# 习题七.

10.

(1) $<2,6>$, $<3,17>$, $<0,0>$

(2) $<2,12>$

(3) 无

14.

$R\circ R=\{<0,2>,<0,3>,<1,3>\}$

$R^{-1}=\{<1,0>,<2,0>,<3,0>,<2,1>,<3,1>,<3,2>\}$

$R\upharpoonright\{0,1\}=\{<0,1>,<0,2>,<0,3>,<1,2>,<1,3>\}$

$R[\{1,2\}]=\{2,3\}$

15.

$A^{-1}=\{<\{\phi,\{\phi\}\},\phi>,<\phi,\{\phi\}>\}$

$A^2=\{<\{\phi\},\{\phi,\{\phi\}\}>$

$A^3=\phi$

$A\upharpoonright\{\phi\}=\{<\phi,\{\phi,\{\phi\}\}>\}$ $A[\phi]=\phi$

$A\upharpoonright\{\{\phi\}\}=\{<\{\phi\},\phi>\}$ $A[\{\{\phi\}\}]=\{\phi\}$

18. 证明定理 7.4 (1) (2) (4)

(1) $F\circ(G\cup H)=F\circ G\cup F\circ H$

任取$<x,y>$

$<x,y>\in F\circ(G\cup H)$

$\Leftrightarrow\exists t(<x,t>\in F\wedge(<t,y>\in G\vee<t,y>\in H))$

$\Leftrightarrow\exists t((<x,t>\in F\wedge<t,y>\in G)\vee(<x,t>\in F\wedge<t,y>\in H))$ $\exists t$

$\Leftrightarrow<x,y>\in F\circ G\vee<x,y>\in F\circ H$ $-2$

$\Leftrightarrow<x,y>\in F\circ G\cup F\circ H$

(2) $(G \cup H) \circ F = G \circ F \cup H \circ F$

任取 $\langle x, y \rangle$

$\langle x, y \rangle \in (G \cup H) \circ F$

$\Leftrightarrow \exists t\ (\langle x, t \rangle \in (G \cup H) \wedge (t, y) \in F)$

$\exists t$

$\Leftrightarrow \exists t\ ((\langle x, t \rangle \in G \wedge (t, y) \in F) \vee (\langle x, t \rangle \in H \wedge (t, y) \in F))$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in G \circ F \vee \langle x, y \rangle \in H \circ F$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in (G \circ F \vee H \circ F)$

(4) $(G \cap H) \circ F \subseteq G \circ F \cap H \circ F$

任取 $\langle x, y \rangle$

$\langle x, y \rangle \in (G \cap H) \circ F$

$\Leftrightarrow \exists t\ (\langle x, t \rangle \in (G \cap H) \wedge \langle t, y \rangle \in F)$

$\Leftrightarrow \exists t\ (\langle x, t \rangle \in G \wedge \langle x, t \rangle \in H \wedge \langle t, y \rangle \in F)$

$\Leftrightarrow \exists t\ ((\langle x, t \rangle \in G \wedge \langle t, y \rangle \in F) \wedge (\langle x, t \rangle \in H \wedge \langle t, y \rangle \in F))$

$\Rightarrow \exists t (\langle x, t \rangle \in G \wedge \langle t, y \rangle \in F) \wedge \exists t (\langle x, t \rangle \in H \wedge \langle t, y \rangle \in F)$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in (G \circ F \cap H \circ F)$

20. $R_1, R_2$ 为 A 上的关系，证明：

(1) $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$

任取 $\langle x, y \rangle$

$\langle x, y \rangle \in (R_1 \cup R_2)^{-1}$

$\Leftrightarrow \langle y, x \rangle \in (R_1 \cup R_2)$

$\Leftrightarrow \langle y, x \rangle \in R_1 \cup \langle y, x \rangle \in R_2$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in R_1^{-1} \cup \langle x, y \rangle \in R_2^{-1}$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in (R_1^{-1} \cup R_2^{-1})$

(2) $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$

任取 $\langle x, y \rangle$

$\langle x, y \rangle \in (R_1 \cap R_2)^{-1}$

$\Leftrightarrow \langle y, x \rangle \in (R_1 \cap R_2)$

$\Leftrightarrow \langle y, x \rangle \in R_1 \cap \langle y, x \rangle \in R_2$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in R_1^{-1} \cap \langle x, y \rangle \in R_2^{-1}$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in (R_1^{-1} \cap R_2^{-1})$