27. 薛定谔方程

27.1 薛定谔方程和力学量算符

27.2 无限深方势阱中的粒子

27.3 势垒穿透

27.4 谐振子

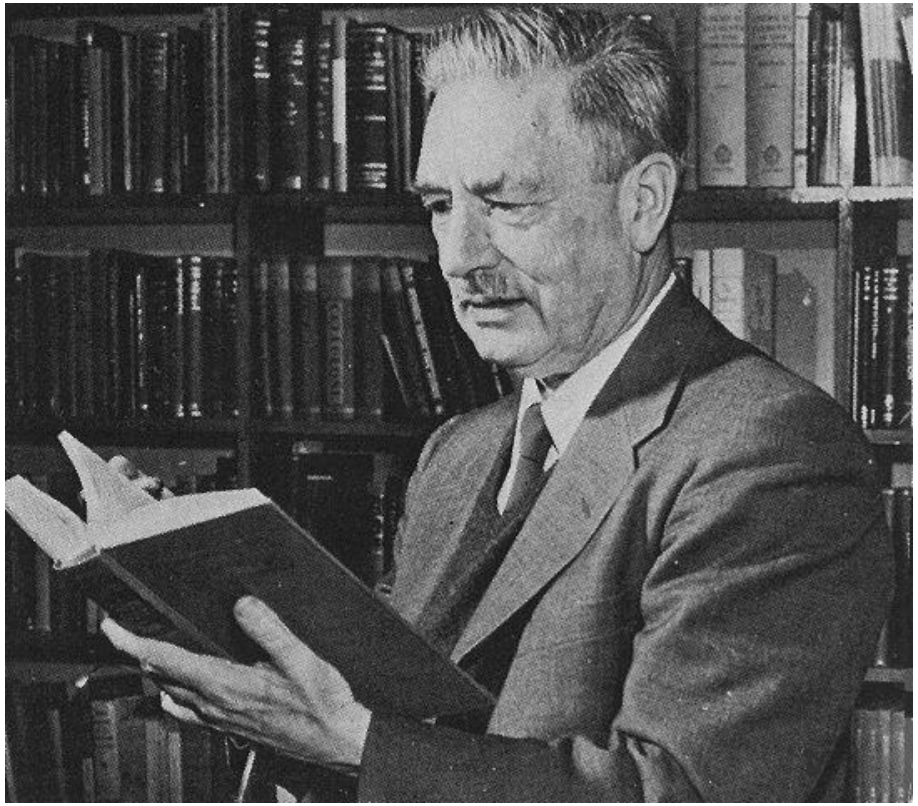
27.1 薛定谔方程和力学量算符

1925年11月，在一次学术讨论会上年轻的薛定谔介绍德布罗意关于粒子波动性假说的论文，在薛定谔讲完后，物理学家德拜（P.Debye）评论说：认真地讨论波动，必须有波动方程。

几个星期后，薛定谔又作了一次报告。开头就兴奋地说：你们要的波动方程，我找到了！这个方程，就是著名的薛定谔方程。 1926年1月建立。

薛定谔方程是量子力学的基本动力学方程，它在量子力学中的作用和牛顿方程在经典力学中的作用是一样的。

同牛顿方程一样，薛定谔方程也不能由其它的基本原理推导得到，而只能是一个基本的假设，其正确性也只能靠实验来检验。



P. Debye (1884 - 1966)

因在X射线衍射和分子偶极矩理论方面的杰出贡献而荣获1936年诺贝尔化学奖.

一、自由粒子

自由粒子波函数（一维）

$$\Psi(x,t)=Ae^{\frac{i}{\hbar}(p_x x-Et)}$$

微商，得到方程

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}=E\Psi(x,t) \qquad \boxed{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\to E}$$

$$-i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial x}=p_x\Psi(x,t) \qquad \boxed{-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\to p_x}$$

$$-\hbar^2\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}=p_x^2\Psi(x,t) \qquad \boxed{-\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\to p_x^2}$$

算符(operator) —对波函数的运算、变换或操作。例如

$\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)$：算符 $\frac{\partial}{\partial t}$ 代表对波函数关于 t 求导

$\frac{\partial}{\partial x}\Psi(x,t)$：算符 $\frac{\partial}{\partial x}$ 代表对波函数关于 x 求导

$\hat{x}\Psi(x,t)=x\Psi(x,t)$：算符 $\hat{x}$ 代表用 x 乘波函数

$\Psi^*(x,t)$：对波函数取复共轭

算符是通过对波函数的作用关系来定义的

算符和力学量的对应关系：

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\to E,\quad -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\to p_x,\quad -\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\to p_x^2$$

对于非相对论性自由粒子：

$$E=\frac{p_x^2}{2m}$$

算符对应关系：

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\to -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

作用于波函数，得自由粒子薛定谔方程

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t)}$$

二、薛定谔方程

设粒子在势场$U(x,t)$中运动，能量关系为

$$E=\frac{p^2}{2m}+U(x,t)$$

算符对应关系：$i\hbar\dfrac{\partial}{\partial t}\rightarrow-\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x,t)$

作用于波函数，得薛定谔方程

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x,t)\right)\Psi(x,t)}$$

三维：

$$i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+U(\vec{r},t)\right]\Psi$$

引入拉普拉斯算符：

$$\nabla^2\equiv\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

薛定谔方程：

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r},t)\right]\Psi}$$

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r},t)\right]\Psi}$$

●是量子力学的基本方程，描述非相对论性粒子波函数随时间演化规律。

●是线性齐次微分方程，解满足态叠加原理

若 $\psi_1(\vec{r},t)$ 和 $\psi_2(\vec{r},t)$ 是薛定谔方程的解，

则 $c_1\psi_1(\vec{r},t)+c_2\psi_2(\vec{r},t)$ 也是薛定谔方程的解。

●方程中含有虚数 i

它的解 Ψ 是复函数，复数不能直接测量。

而 Ψ 的模方代表概率密度，可测量。

三、力学量算符

量子力学假设：力学量用算符表达。

1. 坐标算符

$$\hat{x}\Psi(x)=x\Psi(x)$$

其中Ψ代表任意波函数。坐标算符假定为

$$\hat{x}=x\,,\hat{y}=y\,,\hat{z}=z\,;\qquad \boxed{\hat{\vec{r}}=\vec{r}}$$

2. 动量算符

算符和动量的对应关系：$-i\hbar\dfrac{\partial}{\partial x}\rightarrow p_x$

$$\hat{p}_x=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x},\hat{p}_y=-i\hbar\frac{\partial}{\partial y},\hat{p}_z=-i\hbar\frac{\partial}{\partial z};\qquad \boxed{\hat{\vec{p}}=-i\hbar\nabla}$$

算符 $\hat{A}$、$\hat{B}$ 之积仍为算符，按下式定义，

$$(\hat{A}\hat{B})\psi = \hat{A}(\hat{B}\psi)$$

其中ψ为任意波函数。

$$(\hat{p}_x\hat{p}_y)\psi = \hat{p}_x(\hat{p}_y\psi) = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial y}\psi\right) = -\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\psi$$

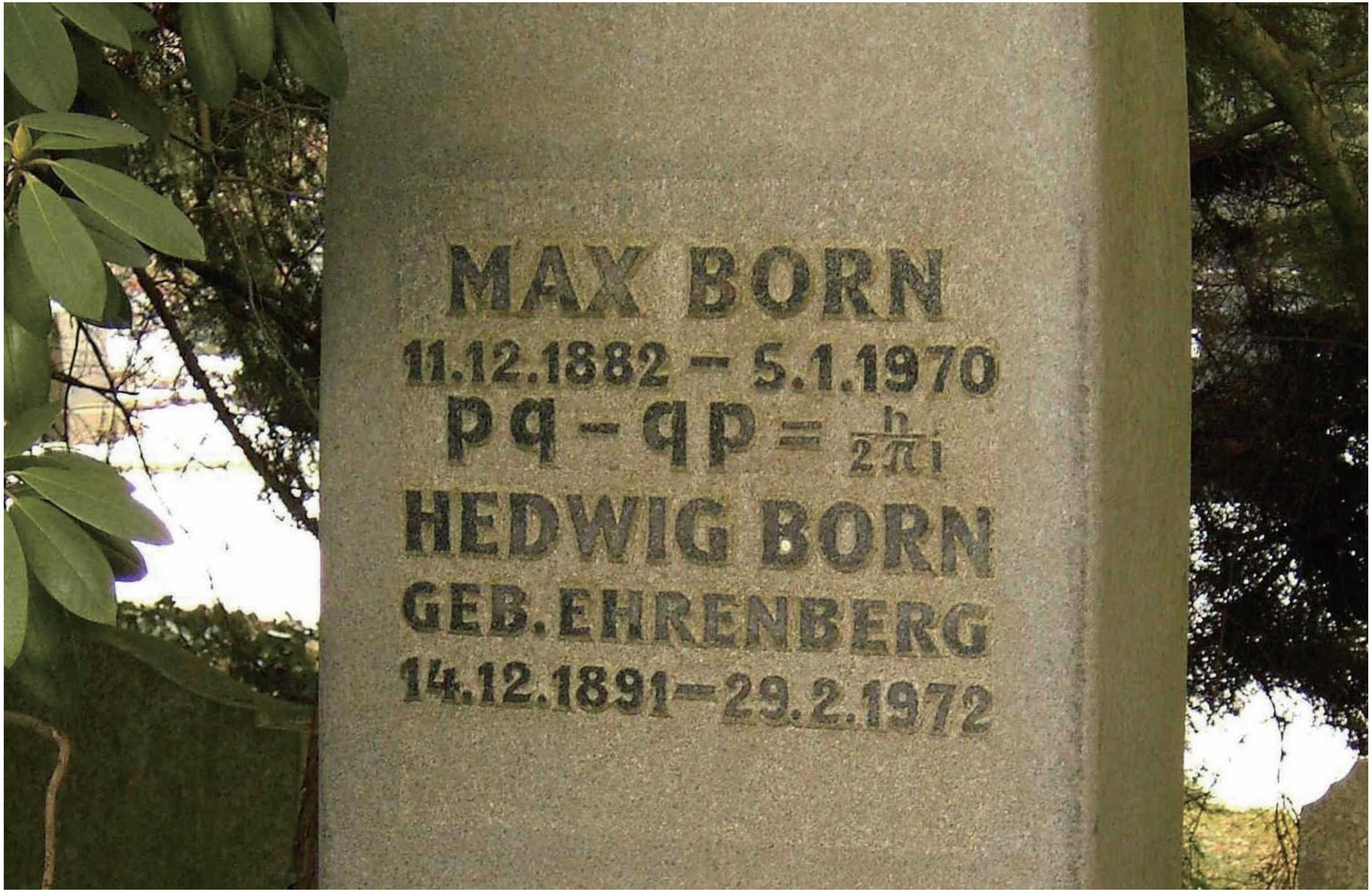
$$\Rightarrow \hat{p}_x\hat{p}_y = -\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}$$

显然 $\hat{p}_x\hat{p}_y = \hat{p}_y\hat{p}_x$ 对易

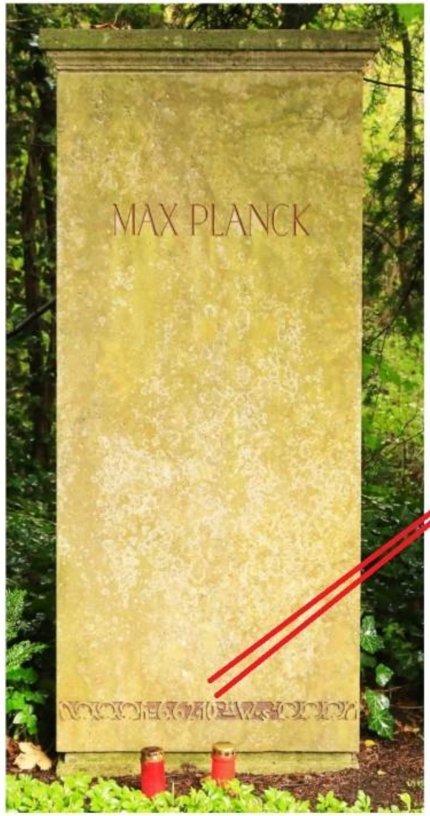
$$(\hat{p}_x\hat{x})\psi = \hat{p}_x(\hat{x}\psi) = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}(x\psi) = -i\hbar\left(\psi + x\frac{\partial}{\partial x}\psi\right) = (-i\hbar + \hat{x}\hat{p}_x)\psi$$

$$\Rightarrow \hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x} = i\hbar$$ 不对易

$$[\hat{A}, \hat{B}] \equiv \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \qquad [\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar \qquad [\hat{p}_x, \hat{p}_y] = 0$$


MAX BORN
11.12.1882 – 5.1.1970
$pq - qp = \frac{h}{2\pi i}$
HEDWIG BORN
GEB. EHRENBERG
14.12.1891 – 29.2.1972

普朗克的墓碑：一块长方形的石板，上方刻着“**MAX PLANCK**”



普朗克常数 $h = 6.62 \cdot 10^{-34} W \cdot s^2$

最底部粗看像花纹，细看才发现，图案中间刻着：**$h=6.62\cdot10^{-34}W\cdot s^{2}$**。

【例】动量算符对自由粒子波函数的作用

$$\Phi(x)=Ae^{\frac{i}{\hbar}p_x x}$$

粒子的动量

$$\hat{p}_x\Phi(x)=-i\hbar\frac{\partial\Phi(x)}{\partial x}=p_x\Phi(x)$$

作用结果：等于粒子的动量乘波函数。

物理上的理解：测量由自由粒子波函数

$$\Phi(x)=Ae^{\frac{i}{\hbar}p_x x}$$

描述的粒子的动量，结果一定等于动量p_x。

自由粒子波函数是动量算符的“本征态”。

动量是动量算符的“本征值”。

3. 哈密顿（Hamilton）量

$$\boxed{\hat{H}=\frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m}+U(\vec{r},t)=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r},t)}$$

若U不含时间，则H 称为能量算符。

用哈密顿量，薛定谔方程可写成

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}\,\Psi}$$

势函数U不含时间的情况很重要。这时，

薛定谔方程可分离变量求解。

维也纳大学

维也纳中央公墓

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}\,\Psi}$$

●哈密顿量决定了微观粒子波函数随时间的演化，外界对粒子的作用，一般都可以用哈密顿量中的势函数$U(x,t)$来概括。

●而在经典力学中，改变宏观粒子运动状态的原因是作用在粒子上的力。

●只讨论势函数U与时间无关的情况。

四、力学量算符的本征方程

算符只是抽象的数学记号，其本身并不象经典力学中力学量那样代表物理量的取值。

算符和相应力学量的取值之间，是通过本征方程联系起来的。

力学量算符$\hat{F}$的**本征方程**，指下述类型方程

本征值　本征波函数（态）

$$\hat{F}\,\Phi_{\lambda}=\lambda\Phi_{\lambda}$$

如果粒子处于本征态Φ_{λ}，则粒子的与$\hat{F}$对应的力学量的取值，一定等于本征值λ。

● 动量算符 $\hat{p}_x = -i\hbar\dfrac{\partial}{\partial x}$ 的本征方程及其解

$$\hat{p}_x \Phi_{p_0}(x) = p_0 \Phi_{p_0}(x)$$

本征值谱：$-\infty < p_0 < \infty$（连续谱）

本征函数系：$\{\Phi_{p_0}(x) = Ae^{\frac{i}{\hbar}p_0 x}, -\infty < p_0 < \infty\}$

如果粒子处于态 $\Phi_{p_0}(x)$，其动量一定为 p_0。

● 哈密顿量 $\hat{H} = \dfrac{\hat{p}_x^2}{2m} + U(x)$ 的本征方程及其解

给定 $U(x)$ 的具体形式，求解微分方程；顾及本征波函数的自然条件。

五、不含时薛定谔方程（能量本征方程）

若势函数U不含t，为求解薛定谔方程,设

$$\Psi(\vec{r},t)=\Phi(\vec{r})\cdot T(t)$$

代入薛定谔方程，得

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}\,T(t)}{\mathrm{d}t}\Phi(\vec{r})=[\hat{H}\Phi(\vec{r})]T(t)$$

除以 $\Phi(\vec{r})\cdot T(t)$，得

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\frac{1}{T(t)}=\frac{1}{\Phi(\vec{r})}\hat{H}\Phi(\vec{r})=E\ (\text{常数})$$

上式可分为以下两个方程：

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}=ET(t)\text{ — （1）}$$

$$\hat{H}\Phi(\vec{r})=E\Phi(\vec{r})\text{ — （2）}$$

方程（1）的解为 $T(t)=Ce^{-\frac{i}{\hbar}Et}$（简谐振动）

式中E具有能量量纲，C 可以是复数。

方程（2）：不含时薛定谔方程

$$\boxed{\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r})\right)\Phi(\vec{r})=E\Phi(\vec{r})}$$

或称能量本征方程。

能量本征方程：

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r})\right)\Phi(\vec{r})=E\Phi(\vec{r})$$

数学上：E 不论取何值，方程都有解。

物理上：E 只有取一些特定值，方程的解才能满足波函数的条件（单值、有限、连续）。

●满足方程的特定的E 值，称为能量本征值。

● Φ_E称为与E对应的本征波函数。若粒子处于Φ_E，则粒子的能量为E。

●定态：

$$\Psi_E(\vec{r},t)=\Phi_E(\vec{r})\,e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

—能量取确定值的状态，薛定谔方程的特解。

一维能量本征方程：
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\,x^2}+U(x)\right)\Phi(x)=E\Phi(x)$$

改写成

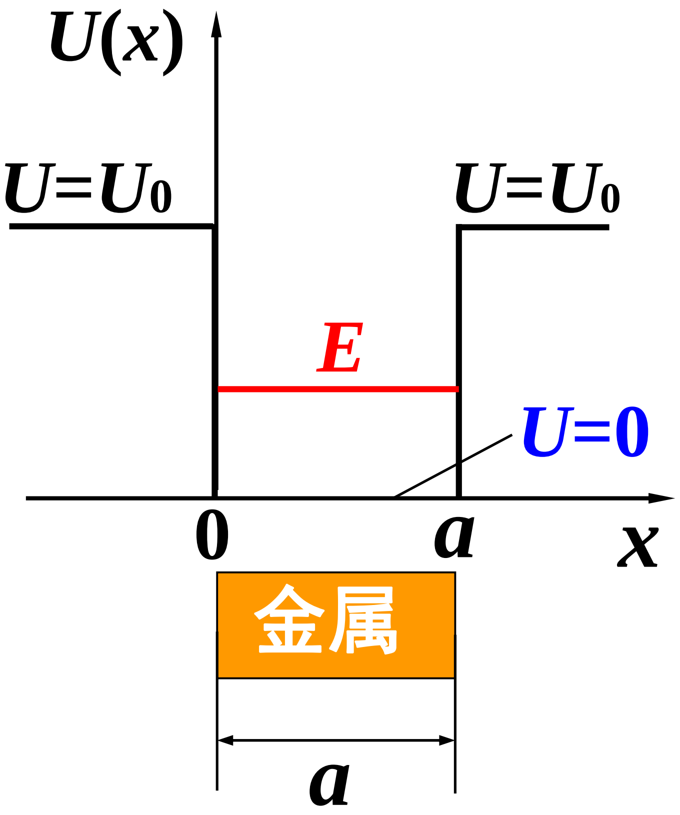
$$\boxed{\Phi''(x)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-U(x)\right]\Phi(x)=0}$$

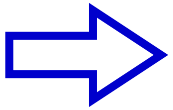
求解两类问题：

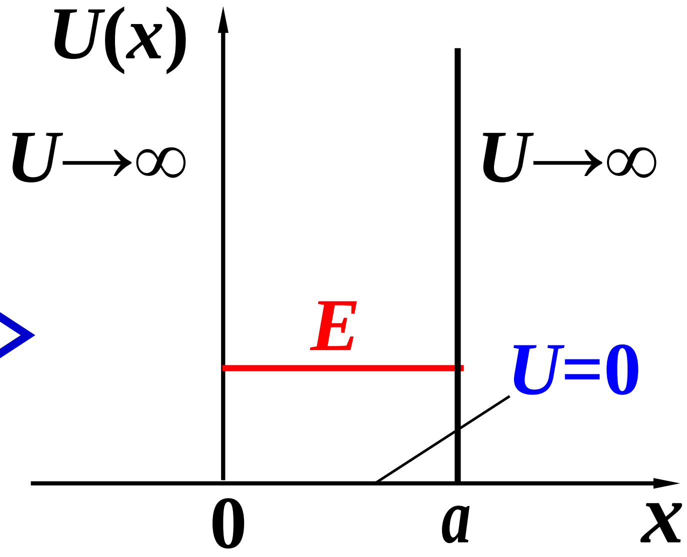
●一类是**本征值**问题，给定势能函数$U(x)$，求粒子的能量E和相应的本征波函数$\Phi_n(x)$；

●另一类是**散射**问题，假设粒子以能量E射向势垒$U(x)$，计算粒子穿透势垒的概率。

27.2 无限深方势阱中的粒子







无限深方势阱

$$U(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a\\ \infty, & x\le 0,\ x\ge a\end{cases}$$

$E>0$，为什么?

$$\Delta x=a, \Delta p\ge\frac{\hbar}{2a}>0$$

$$E=\frac{p^2}{2m}>0$$

一个经典粒子处于无限深势阱中，

可以安静地躺着不动。

但对量子粒子而言，

$$\Delta p > 0$$

p不能仅取一个零值，

因此无限深方势阱的粒子最低能量不为零。

$$\Phi''(x)+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(x)]\Phi(x)=0,\ E>0$$

一、势阱中粒子的能量

1. 阱外　$x\le 0,\ x\ge a \rightarrow U(x)=\infty$，

能量本征方程为　$\Phi''(x)-\lambda^2\Phi=0$　　$\lambda=\sqrt{\frac{2m(U-E)}{\hbar^2}}$

其通解为　$\Phi(x)=Ae^{\lambda x}+Be^{-\lambda x}$

因U→∞,故λ→∞，因而在x≥a的区域内，解中的第二项等于零；其次，由于波函数必须满足有限的条件，还要求A=0。同理在x≤0的区域内，解中的第一项为零，并要求B=0。结果

$$\Phi\equiv 0\qquad x\le 0,\quad x\ge a$$

2. 阱内

$$0 < x < a \qquad \rightarrow U(x) = 0$$

$$\Phi''(x) + \frac{2mE}{\hbar^2}\Phi(x) = 0,\ \ E > 0$$

令 $k^2 = 2mE/\hbar^2$，方程写成

$$\Phi''(x) + k^2\Phi(x) = 0$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}x^2}+k^2\Phi=0}$$

通解： $\Phi(x)=A\sin kx+B\cos kx$

A，B为待定常数，由波函数应满足的“**单值、有限、连续**”条件决定。“单值、有限”已经满足，下面看**连续条件**。

3. 用连续条件定特解

$$x=0\ \rightarrow \Phi(0)=0 \rightarrow B=0\ \rightarrow \boxed{\Phi(x)=A\sin kx}$$

$$x=a\ \rightarrow \Phi(a)=A\sin ka=0 \rightarrow A\neq 0 \rightarrow \boxed{\sin ka=0}$$

$\rightarrow k$取特定值 $\rightarrow k^2=2mE/\hbar^2 \rightarrow$ **E取特定值**

$$\sin ka = 0 \rightarrow k = \frac{n\pi}{a} \quad , n = 1,2,3,\cdots$$

【思考】为什么不取 $n = 0, \pm1, \pm2, \cdots$?

n=0给出的波函数Φ≡0，无物理意义，而n取负值与n取正值所给出的波函数描述的是同一个量子态。

一维无限深势阱能量的本征值：

$$\boxed{E_n = \frac{k^2\hbar^2}{2m} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2 \quad , n = 1,2,3,\cdots}$$

其中*n*称为量子数，*n*=1代表**基态**，取其它值代表激发态。这表明，**一维无限深方势阱中运动粒子的能量是量子化的。**能量本征值也称为能级，在一定条件下粒子的状态可以从一个能级变化到另一个能级，这种变化叫跃迁（transition）。

●最低能量（基态能量）$E_1 = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2} > 0$ —— 零点能

●能级间隔 $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}(2n+1) \propto \dfrac{1}{ma^2}$

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2} \xrightarrow[n>>1]{} \frac{2}{n} \propto \frac{1}{n}$$

$$\left.\begin{matrix} a\uparrow \\ m\uparrow \end{matrix}\right\} \rightarrow \Delta E_n \downarrow,\quad n\uparrow \rightarrow \frac{\Delta E_n}{E_n}\downarrow$$

宏观情况或量子数很大时，可认为能量连续。

二、势阱中粒子的波函数

$$\Phi_n(x) = A\sin\frac{n\pi x}{a}$$

$$\int_0^a \left|\Phi_n(x)\right|^2 dx = |A|^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{n\pi x}{a}\right) dx = \frac{a}{2}|A|^2 = 1\,,\ A = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\Phi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi x}{a}, & 0 < x < a \\ 0, & x \le 0, x \ge a \end{cases} \\ &n = 1,2,3,\cdots \end{aligned}}$$

定态：

$$\boxed{\Psi_n(x,t) = \Phi_n(x)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}}$$

●在定态$\Psi_n(x,t)$或能量本征态$\Phi_n(x)$上测量粒子的能量，结果一定是能量本征值E_n。

●势阱中粒子的概率密度

$$|\Psi_n(x,t)|^2 = \left|\Phi_n(x)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}\right|^2 = |\Phi_n(x)|^2$$

●势阱中粒子的德布罗意波

$$p = \sqrt{2mE_n} = p_n = \frac{h}{\lambda_n} \rightarrow \boxed{\lambda_n = \frac{2a}{n}}$$

能量为E_n的定态Ψ_n，对应波长为λ_n的德布罗意波的驻波。

三、能量本征函数系是正交、归一的完备集合

● 正交、归一化条件（自己验证）：

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_m^*(x)\Phi_n(x)\,\mathrm{d}x=\delta_{mn}=\begin{cases}0, & m\neq n\\ 1, & m=n\end{cases}}$$

● 完备性：任何满足适当边界条件和连续性要求的波函数，均可用这个函数系作展开

$$\Psi(x,t)=\sum_n C_n\Phi_n(x)e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$$

展开系数按下式计算

$$C_n=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_n^*(x)\Psi(x,0)\mathrm{d}x$$

$$C_n = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n^*(x)\Psi(x,0)\mathrm{d}x$$

证明：
$$\Psi(x,t) = \sum_n C_n \Phi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$$

$$\Psi(x,0) = \sum_n C_n \Phi_n(x)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n^*(x)\Psi(x,0)\mathrm{d}x$$

$$= \sum_m C_m \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n^*(x)\Phi_m(x)\mathrm{d}x$$

$$= \sum_m C_m \delta_{nm} = C_n$$

例27.1 设粒子处在[0, a]范围内的一维无限深方势阱中，波函数为

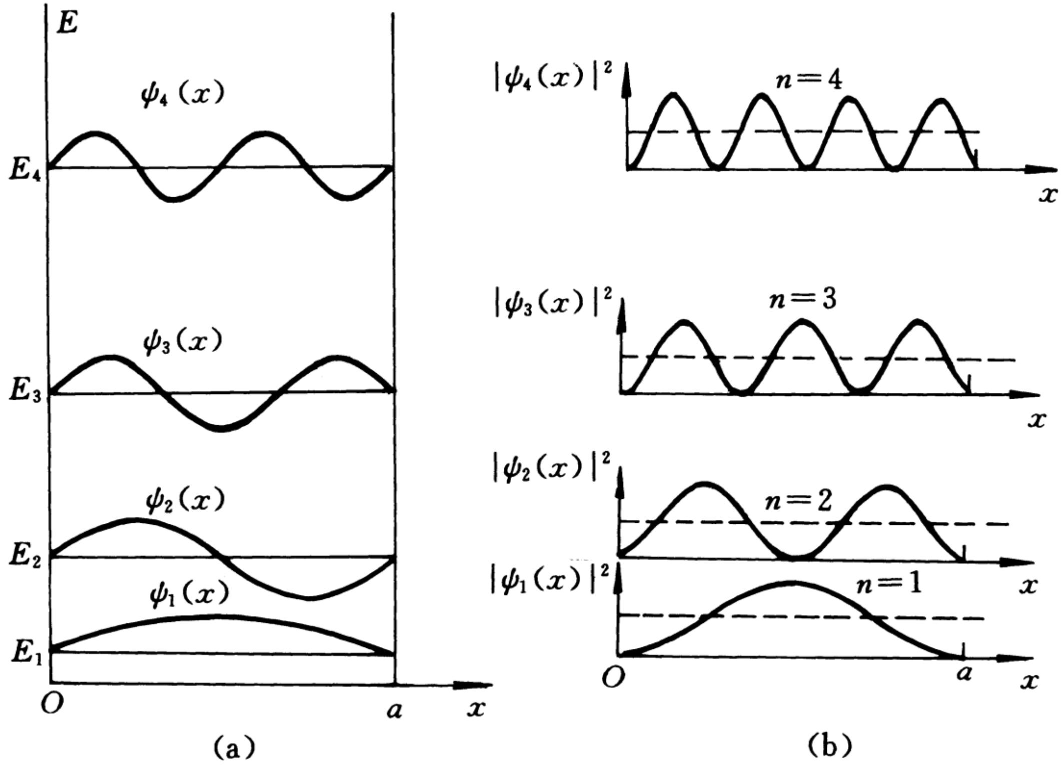
$$\psi(x)=\frac{4}{\sqrt{a}}\sin\frac{\pi x}{a}\cos^2\frac{\pi x}{a},$$

试求粒子能量的可能测量值及相应的概率。

解: 在一维无限深方势阱中，粒子的能量本征态以及相应的本征值分别为:

$$\psi_n=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi x}{a},\qquad (0<x<a)$$

$$E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2.\qquad (n=1,2,3,\cdots)$$



Ψ_n有n-1个节点

利用三角函数的性质直接展开$\psi(x)$，即

$$\psi(x)=\frac{4}{\sqrt{a}}\sin\frac{\pi x}{a}\cos^2\frac{\pi x}{a}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{a}}\sin\frac{\pi x}{a}(1+\cos\frac{2\pi x}{a})$$

$$=\frac{2}{\sqrt{a}}(\sin\frac{\pi x}{a}+\frac{1}{2}\sin\frac{3\pi x}{a}-\frac{1}{2}\sin\frac{\pi x}{a})$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{\pi x}{a}+\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{3\pi x}{a}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_1+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_3$$

这就是说，除了 $c_1 = c_3 = \sqrt{2}/2$

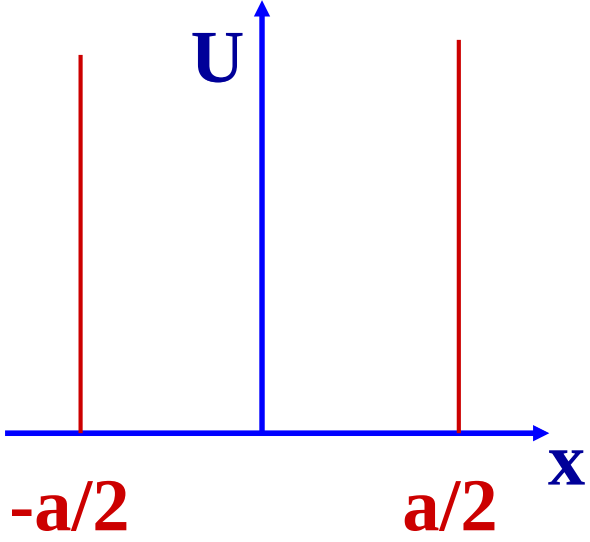
外，其他展开系数均为零。因此，能量的可能值和概率以及能量的平均值分别为：

$$E_1 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$$ ，概率为 $$|c_1|^2 = \frac{1}{2};$$

$$E_3 = \frac{9\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$$ ，概率为 $$|c_3|^2 = \frac{1}{2};$$

$$\overline{E} = |c_1|^2 E_1 + |c_3|^2 E_3 = \frac{5\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$$

$$U(x)=\begin{cases}0, & -\dfrac{a}{2}<x<\dfrac{a}{2}\\ \infty, & |x|\geq\dfrac{a}{2}\end{cases}$$



$$\boxed{\Phi_n(x)=\begin{cases}\left.\begin{array}{l}\sqrt{\dfrac{2}{a}}\cos\dfrac{n\pi x}{a},\ n=1,\ 3,\ 5,\ \cdots\\ \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi x}{a},\ n=2,\ 4,\ 6,\ \cdots\end{array}\right\} & |x|<\dfrac{a}{2}\\ 0, & |x|\geq\dfrac{a}{2}\end{cases}}$$

书p.361，例27.3

$$E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2 \qquad n=1,2,3,\cdots$$

例27.2 The figure below shows one of the possible energy eigenfunctions ψ(x) for a particle bouncing freely back and forth along the x-axis between impenetrable walls located at x = – a and x = + a. The potential energy equals zero for |x|<a. If the energy of the particle is 2 electron volts when it is in the quantum state associated with this eigenfunction, what is its energy when it is in the quantum state of lowest possible energy?

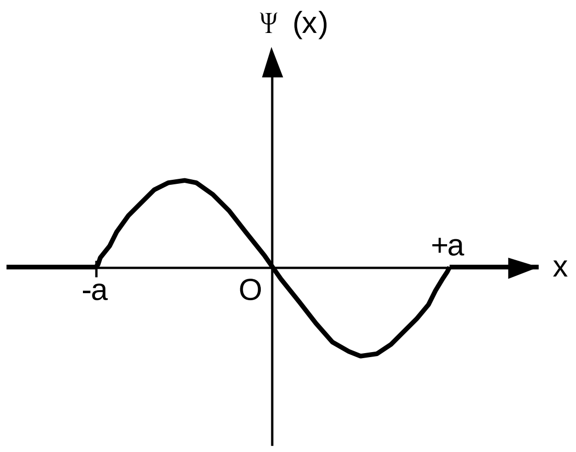
A. 0 eV

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ eV

C. $\frac{1}{2}$ eV

D. 1 eV

E. 2 eV



解：(-a, a)内只有一个节点，说明粒子处于第一激发态，

n = 2。 由一维无限深势阱的能级公式

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m(2a)^2} n^2$$

知基态的能量 $E_1 = \frac{E_2}{4} = \frac{1}{2} eV$

选（C）。

27a结束