编号：10430484

课程：周一 第二大节 （ 9:50-11:25六教6A303）
周三 第一大节 （ 8:00- 9:35六教6A303）

大学物理B(1)（力学、热学）

主讲：季帅华

邮箱：shji@mail.tsinghua.edu.cn

电话：62797539

办公室：物理系理科楼C316

助教：周新宇

邮箱：zhou-xy20@mails.tsinghua.edu.cn

教材：

大学物理学
（力学、热学）
张三慧编著

参考书目：

《力学引论》（D. Kleppner, R. J. Kolenkow著， 宁远源，刘爱晖合译）
《力学》（郑永令，贾起民，方小敏编）
《力学与理论力学》上册（杨维纮编）
《大学物理通用教程－力学》（钟锡华， 周岳明编）
《新概念物理教程－力学》（赵凯华，罗蔚茵编）
《费恩曼物理学讲义》第1卷 力学 （郑永令，华宏鸣，吴子仪等译）
《An Introduction to Mechanics》（D. Kleppner, R. J. Kolenkow）
《热学》（李洪芳编）
《热学》（李椿，章立源，钱尚武编）
《新概念物理教程－热学》（赵凯华，罗蔚茵编）

作业：周一交作业；作业箱：物理系

考试：期中第8/9周； 期末第17/18周。

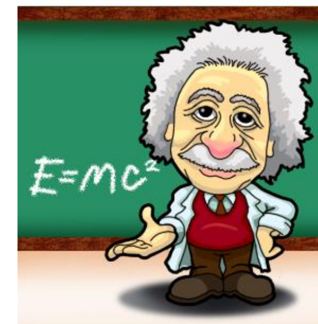
评分：考试约90%，作业约10%

课程进程	
力学	质点运动学
	运动与力
	动量与角动量
	功和能
	刚体的转动
	狭义相对论基础
	期中考试
	振动
	波动
热学	温度和气体动理论
	热力学第一定律
	热力学第二定律
	期末考试

运动

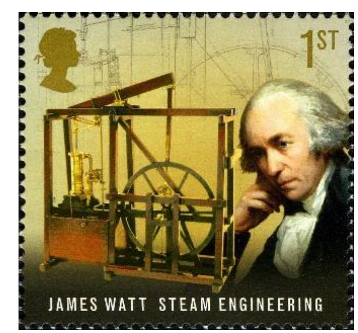
转动

波动



爱因斯坦

热



瓦特

物理的层次

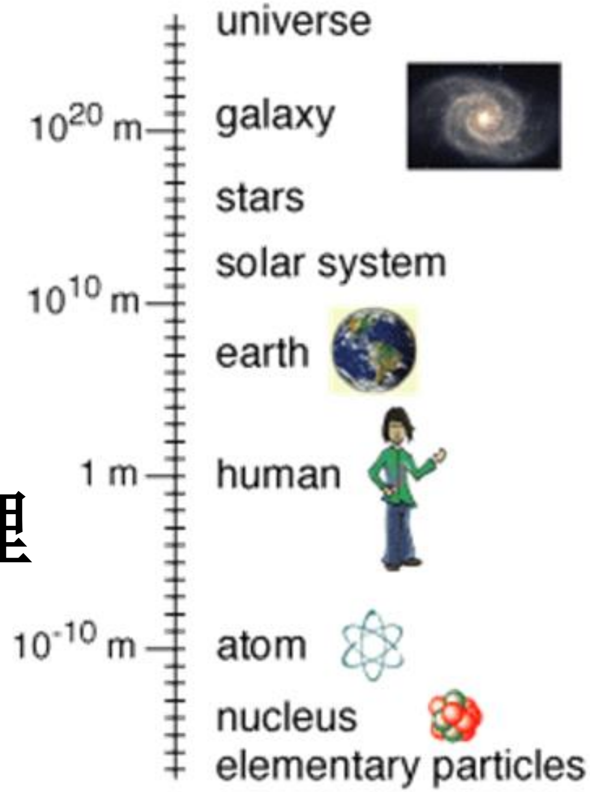
天体物理

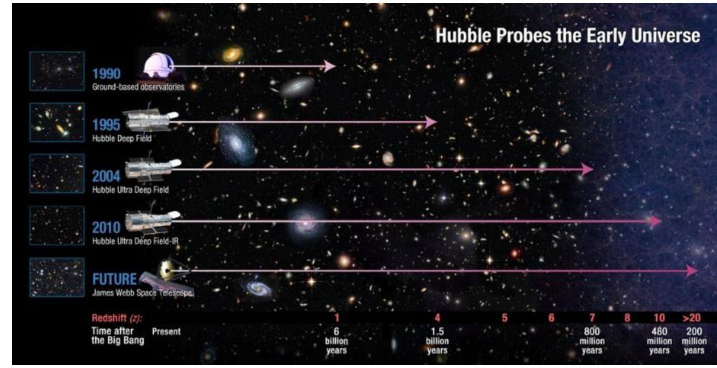
凝聚态物理

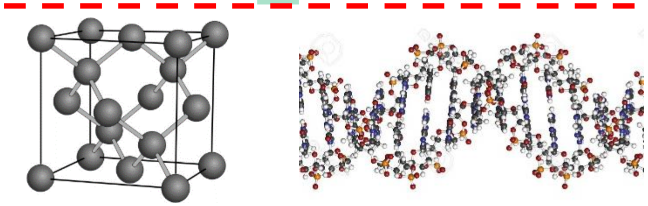
分子原子物理

核物理

粒子物理



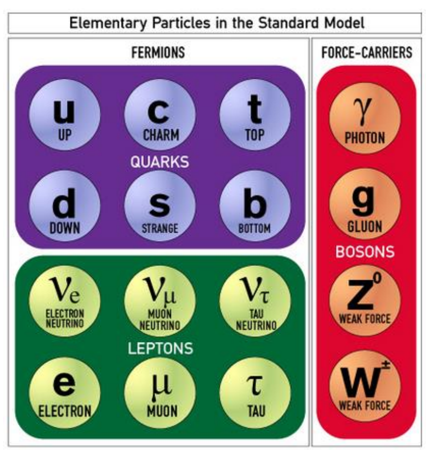


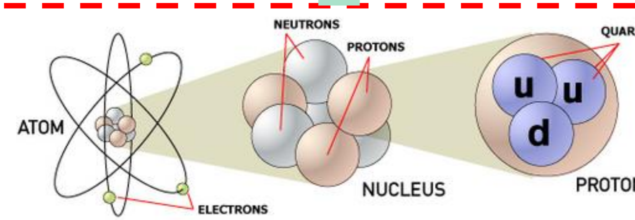


Silicon DNA

标准模型

（弱相互作用，
强相互作用，
电磁相互作用）





现代科技与工程

风力发电机

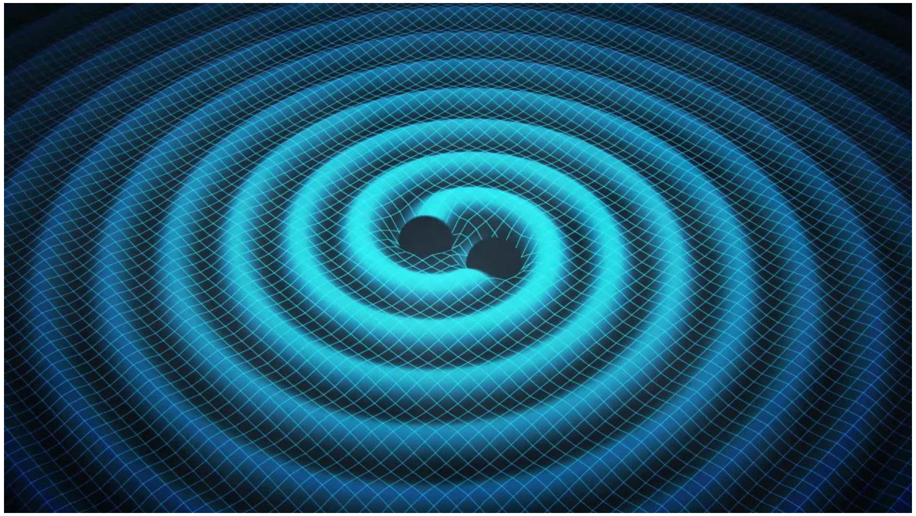
高速铁路

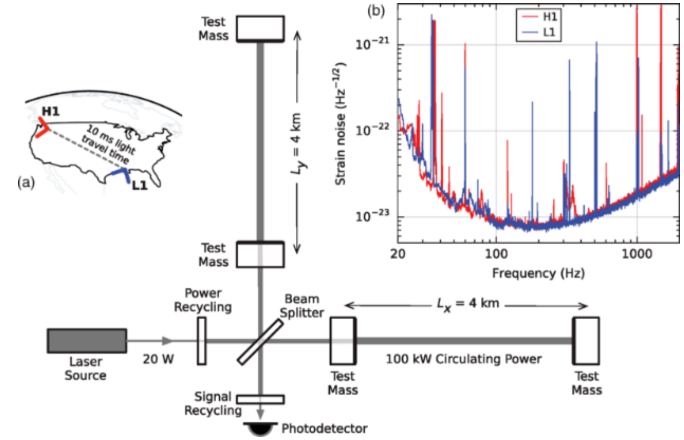
跨海大桥

载人深潜

迪拜哈法利塔

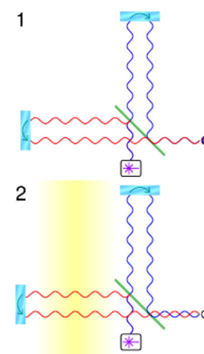
激光干涉引力波探测仪

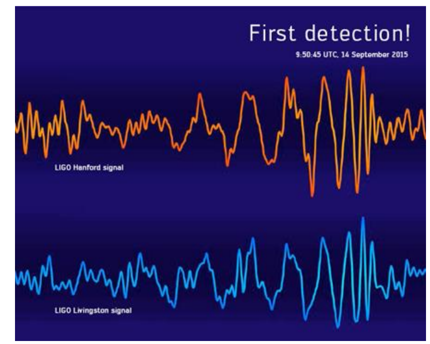




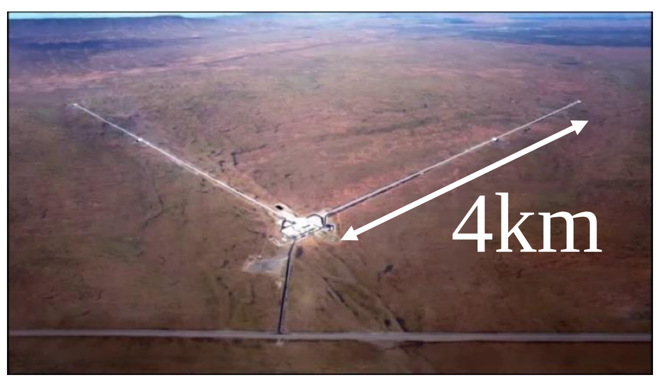
双黑洞产生的引力波

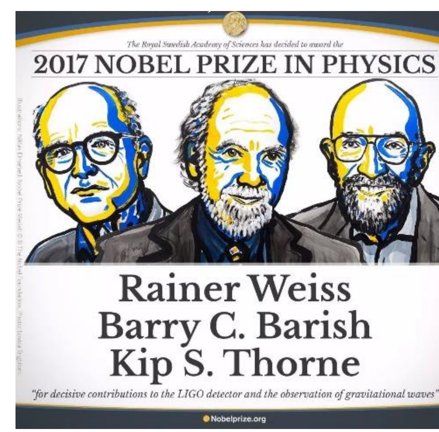
时空弯曲：质子大小的几分之一的差别。





LIGO observatories in the United States





第一章　质点运动学

第一章　质点运动学

§ **1.1** 参考系

§ **1.2** 质点的运动

§ **1.3** 位移和速度

§ **1.4** 加速度

§ **1.5** 匀加速直线运动

§ **1.6** 匀加速运动

§ **1.7** 抛体运动

§ **1.8** 圆周运动

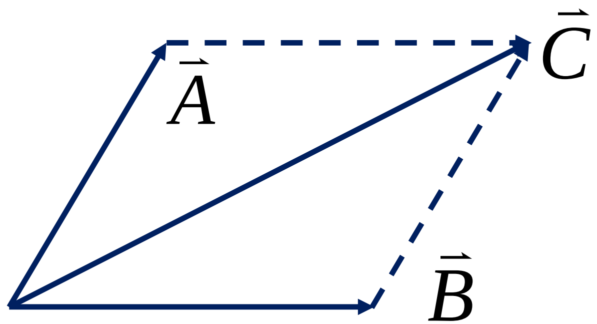
§ **1.9** 相对运动

物理量分类

物理学是研究物理量和物理量之间关系的科学，物理量是抽象出来的概念，是可以观测的量。

标量(scalar): 不具有方向，如质量、温度、密度和势能等。

矢量(vector): 具有大小，同时具有方向性，如位移、力和动量等。具有大小和方向的不一定是矢量，如有限角转动。

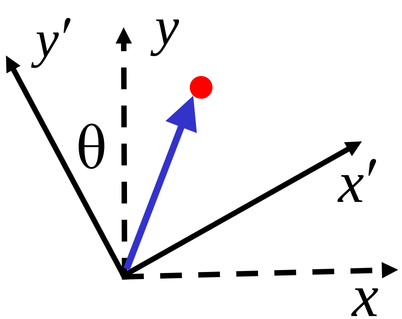


$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$$

满足平行四边形法则

矢量最根本的性质是能够体现出内在的对称性，如空间均匀性引起的平移不变性，空间各向同性导致的旋转对称性。物理规律不会因为空间坐标的变换而发生变化。

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=F_x \quad m\frac{d^2y}{dt^2}=F_y \quad m\frac{d^2z}{dt^2}=F_z$$



$$x'=x\cos(\theta)+y\sin(\theta)$$
$$y'=y\cos(\theta)-x\sin(\theta)$$
$$z'=z$$

$$F_{x'}=F_x\cos(\theta)+F_y\sin(\theta)$$
$$F_{y'}=F_y\cos(\theta)-F_x\sin(\theta)$$
$$F_{z'}=F_z$$

$$m\frac{d^2x'}{dt^2}=F_{x'} \quad m\frac{d^2y'}{dt^2}=F_{y'} \quad m\frac{d^2z'}{dt^2}=F_{z'}$$

$c\vec{a}$ $\vec{a}+\vec{b}$ $\dfrac{d\vec{a}}{dt}$ 矢量乘以常数、矢量的和与矢量对时间的微分都是矢量。

物理量的测量

- 什么是测量
  - ❖将要测量的物理量和已有的标准进行比对。
  - ❖如何测量运动的物体

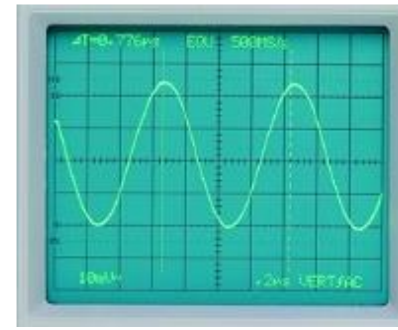
- 什么是时间？

❖时间的重要性在于我们怎样去测量它。

日晷

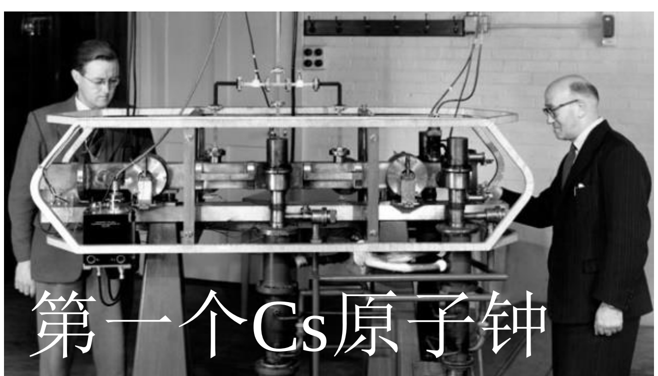
沙漏

伽利略摆钟

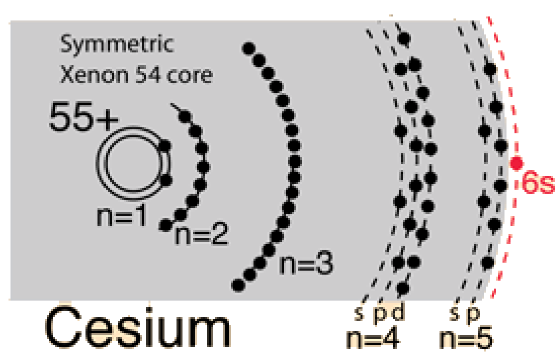


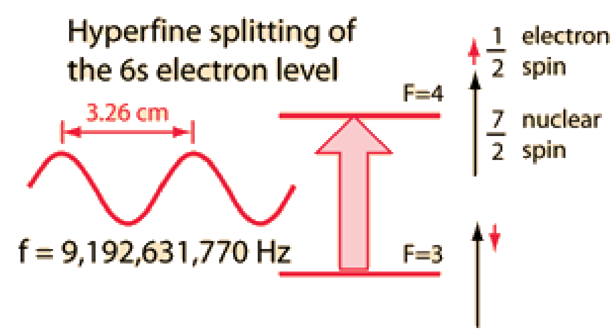
周期性信号

❖时间标准：铯-133原子超精细能级间跃迁相对应辐射的91 9263 1770个周期为一秒。



第一个Cs原子钟



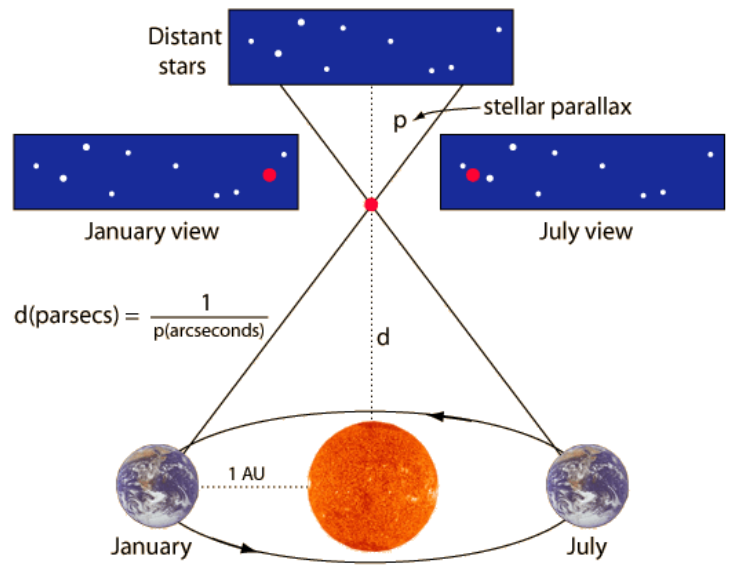


- 什么是距离？

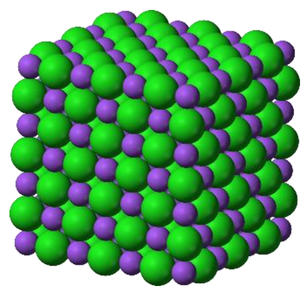
❖必须有一个标准的尺

卷尺

激光测距仪



螺旋测微器



NaCl晶体

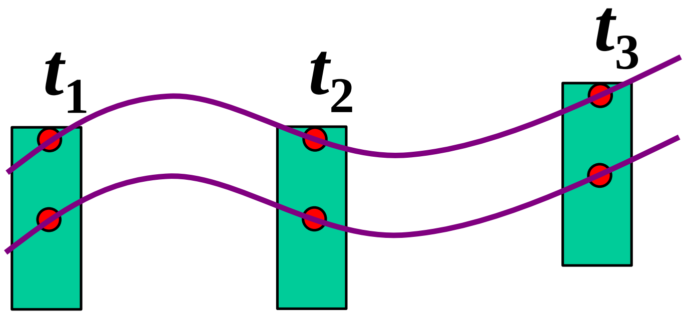
测量星球的距离

❖ “米”＝“光在真空中1/2 9979 2458s的时间间隔内行程的长度”。

§ 1.1 参考系

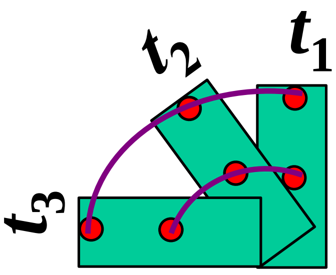
一. 物体的平动与转动

物体平动：



任 2点连线指向在运动中保持不变。

物体转动：

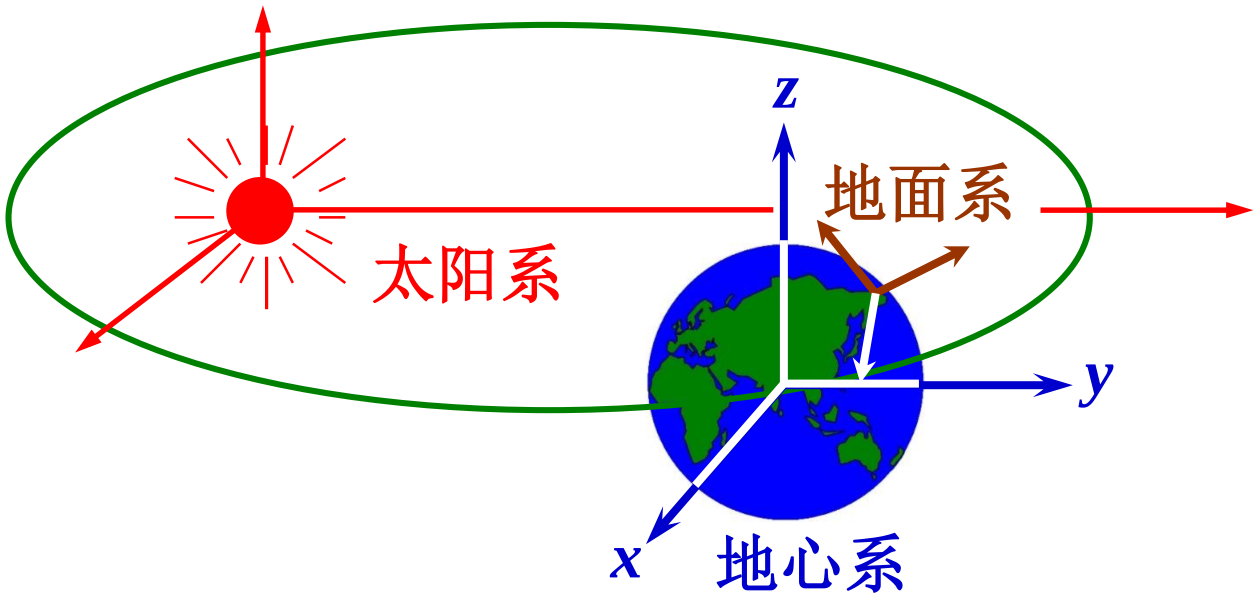


绕某个瞬时轴或固定轴旋转。

质点概念：强调物体的质量和占据的位置，忽略物体体积，物理抽象。

二. 参考系

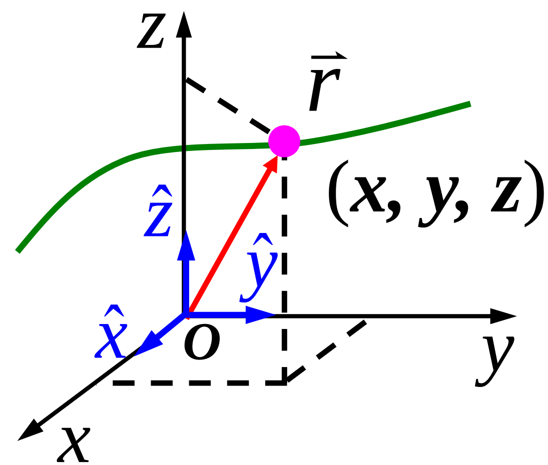
运动是相对的，描述运动必须选取参考系。



- 太阳参考系（太阳 — 恒星参考系）
- 地心参考系（地球 — 恒星参考系）
- 地面或实验室参考系
- 质心参考系

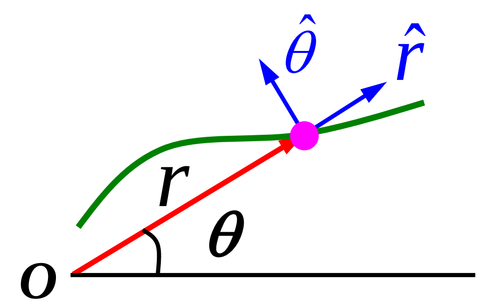
参考系选定后，坐标系可任选，不同坐标系中，运动的数学表述可以不同。

- 直角坐标系（x，y，z）



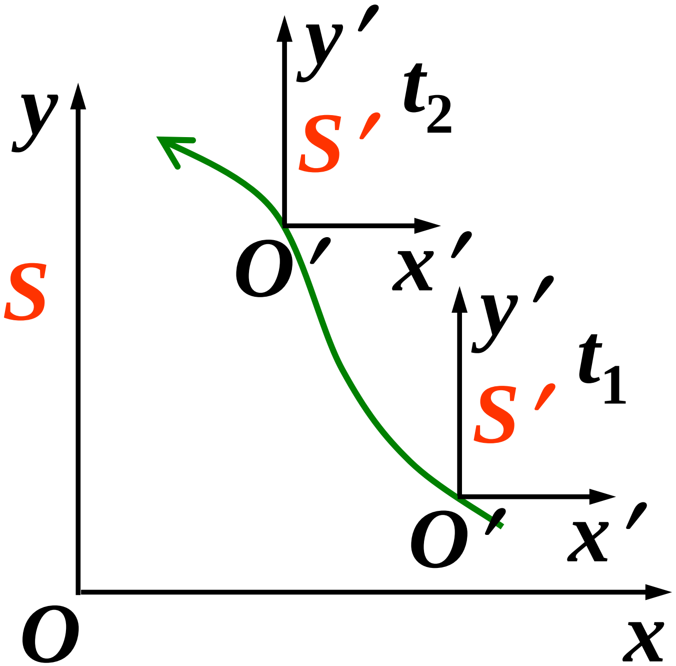
- 平面极坐标系（r，θ）

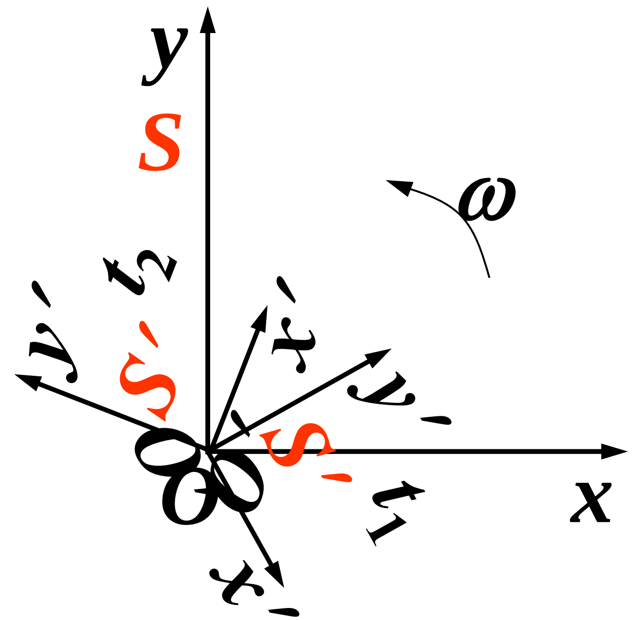
  径向 $\hat{r}$ 、横向 $\hat{\theta}$



三. 平动与转动参考系

平动参考系 S'　　　　　　转动参考系 S'

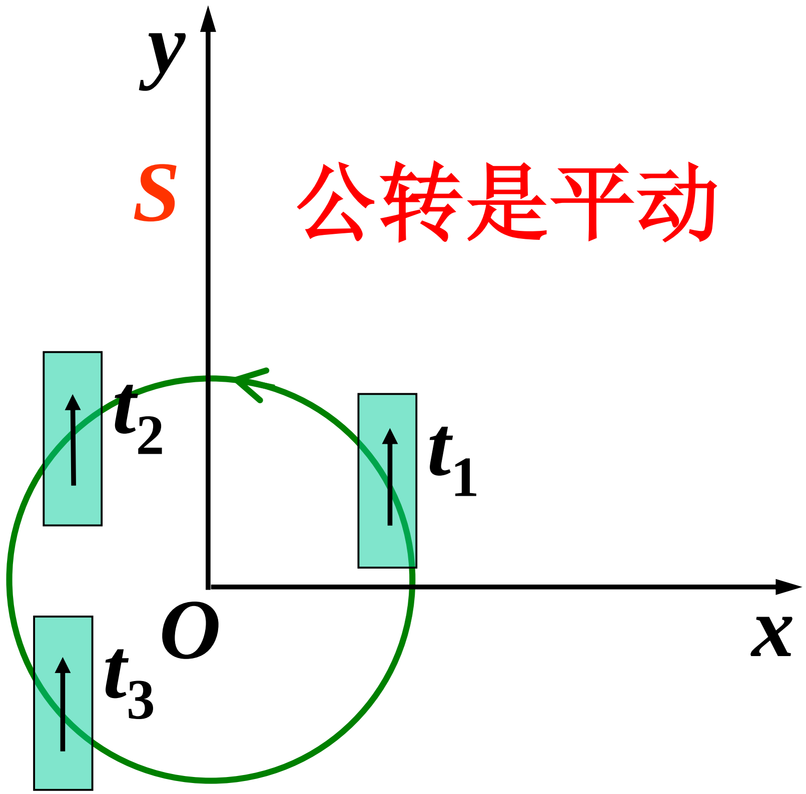


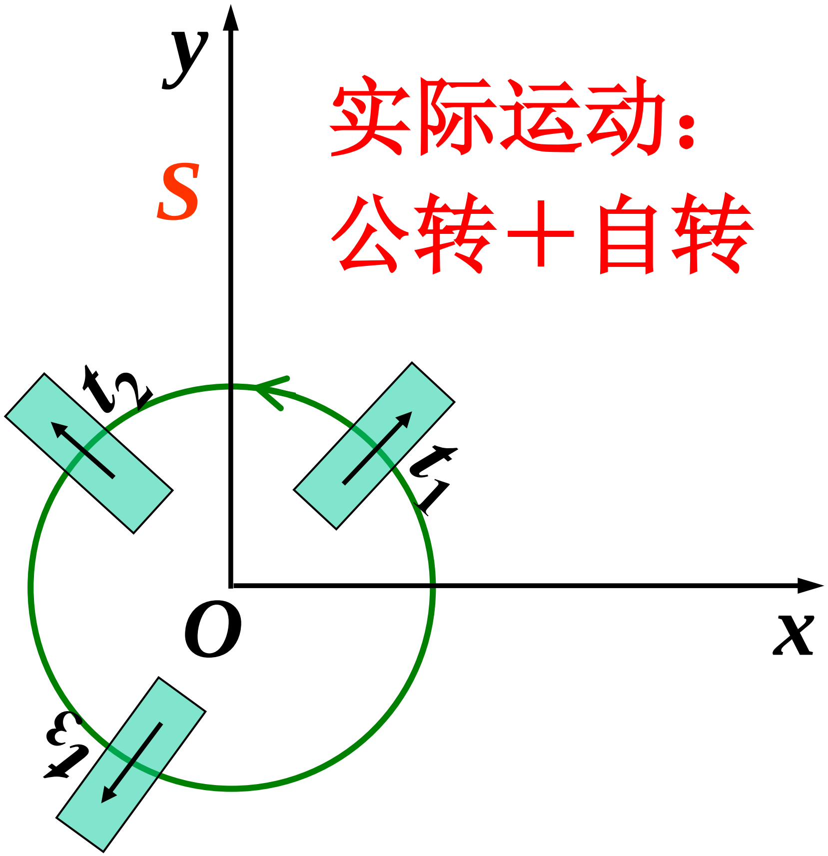


做曲线运动的质点可选作平动参考系。

固联于平动参考系的坐标框架方位不变。

飞船的运动



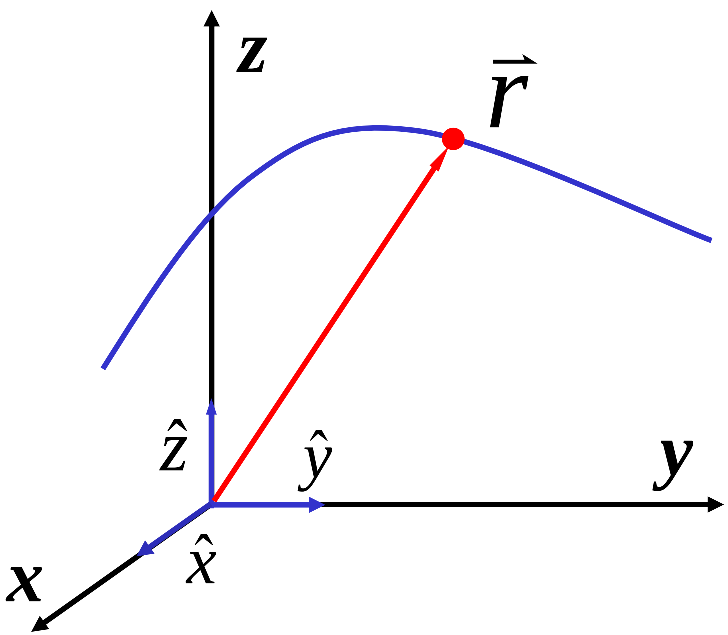


§ 1.2 质点的运动函数

质点：物理抽象和数学模型

参考系：一个固定在参考物上的坐标系和相应的一套同步的时钟。

质点运动函数：描述质点（或物体）的位置随时间的变化。



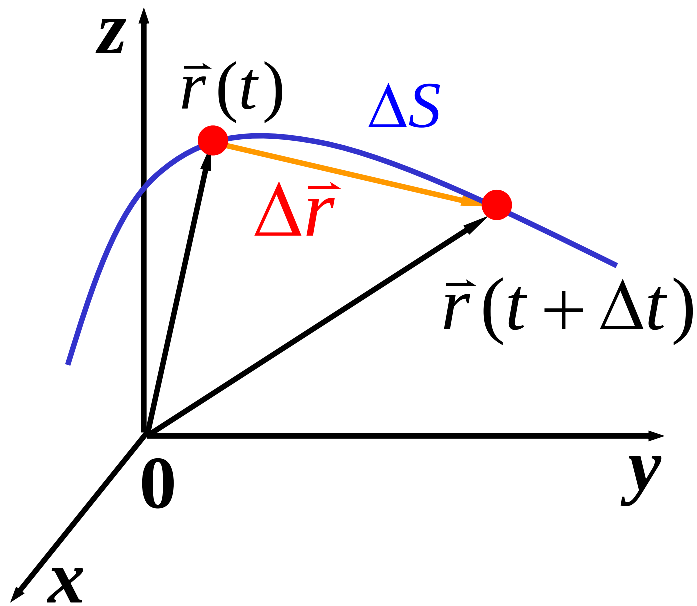
位置矢量（或矢径）

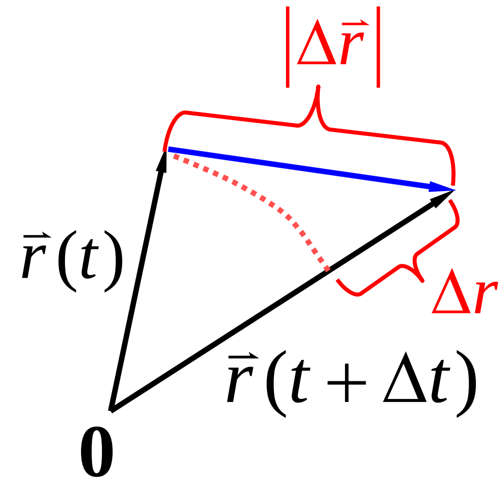
$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$$

$$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$ 单位矢量

§ 1.3 位移和速度





位移：$\vec{r}(t)$

平均速度：

$$\boxed{\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}$$

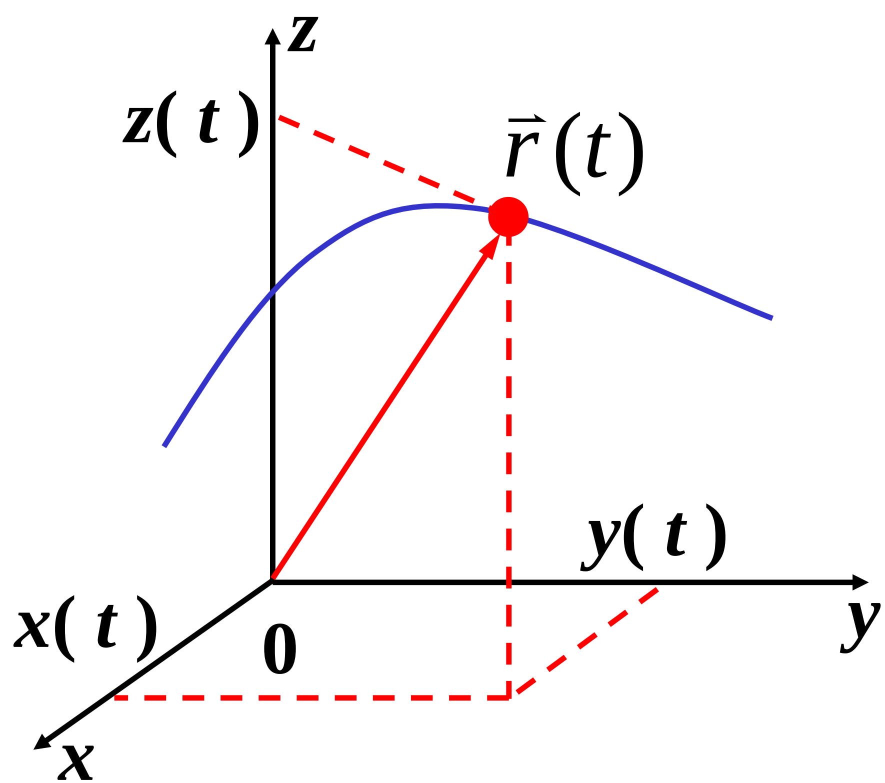
速度：$\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$

速度方向：切线方向

速率：$v = |\vec{v}| = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

三维笛卡尔坐标

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$



速度：

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y} + \frac{dz}{dt}\hat{z} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\vec{v} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$$

运动的叠加原理或运动的独立性

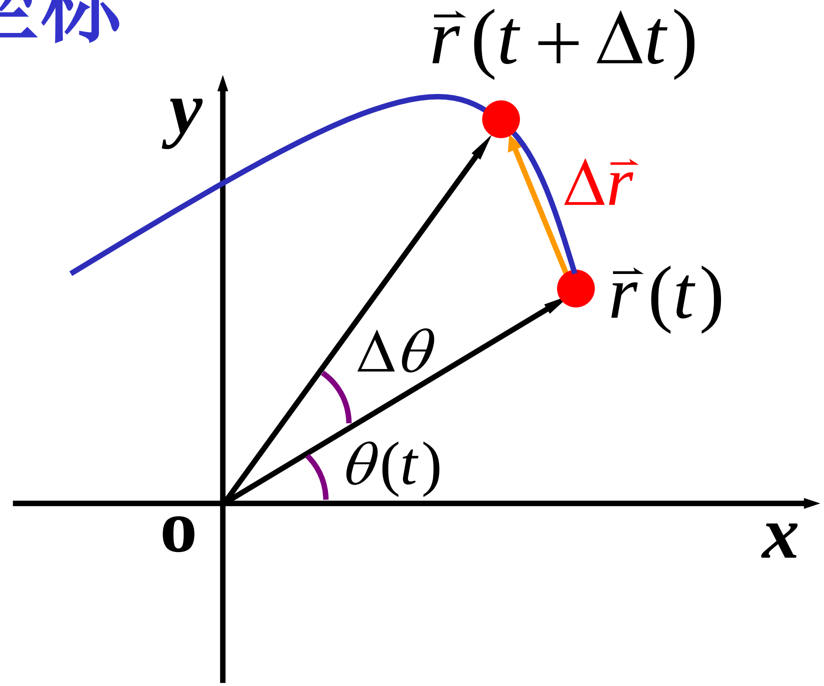
速度的叠加：速度是各分速度之矢量和

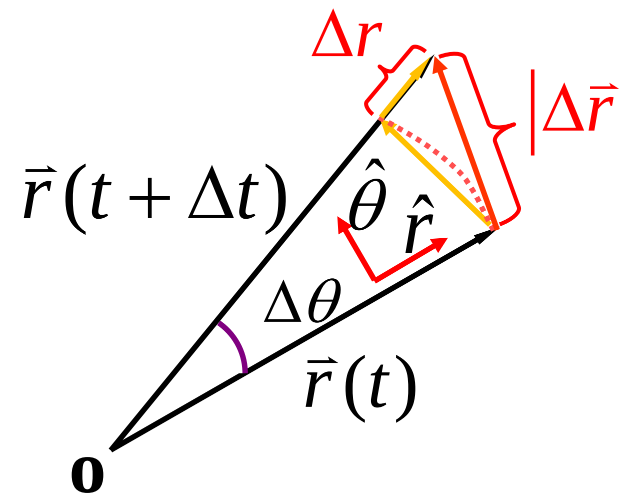
速率 $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

速率量级 （见张三慧编力学教材第19页）

二维极坐标

图解法





$$\Delta\vec r = \Delta r\hat r + r\Delta\theta\hat\theta$$

$$\vec v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta r}{\Delta t}\hat r + \lim_{\Delta t\to 0} r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\hat\theta$$

径向速度

横向速度

$$\vec v = \frac{d\vec r}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat r + r\frac{d\theta}{dt}\hat\theta \to \vec v = \dot{\vec r} = \dot r\hat r + r\dot\theta\hat\theta$$

二维极坐标

微分法

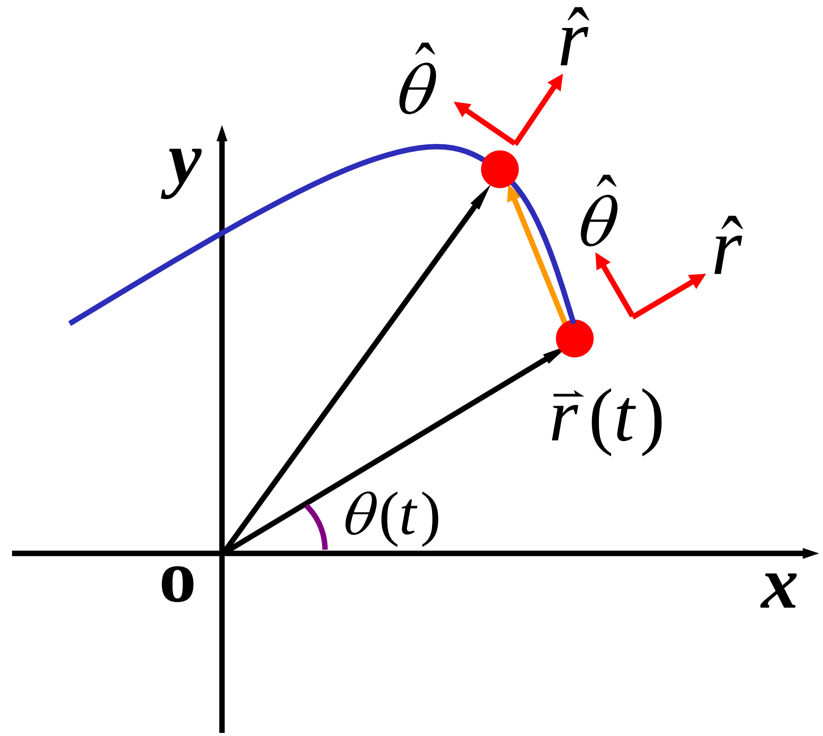
$$\vec{r} = r\hat{r}$$

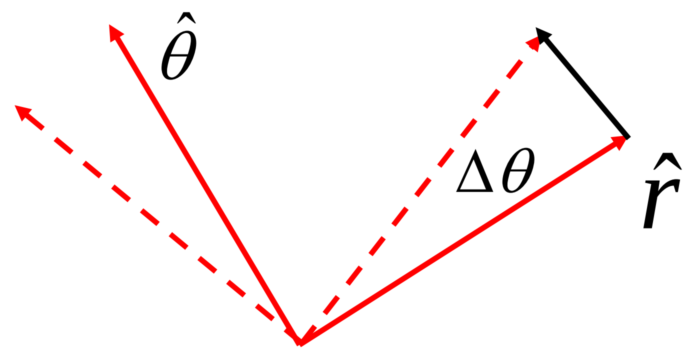
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\hat{r}}$$

$$\dot{\hat{r}} = \frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{(d\theta)\hat{\theta}}{dt} = \dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

径向速度　　横向速度

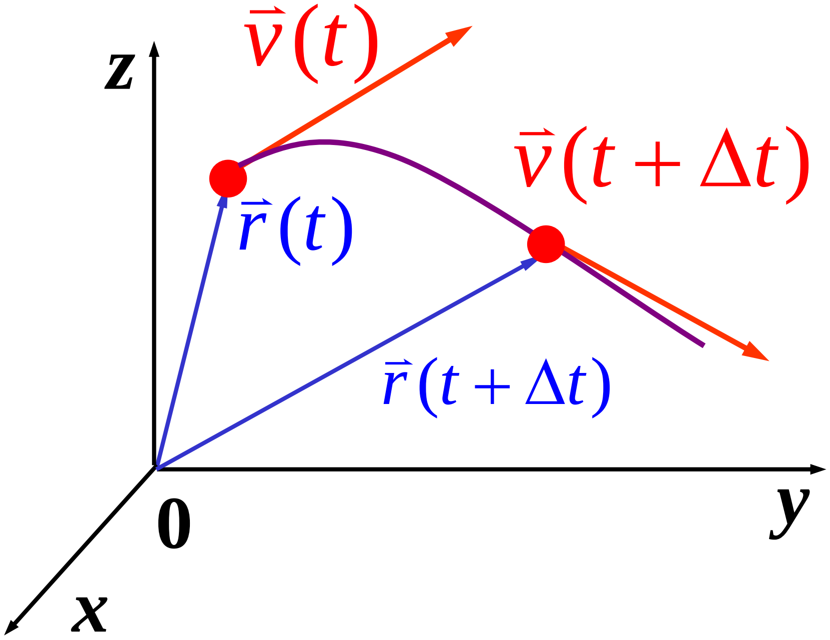


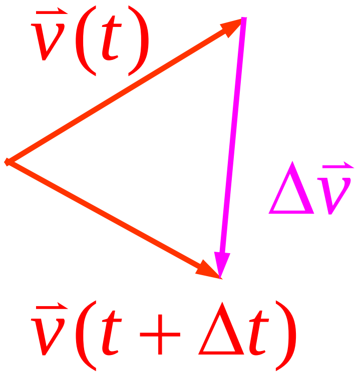


§ 1.3 加速度

平均加速度

$$\boxed{\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$$





瞬时加速度

令 $\Delta t \longrightarrow 0$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

三维笛卡尔坐标

$$\vec{a}=\frac{dv_x}{dt}\hat{x}+\frac{dv_y}{dt}\hat{y}+\frac{dv_z}{dt}\hat{z}$$

$$=\dot{v}_x\hat{x}+\dot{v}_y\hat{y}+\dot{v}_z\hat{z}$$

$$=\ddot{x}\hat{x}+\ddot{y}\hat{y}+\ddot{z}\hat{z}$$

$$\vec{a}=a_x\hat{x}+a_y\hat{y}+a_z\hat{z}$$ 加速度合成

加速度与速度类似也有独立性原理，这是矢量性质决定的。

例：地面上自由运动质点

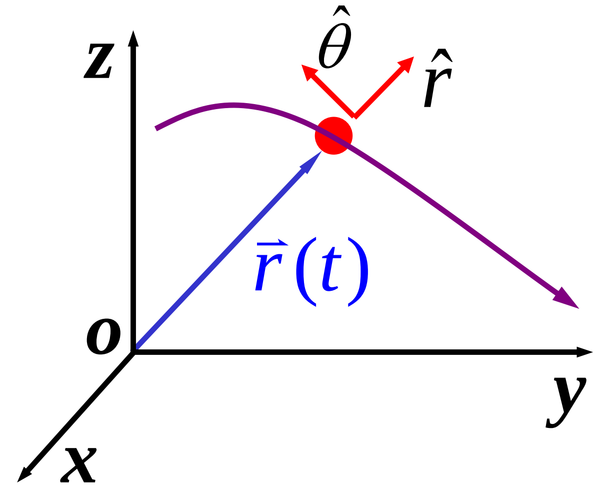
$\vec{g}$

铅直方向加速运动，

水平方向匀速运动

二维极坐标

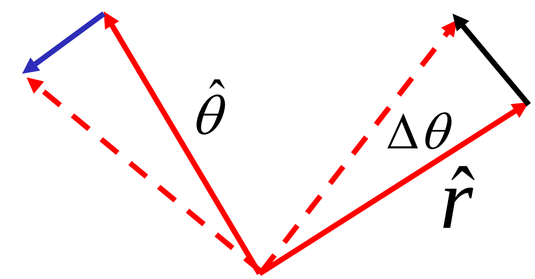
微分法



$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta})}{dt}$$

$$\vec{a} = \ddot{r}\hat{r} + \dot{r}\dot{\hat{r}} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\dot{\hat{\theta}}$$



$$\vec{a} = \ddot{r}\hat{r} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\dot{\theta}(-\hat{r})$$

$$\vec{a} = \ddot{r}\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta} + r\dot{\theta}^2(-\hat{r})$$

变径加速度

切向加速度

向心加速度

科里奥利力加速度

三维笛卡尔坐标

位置矢量：$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$

速度：$\vec{v} = \dot{\vec{r}}(t) = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z}$

加速度：$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x}\hat{x} + \ddot{y}\hat{y} + \ddot{z}\hat{z}$

x, y, z方向上运动独立性

二维极坐标

位置矢量：$\vec{r}(t) = r\hat{r}$

速度：$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$

加速度：$\vec{a} = \ddot{r}\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta} + r\dot{\theta}^2(-\hat{r})$

坐标系的选取由具体问题决定！

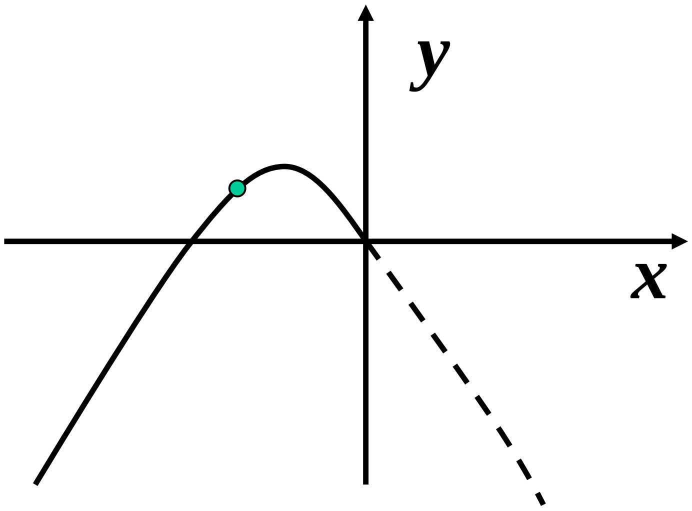
注意用微分形式表示速度和加速度

例：一质点运动轨迹为抛物线

$$x = -t^2$$

$$y = -t^4 + 2t^2$$

$$\Rightarrow \quad y = -x^2 - 2x$$



(*z*=0)

求：*x*= -4时
粒子的速度、速率、加速度。

分析：*x*= -4，*t*=2, -2

解： $x=-t^2$

$$y=-t^4+2t^2$$

$$v_x=\frac{dx}{dt}\Big|_{t=\pm2}=-2t\Big|_{t=\pm2}=\mp4$$

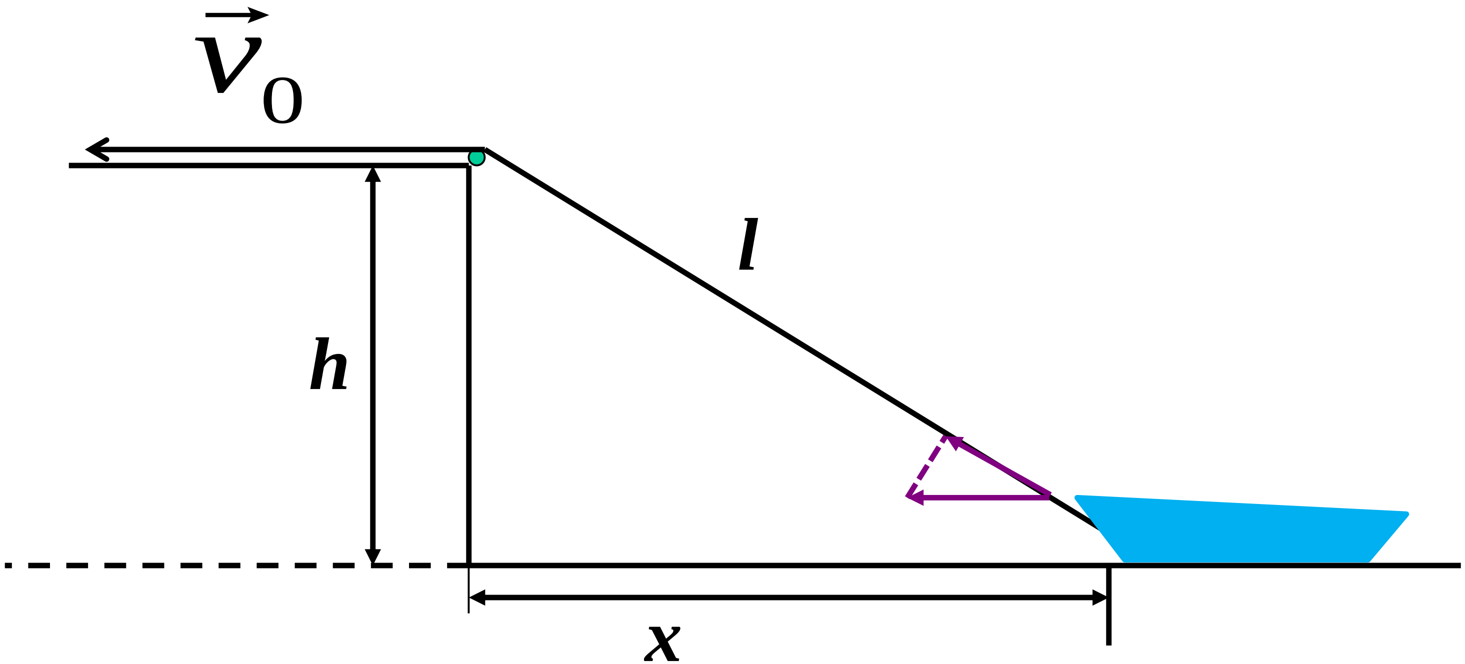
$$v_y=\frac{dy}{dt}\Big|_{t=\pm2}=(-4t^3+4t)\Big|_{t=\pm2}=\mp24$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=4\sqrt{37}$$

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}\Big|_{t=\pm2}=-2$$

练习 $a_y=-44$

例：

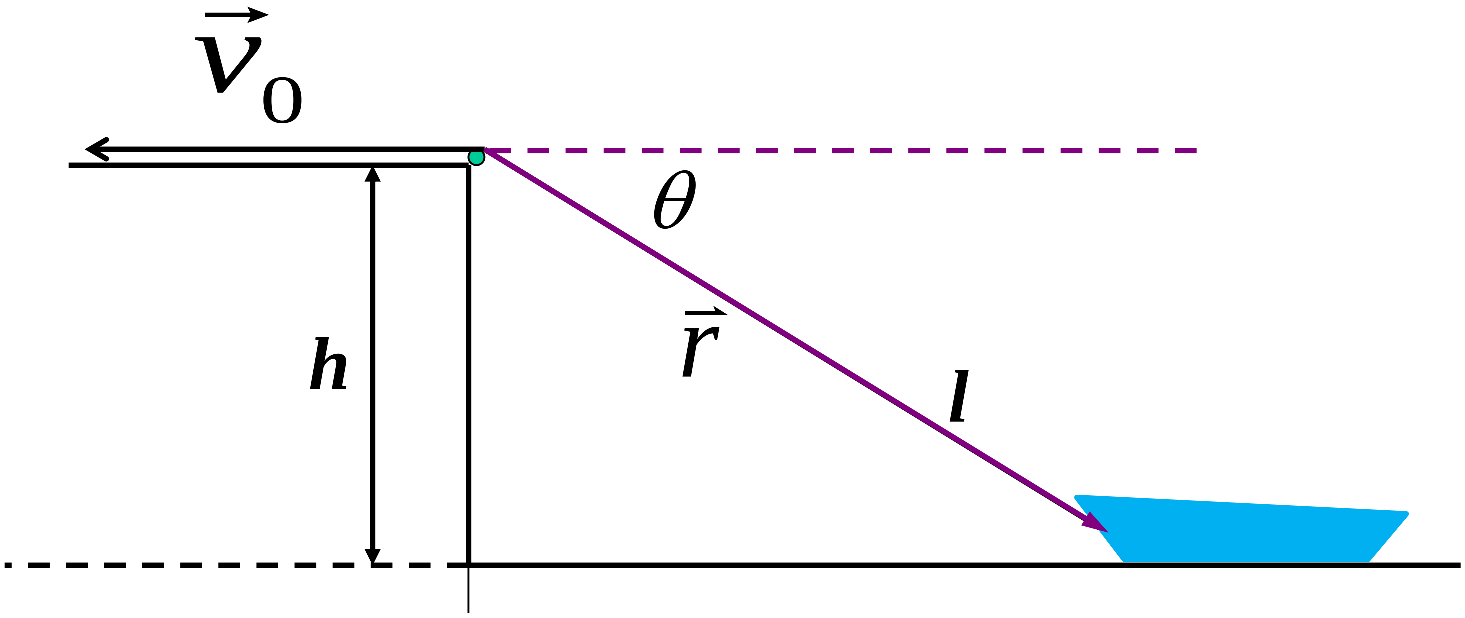


求：船在靠岸过程中的速度

解：$v = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad \dot{l} = \dfrac{dl}{dt} = -v_0 \qquad x = \sqrt{l^2 - h^2}$

$$v = \dot{x} = \frac{1}{2}\frac{2l\dot{l}}{\sqrt{l^2 - h^2}} = \frac{-lv_0}{\sqrt{l^2 - h^2}}$$

例



思考题：如何用极坐标系解题

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

§ 1.4 匀加速直线运动

$\vec{a}$ 为常矢量，与 $\vec{v}_0$ 在同一方向

如自由落体

只用一维描述 $\frac{dv}{dt}\hat{x} = a\hat{x}$

$$\frac{dv}{dt} = a \qquad \int dv = \int a\,dt = a\int dt$$

$$v = at + c$$

$$\because \quad v(t=0) = v_0 \qquad\qquad v = at + v_0$$

$$\frac{dx}{dt} = v = v_0 + at \quad \rightarrow \quad \int dx = \int (v_0 + at)dt$$

$$\int (v_0 + at)atdt = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 + c$$

$$\because \quad x(t = 0) = x_0$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

*** 实际有些自由落体受空气阻力很大，如雨点最终匀速运动，此时速率称收尾速率（~10m/s）**

§ 1.5 匀加速运动

$\vec{a}$ 为常矢量

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} \qquad \int d\vec{v} = \int \vec{a}dt = \vec{a}\int dt$$

$$\vec{v} = \vec{a}t + c \qquad \because \quad \vec{v}(t=0) = \vec{v}_0$$

$$\therefore \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad \int d\vec{r} = \int (\vec{v}_0 + \vec{a}t)dt$$

$$\vec{r}=\vec{v}_0 t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2+c$$

$$\because \quad \vec{r}(t=0)=\vec{r}_0$$

$$\therefore \vec{r}=\vec{r}_0+\vec{v}_0 t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

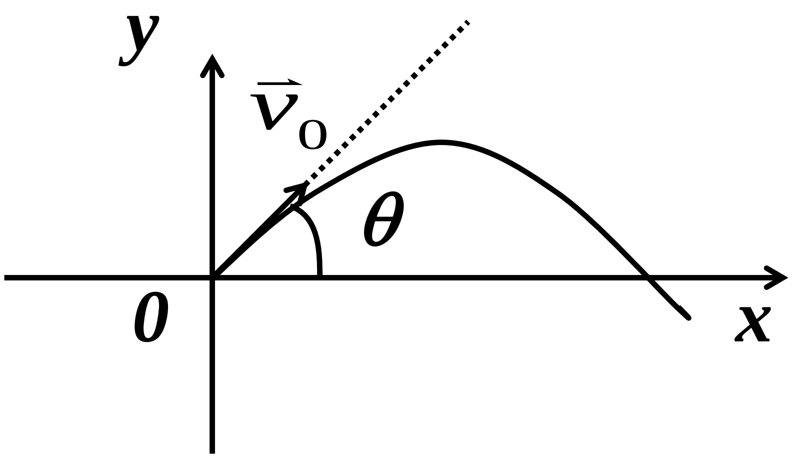
$(\vec{r}_0,\vec{v}_0)$ 初始条件给定，质点运动确定

地面 $\vec{a}=\vec{g}$

忽略空气阻力，质点运动由初始条件可预知

§ 1.6 抛体运动

典型的匀加速运动， $\vec{a} = \vec{g}$



运动叠加和运动的独立性

运动平面在 $(\vec{v}_0, \vec{g})$ 内

$$x_0 = y_0 = 0 \qquad a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \qquad v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

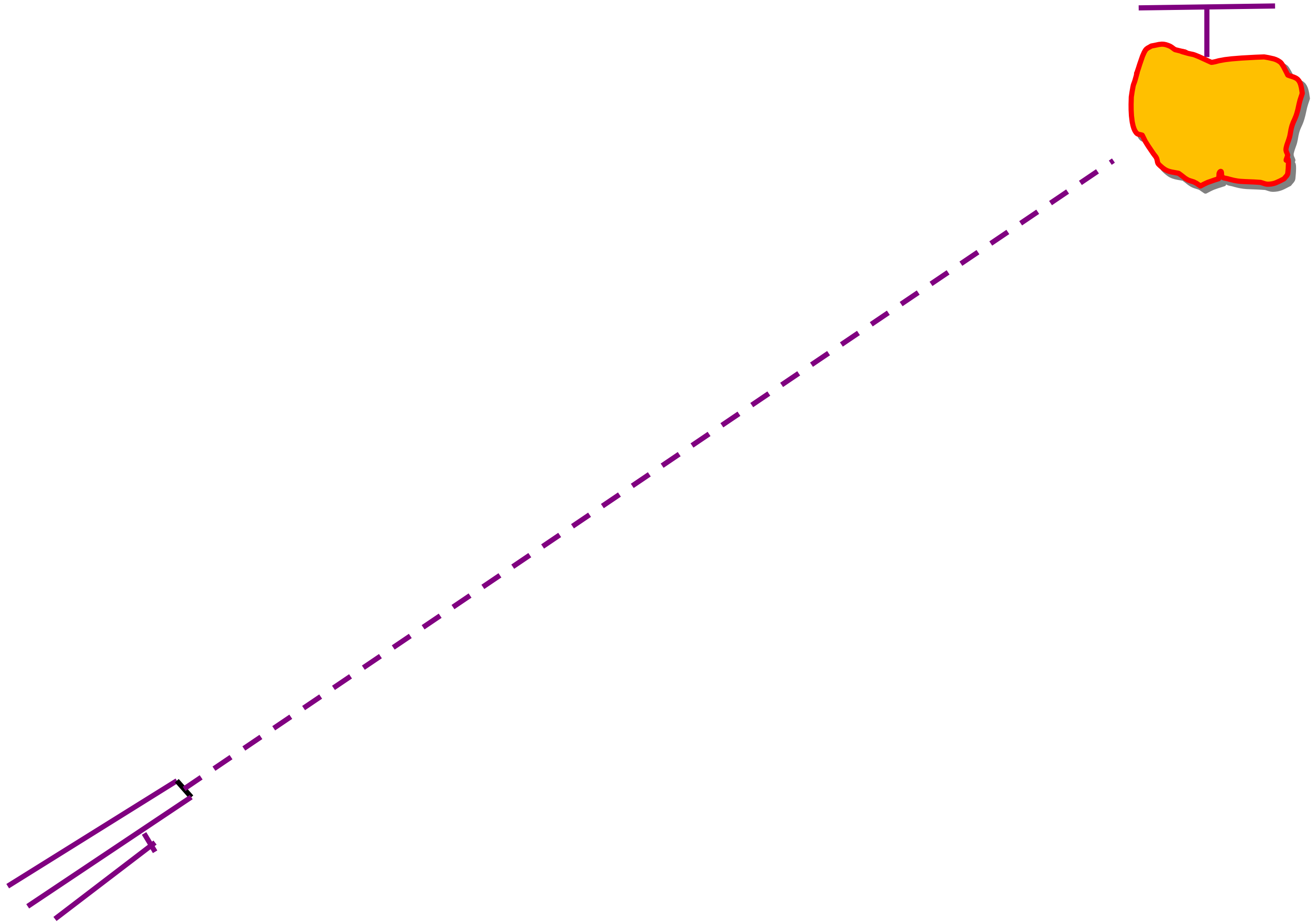
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$x = x_0 + v_{0x} t$$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta \qquad x = v_0 t \cos\theta$$

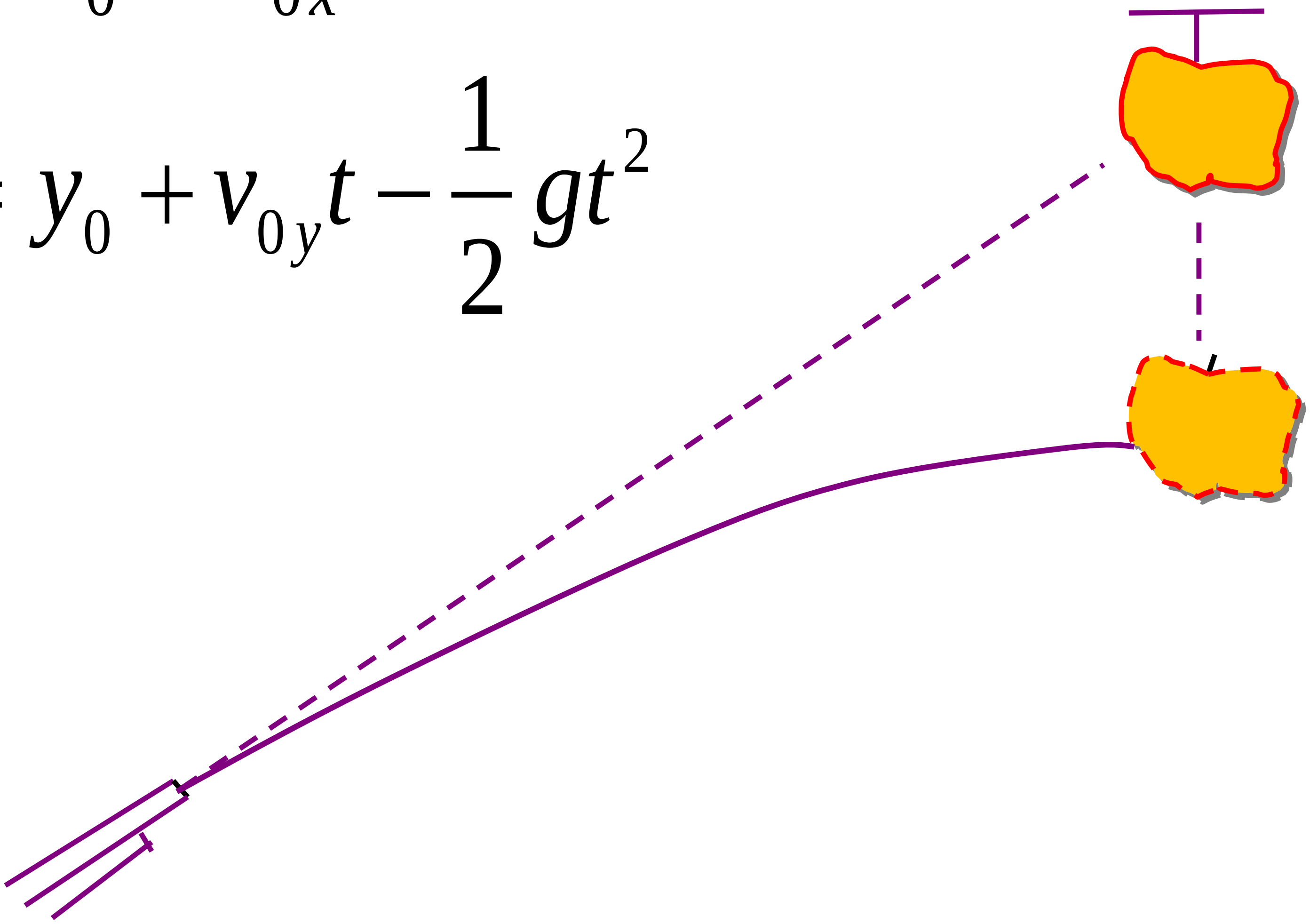
$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y = v_{0y} - gt \qquad v_y = v_0 \sin\theta - gt$$



$$x = x_0 + v_{0x}t$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

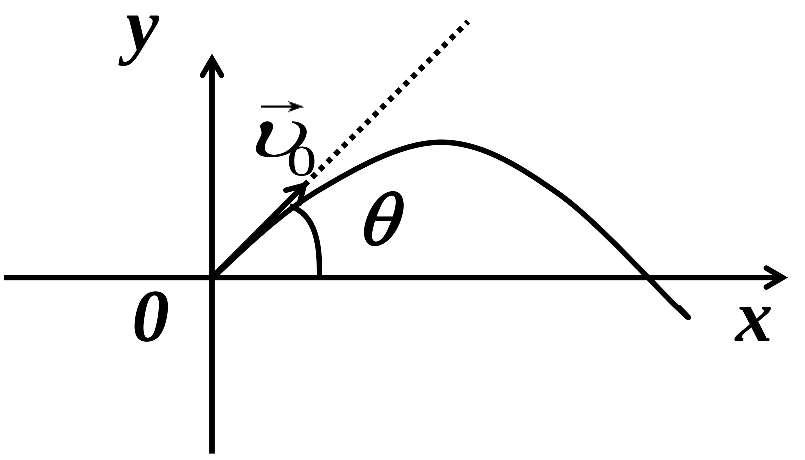


最高点

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt = 0$$

$$t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

$$y_m = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$



轨迹

$$y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x = v_0 t \cos\theta$$

$$y = x\tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$

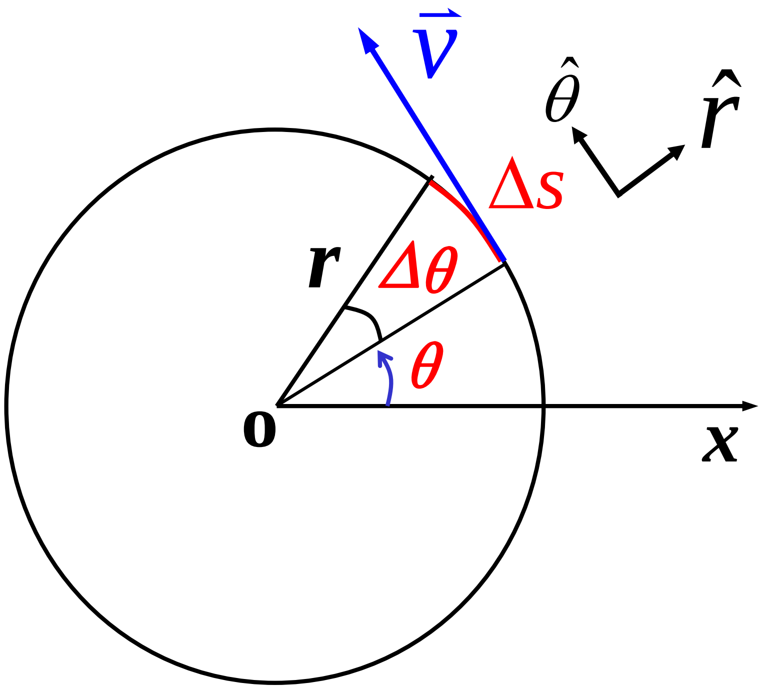
实际子弹和炮弹受**空气阻力**很大，弹道导弹在运动过程中，**重力加速度是变化**的，但基础是以上的运动学。

§ 1.7 圆周运动

速度

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = v\hat{\theta}$$



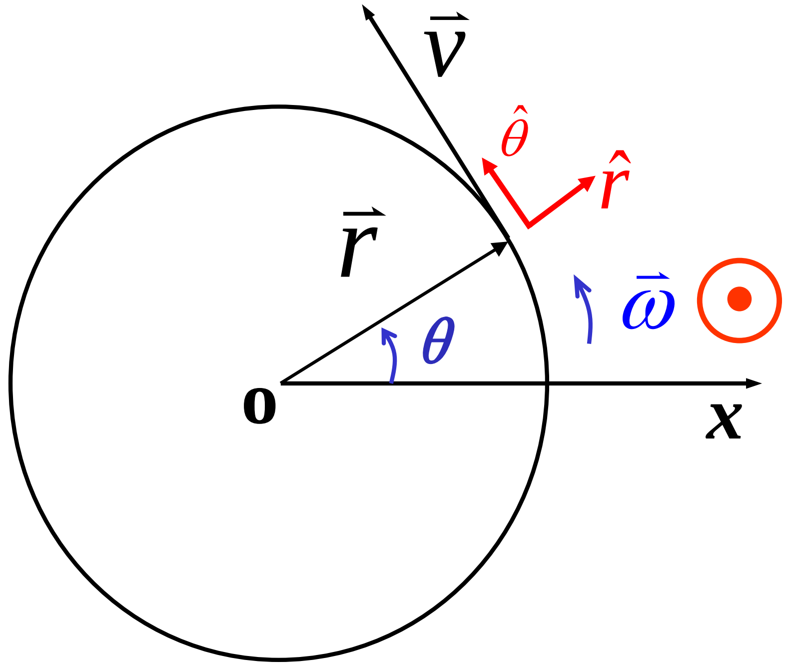
角速度

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \dot{\theta}$$

$$\Delta s = r\Delta\theta$$

$$v = r\omega$$

极坐标系描述



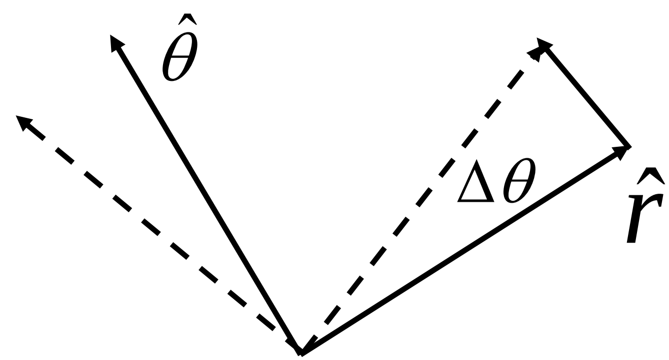
$$\vec{r}(t) = r\hat{r}(t)$$

速度

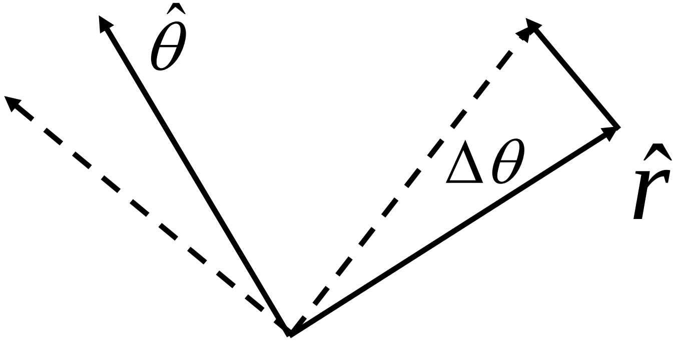
$$\vec{v} = \frac{dr\hat{r}(t)}{dt} = \dot{r}\hat{r}(t) + r\frac{d\hat{r}(t)}{dt} = r\frac{d\hat{r}(t)}{dt}$$

$$\vec{v} = r\frac{d\theta}{dt}\hat{\theta} = r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$v = \omega r$$



极坐标系描述



加速度

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} = \frac{d}{dt}(r\dot{\theta}\hat{\theta}) = r\frac{d\dot{\theta}}{dt}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\frac{d\hat{\theta}}{dt}$$

$$\vec{a} = r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\dot{\theta}(-\hat{r}) = r\ddot{\theta}\hat{\theta} - r\dot{\theta}^2\hat{r}$$

切向加速度

$$a_t = \ddot{\theta}r = \alpha r$$

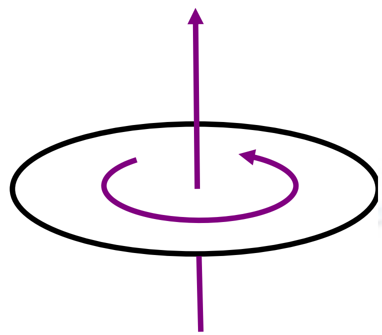
径向加速度

$$a_n = \dot{\theta}^2 r = \omega^2 r$$

角速度矢量 $\vec{\omega}$

右手螺旋法定义 ω 的方向

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \dot{\theta}$$



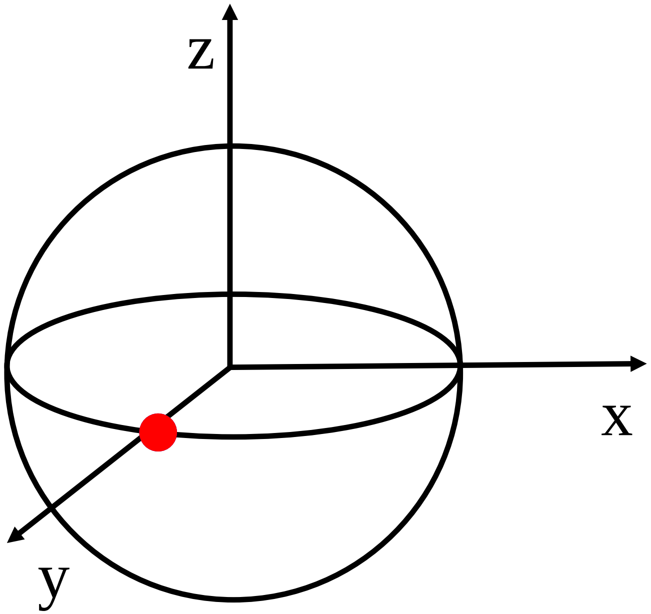
➡ 角速度矢量性演示实验

可以证明：无限小角转动是矢量

并非任意有大小有方向的物理量都为矢量

有限角转动（有限角位移）不是矢量

有限角转动（有限角位移）不是矢量



（1）绕z轴旋转90°

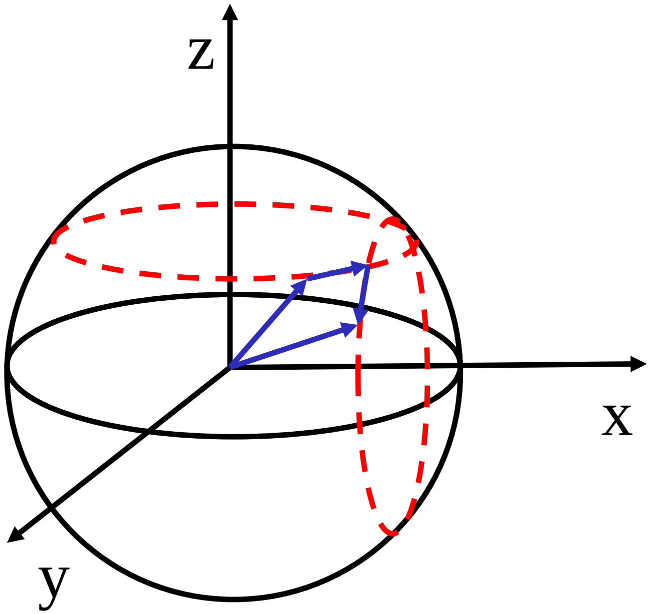
（2）绕x轴旋转90°

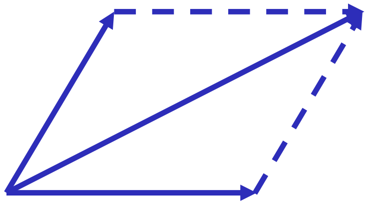
（1）绕x轴旋转90°

（2）绕z轴旋转90°

有限角的转动不满足交换律！

无限小角转动是矢量



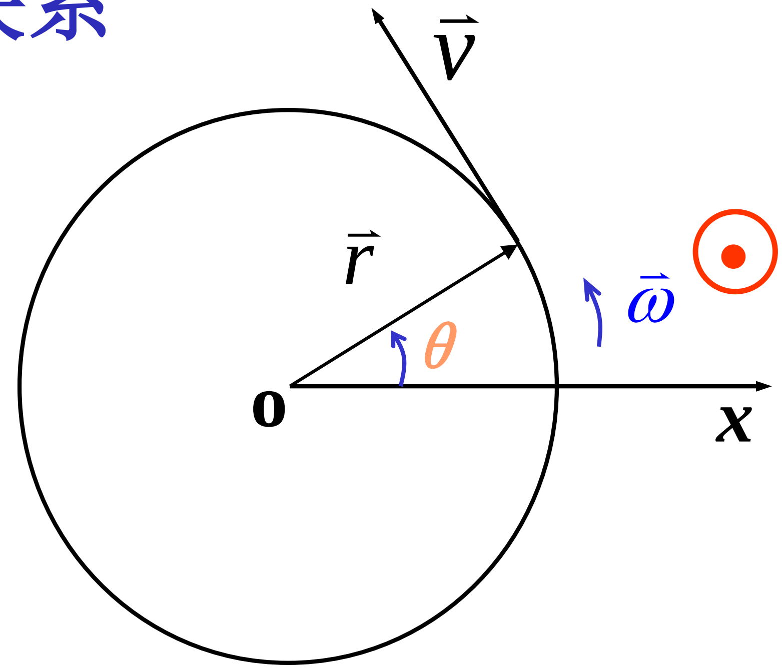


平面内的矢量合成

无限小的转动可以看作平面内的运动，无限小角的位移可以看作是平面内的位移，所以是矢量！

圆周运动速度和角速度关系

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

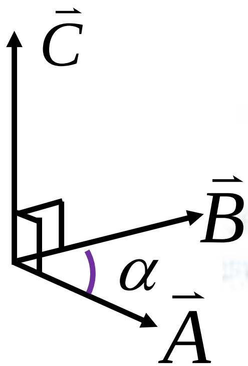


矢量的矢积运算

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} = \vec{C}$$

$$C = AB\sin\alpha$$

右手螺旋定则　行列式表示



$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \Rightarrow$$

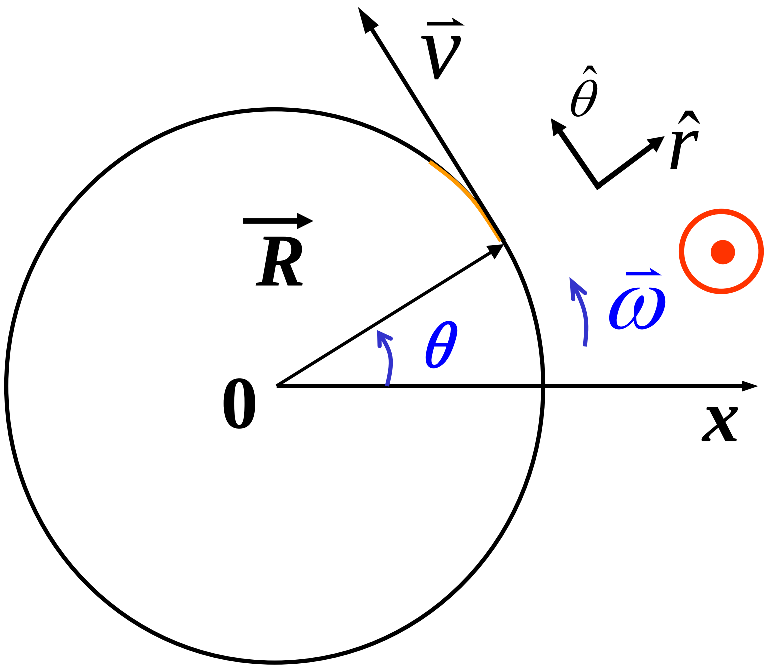
$$C_x\hat{x} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{x}$$

$$C_y\hat{y} = (A_zB_x - A_xB_z)\hat{y}$$

$$C_z\hat{z} = (A_xB_y - A_yB_x)\hat{z}$$

加速度推导

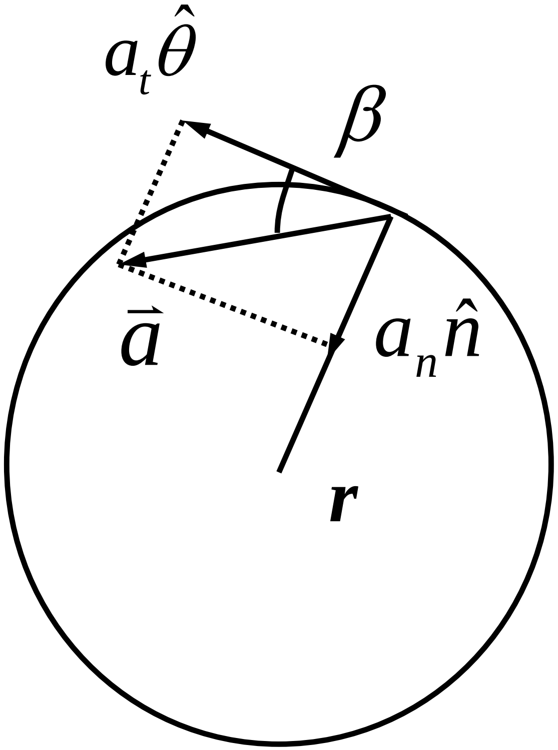
$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$



$$\vec{v} = \omega\hat{e} \times r\hat{r}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega\hat{e} \times r\hat{r}) = \dot{\omega}r\hat{e} \times \hat{r} + \omega r\hat{e} \times \omega\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = \dot{\omega}r\hat{\theta} + \omega^2 r(-\hat{r})$$



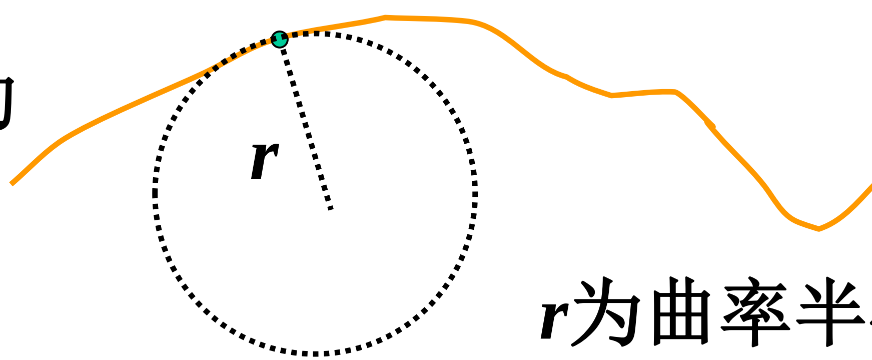
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$\beta = \tan^{-1}\frac{a_n}{a_t}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

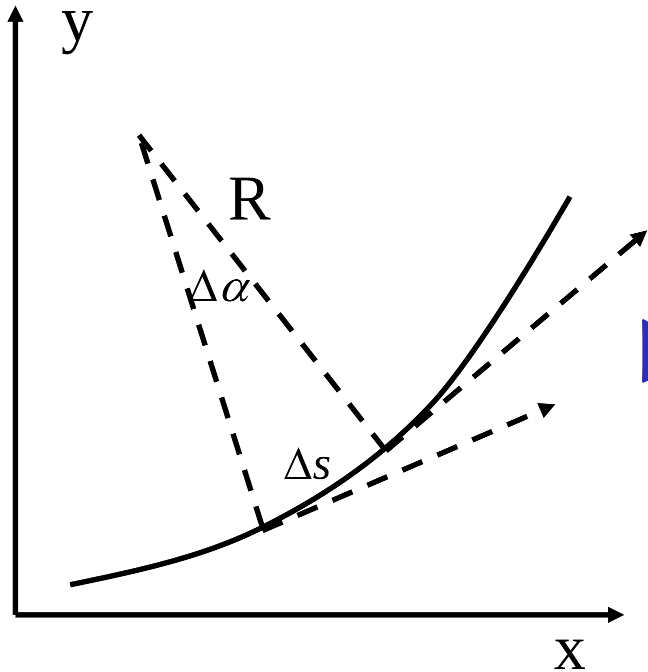
匀速圆周运动 $\boxed{a_t = 0}$

*曲线运动



r为曲率半径

*曲率半径公式

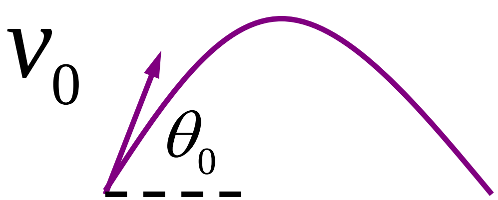


曲率： $K=\lim\limits_{\Delta s\to 0}\left|\dfrac{\Delta\alpha}{\Delta s}\right|=\dfrac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$

曲率半径： $R=\lim\limits_{\Delta s\to 0}\left|\dfrac{\Delta s}{\Delta\alpha}\right|=\dfrac{1}{K}$

$$R=\frac{v^2}{a_n}$$

思考题：抛物线顶部的曲率半径?

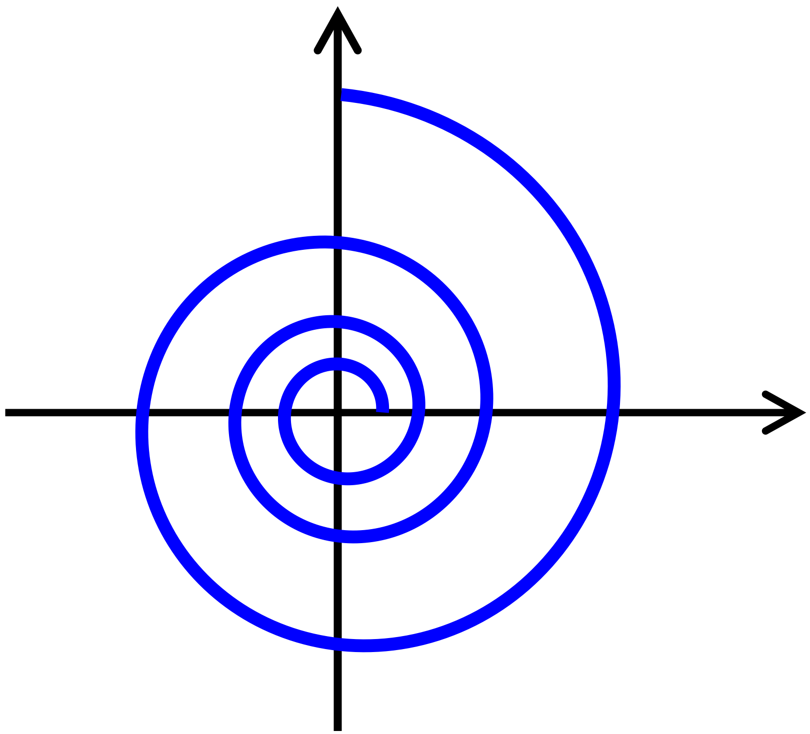


任意点的曲率半径?

*变径螺线运动

例题：质点的位移矢量函数 $\vec{r} = r\hat{r} = be^{k\theta}\hat{r},\ \dot{r} = c$ ，其中k、b、c均为正值常数，t=0时，r=b, θ=0。

求质点的速度和角度的时间变化函数。



$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\dot{r} = c$$

$$r = ct + b$$

$$\dot{r} = bke^{k\theta}\dot{\theta} \qquad \dot{\theta} = \frac{1}{bk}e^{-k\theta}\dot{r} = \frac{c}{bk}e^{-k\theta}$$

$$r\dot{\theta} = be^{k\theta}\frac{c}{bk}e^{-k\theta} = \frac{c}{k} \qquad \dot{\vec{r}} = c\hat{r} + \frac{c}{k}\hat{\theta}$$

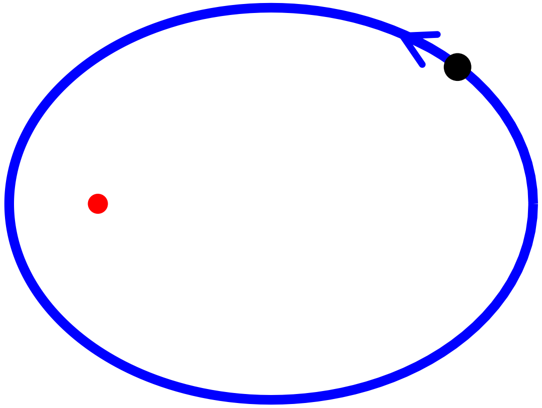
$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{c}{bk}e^{-k\theta}$$

$$e^{k\theta}kd\theta = \frac{c}{b}dt$$ 常用技巧

$$\theta = \frac{1}{k}\ln(1 + \frac{c}{b}t)$$

*求加速度、曲率半径随时间变化的规律

*椭圆轨道



$$\vec{r} = \frac{b^2}{a - c\cos(\theta)}\hat{r}$$

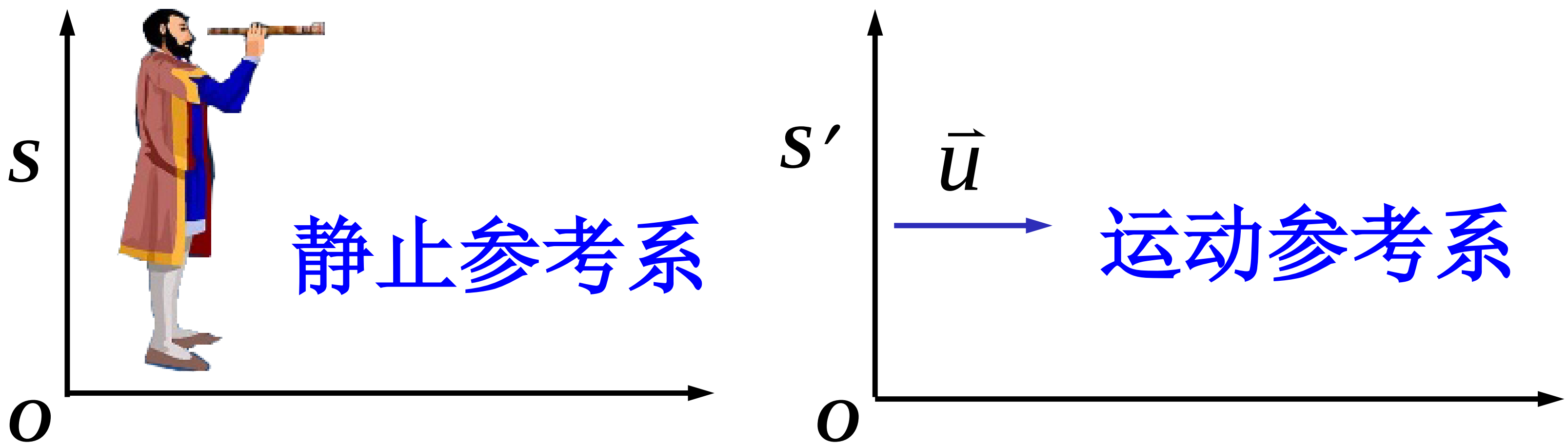
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$r^2\dot{\theta} = k$$

*求星体运动的速度和加速度

§ 1.8 相对运动

在不同参考系中观察同一物体的运动，它们之间的相互关系如何？

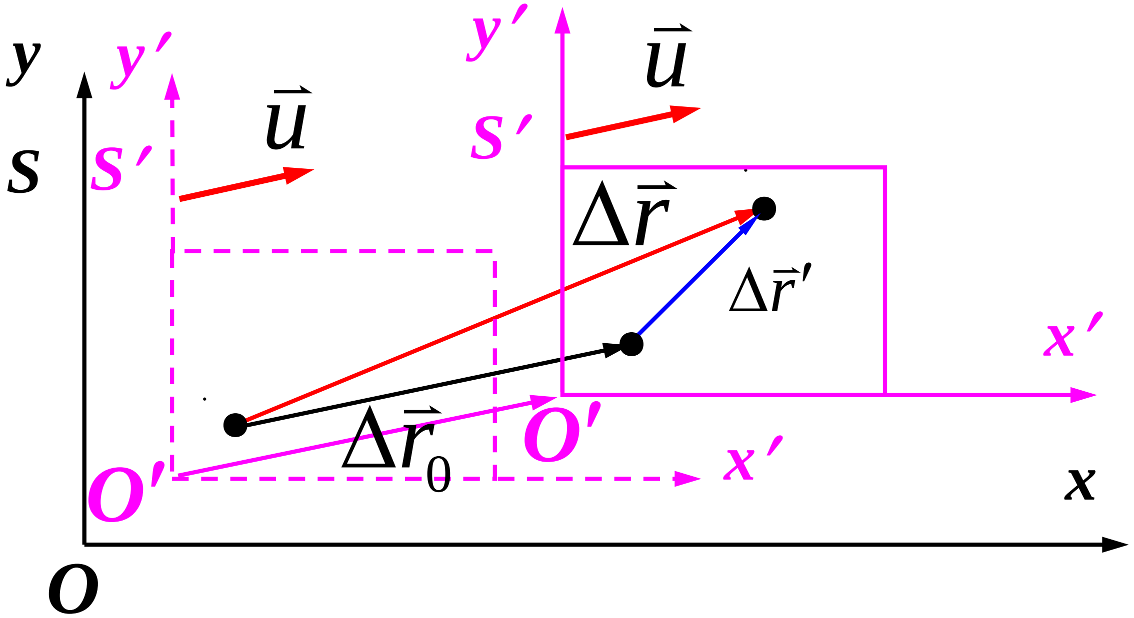


绝对运动： 物体相对静止参考系 S 的运动。

相对运动： 物体相对运动参考系 S' 的运动。

牵连运动： 运动参考系 S' 相对静止参考系 S 的运动。

只讨论 S' 相对 S 作平动的情形，即牵连运动是平动的情形。



位移关系：$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$

速度关系：

$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}}$ — 伽利略速度变换

$\vec{v}$ — 绝对速度

$\vec{v}'$ — 相对速度

$\vec{u}$ — 牵连速度

加速度关系：

$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0}$

若 $\vec{u} = \text{const.}$ 则 $\vec{a}_0 = \dfrac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t} = 0$，有 $\vec{a} = \vec{a}'$

几点说明：

1. 上面的结论是在绝对时空观下得出的：

只有假定"长度测量不依赖于参考系"（空间的绝对性），才能给出位移关系：

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_0$$

只有假定"时间测量不依赖于参考系"（时间的绝对性），才能进一步给出关系：

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u} \quad \text{和} \quad \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$

绝对时空观只在 $u << c$（光速）时成立。

2. 不可将速度的合成与分解和伽利略速度变换关系相混淆。

速度的合成与分解是在同一参考系中进行，总能够成立；伽利略速度变换则应用于两个参考系之间，只在 $u << c$ 时才成立。

3. S'相对 S 作平动时，牵连速度 $\vec{u}$ 和牵连加速度 $\vec{a}_0$ 与物体相对 S'的位矢 $\vec{r}'$ 无关。

S' 相对 S 作匀速转动时：

（1）$\vec{u}$ 和 $\vec{a}_0$ 都和 $\vec{r}'$ 有关。

（2）速度变换关系仍满足：

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

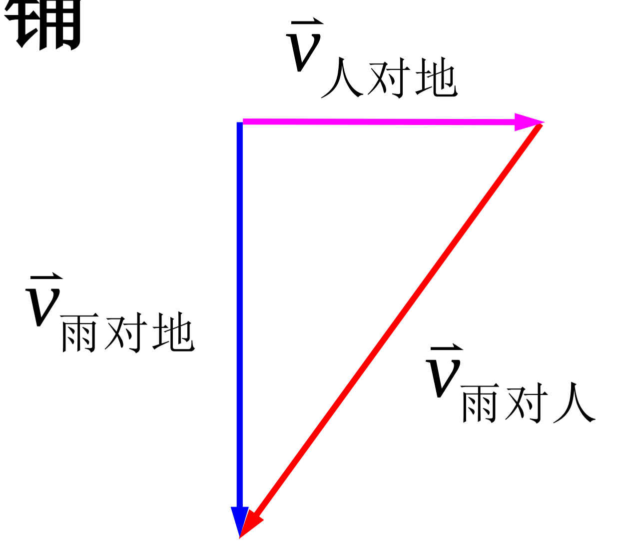
但加速度变换关系中需增加一个被称为**科里奥利加速度**的项：

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0 + \text{科里奥利加速度}$$

【例1】雨天骑车人只在胸前铺块塑料布即可遮雨。

$$\vec{v}_{\text{雨对地}} = \vec{v}_{\text{雨对人}} + \vec{v}_{\text{人对地}}$$

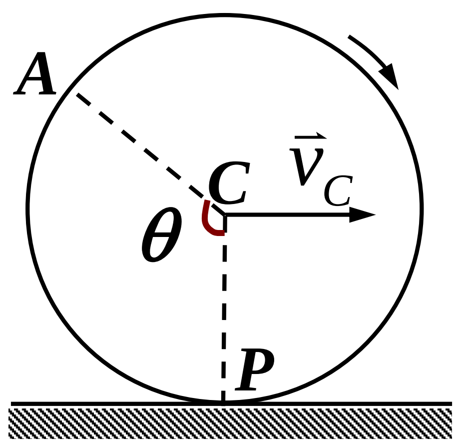
$$(\vec{v}) \qquad (\vec{v}') \qquad (\vec{u})$$



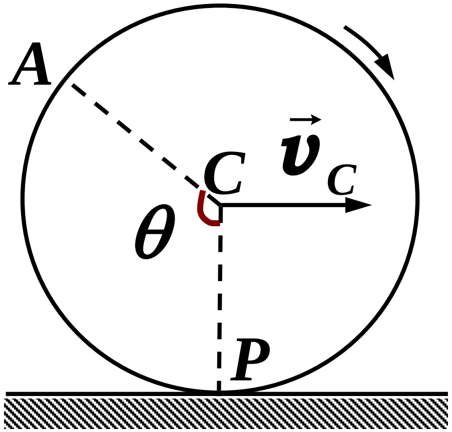
【例2】轮子在水平面做无滑滚动（任意时刻接触点 P 相对水平面速度为零，瞬时静止）。已知轮子中心 C 相对水平面的速度为 $\vec{v}_C$，轮子边缘上任一点 A 的位置用角 θ 表示。

（1）证明 P 点相对 C 点的速度等于 $-\vec{v}_C$；

（2）求 A 点相对水平面的速度。



（1）证明 P 点相对 C 点的速度等于 $-\vec{v}_C$



设：$\vec{v}_P$ 是 P 点相对水平面速度

$\vec{v}'_P$ 是 P 点相对 C 点的速度

根据伽利略速度变换有：

$$\vec{v}_P = \vec{v}'_P + \vec{v}_C$$

无滑动滚动条件： $\vec{v}_P = 0$

所以 $\vec{v}_P = \vec{v}'_P + \vec{v}_C = 0$

$$\vec{v}'_P = -\vec{v}_C$$

（2）求 *A* 点相对水平面的速度

设：$\vec{v}_A$ 是 *A* 点相对水平面速度

$\vec{v}_A'$ 是 *A* 点相对 *C* 点速度

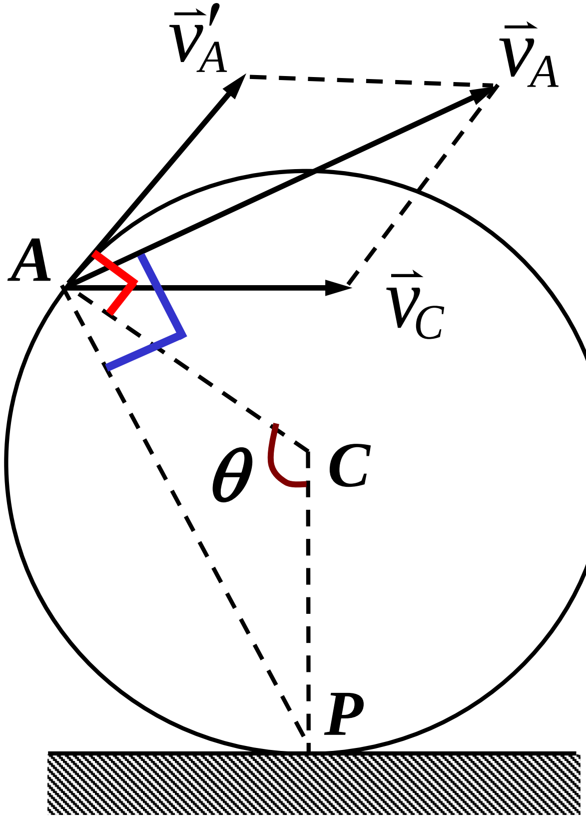
$$\vec{v}_A = \vec{v}_A' + \vec{v}_C$$

$$\vec{v}_A' \perp AC$$

P 点相对水平面静止，

P 点为瞬时转动中心，

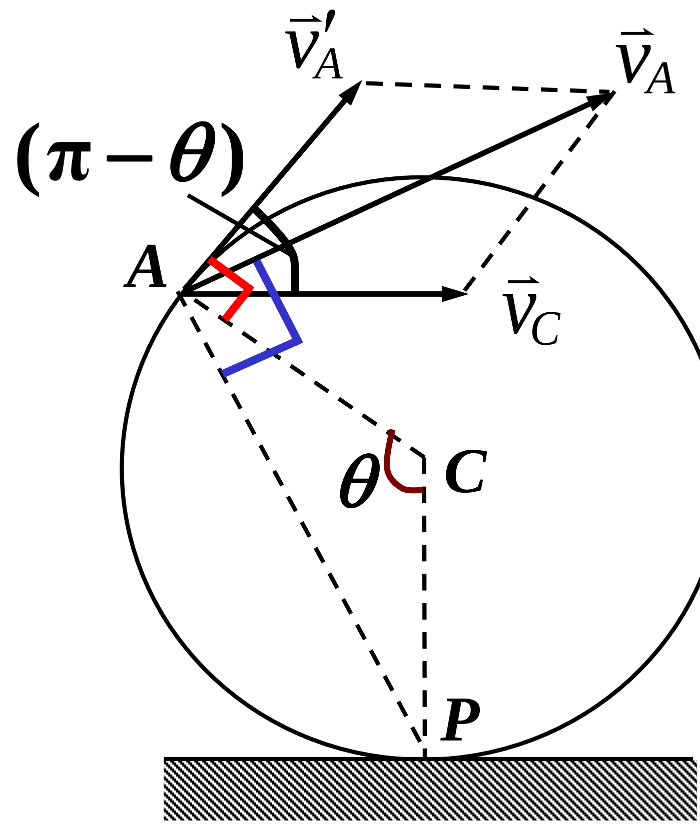
$$\therefore \quad \vec{v}_A \perp AP$$



$v'_A = v_C$

由上面两个垂直关系知：

$\vec{v}'_A$ 和 $\vec{v}_C$ 夹角是 $(\pi-\theta)$



A 点 相对水平面的速率：

$$v_A = 2v_C \sin\frac{\theta}{2}$$

质点运动学小结

- 物理量、测量、矢量
- 参考系
- 运动函数 $\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$
- 速度和加速度 $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{d^2t}$
- 匀加速运动 $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
- 匀加速直线运动 $v = v_0 t + at$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

  $$v^2 - v_0^2 = 2ax$$
- 抛体运动 $x = v_0\cos(\theta)t$ $y = v_0\sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

质点运动学小结

- 圆周运动抛体
  - ❖角速度 $\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e} = \frac{v}{R}\vec{e}$ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$
  - ❖角加速度 $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
  - ❖加速度 $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$
  - ❖法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$
  - ❖切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt} = R\alpha$
- 伽利略速度变换 $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$