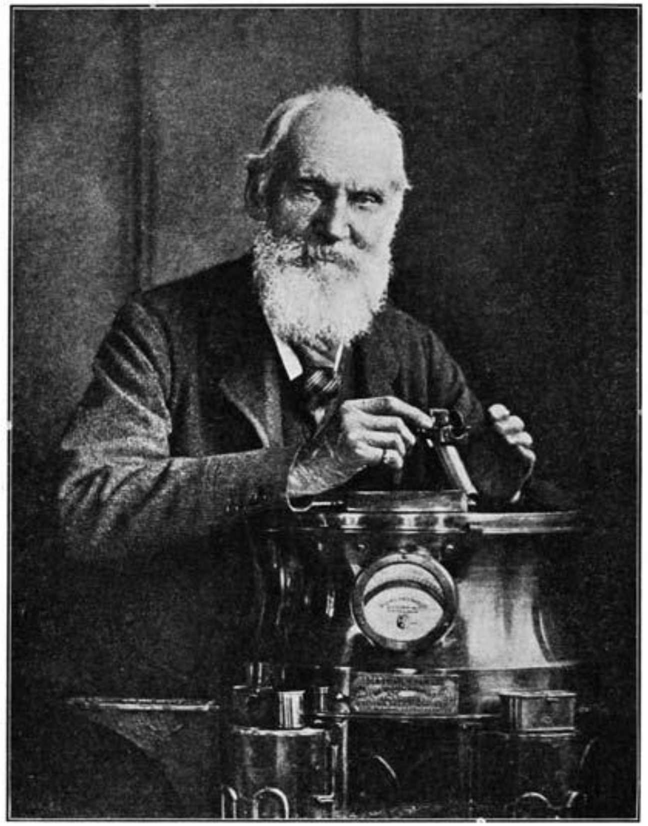
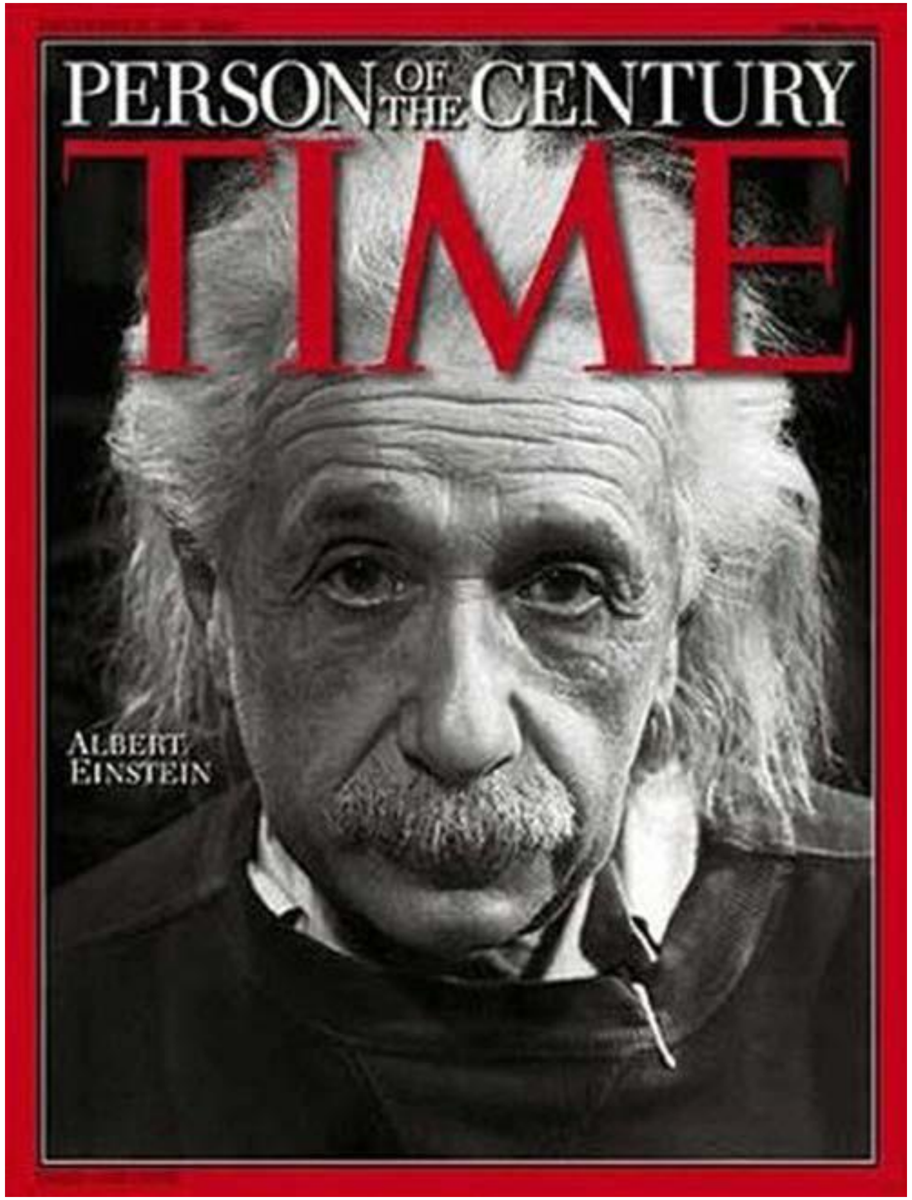
8. 狭义相对论基础

19 世纪末，以牛顿力学和麦克斯韦电磁理论为代表的经典物理学渐趋完善，著名英国物理学家汤姆孙（W. Thomson，1824 ～1907）甚至认为：“未来物理学将不得不在小数点后第六位去寻求真理。”他在1900 年末为展望20世纪物理学而写的一篇文章中说：“在已经基本建成的科学大厦中，后辈物理学家只要做一些零碎的修补工作就行了。”但是，接着他又说：“在物理学晴朗天空的远处，还有两朵小小的令人不安的乌云。”



在本世纪初，发生了三次概念上的革命，它们深刻地改变了人们对物理世界的了解，这就是狭义相对论（1905年）、广义相对论（1916年）和量子力学（1925年）。

—— 杨振宁，《爱因斯坦对理论物理学的影响》，1979



爱因斯坦

（Albert Einstein）

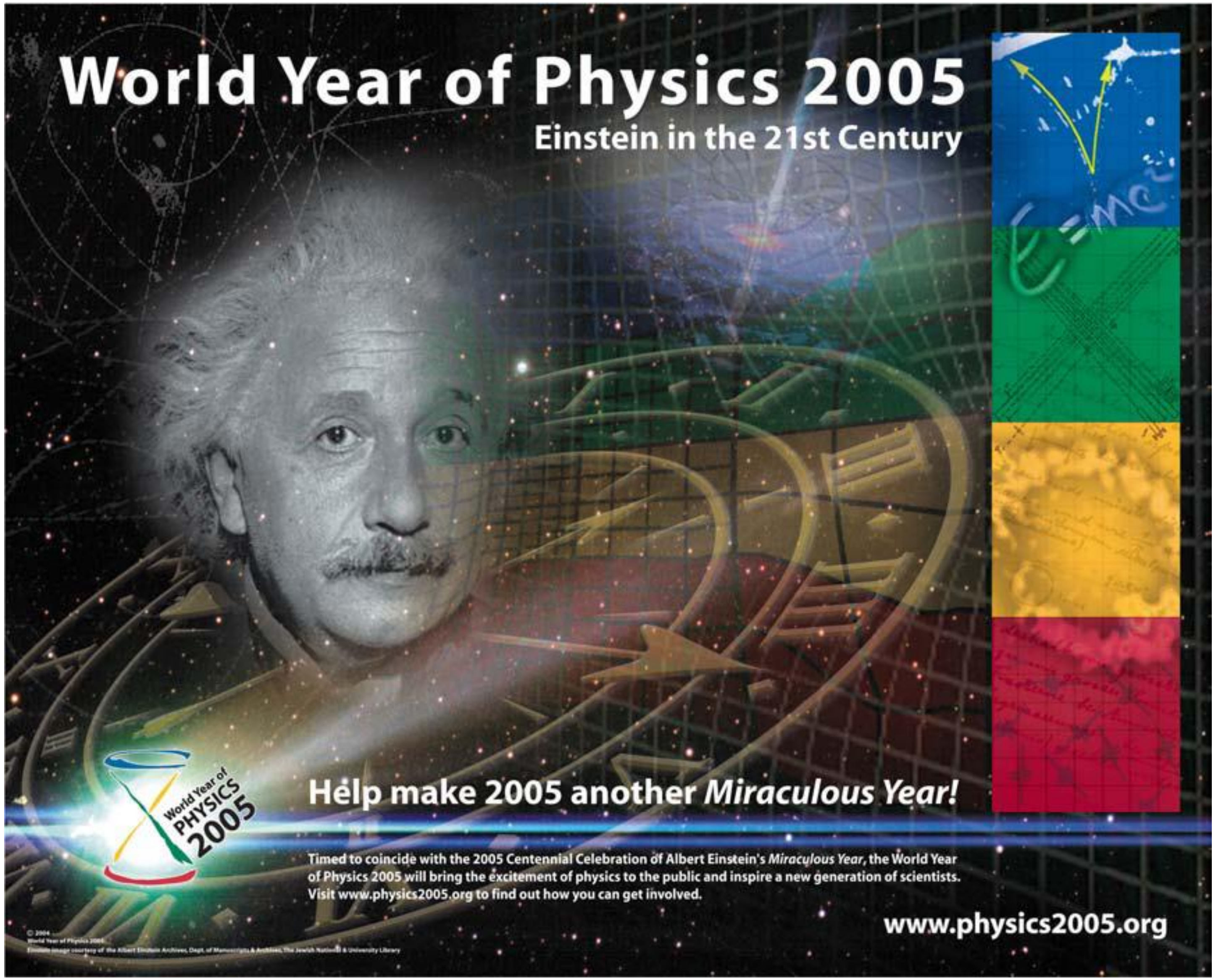
（1879——1955）

1921年获诺贝尔物理奖

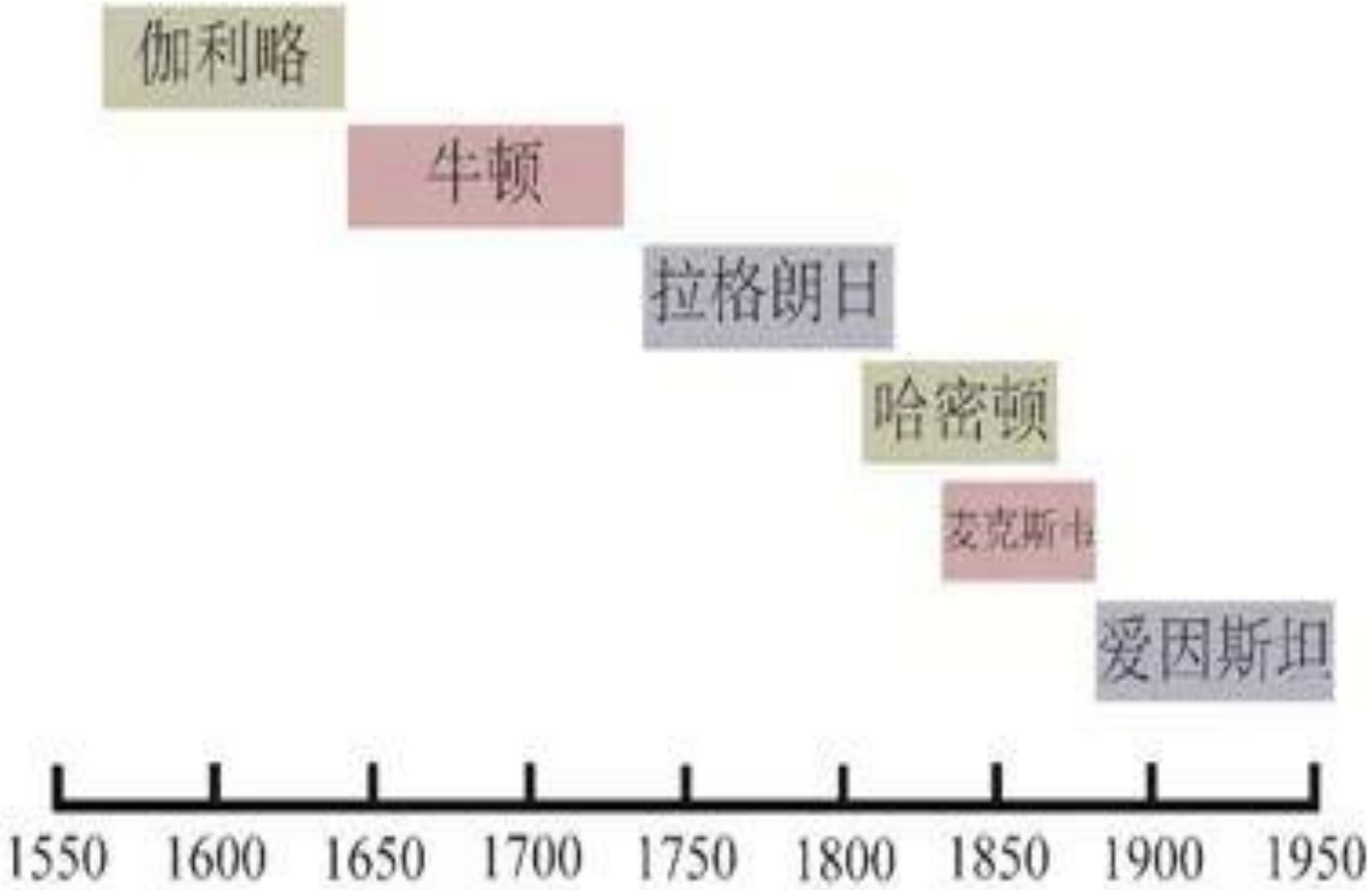
美国时代周刊
评选他为20世
纪的世纪人物

现代时空观的创始人

1999年12月31日《时代》周刊封面

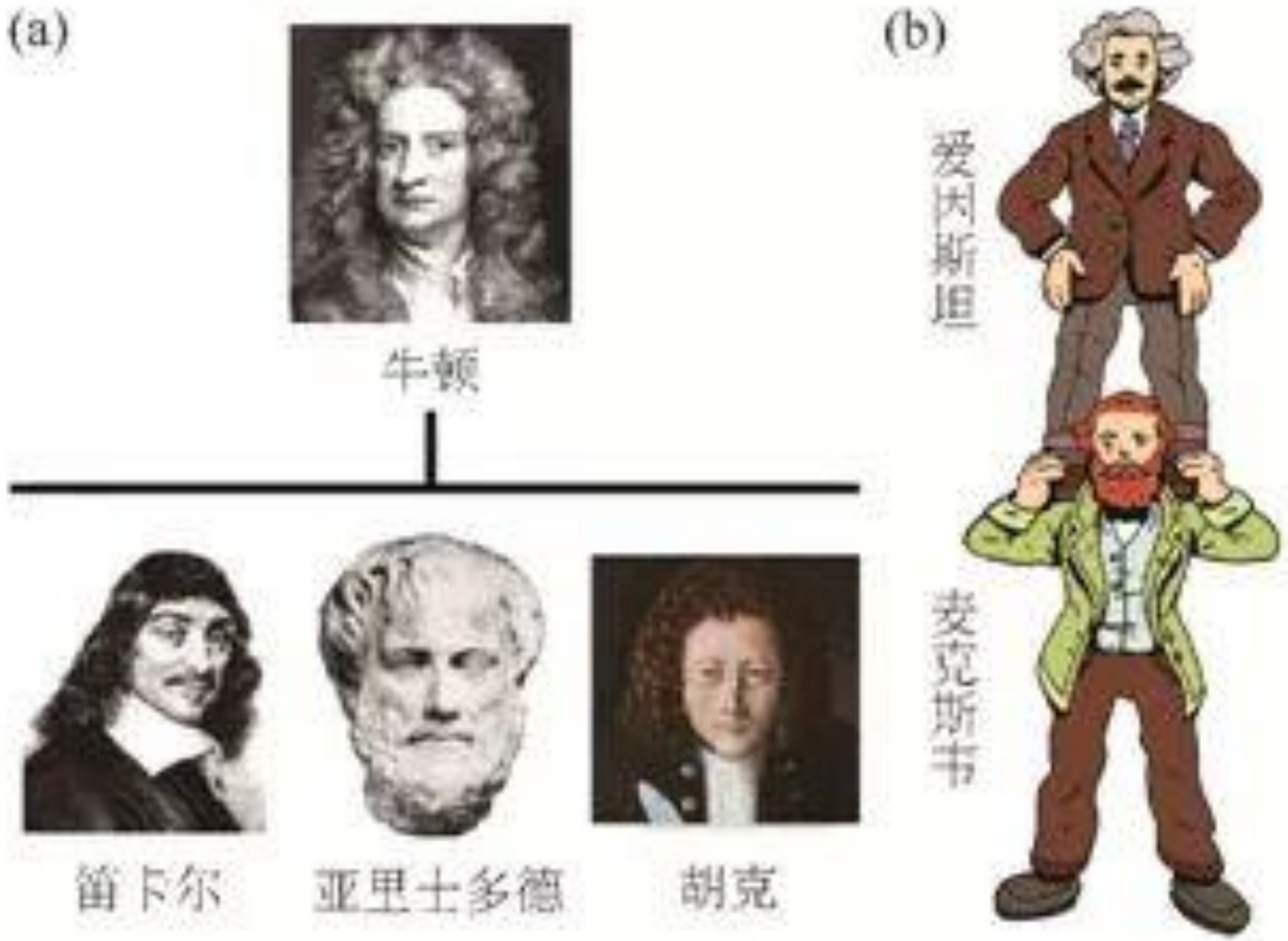

World Year of Physics 2005
Einstein in the 21st Century
World Year of PHYSICS 2005
Help make 2005 another *Miraculous Year!*
Timed to coincide with the 2005 Centennial Celebration of Albert Einstein's *Miraculous Year*, the World Year of Physics 2005 will bring the excitement of physics to the public and inspire a new generation of scientists. Visit www.physics2005.org to find out how you can get involved.
www.physics2005.org

世界物理年宣传画


伽利略
牛顿
拉格朗日
哈密顿
麦克斯
爱因斯坦
1550
1600
1650
1700
1750
1800
1850
1900
1950

牛顿于1676年2月5日给胡克的回信中的名言“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants (如果我看的更远的话，那是因为我站在巨人的肩膀上).”

二十世纪二十年代的一天，剑桥大学某位物理学家作为接待者，恭维来访的爱因斯坦说：“你站在了牛顿的肩膀上 (You stand on Newton’s shoulders)”，爱因斯坦却回答说：“不，我是站在麦克斯韦的肩膀上 (No, I stand on Maxwell’s shoulders)！” 爱因斯坦的回答十分中肯，也确切地表达了他的物理思路和兴趣所在都是跟踪麦克斯韦的足迹. 爱因斯坦的主要成就：两个相对论中，狭义相对论显然是为了解决麦克斯韦电磁理论与经典力学的矛盾才得以建立的，而广义相对论则是前面思想之延续. 从爱因斯坦在 1905 年发表的另一篇关于布朗运动的文章，可以看出他也热衷于麦克斯韦曾经致力研究过的分子运动理论.


(a)
牛顿
笛卡尔
亚里士多德
胡克
(b)
爱因斯坦
麦克斯韦

◆相对论的核心问题： 两方面

1）相对性原理 —— 基本物理规律的不变性；

2）建立变换关系 ——与规律不变相协调。

物理学中最基本的物理量是时间、长度，

最基本的变换是时空坐标的变换。

◆对于时空，两种对立观点：

时空是绝对的，与运动（参考系）无关 → 与日常经验吻合

时空是相对的，与运动和物质分布有关！

◆ 认识论上：要超越自我，自觉摆脱经验的束缚。

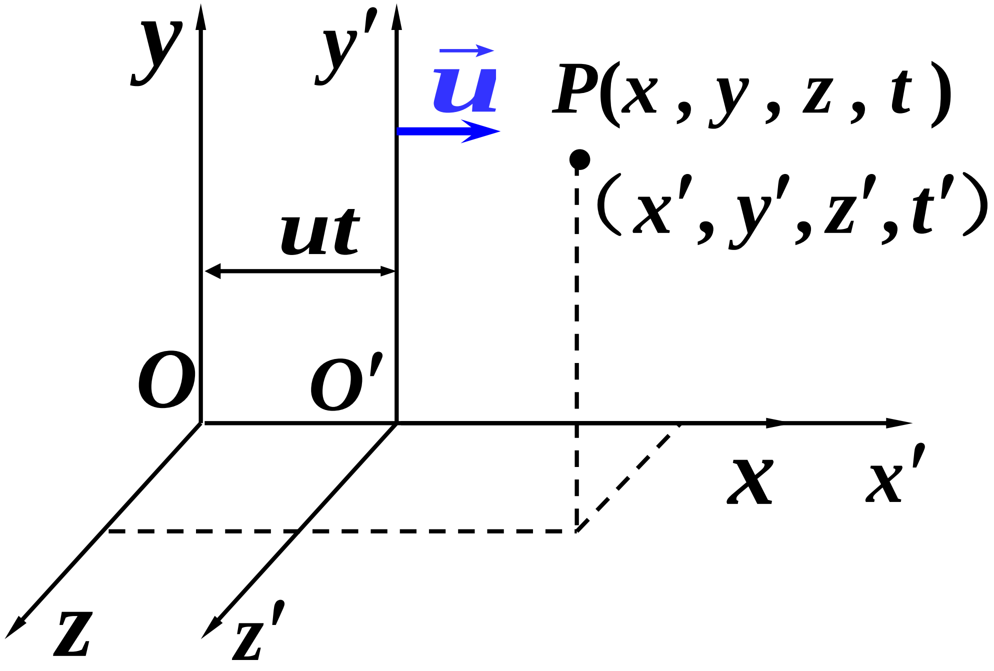
8.1 牛顿相对性原理和伽里略变换（principle of relativity in mechanics and Galilean transformation）

牛顿相对性原理（力学相对性原理）：

一切力学规律在不同的惯性系中应有相同的形式。

牛顿相对性原理源于牛顿的绝对时空观：时间和距离的测量与参考系无关。

牛顿的时空观可通过以下坐标和时间变换来体现：



$x' /\!/ x$，$y' /\!/ y$，$z' /\!/ z$，

$\vec{u} = u\vec{i} = \text{const}.$

且 O'与 O 重合时，

$t = 0$， $t' = 0$ 对表

由时空间隔的绝对性，有：

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

— 伽里略变换

(Galilean transformation)

对时间求导，得：

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \rightarrow \boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}}$$

— 伽里略速度变换

$$\because \quad \vec{u} = \text{const}. \qquad \therefore \quad \frac{\mathrm{d}\vec{v}'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$$

牛顿力学中力和质量都与参考系的选择无关，所以在不同惯性系中 $\vec{F} = m\vec{a}$ 的形式不变。

→ 基于牛顿定律导出的各定理形式不变！

一切惯性参考系对牛顿力学规律等价！

伽利略变换与牛顿力学的相对性原理相自洽

8.2 爱因斯坦相对性原理和光速不变原理

（Einstein′s principle of relativity and principle of constant speed of light）

一、绝对时空观的困难

19世纪下半叶，由麦克斯韦电磁场方程组得知：

电磁波（包括光）在真空中各方向速率都为 c 。

尖锐的矛盾：

伽利略变换（或绝对时空）更基本，

还是物理规律的不变性更基本？

没有两全之策!

迈克耳孙

Albert Abraban Michelson

(1852 — 1931)

莫雷

Edward Morley

(1838 — 1923)

二 、爱因斯坦的基本假设

1905年爱因斯坦在《论动体的电动力学》中提出如下两条基本原理：

1. 一切物理规律在所有惯性系中形式相同。

——爱因斯坦相对性原理

2. 任何惯性系中，真空中光的速率都为 c 。

——光速不变原理

光速不变原理与伽里略变换是彼此矛盾的，若保持光速不变原理，就必须抛弃绝对的时空观。

▲ **Einstein 的相对性原理是Newton 相对性原理的发展**

一切物理规律

力学规律

▲ 光速不变与伽利略变换针锋相对

▲ 观念上的根本改变

革命性

牛顿力学

时间标度

长度标度

质量的测量

与参考系无关

（绝对性）

⇨

速度与参考系有关

（相对性）

狭义相对论力学

光速不变 → 长度、时间测量的相对性

对牛顿绝对时空观的彻底否定！

8.3 同时性的相对性

（**relativity of simultaneity** ）

光速不变原理将导致时间度量的相对性。

◆事件：与参照系无关而发生的某件事情

◆事件的时空坐标：静止于参考系中的坐标尺和一系列同步的当地钟测量

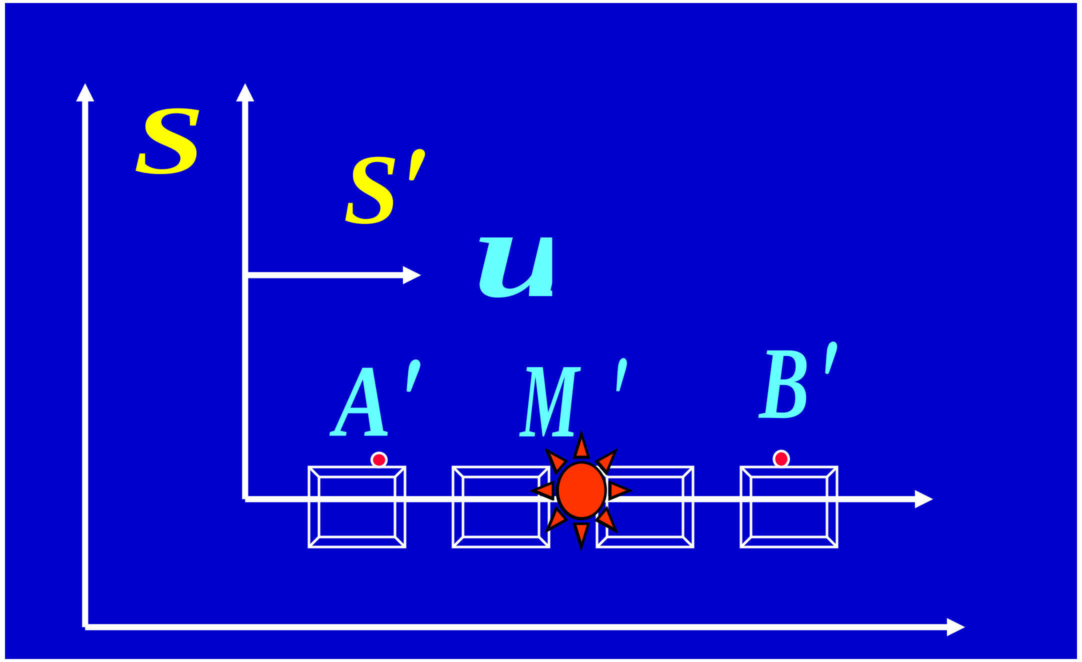
◆同时性的相对性——“同时”是相对的是光速不变原理的直接结果

以爱因斯坦火车（设想的高速火车）讨论。

S': Einstein 火车
（高速火车）

S：地面参考系
（站台）

“思想”实验装置



在火车上，A'（车尾），B'（车头）分别放置信号接收器，车中点 M' 放置光信号发生器。

$t = t' = 0$ 时刻，在M'处发一光信号

事件1：A'（车尾）接收到闪光

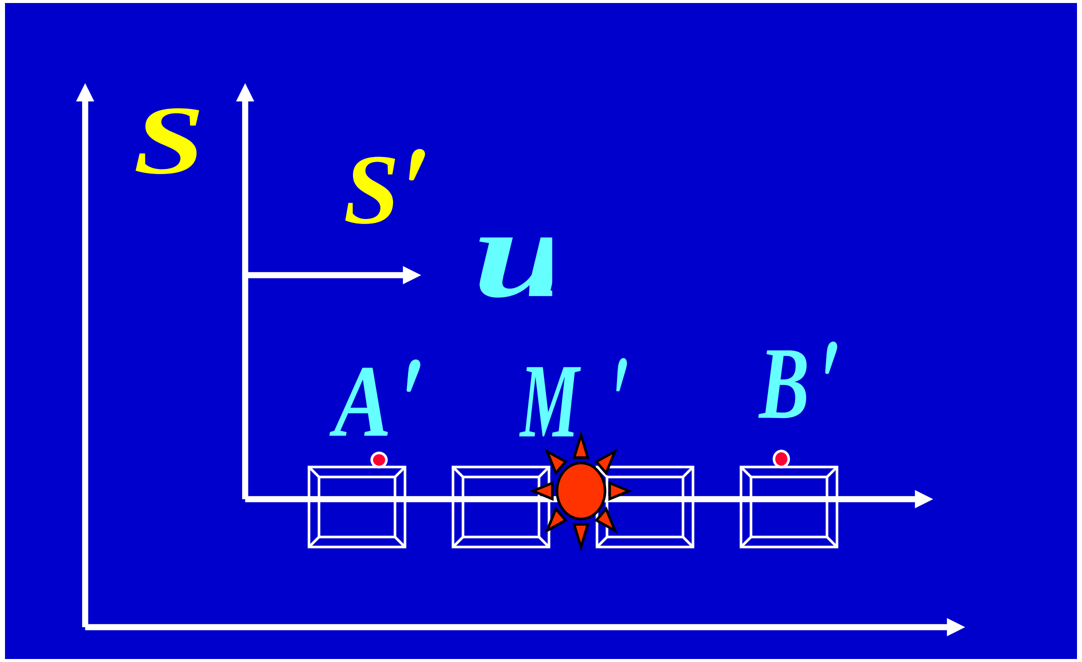
事件2：B'（车头）接收到闪光

两事件发生的
时间先后？

S′系：

M′处闪光

光速＝c



$\overline{A'M'} = \overline{B'M'}$ ⟶ A′，B′同时接收到光信号

事件1、事件2 同时发生。

S系中测量的结论如何？

注意：光速仍为 c ！

S系中：

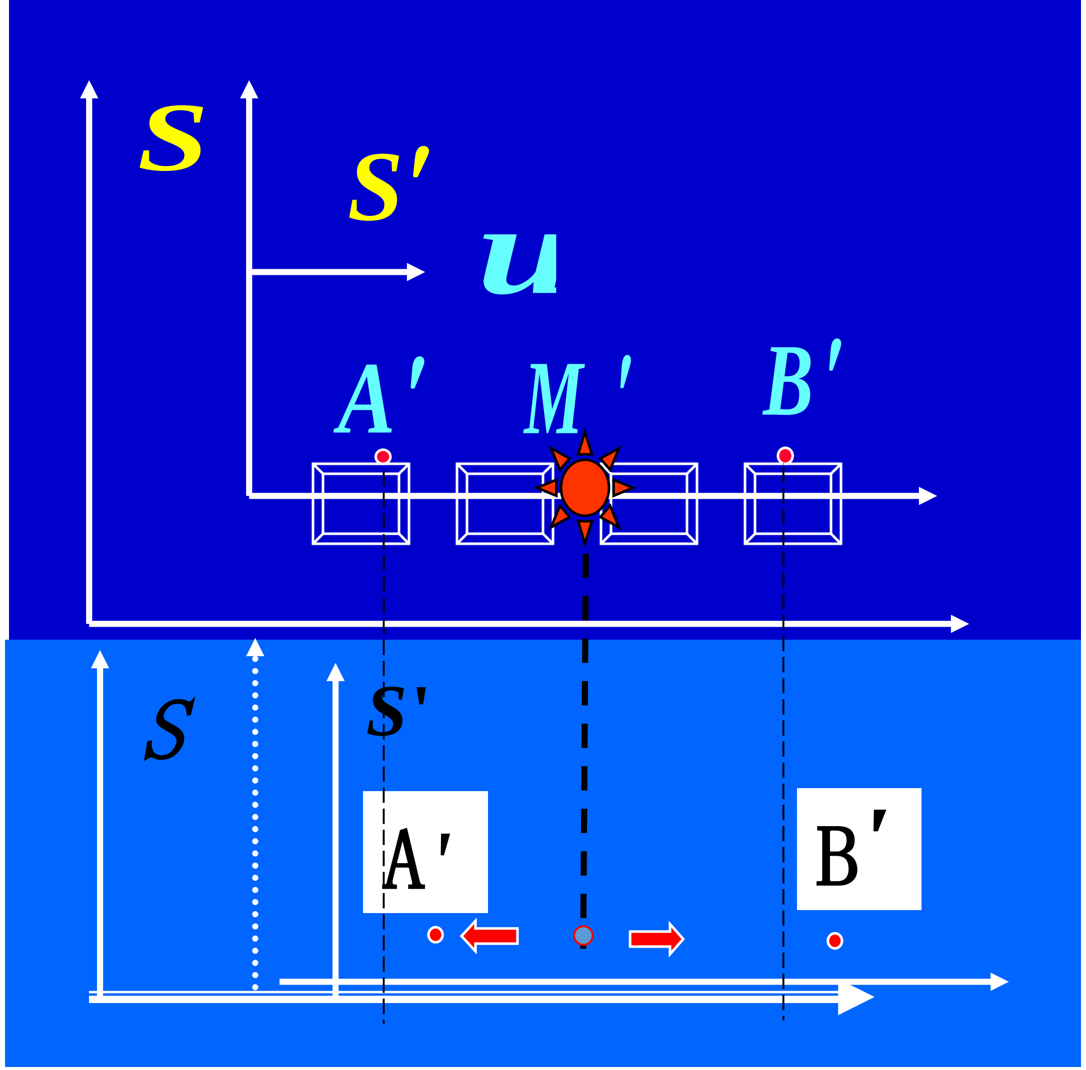
向前后方传播的
光速均为c！

A',B'随S'运动

A'迎向光；

B'与光同向而行

事件1(A')先发生。



在站台上看，车尾先收到闪光。

事件1、事件2　不同时发生！

讨论：1. 效应是相对的

A,M,B固定在S中，

M处发光信号。

事件1：A接收到闪光

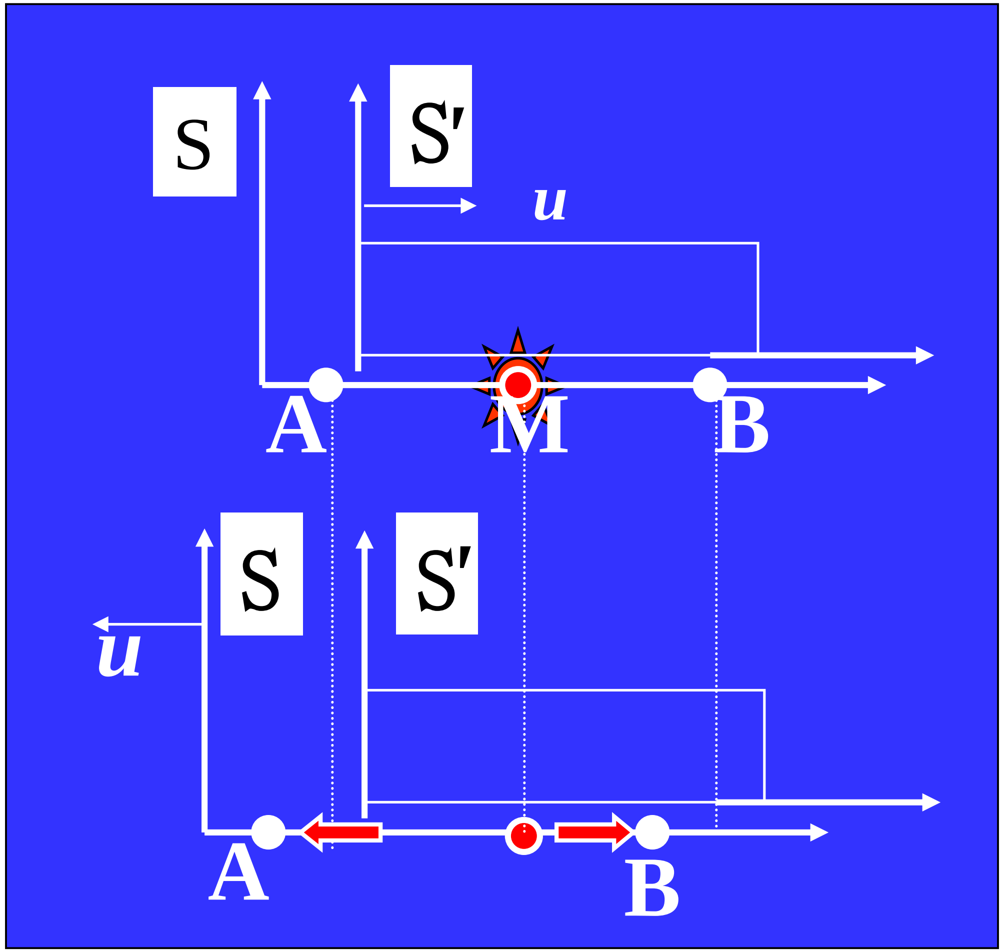
事件2：B接收到闪光

S中：二事件同时

S′ 中：　C 不变！

事件2先发生。

二事件不同时！

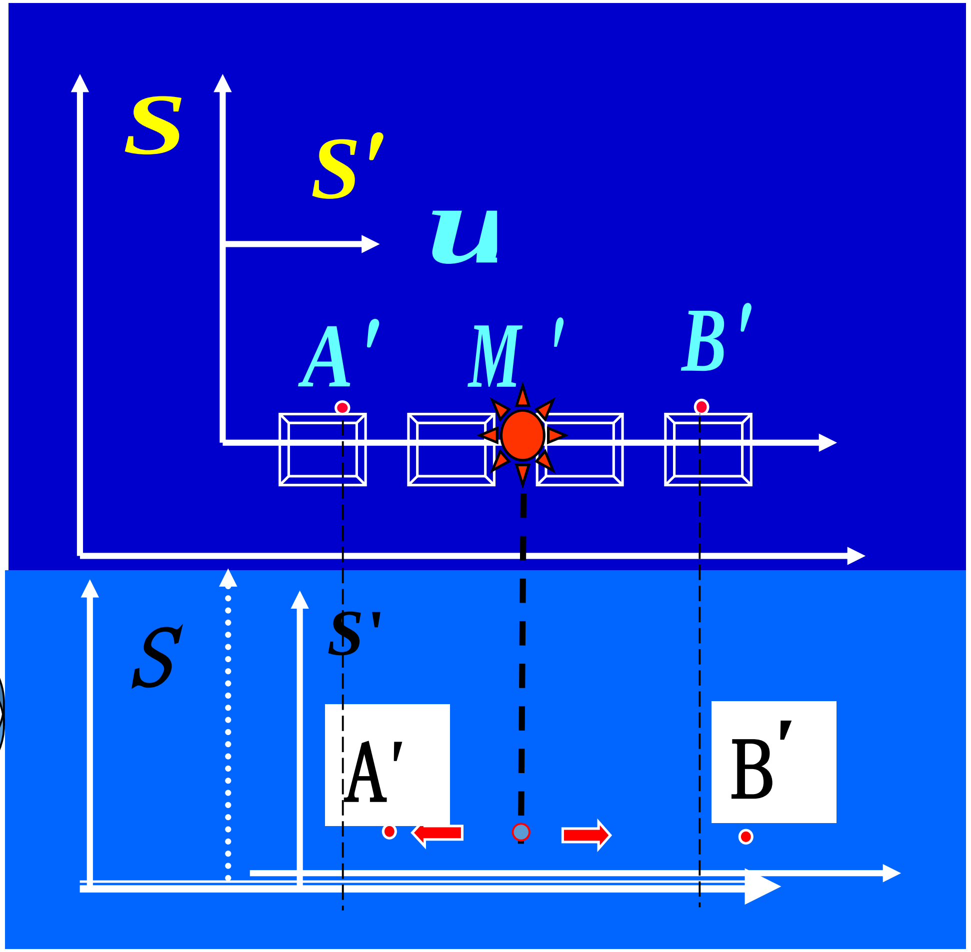


共同结论：位于参考系运动后方的事件先发生！

同时发生的那个

2、同时性的相对性是光速不变原理的直接结果

光速不变：
相遇的路程不同
→不同时



伽利略变换：$\vec{v} = \vec{c} + \vec{u}$

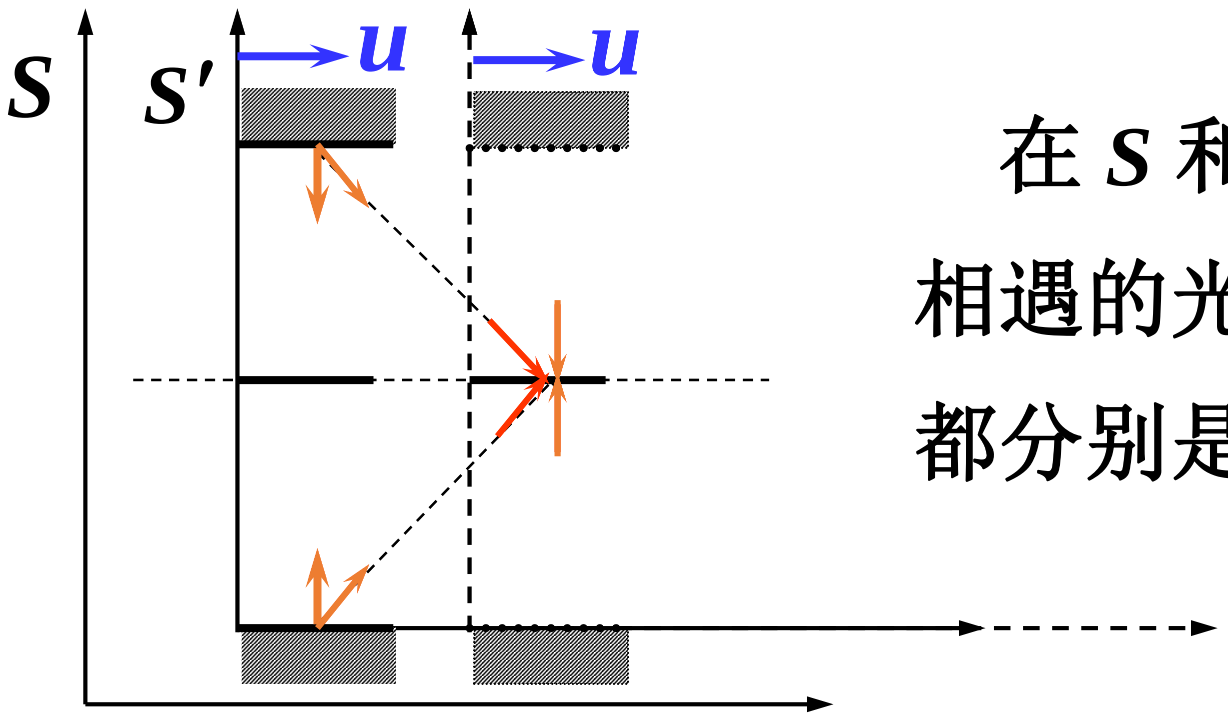
向A′：速率 c-u ，路程短
向B′：速率 c+u ，路程长

仍同时

即：同时是“绝对”的（伽利略变换是绝对时空观下的变换）

3、当 u<<c 时 两个惯性系结果相同。

沿垂直于相对运动方向发生的两件事的同时性并不具有相对性。



在 S 和 S' 中两束相遇的光走的路程都分别是相同的。

8.4 洛仑兹变换 Lorentz transformation

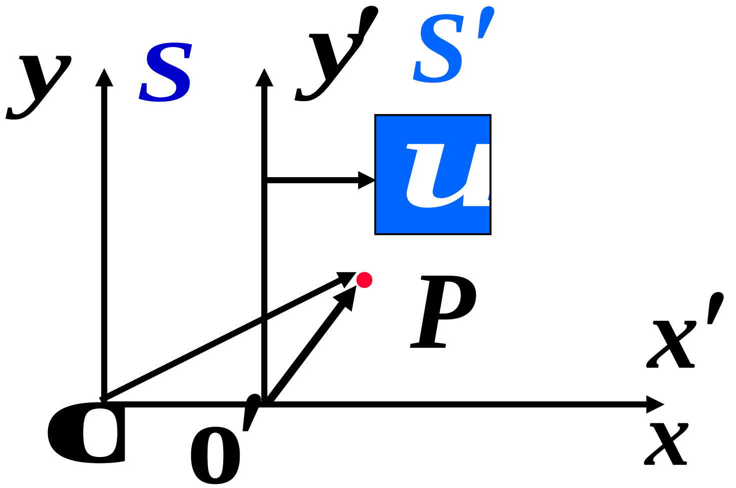
目的：寻找适合光速不变原理的新的时空变换。

一、推导

令S、S′系的x、x'轴重合

当O, O′重合时：

$t=t'=0$



某个事件在某一时空点 P发生

$S \quad P(x, y, z, t)$

$S' \quad P(x', y', z', t')$

寻找

对此同一客观事件两个参考系中相应的坐标值之间的关系

◆由变换是**相对的**及客观事实是**确定的**：

(x, y, z, t) 对应唯一的 (x', y', z', t')

为线性关系

设 $x' = \alpha x + \varepsilon t$ ①

$t' = \delta x + \eta t$ ②

任务：确定系数 α ε δ η

◆如何寻找？

只有爱因斯坦相对性原理并
已知二参考系的相对运动

以此为出发点

1) 讨论S’ 系中某固定点(如 O’点):

S系中测量:　dt 内位移 dx

S'系中测量:　$dx' = 0$

微分①式:　$dx' = \alpha\, dx + \varepsilon\, dt$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{\alpha} = -\left.\frac{dx}{dt}\right|_{O'} = -u$$

2) 同理讨论S系中某固定点(如 O 点):　$dx = 0$

微分①、②两式　$dx' = \alpha\, dx + \varepsilon\, dt$

$$dt' = \delta\, dx + \eta\, dt$$

得　$$\left.\frac{dx'}{dt'}\right|_{O} = \frac{\varepsilon}{\eta} = -u$$

比较得:$\alpha = \eta$

$\varepsilon = -\alpha u = -\eta u$

3) 讨论光的传播：

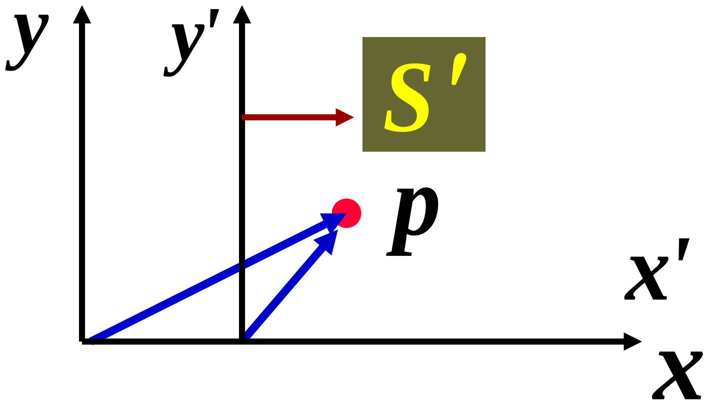
设 $t=t'=0$ 时刻在原点O(O')发一闪光，
一段时间后传到空间某点P

由光速不变原理：

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \qquad ③$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \qquad ④$$

由垂直于运动方向的
长度与参考系无关，有：



$$y' = y, \quad z' = z$$

将①②两式代入④式，与③比较系数，得

$$\alpha^2 - c^2\delta^2 = 1 \qquad ⑤$$

$$\alpha^2\left[1-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right] = 1 \qquad ⑥$$

$$\alpha u + \delta c^2 = 0 \qquad ⑦$$

$$\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$\delta = -\frac{u}{c^2}\alpha = \mp\frac{u}{c^2}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

α取正号还是负号？

当两参考系相对静止时，**u=0**，**α=∓1**，而这时应有**x'=x**，故α只能取正号，δ只能取负号。

二、结果

正变换

$$
\begin{cases}
x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \\
y' = y \\
z' = z \\
t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}
\end{cases}
$$

令 $\beta \equiv \dfrac{u}{c}$ $\gamma \equiv \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ，则

正变换

$$x' = \gamma(x - ut)$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

逆变换

$$x = \gamma(x' + ut')$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c}x'\right)$$

正变换

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

讨论：

1) t'与 x, u, t 有关

时空坐标不可分割

2) $u << c, \gamma \approx 1, \beta \approx 0$

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

回到伽利略变换

3） $u > c$ 变换无意义，速度有极限

c 为一切可作为参考系的物体的极限速率

4） 由洛仑兹变换看同时性的相对性

	S'	S
事件1	(x_1', t_1')	(x_1, t_1)
事件2	(x_2', t_2')	(x_2, t_2)

两事件同时发生

$$t_1' = t_2'$$

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = 0$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$= ?$$

$$\boxed{\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}}$$

若 $\Delta x \neq 0$

已知 $\Delta t' = 0$

$\Downarrow$

$\Delta t \neq 0$

同时是相对的！理论自洽！

5) 时序变换与因果律：

时空测量的相对性是否会改变因果律呢？

设两事件P_1、P_2在 S 和 S'系中的时空坐标为

$$S:\quad P_1(x_1,\ t_1),\ P_2(x_2,\ t_2)$$

$$S':\quad P_1(x_1',\ t_1'),\ P_2(x_2',\ t_2')$$

由洛仑兹变换有：

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma\left[(t_2 - \frac{u}{c^2}x_2) - (t_1 - \frac{u}{c^2}x_1)\right]$$

$$= \gamma(t_2 - t_1)\left[1 - \frac{u}{c^2}\cdot\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\right]$$

$$= \gamma\,\Delta t(1 - \frac{u}{c^2}\cdot v_s)\ , \qquad v_s = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

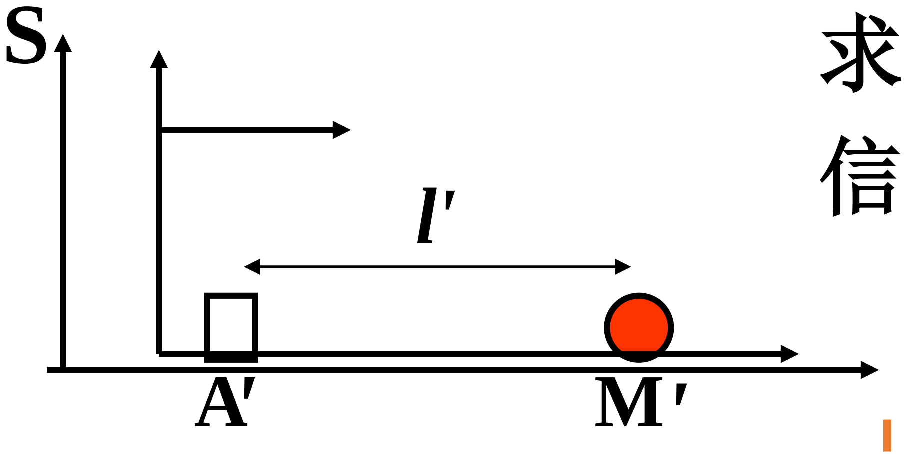
若P_1为因，P_2是果，则 $v_s \le c$ ，又 $u < c$ ，

$$\therefore \quad 1 - \frac{u}{c^2}v_s > 0 \longrightarrow \Delta t' \text{ 和 } \Delta t \text{ 同号。}$$

有因果的事件在不同参考系中因果关系不变。

若P_1、P_2为相互独立事件，则可能 $v_s > c$，
时序可能颠倒，但这并不违背因果律。

例8.1 爱因斯坦火车以 $u=0.6c$ 的速度对地运动，车中光信号发生器与接收器A′ 距离 3×10^6m；



求：地面参考系测量光信号传到A′ 所需时间。

解：火车参考系：

$$\Delta t' = \frac{l'}{c} = 0.01\text{s}$$

$$\Delta x' = -l'$$

地面参考系（S系）

由洛伦兹变换

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'\right) = \gamma\left\{\frac{l'}{c} + \frac{u}{c^2}(-l')\right\} = \gamma\frac{l'}{c}\left(1-\frac{u}{c}\right)$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\frac{l'}{c} = \frac{1}{2}\frac{l'}{c} = 0.005\text{s}$$

别解见p.46

8.5 时间膨胀　长度缩短

由洛伦兹变换可导出两个著名效应：

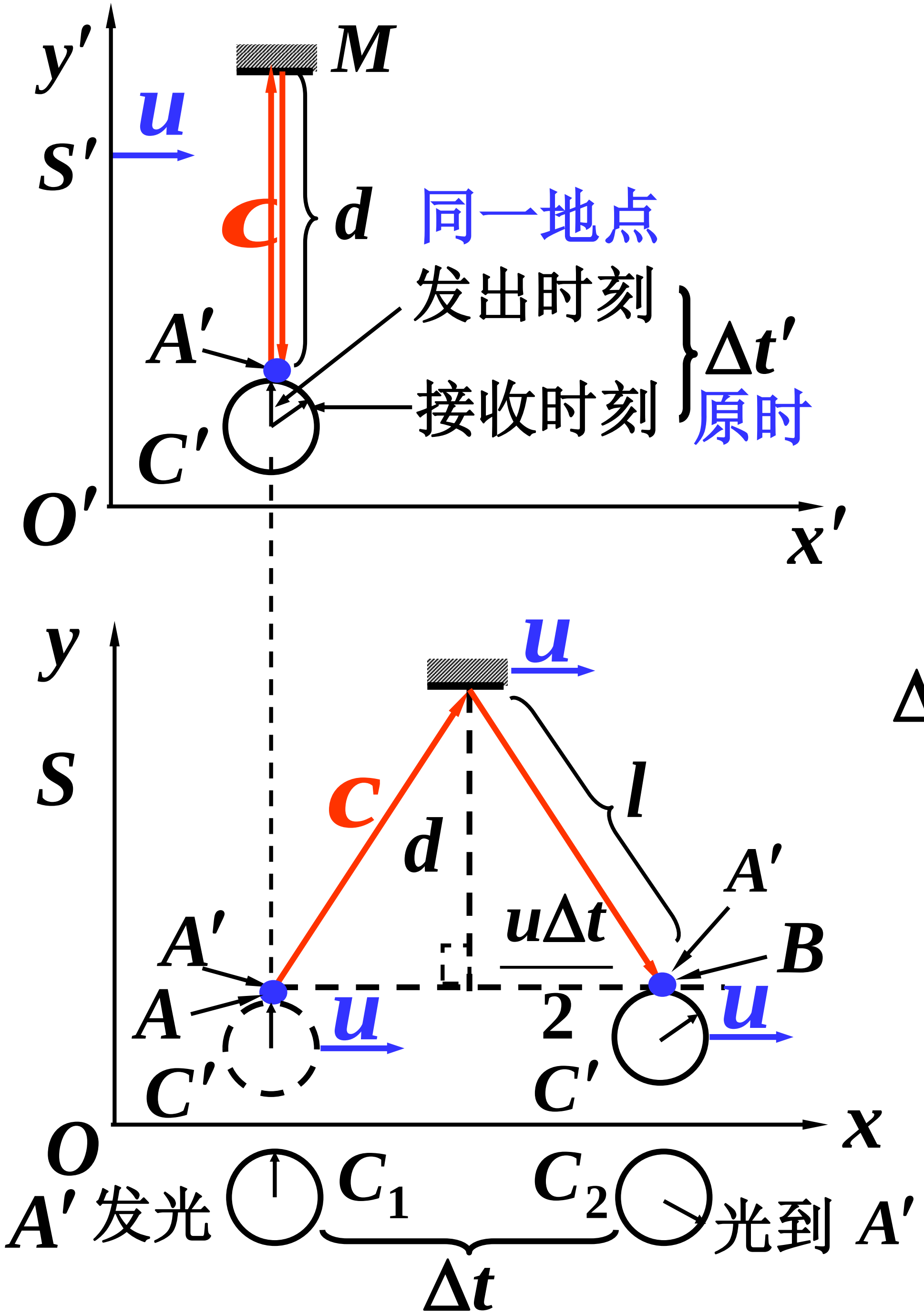
时间膨胀和长度收缩

一、时间膨胀 time dilation （运动时钟变慢）

◆原时 Proper time

在某一惯性系中，同一地点先后发生的两个事件之间的时间间隔叫原时。

◆研究：在某惯性系中，同一地点先后发生的两个事件的时间间隔(一只钟测量，即原时)与另一惯性系中，该两事件的时间间隔(两只钟分别测量)间的关系。



法1：由光速不变原理：

S'：$\Delta t' = \dfrac{2d}{c} = \tau \qquad (1)$

S：$l = \sqrt{d^2 + \left(\dfrac{u\Delta t}{2}\right)^2}$

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2} \qquad (2)$$

由(1)、(2)解得：

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \gamma\tau}$$

法2、由洛仑兹逆变换：

设S′中测量两事件：

$\Delta x' = 0$　　（两事件发生在同一地点）

$\Delta t' \equiv \tau$　　原时（一只当地钟测）

S 系中测量：　Δt 两地时（两只相应钟测）

$$\boxed{\Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x')} \longrightarrow \boxed{\Delta t = \gamma\tau}$$

两地时>原时

同理：若S系中同一地点

$\Delta x = 0,\ \Delta t = \tau$　　有　$\Delta t' = \gamma\tau$

结论： 对两事件的时间间隔的测量，以原时为最短；两地时大于原时——“时间膨胀”。

或：和某惯性系中一系列静止的同步钟相比，一个运动的钟变慢了！

一个运动时钟的“1秒”比一系列静止时钟的“1秒”长，这称为运动时钟的“时间膨胀”。

时间膨胀（又称时间延缓）完全是一种相对效应。

注意

对同样的两个事件，原时只有一个。

“固有时” “本征时”

应该注意，与钟一起运动的观测者是感受不到钟变慢的效应的。运动时钟变慢纯粹是一种相对论效应，并非运动使钟的结构发生什么改变。

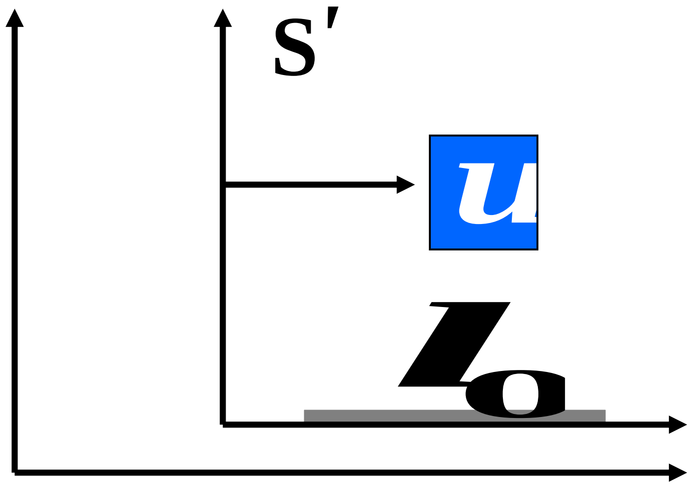
1秒钟 定义为相对于参考系静止的 ^{135}Cs原子发出的一个特征频率光波周期的9192631770倍。在任何惯性系中的1秒钟都是这样定义的。但是在不同惯性系中，观察同一个^{135}Cs原子发的特征频率光波的周期是不同的。

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \gamma\tau}$$

当 $u << c$ 时 $\Delta t' = \Delta t$，这就回到绝对时间了。

二、长度收缩--运动尺度变短

length contraction



对运动长度的测量：

同时测量两端坐标。

◆原长（静长）

在相对静止的参考系中测得测的长度

（结果与测量的时间早晚无关）

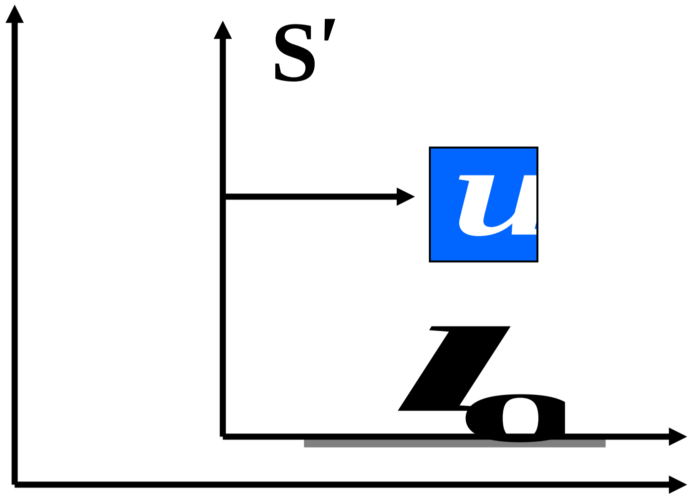
设棒在*S'*中静止，l_0为原长。

棒沿长度方向相对S系运动，

S系中测量棒长：与l_0 的关系？

事件1：记录棒的左端坐标

事件2：记录棒的右端坐标



事件相应的时空坐标：

S	S'
$x_1, t_1;$	x_1', t_1'
$x_2, t_2;$	x_2', t_2'
$\Delta t_{21} = 0$	
$l = x_2 - x_1$	$l_0 = x_2' - x_1'$

由洛仑兹变换

$$\boxed{\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}} \xrightarrow{\Delta t = 0} l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

同理：若棒在S系中静止，相对S′系高速运动，

则有

$$l' = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} < l_0 \qquad \boxed{动长 = 原长 \times \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

结论：对长度的测量以**原长最长** 。

或：沿运动方向“长度收缩
”

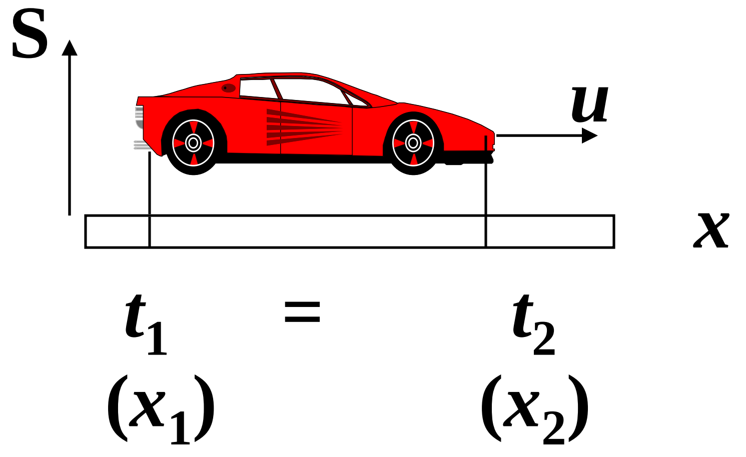
讨论

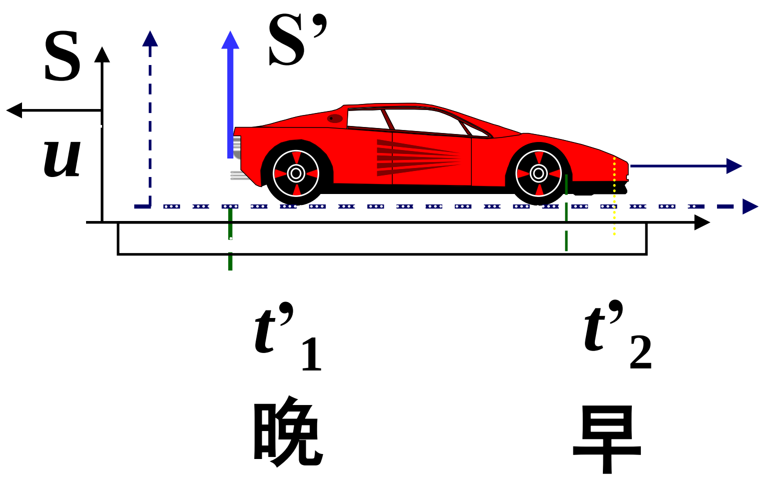
$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

1)长度收缩是同时性的相对性的直接结果.

S系：车在运动，需同时记录车两端的刻度。

S’（车）系认为，此测量不是同时的，而是车头测得早，车尾测得晚。





结果 $l < l' = l_0$

讨论

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

是同时性的相对性的直接结果， 并不是运动尺的结构发生了改变。

与尺一起运动的观测者感受不到尺的变短。

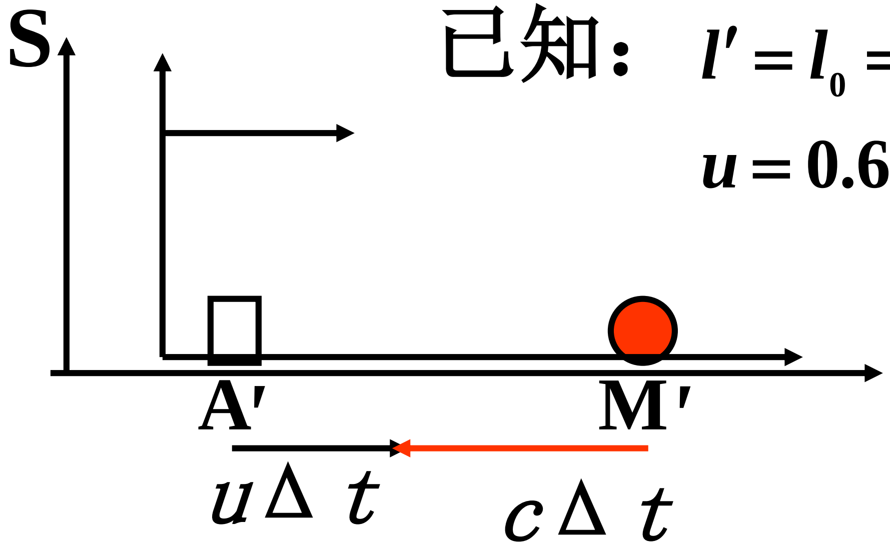
在任何惯性系中1米都定义为1/ 299792458秒内光在真空中所通过的距离。由于时间膨胀效应，同一把尺在不同惯性系中所测量的长度也不同。

2) 是纵向效应（运动方向⊥长度时无此效应）

3) 在低速下 $\Rightarrow$ 伽利略变换

4）对同一物体静长是唯一的 “原长”！

例8.2　由运动长度缩短重解例8.1爱因斯坦火车



已知：$l' = l_0 = 3\times10^6\ \mathrm{m}$

$u = 0.6c$

求：地面参考系测量光信号传到A’所需时间。

解： S 系中：

A'随车前进 $u\Delta t$，同时

光向A'方传播距离$c\,\Delta t$

有 $u\Delta t + c\Delta t = l$

而l是S中测量的长度

$$\therefore l = \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\,l_0$$

$$\therefore \Delta t = \frac{l}{c+u}$$

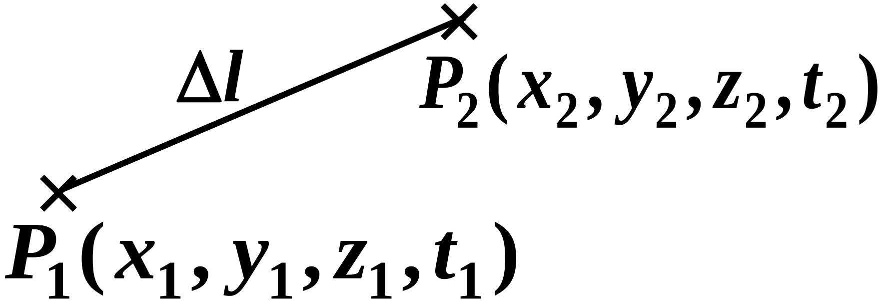
$$= \sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\,\frac{l_0}{c}$$

$\boxed{\text{结果同}}$

p.35

三、时空间隔的不变性

对同样的两个事件（一对事件），其时间间隔、空间间隔在两个惯性系中测量，各自都不相同。



时间间隔：

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta t' = t_2' - t_1'$$

空间间隔：

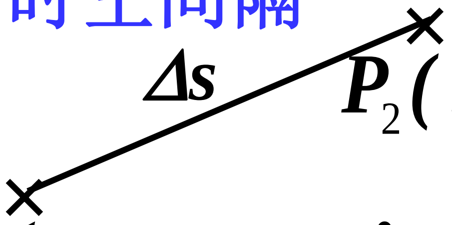
$$\Delta l' = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2}$$

$$\Delta l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

定义：四维时空点的位置

$$\vec{s} = (x, y, z, ict)$$

闵可夫斯基空间



Δs ：四维时空中事件的时空间隔

可以证明：（由洛伦兹变换）

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - (c\Delta t)^2$$
$$= (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2 - (c\Delta t')^2 = (\Delta s')^2$$

事件的时空间隔Δs是洛伦兹变换下的不变量！

$$X' = (x_1', x_2', x_3', x_4') \qquad X = (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$x_1 = x$$
$$x_2 = y$$
$$x_3 = z$$
$$x_4 = ict$$

$$X' = LX$$

$$\boldsymbol{\beta} \equiv \frac{\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{c}}$$

$$\gamma \equiv \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta}^2}}$$

$$L = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

可证L为正交矩阵，即满足

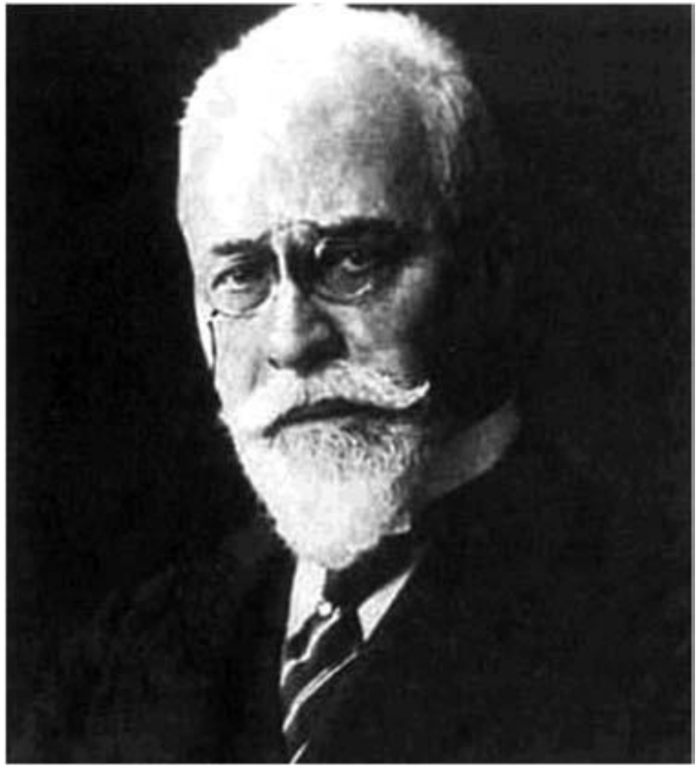
$$L^T L = L L^T = I$$

T表示矩阵转置

I表示单位 矩阵

从今以后，空间和时间本身都已成为影子，两者的结合才保持独立的存在。

——闵可夫斯基，《时间与空间》，1907

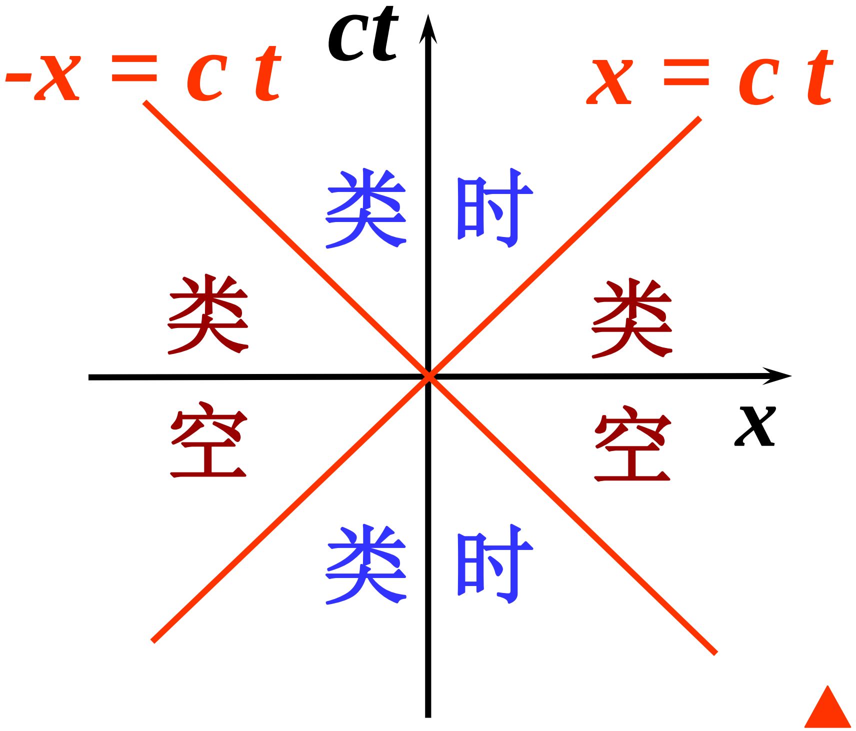


闵可夫斯基

Hermann Minkowski
(1864—1909)

$$(\Delta s)^2 = (\Delta l)^2 - (c\Delta t)^2$$

▲用光信号联系的两个事件 $\Delta s = 0$ $(\because \Delta l = c\Delta t)$



▲对有因果关系的事件：

$$\frac{\Delta l}{\Delta t} < c，\quad c\Delta t > \Delta l，$$

$$(\Delta s)^2 < 0$$

该时空域称类时区；

▲对无因果关系的事件：

若 $\dfrac{\Delta l}{\Delta t} > c$，则 $(\Delta s)^2 > 0$， 该时空域称类空区。

*电磁场量的相对论变换

两个相对运动的惯性系中，在确定的时空点 P

S 系 $(x\ y\ z\ t)$	S' 系 $(x'\ y'\ z'\ t')$
场量 $\vec{E}\quad\vec{B}$	场量 $\vec{E}'\quad\vec{B}'$

由于方程在洛仑兹坐标变换下不变，
要求场量之间有确定的变换关系

$$\vec{E}\quad\vec{B}\quad\longleftrightarrow\quad\vec{E}'\quad\vec{B}'$$

$$L=\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

$$E_1 = E_x \qquad B_1 = B_x$$

$$E_2 = E_y \qquad B_2 = B_y$$

$$E_3 = E_z \qquad B_3 = B_z$$

电磁场张量

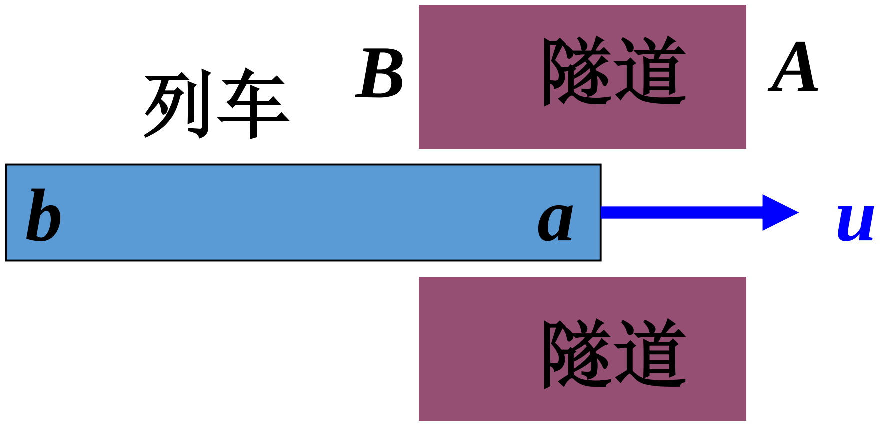
$$F=\begin{pmatrix} 0 & B_3 & -B_2 & -i\frac{E_1}{c} \\ -B_3 & 0 & B_1 & -i\frac{E_2}{c} \\ B_2 & -B_1 & 0 & -i\frac{E_3}{c} \\ i\frac{E_1}{c} & i\frac{E_2}{c} & i\frac{E_3}{c} & 0 \end{pmatrix}$$

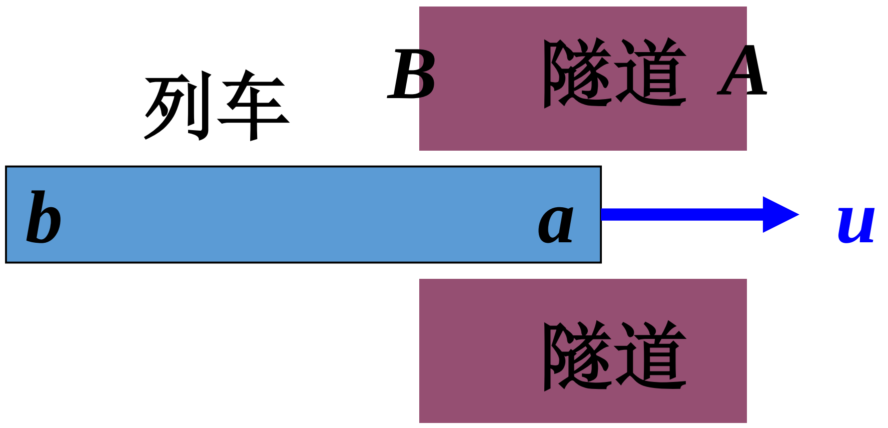
$$F' = LFL^T$$

例8.3 一列车以恒定速度 $u=\sqrt{3}c/2$ 通过隧道，列车的静长为20m，隧道的静长为10m。从地面上看，当列车的前端 a 到达隧道 A端的同时，有 一个闪电正击中隧道的 B 端。

试问：(1) 从地面参考系看，此闪电能否在列车的 b 端留下痕迹？

(2) 从列车参考系看，此闪电能否在列车的 b 端留下痕迹？





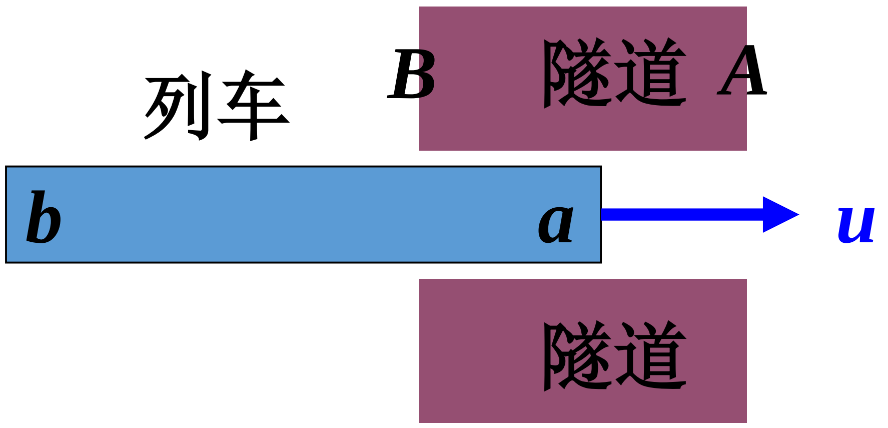
解：设地面为 S 系，列车为 S’ 系，

(1) 在地面系S中看：列车的长度要缩短为

$$l_{车} = l_{车静}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = 20\sqrt{1-\frac{(\sqrt{3}c/2)^2}{c^2}} = 10\,\mathrm{m}$$

a与 A相遇时，b 恰好进入隧道，

闪电不会留下痕迹。



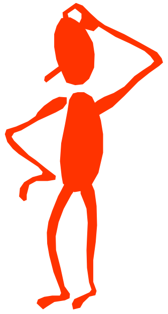
(2) 在列车系S’中看：隧道的长度也要缩短

$$l'_{隧} = l'_{隧静}\sqrt{1-u^2/c^2}$$

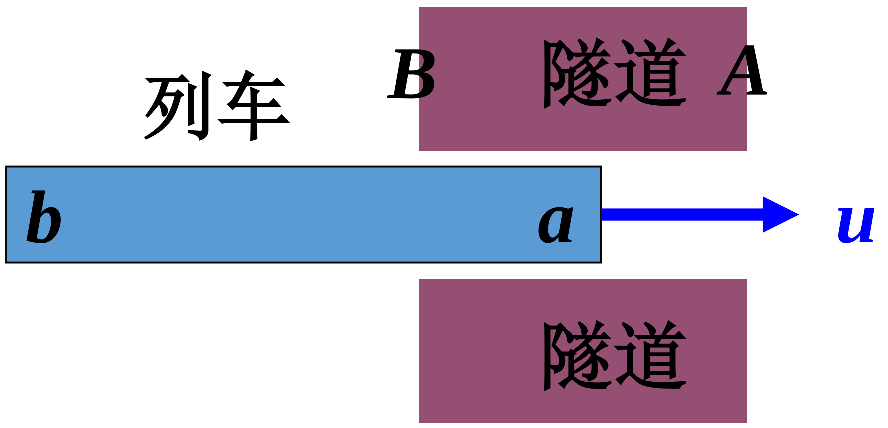
$$= 10\sqrt{1-(\sqrt{3}c/2)^2/c^2} = 5\,\mathrm{m} < l'_{车静}(20\,\mathrm{m})$$

***b* 露在外面 15 m ,**

闪电会留下痕迹。（？ ）



思考：怎么结论不一样？问题出在哪里？



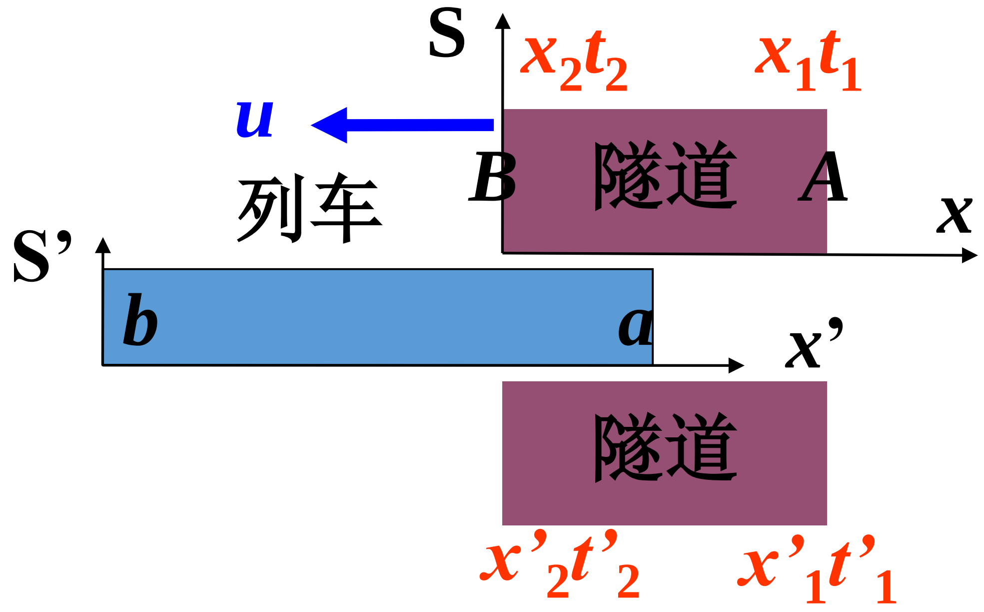
由于地面系看，列车*a* 端与隧道*A* 端相遇与闪电正击中隧道的 *B* 端是同时的，
但在 列车系中看就不是同时的了：

a，A相遇的事件先发生
B 处打闪的事件后发生（想一想。）

B处打闪时列车的 *b* 端可能已经进入隧道了。

下面来定量计算，检验一下：

S'系中定量计算：



设：

	S系	S'系
事件1（aA相遇）	（x_1t_1）	（$x'_1t'_1$）
事件2（B端打闪）	（x_2t_2）	（$x'_2t'_2$）

按题意

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -10m$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \left(1 - \frac{(\sqrt{3}c/2)^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 2$$

由洛仑兹变换,计算两事件的时间差,

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)$$

$$= 2\left[0 - \frac{\sqrt{3}c/2}{c^2}\cdot(-10)\right] = \frac{10\sqrt{3}}{c}$$

在这段时间差内，隧道的B 端相对于列车 b 端向左移动了一端距离：

$$\Delta S' = u\Delta t' = \frac{\sqrt{3}c}{2}\cdot\frac{10\sqrt{3}}{c} = 15\,\mathrm{m}$$

由前面计算知隧道长度缩短，b 端露在外面的长度为15m,

在列车上看，由于时间差，b 端也正好进入隧道，

B 处打闪也没有在 b 端留下痕迹，结论相同！