\delta_M = k_M (\lambda + \Delta\lambda) \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

二、非单色性对干涉条纹的影响



设能产生干涉的最大级次为 k_M ，则有

$$k_M \left(\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) = (k_M + 1) \left(\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{又} \quad \lambda \gg \Delta\lambda \end{array} \right\} \rightarrow k_M = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

三、相干长度与相干时间

1、相干长度 (coherent length)

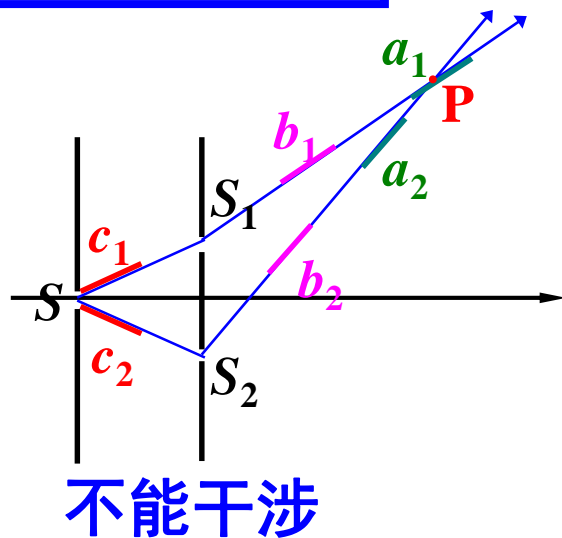
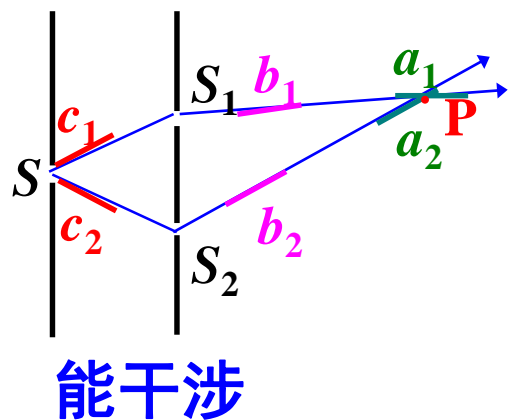
两列波能发生干涉的**最大光程差**叫**相干长度**。

相干长度

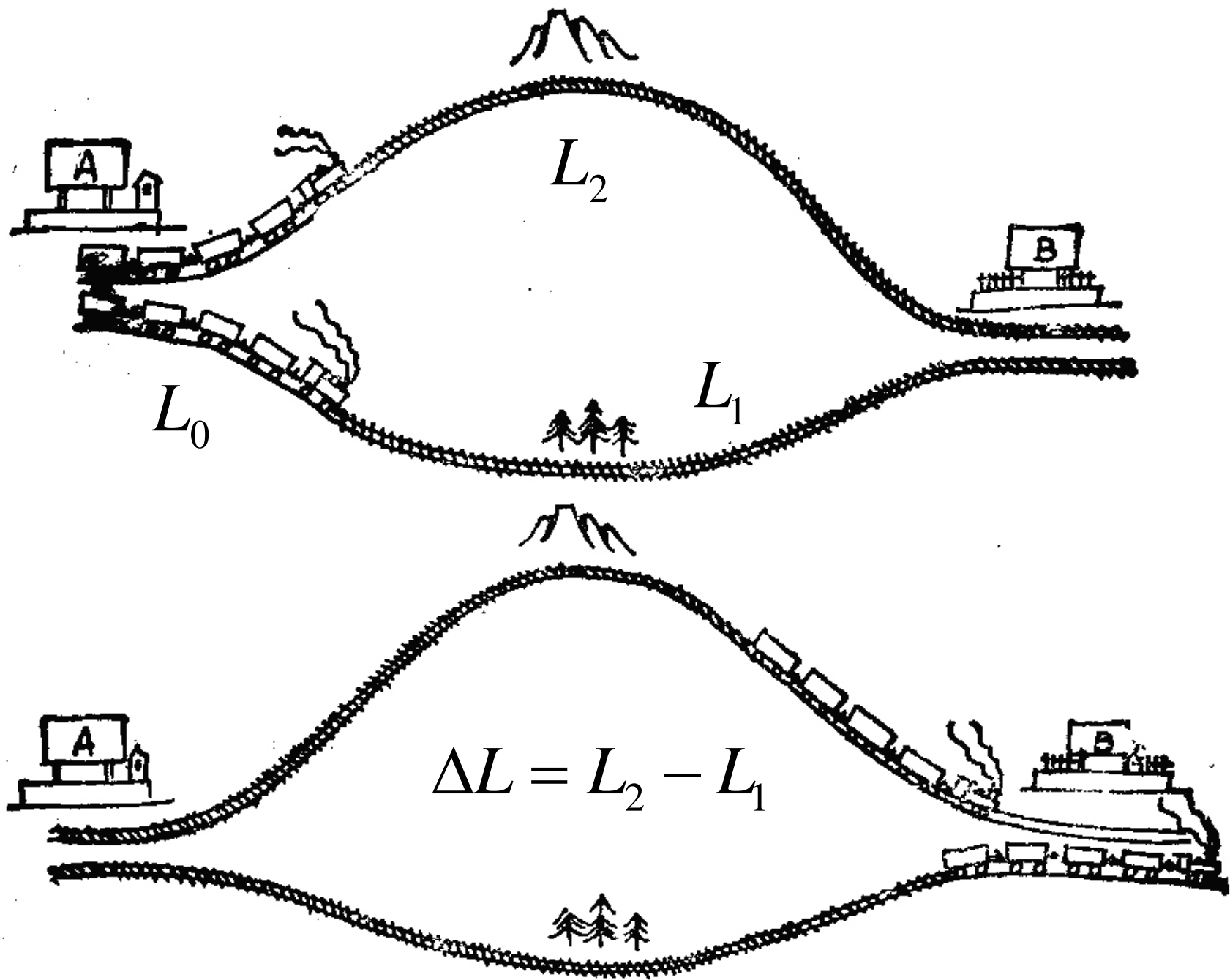
$$\delta_M = k_M \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

λ : 中心波长

只有**同一波列**分成的两部分，经过不同的路程再**相遇**时，才能**发生干涉**。



波列长度就是相干长度: $L = \tau c = \delta_M$



普通单色光：

$$\Delta\lambda : 10^{-3} — 10^{-1} \text{ nm}$$

$$\delta_M : 10^{-3} — 10^{-1} \text{ m}$$

激光：

$$\Delta\lambda : 10^{-9} — 10^{-6} \text{ nm}$$

(理想情况)

$$\delta_M : 10^1 — 10^2 \text{ km}$$

(实际上，一般为 $10^{-1} — 10^1 \text{ m}$)

2、相干时间 (coherent length)

光通过相干长度所需时间叫相干时间。

相干时间

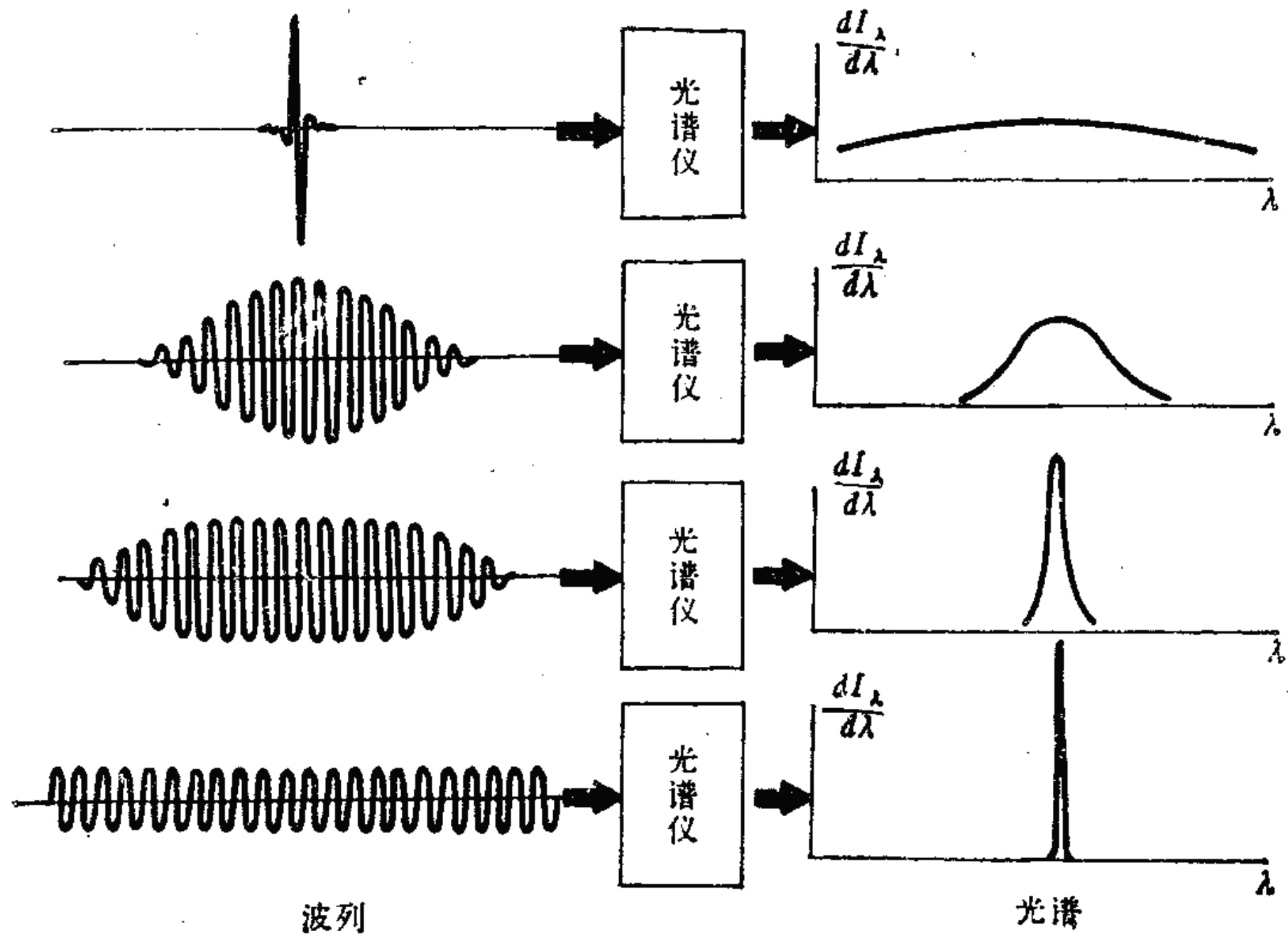
$$\tau = \frac{\delta_M}{c}$$

$$\Delta\lambda \downarrow \rightarrow \delta_M^\uparrow \rightarrow \tau^\uparrow$$

$$\tau \Delta\nu \approx 1$$

时间相干性的好坏，就是用相干长度 δ_M （波列长度）或相干时间 τ （波列延续时间）的长短来衡量的。

光的单色性好，相干长度和相干时间就长，时间相干性也就好。



22a结束