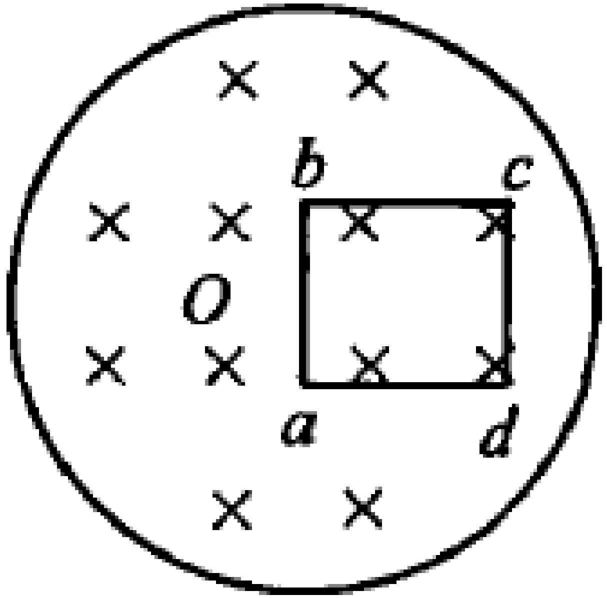
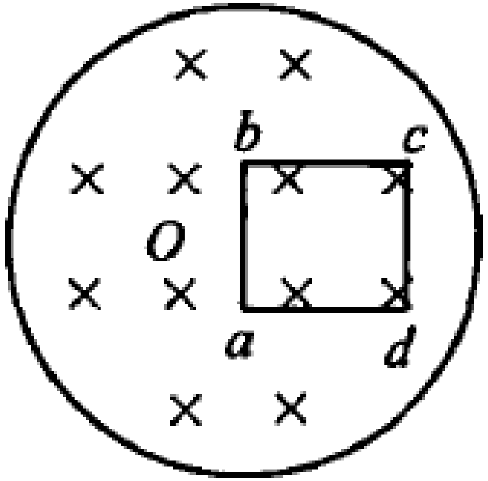
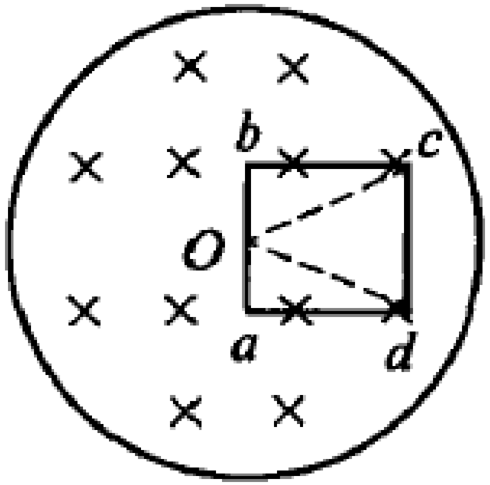
例20.4　如图所示，圆柱形区域内有一匀强磁场，磁感应强度为 $B=0.5\ \mathrm{T}$，方向沿圆柱轴线，且能以 $1\ \mathrm{T/s}$ 的恒定变化率减小，一个边长为 $L=20\ \mathrm{cm}$ 的正方形导线框置于该磁场中，ab 边的中点过圆心，求该正方形线框各边的感应电动势。







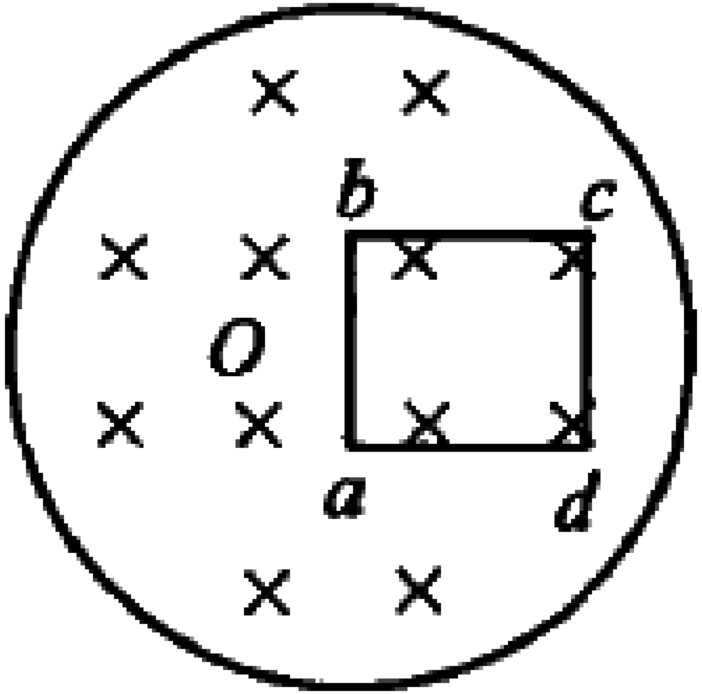
解　作 Oc、Od 连线，如图所示，由于 Oa、Ob 也沿半径方向，则 $\varepsilon_{Oc}=\varepsilon_{Od}=0$，$\varepsilon_{ab}=0$。

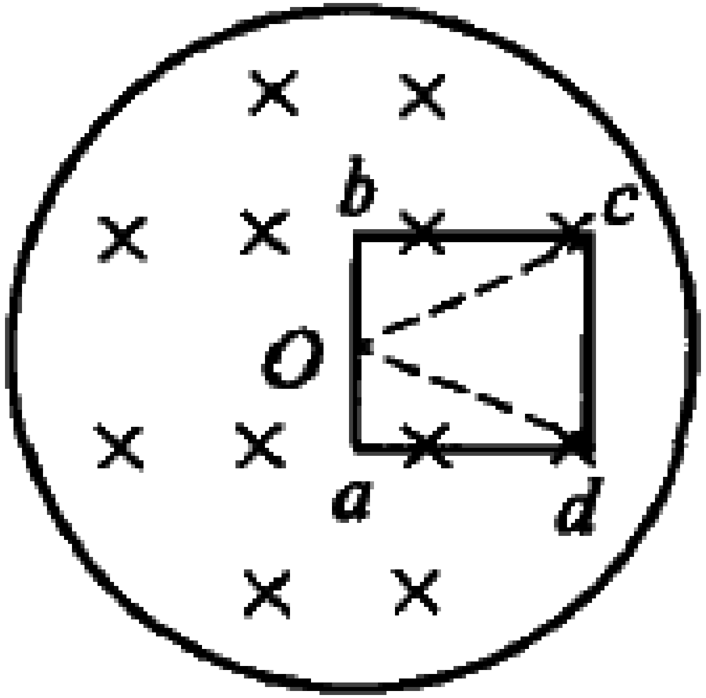
由楞次定律可判断回路中电流方向沿顺时针方向，可知各段导体的感应电动势大小分别为

$$\varepsilon_{bc}=\varepsilon_{da}=kS_{\Delta Oad}$$

$$=1\times0.2\times0.1\times\frac{1}{2}=1\times10^{-2}\ \mathrm{V}$$

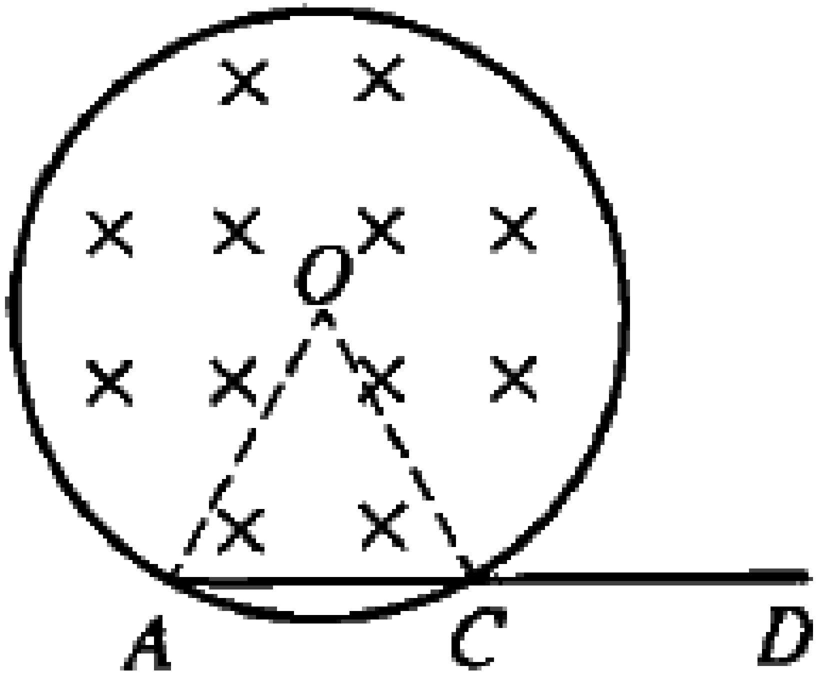
$$\varepsilon_{cd}=kS_{\Delta Ocd}=1\times2\times S_{\Delta Oad}=2\times10^{-2}\ \mathrm{V}$$

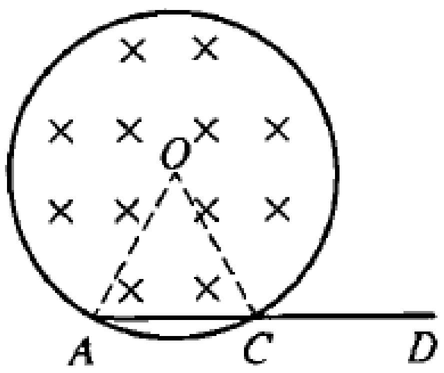


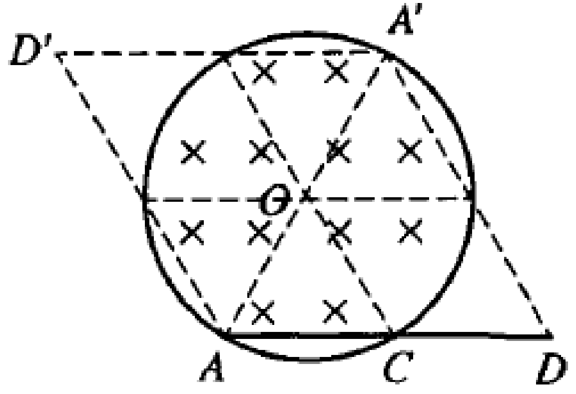


解题关键是沿半径方向作辅助线，将正方形线框分为 3 个三角形。若对整个线框应用法拉第电磁感应定律求解感应电动势，所得结果恰好等于各部分之和。要注意各边的电动势不是均分的。

例20.5 如图所示，一匀强磁场 B 被限制在半径为 R 的无限长圆柱形空间内，并按 $B=kt$ 均匀增加，现垂直于磁场方向放置一金属棒 AD，一半在磁场内，一半在磁场外，已知 $AC=CD=R$，求该金属棒上的电动势 ε_{AD} 为多大？







解法1 如图 所示， 作辅助回路 $ADA'D'$，由对称性可知，AD、DA'、$A'D'$、$D'A$ 四边分别产生的感应电动势相等。回路中磁场区域的面积为

$$S=\left(\frac{1}{2}R\times\frac{\sqrt{3}}{2}R\right)\times 4+\left(\frac{1}{2}\times R\times\frac{\pi}{3}R\right)\times 2$$

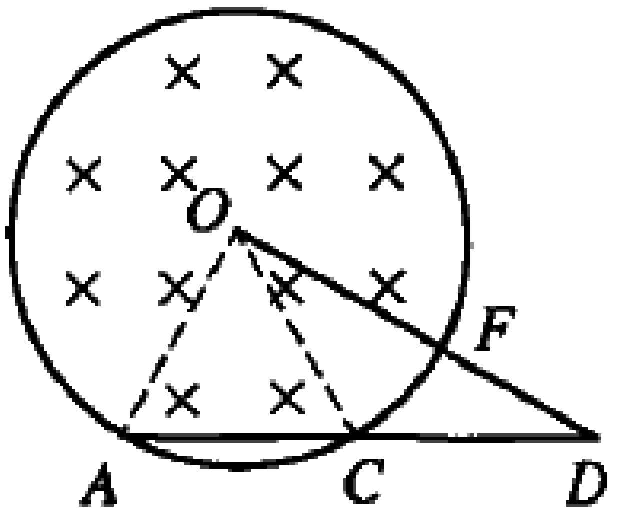
则感应电动势为 $$\varepsilon=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)R^2k。$$

故所求电动势为

$$\varepsilon_{AD}=-\frac{1}{4}\varepsilon=-\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)R^2k$$

式中的负号表示 A 端的电势比 D 端的电势低。

解法2　如图所示，构建三角形回路OAD，沿半径方向的导线不产生电动势，则金属棒产生的电动势等于回路的电动势。先求出回路包围磁场区域的面积，等腰三角形的面积为$S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$，扇形圆心角为$30°$，则扇形的面积为$S_2=\frac{\pi}{12}R^2$。由法拉第电磁感应定律可知$\varepsilon=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)R^2k$，所以$\varepsilon_{AD}=-\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)R^2k$。



解法 1 利用了补偿法和对称性，解法 2 利用了补偿法以及涡旋电场线处处与半径垂直的特点。

拓展　在 $t=0$ 时磁感应强度为 B_0，若金属棒向圆心平动的速度为 v，在 t 时刻经过图中位置，则感应电动势多大？

解析　在 t 时刻切割磁感线产生的感应电动势为 $\epsilon'=BRv=(B_0+kt)Rv$；

动生电动势 A 端电势高，而感生电动势 D 端电势高，所以总电动势为

$$\epsilon=\epsilon_{DA}-\epsilon'=\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)R^2k-(B_0+kt)Rv$$

感生电动势与感生电场的计算

方法一：由电动势的定义

$$\boxed{\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{dt} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

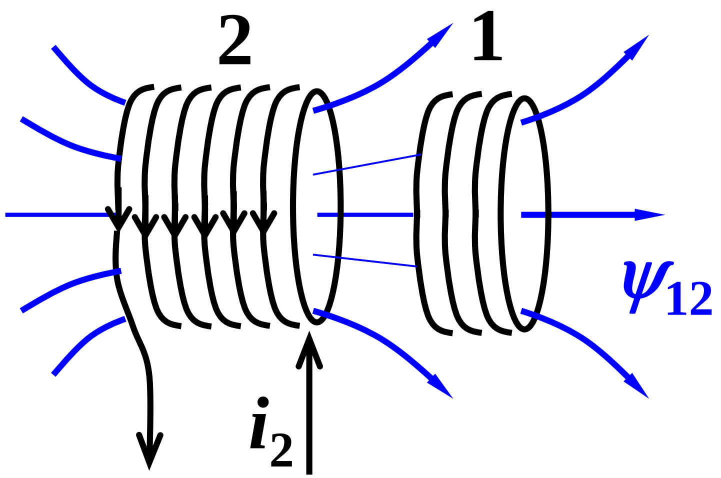
方法二：由法拉第电磁感应定律

$$\boxed{\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

（需设计一个闭合回路）

20.4 互感 （mutual inductance）

一. 互感系数 （coefficient of mutual inductance）



线圈1、2不变
相对位置不变
介质不变
无铁磁质

$$\boxed{\begin{aligned}\psi_{12} &= M_{12}\cdot i_2\\ \psi_{21} &= M_{21}\cdot i_1\end{aligned}}$$

$$M_{21} = M_{12} = M = const.$$

p. 196

M 称互感系数，它由两线圈的大小、形状、圈数、相对位形和介质情况决定。

$$\begin{matrix} \psi_{12} = M_{12} \cdot i_2 \\ \psi_{21} = M_{21} \cdot i_1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \psi_{12} = M \cdot i_2 \\ \psi_{21} = M \cdot i_1 \end{matrix}$$

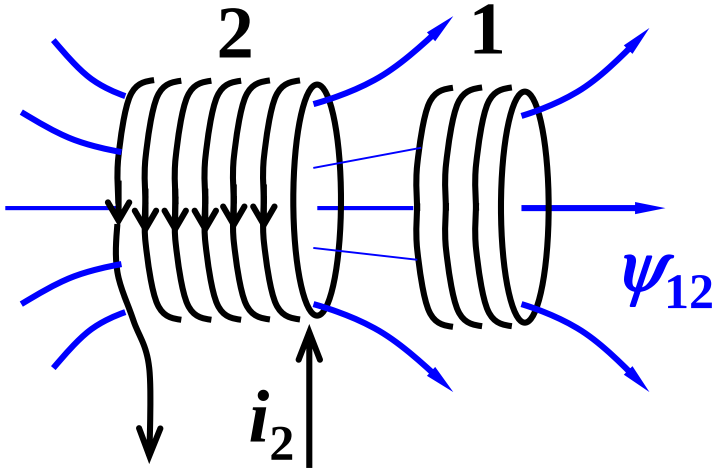
M 的单位：H（亨利）$= \dfrac{\mathrm{Wb}（韦伯）}{\mathrm{A}（安）}$

互感电动势 $$\boxed{\varepsilon_{12} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{12}}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}}$$

规定：i_2正向 $\xrightarrow[\text{螺旋}]{\text{右手}}$ ψ_{12}正向 $\xrightarrow[\text{螺旋}]{\text{右手}}$ ε_{12}正向。

同理互感电动势 $$\boxed{\varepsilon_{21} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{21}}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}}$$

二．互感系数的计算：



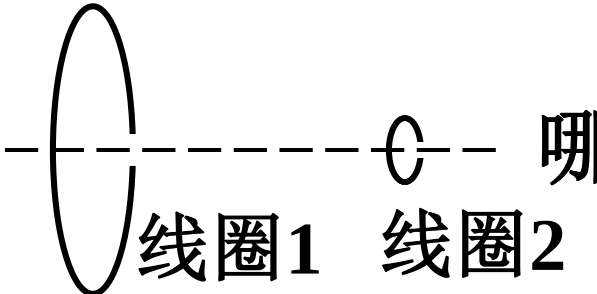
$$\psi_{12} = M \cdot i_2 \qquad \psi_{21} = M \cdot i_1$$

$$\text{或设} i_2 \to B_2 \to \psi_{12} \to M = \frac{\psi_{12}}{i_2}$$

$$\text{或设} i_1 \to B_1 \to \psi_{21} \to M = \frac{\psi_{21}}{i_1}$$

哪条路方便，
就按哪条路计算。

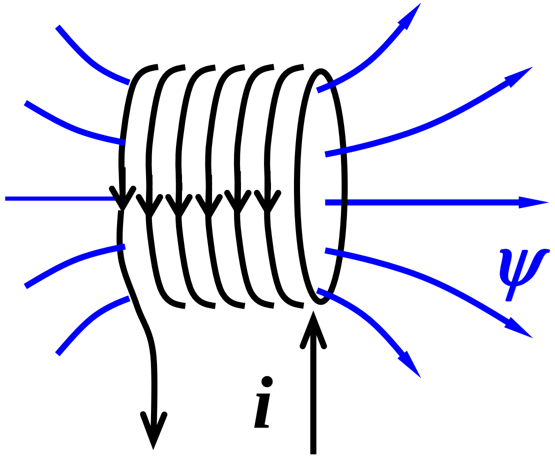
$\boxed{\text{思考}}$



哪条路计算 M 方便？

20.5 自感（self-inductance）

一.自感系数（coefficient of self-inductance）



$\left.\begin{array}{l}\text{线圈不变形}\\ \text{介质不变化}\\ \text{无铁磁质}\end{array}\right\}$ $\boxed{\psi = Li}$

L= const.

L 称自感系数（电感量），它由线圈圈数、形状、尺寸、介质情况等因素决定。

L的单位：H（亨利）

为保证$L > 0$，规定ψ 的正向与i 的正向成右手螺旋关系。

亨利画像及雕塑

亨利（Joseph Henry，1797～1878，美国物理学家）

自感电动势 $$\boxed{\varepsilon_L=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$$

ε_L 的正向与 i 的正向一致。

二.自感系数（电感）的计算

1.由 $\boxed{L=\psi/i}$ 计算： 设 $i\rightarrow B\rightarrow\psi\rightarrow L$

例如长直螺线管：$B\approx\mu ni\rightarrow\psi\approx nl\cdot\mu ni\cdot S$

→自感系数 $\boxed{L\approx\mu n^2V}$ $(V=lS)$

2.由 $\boxed{L=\left|-\frac{\varepsilon_L}{\mathrm{d}i/\mathrm{d}t}\right|}$ 计算：ε_L，$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\rightarrow L$

由此可知： $$\frac{\mathrm{V\cdot s}(\text{伏秒})}{\mathrm{A}(\text{安})}=\frac{\mathrm{Wb}(\text{韦伯})}{\mathrm{A}(\text{安})}$$

三.自感（电感）的特点

自感线圈中 $\varepsilon_L \neq \infty \rightarrow \dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \neq \infty \rightarrow i$不能突变。

由楞次定律得知，i 的变化受到 ε_L 的阻碍，

$\therefore L$对交流电流有感抗，但对直流电流畅通。

（对比：电容器电压不能突变，可以通过交流电流，而隔断直流电流。）

自感和互感统称为电感，但作为使用元件的术语，电感通常是指自感，互感常称为变压器和电流互感器。

RL 电路的暂态过程

电路包括直流电源 $\mathscr{E}$(内阻可略)以及串联的 R 和 L，把开关拨向 1，接通电源，由于有 L，电路中除 $\mathscr{E}$ 外还有反抗电流变化的自感电动势 $\mathscr{E}_L=-L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$，总的电动势是两者之和. 由欧姆定律(在电流变化不快的似稳条件下，欧姆定律依然成立)，有

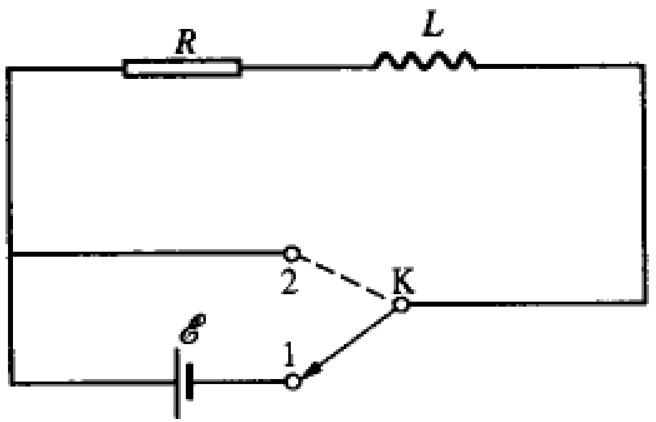


图 6-13　直流电源，RL 串联

$$\mathscr{E}+\mathscr{E}_L=\mathscr{E}-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=iR$$

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+Ri=\mathscr{E}$$

这是电路中瞬时电流 i 遵循的微分方程——一阶线性常系数非齐次微分方程，可用分离变量法求解. 分离变量，得

$$\frac{\mathrm{d}i}{i-\dfrac{\mathscr{E}}{R}}=-\frac{R}{L}\mathrm{d}t$$

$$\ln\left(i-\frac{\mathscr{E}}{R}\right)=-\frac{R}{L}t+K$$

$$i-\frac{\mathscr{E}}{R}=K_1\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t},\quad K_1=\mathrm{e}^K.$$

式中 K 或 K_1 是积分常数，由初始条件即接通电源的 $t=0$ 时刻电流为 $i_0=0$ 来确定. 代入上式，得 $K_1=-\mathscr{E}/R$. 由此解出

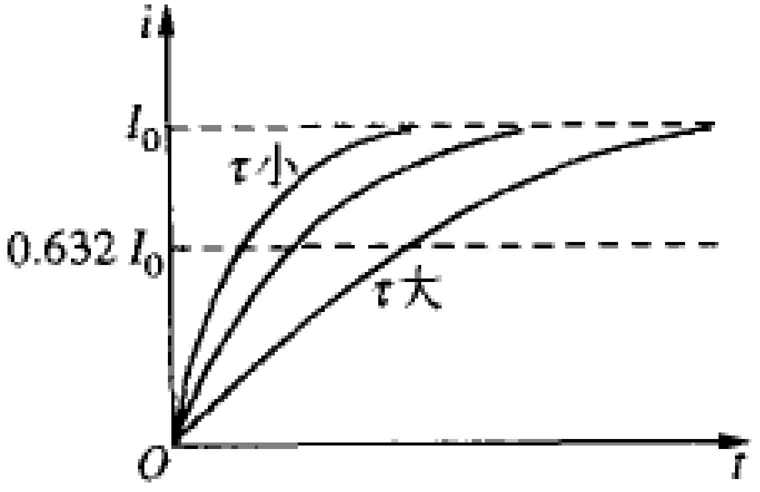
$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}(1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t})=I_0(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})$$

可见，接通电源后电流 i 随时间 t 按**指数增长逐渐达到稳定值** $I_0=\mathscr{E}/R$. 增长的快慢取决于具有时间量纲的比值 $\tau=L/R$ 的大小. τ 称为 RL 电路的**时间常数**，当 $t=\tau$ 时，电流为

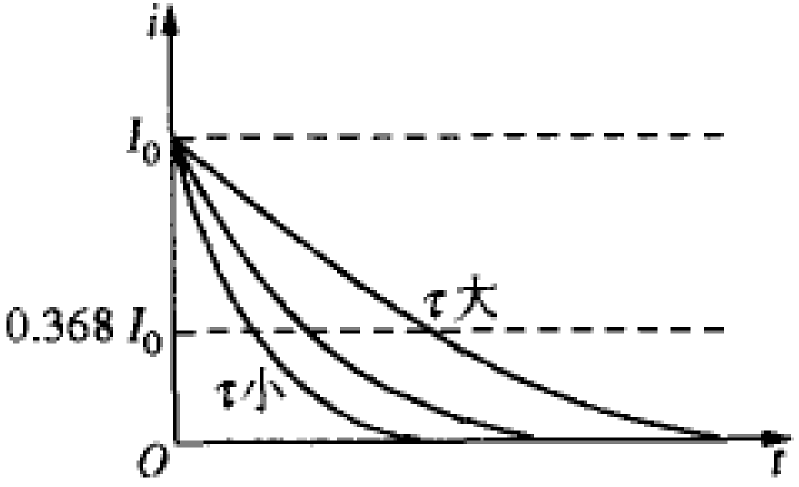
$$i(\tau)=I_0(1-\mathrm{e}^{-1})=0.632I_0,$$

τ 等于电流从 0 增加到稳定值 I_0 的 63%所需的时间，当 $t=5\tau$ 时，$i=I_0(1-\mathrm{e}^{-5})=0.994I_0$，已基本达到稳定值.

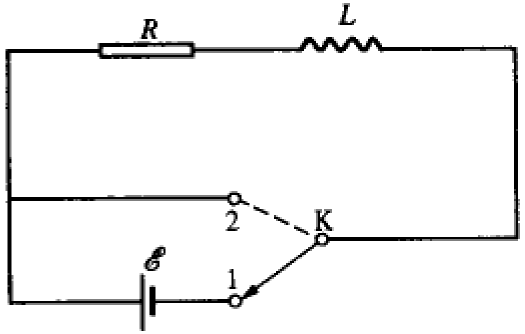
对于不同的 τ 值，电流 i 随时间 t 的变化曲线如图所示.



(a) 接通电源



(b) 断开电源并短接



当电流达到稳定值 I_0 后，将开关 K 由 1 拨到 2，即断开电源并短接，此时虽无电源，但因电流变化产生的自感电动势将阻碍电流的变化，使之逐渐衰减. 由欧姆定律，有

$$\mathscr{E}_L = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = iR$$

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + iR = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}i}{i} = -\frac{R}{L}\mathrm{d}t.$$

积分，并由初始条件 $t=0$ 时刻电流为 $I_0=\mathscr{E}/R$ 定出积分常数 $K_2=\mathscr{E}/R$，得

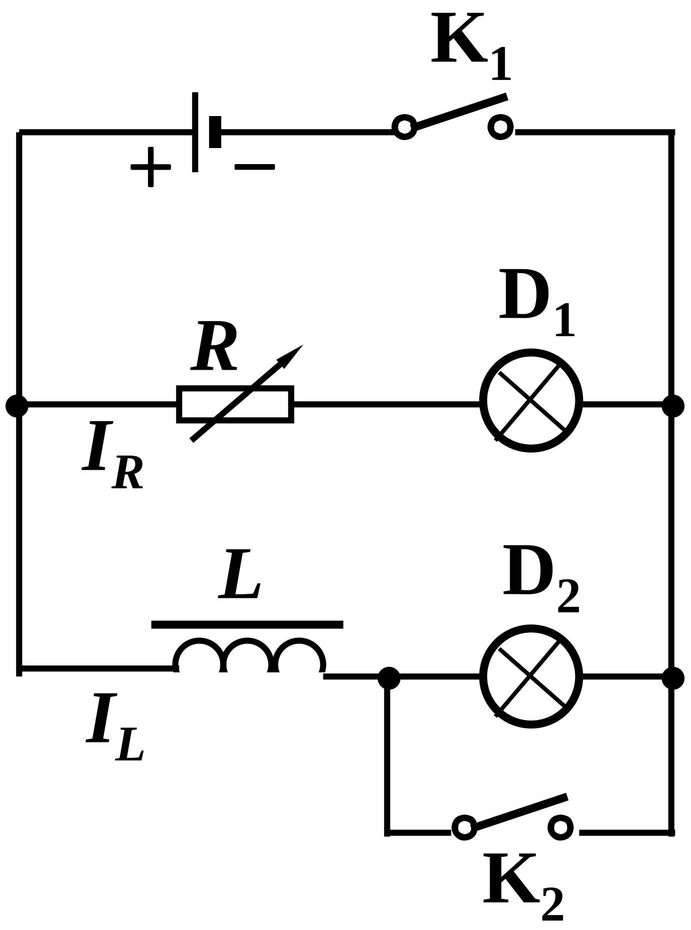
$$i = K_2 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\mathscr{E}}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

可见，断开电源短接后，RL 串联电路的电流从 $I_0=\mathscr{E}/R$ 按指数衰减，衰减的快慢取决于时间常数 $\tau=L/R$ 的大小，如图 (b)所示.

e = 2.7182818285

$$\tau = \frac{L}{R}$$ — **时间常量**

演示 **电感中的电流不能突变**



演示的电路图

在K_2断开的情况下，

接通K_1： D_1立刻亮

D_2迟些亮

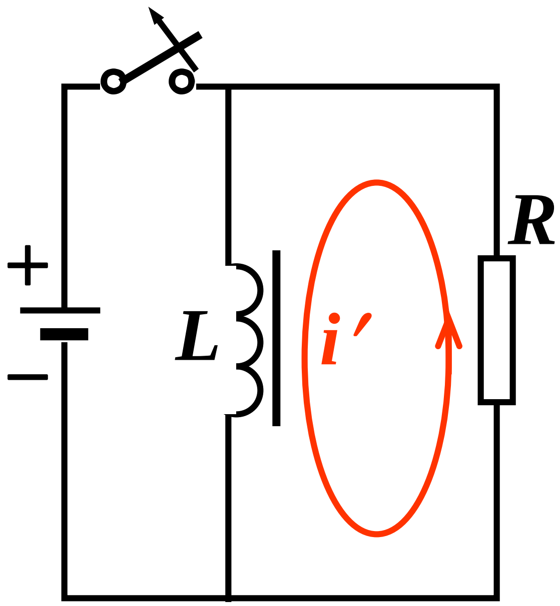
K_1和 K_2接通的情况下，

再断开K_1：D_1闪亮后熄灭

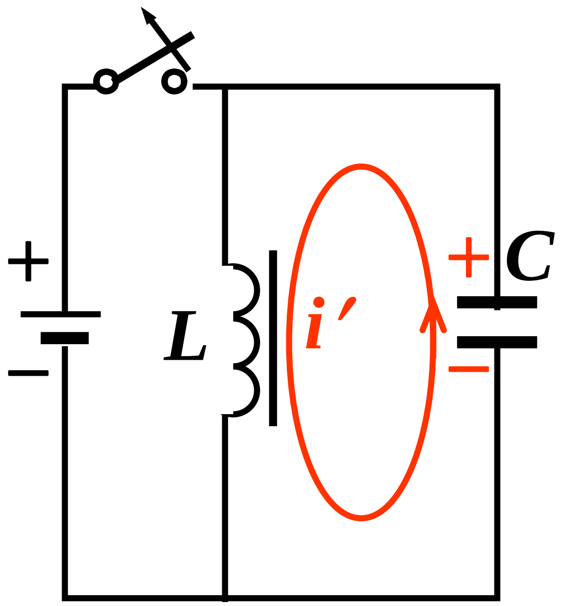
（需要$I_L > I_R$）

大电感（L大）断电时（di/dt 大）， 可产生很高的ε_L，易造成线圈绝缘被击穿和触点电腐蚀。

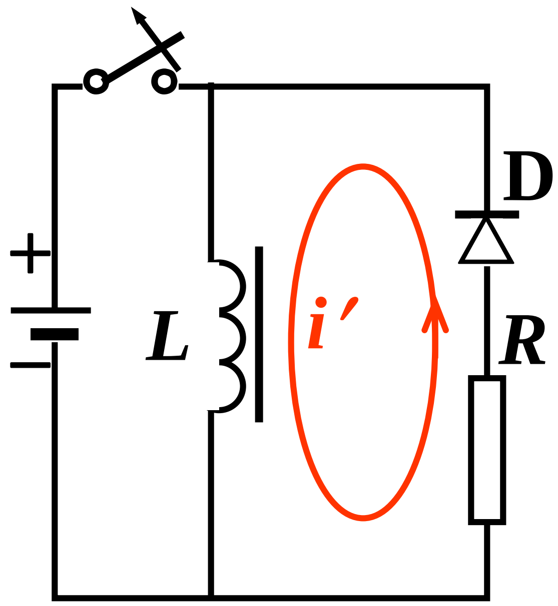
减小（di/dt）的措施：



R：泄放电阻
（消耗磁能）

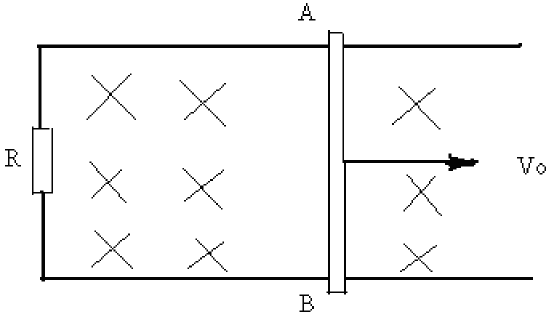


C：续流电容
（充电续流）



D：续流二极管
（导通续流）

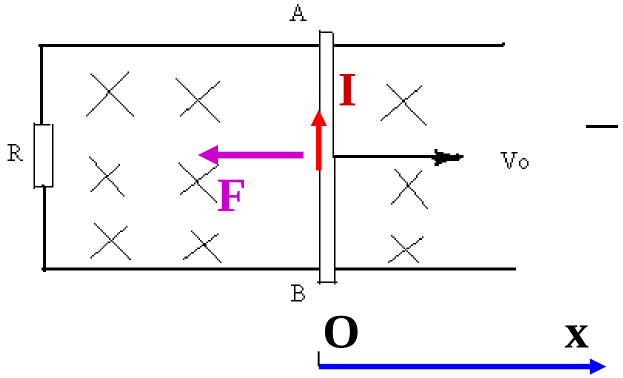
例20.7 如图所示，一平行导轨上放置一根质量为m、长为L的金属杆AB，平行导轨连接一电阻R，均匀磁场 $\vec{B}$ 垂直地通过导轨平面，当杆以初速度v_0向右运动时，求金属杆移动的距离。（忽略金属杆的电阻、它与导轨的摩擦力和回路的自感。）



解： 动生电动势 $\varepsilon = BLv$ $\quad I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{BLv}{R}$

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} \qquad F = \frac{BLv}{R} LB \sin\frac{\pi}{2} = \frac{B^2L^2}{R} v$$

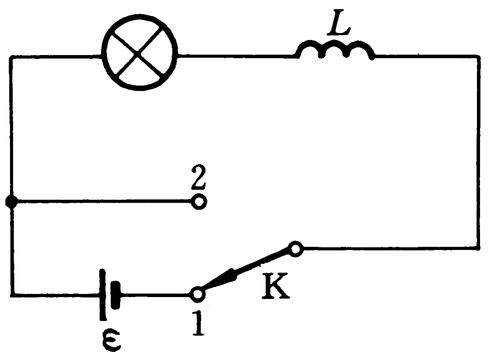
$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad -\frac{B^2L^2}{R} v = m\frac{dv}{dt}$$



$$-\frac{B^2L^2}{R}\frac{dx}{dt} = m\frac{dv}{dt} \qquad \int_0^s dx = -\int_{v_0}^0 \frac{mR}{B^2L^2} dv$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{mRv_0}{B^2L^2}$$

20.6 磁场能量



当开关K倒向1时，自感为L的线圈中的电流i将由零增大到恒定值I，灯泡会逐渐亮起来；这一电流变化在线圈中产生的自感电动势的方向与电流方向相反，起着阻碍电流增大的作用，自感电动势$\varepsilon_L = -L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$

作负功。在建立电流I的整个过程中，外电源不仅要供给电路中产生焦耳热所需要的能量，而且还要抵抗自感电动势作功A_L，即

$$A_L = \int \mathrm{d}A_L = \int_0^{\infty} (-\varepsilon_L)\, i\,dt = \int_0^{\infty} L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} i\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_0^{I} L\,i\,\mathrm{d}i = \frac{1}{2} L I^2$$

电源抵抗自感电动势所作的功A_L，转化成为储存在线圈中的能量，称为自感磁能，用W_m来表示。

$$\boxed{W_m=\frac{1}{2}LI^2}$$（类比：$W_e=\frac{1}{2}CV^2$）。

对长直螺线管由 $B=\mu nI$ 和 $L=\mu n^2V$ 得：

$$\boxed{W_m=\frac{B^2}{2\mu}V}$$

磁能密度 $$\boxed{w_m=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$$

这说明磁能储存于磁场中。

上结果适用于除铁磁质外的一切线性磁化介质。

磁场能量 $$W_m = \int_V \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \, dV$$

从能量角度理解电感中电流之所以不能突变，是因为磁能不能突变，否则功率将为无限大。

从磁能角度看，任何一个电流系统都有相应的电感量L，也可以从能量出发计算L：

$$\boxed{L = \frac{2W_m}{I^2}}$$

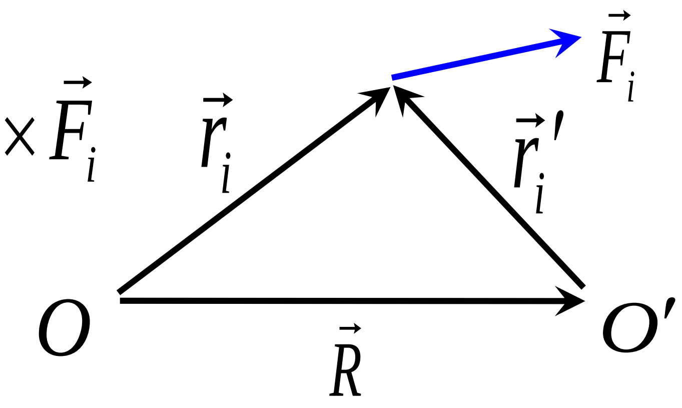
20.7 小环流与外磁场的相互作用能

1. 力矩

$$\vec{F}_{外} = \sum \vec{F}_i = 0$$ (外力的矢量和为零)

若 $\vec{F}_{外} = 0$，则磁力矩与参考点无关。磁场对某点O'的力矩等于对任意点O力矩。

证：
$$\vec{M}_{(O)} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \sum \left(\vec{r}_i' + \vec{R}\right) \times \vec{F}_i$$
$$= \sum \vec{r}_i' \times \vec{F}_i + \vec{R} \times \sum \vec{F}_i$$
$$= \sum \vec{r}_i' \times \vec{F}_i = \vec{M}_{(O')}$$



c×(a×b)=(c·b)a-(c·a)b　　c点远乘近减c点近乘远

$$\vec{M} = \oint_L \boldsymbol{r} \times (I\,d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}) = \oint_L (\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{r})\, I\,d\boldsymbol{l} - \oint_L \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}\cdot I\,d\boldsymbol{l}) \quad ①$$

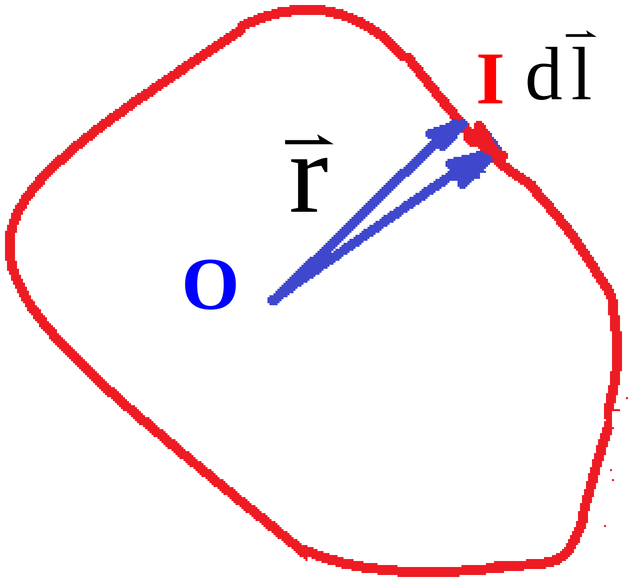
先证 $\oint_l \varphi\, d\boldsymbol{l} = \int d\boldsymbol{S} \times \nabla\varphi$，　S 是以 L 为周界的任意曲面。

证明：取任意常矢量 $\boldsymbol{C}$

$$\boldsymbol{C}\cdot\oint_L \varphi\, d\boldsymbol{l} = \oint_L \varphi\boldsymbol{C}\cdot d\boldsymbol{l} = \int (\nabla\times\varphi\boldsymbol{C})\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$= \int (\varphi\nabla\times\boldsymbol{C} + \nabla\varphi\times\boldsymbol{C})\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$= \int (\nabla\varphi\times\boldsymbol{C})\cdot d\boldsymbol{S} = \boldsymbol{C}\cdot\int d\boldsymbol{S}\times\nabla\varphi$$



由 $\boldsymbol{C}$ 的任意性，可得。

$$I\oint_L (\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{r})\, d\boldsymbol{l} = I\int d\boldsymbol{S}\times\nabla(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{r})$$

因 $\nabla(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{r}) = \nabla(B_x x + B_y y + B_z z) = \boldsymbol{B}$

故 $I\oint_L (\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{r})\, d\boldsymbol{l} = I\int d\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{B}$

$$= \left(I\int d\boldsymbol{S}\right)\times\boldsymbol{B} = \boldsymbol{m}\times\boldsymbol{B}$$

$$\vec{M} = \oint_L \boldsymbol{r} \times (I\,d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}) = \oint_L (\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{r})\, I\,d\boldsymbol{l} - \oint_L \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}\cdot I\,d\boldsymbol{l}) \qquad ①$$

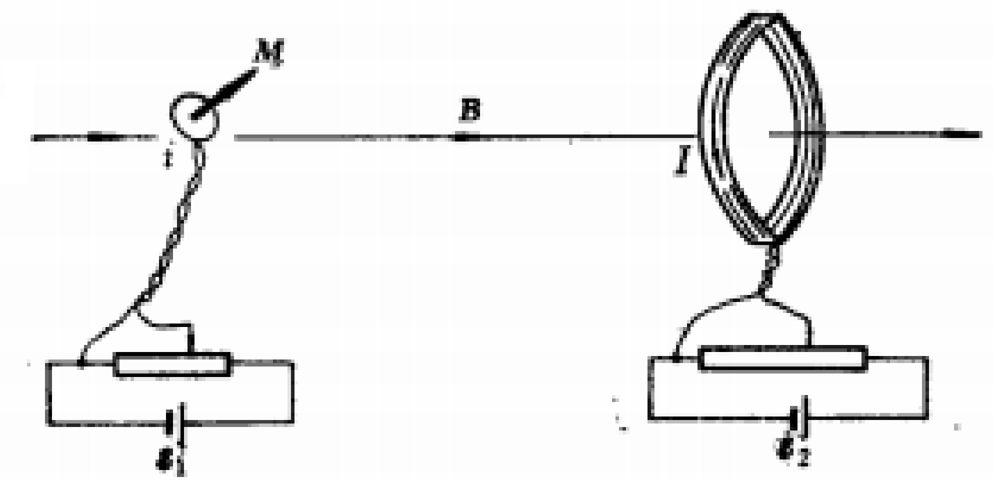
①式中第二项 $-\oint_L \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}\cdot I\,d\boldsymbol{l}) = -I\boldsymbol{B}\oint_l \boldsymbol{r}\cdot d\boldsymbol{l} = -I\boldsymbol{B}\int(\nabla\times\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S}$

因 $\nabla\times\boldsymbol{r}=0$，此项为 0。

故 $$\vec{M} = \oint_L \boldsymbol{r} \times (I\,d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$$

2. 有源小环流与外磁场的相互作用能

伴随着小环流的转动，必然发生电磁感应现象，从而改变环流数值或改变电源的输入电压．这就是说，在磁矩转动过程中，不仅有外场安培力矩作功，而且有外接电源参与能量交换，应当在磁矩转动能、磁矩与磁场的相互作用能、外接电源能三者之间讨论能量关系．



考虑到能量是状态的函数，与过程无关，我们设想在小环流转动过程中，外接电动势随之递增Δe_1、Δe_2，以补偿两个线圈中的感应电动势（反电动势）e_1'、e_2'，而维持小环流i和外磁场电流I不变．设A_0——磁矩m从$\pi/2$转至θ角过程中安培力矩的功，A_1——补偿电动势Δe_1在过程中提供的功，A_2——补偿电动势Δe_2在过程中提供的功．则小环流与外磁场的相互作用能应

是 $$W = -A_0 + (A_1 + A_2)$$

右端第一项与偶极子类同：

$$-A_0 = -\int_{\pi/2}^{\theta} |\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}|\, d\alpha = -\int_{\pi/2}^{\theta} m\, B\sin\theta\ (-d\theta) = -\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}$$

在外场不变情形下，有

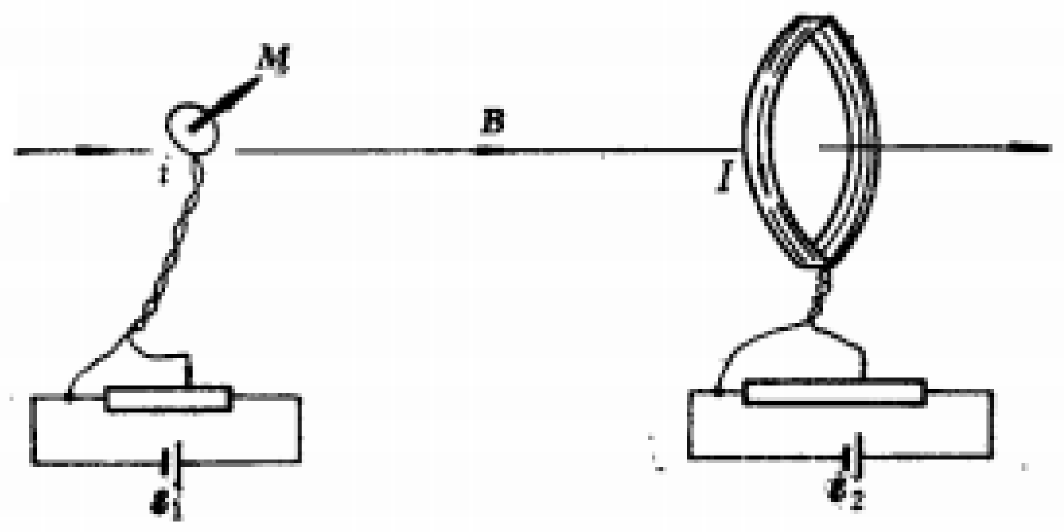
$$\Delta e_1 = -e_1' = \frac{d}{dt}(BS\cos\theta) = -BS\sin\theta \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$A_1 = \int i\Delta e_1\, dt = -\int_{\pi/2}^{\theta} iBS\sin\theta d\theta = iSB\cos\theta = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}$$

利用小环流与大线圈之间的互感系数应该时时相等这一性质，可以证明

$$A_2 = A_1 = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}, \qquad \text{即} \qquad A_1 + A_2 = 2\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}$$

最后得 $$W = (-\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}) + (2\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}) = +\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}$$



$$W = +\vec{m} \bullet \vec{B}$$

小环流相互作用能公式的正 号表明，在安培力矩作用下，小环流转向外场，其转动能和相互作用能同时增加。这并不违背能量守恒律。上述推导过程清楚地表明，这两 部分能 量的增加一并来源于外界的电源能。

如果设想其它过程，譬如保持电源电动势不变，而让小环流或外线圈的电流随之改变，

$$W = +\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{B}$$

依然成立．在任何过程中，外界电源参与能量交换是不可避免的，(A_1+A_2) 总等于 $2\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{B}$，尽管它在$A_1$、$A_2$之间的分配可能不同．总之，在没有外部机械力的作用下，仅在磁力作用下的载流体的动能和空间磁能可以同时增加，这一点是磁现象与电现象的一个重要区别．

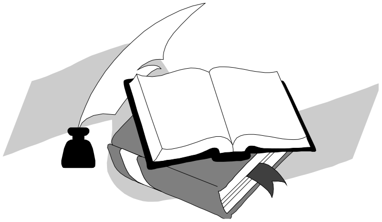
3. 无源小环流与外磁场的相互作用能

$$W = -A_0 + A_1 + A_2$$

$$A_1 + A_2 = 0$$

$$W = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th>电偶极子</th><th>小环流</th></tr>
<tr><td colspan="2">激发场</td><td>$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$</td><td>$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\nabla\frac{\vec{m}\cdot\vec{r}}{r^3}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">在外场中</td><td>受力矩</td><td>$\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}$</td><td>$\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">相互作用能</td><td rowspan="2">$W = -\vec{p}\cdot\vec{E}$</td><td>$W = +\vec{m}\cdot\vec{B}$ 有源小环流</td></tr>
<tr><td>$W = -\vec{m}\cdot\vec{B}$ 无源小环流</td></tr>
</table>



第20章结束