

7. 波

用诗的语言来说，波
渗透在现代科学的整座大
厦中。

[俄] A. 瓦尔拉莫夫、L. 阿斯拉马卓夫著，潘士先译，
奇妙的物理学，北京：科学出版社， 2014， 85



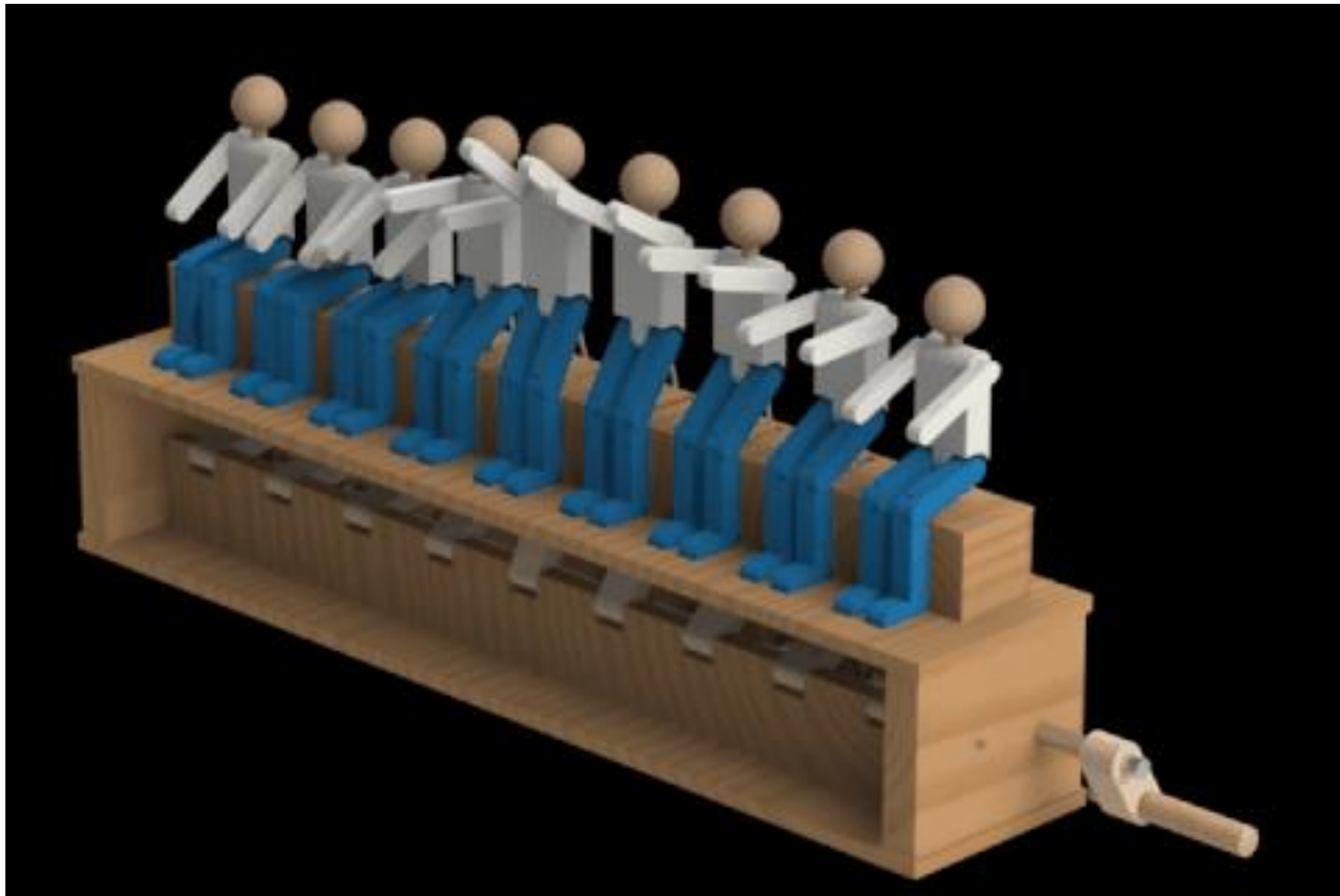
波动是一种非常普通而重要的现象。生物，包括人类，认识它们周围的世界是依靠声波和光波。人类交流思想、交换信息也是依靠声波和光波；自古以来，很难想象，人类之间有什么交换信息的方法不是靠波动的。此外，波动还提供了传输能量的重要方式，例如，对人类生存绝不可少的太阳能就是靠波动过程从太阳传送到地球表面上来的。

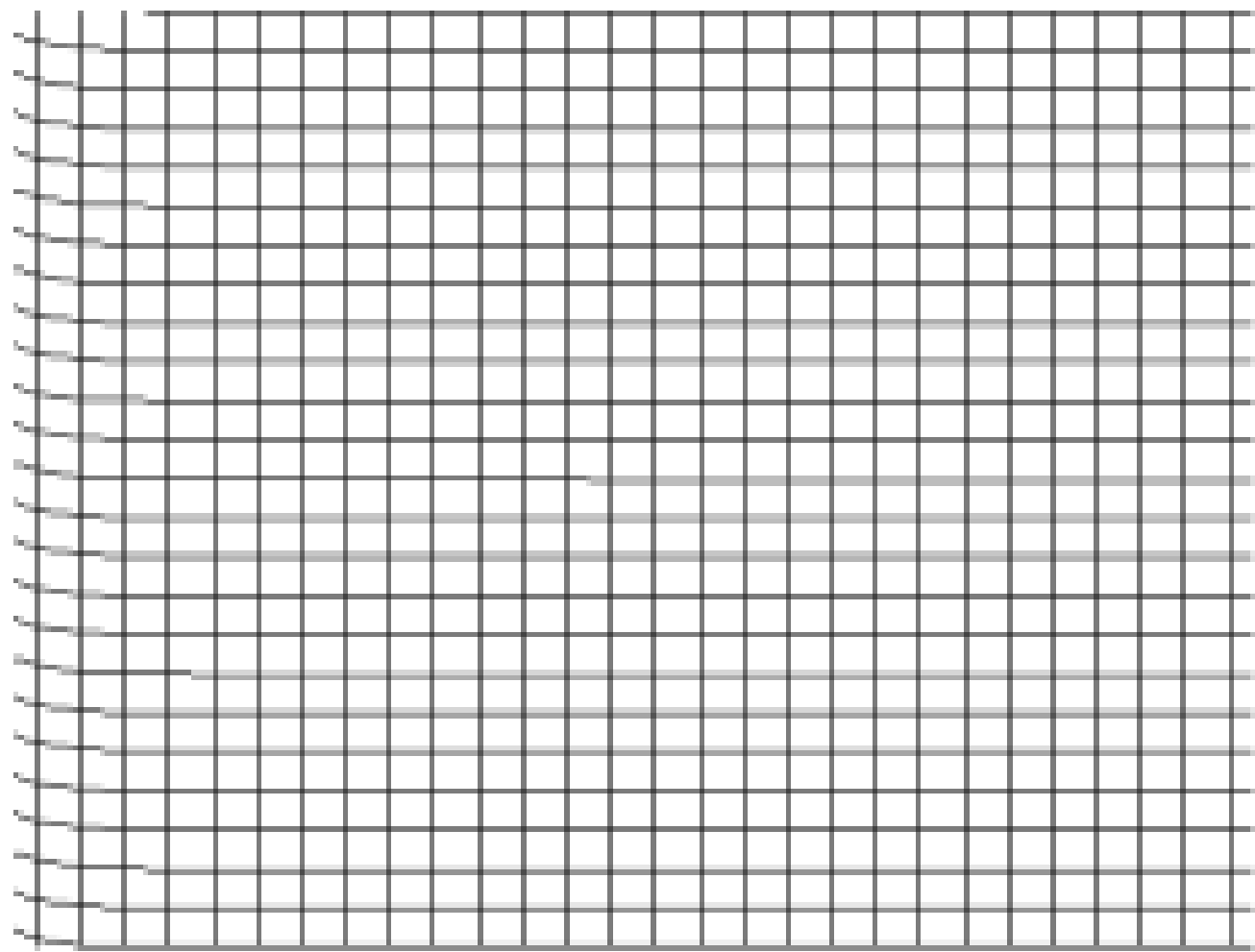
人们在日常生活中经常不自觉地运用科学上常用的“模型法”。例如地铁的交通图就是一个“模型”。它不是地铁系统的完整复制品。首先比例不一定准确。又如地铁的轨道也不象图上那样带有红、蓝、黄、绿各色的线条,但是它能指导乘客如何到达目的地。人们观察在长弹簧中,弹性绳或水面上出现的机械波,于是在头脑中建立起波动过程的形象(模型),人们再利用这个模型来理解人们看不见的声波和光波(指波动过程)。

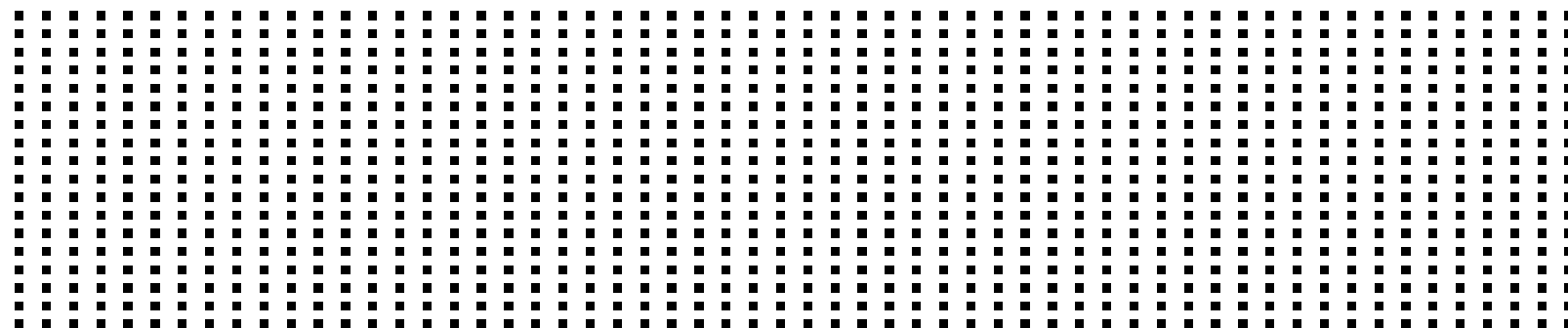
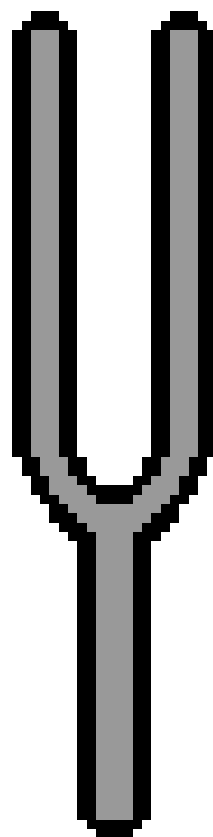
波是振动在介质中的传播。发生波动的介质中，每个质元仍在作振动，但各质元的振动以一定的次序联系着，因而波动也就是各质元相互关联的集体振动。

Human wave









7.1 机械波的形成和特征

7.2 行波，简谐波

7.3 物体的弹性变形

7.4 波动方程与波速

7.5 波的能量

7.6 惠更斯原理

7.7 波的叠加，驻波

7.8 声波，7.9地震波，7.10*水波

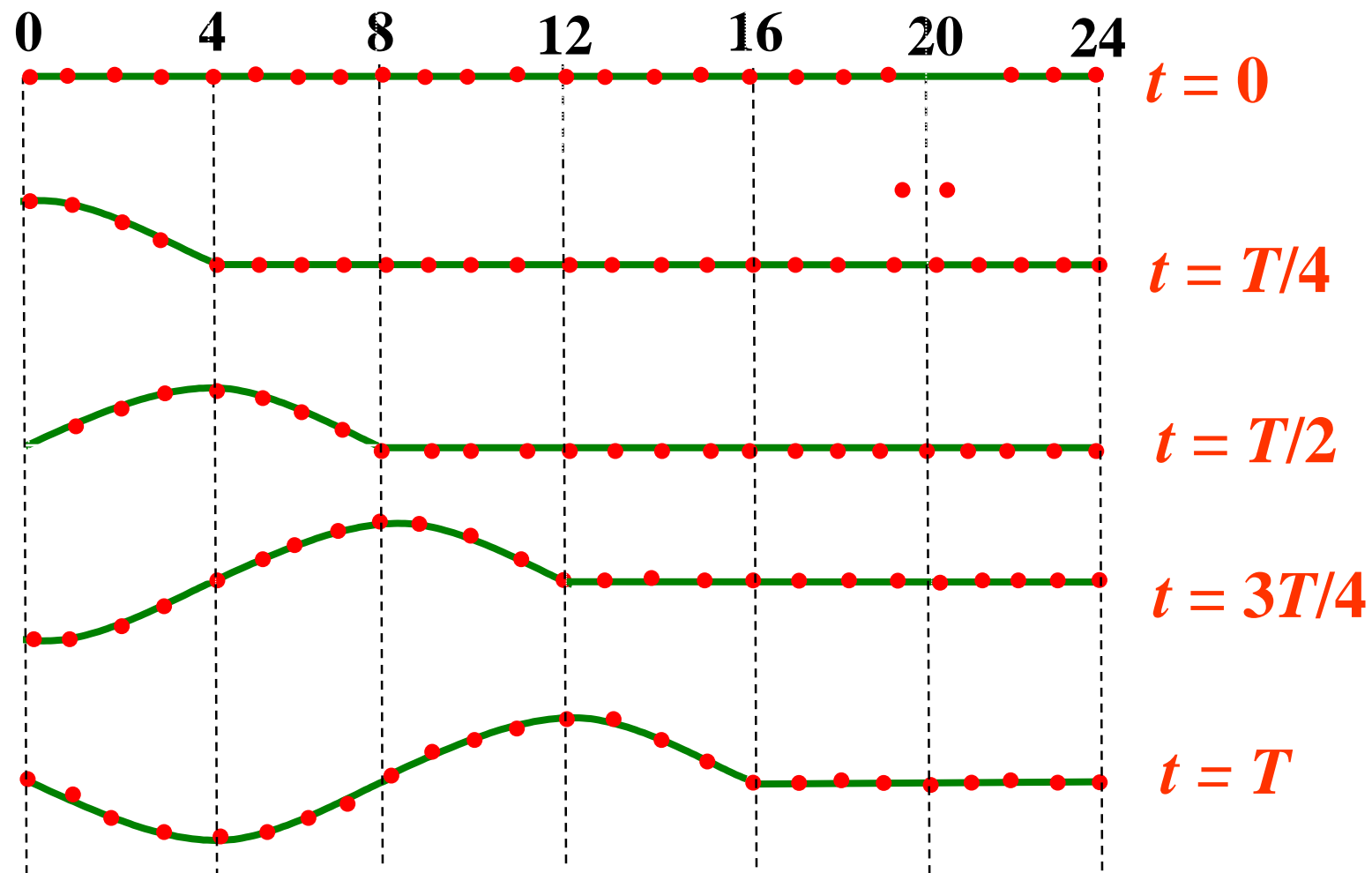
7.11 多普勒效应

7.12 复波 群速度

7.13 孤子

7.1 机械波的形成和特征

一. 机械波的形成



弹性介质的质元受外界扰动而发生振动时，
因介质各部分间的弹性联系，会使振动传播开去，
这就形成了波动——机械波（mechanical wave）。

“上游”的质元依次带动“下游”的质元振动。某时刻某质元的振动状态将在较晚的时刻于
“下游”某处出现。

波动是振动状态的传播，不是介质的传播。

形成机械波的条件 $\begin{cases} \text{波源} \\ \text{弹性介质} \end{cases}$

二. 波的几何描述

波线 (wave line) ——

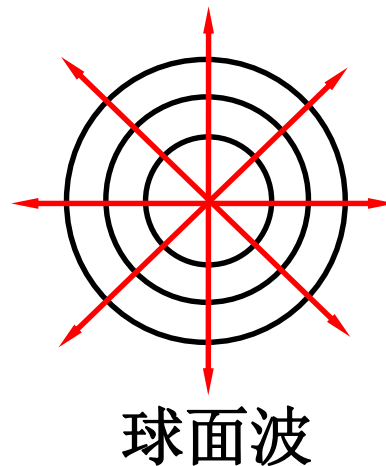
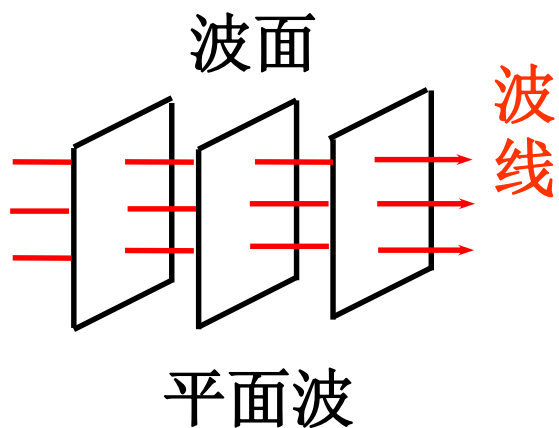
表示波的传播方向的射线 (波射线)

波面 (wave surface) ——

相位相同的点组成的面 (同相面)

波阵面 (wave front) ——

某时刻波到达的各点所构成的面 (波前)

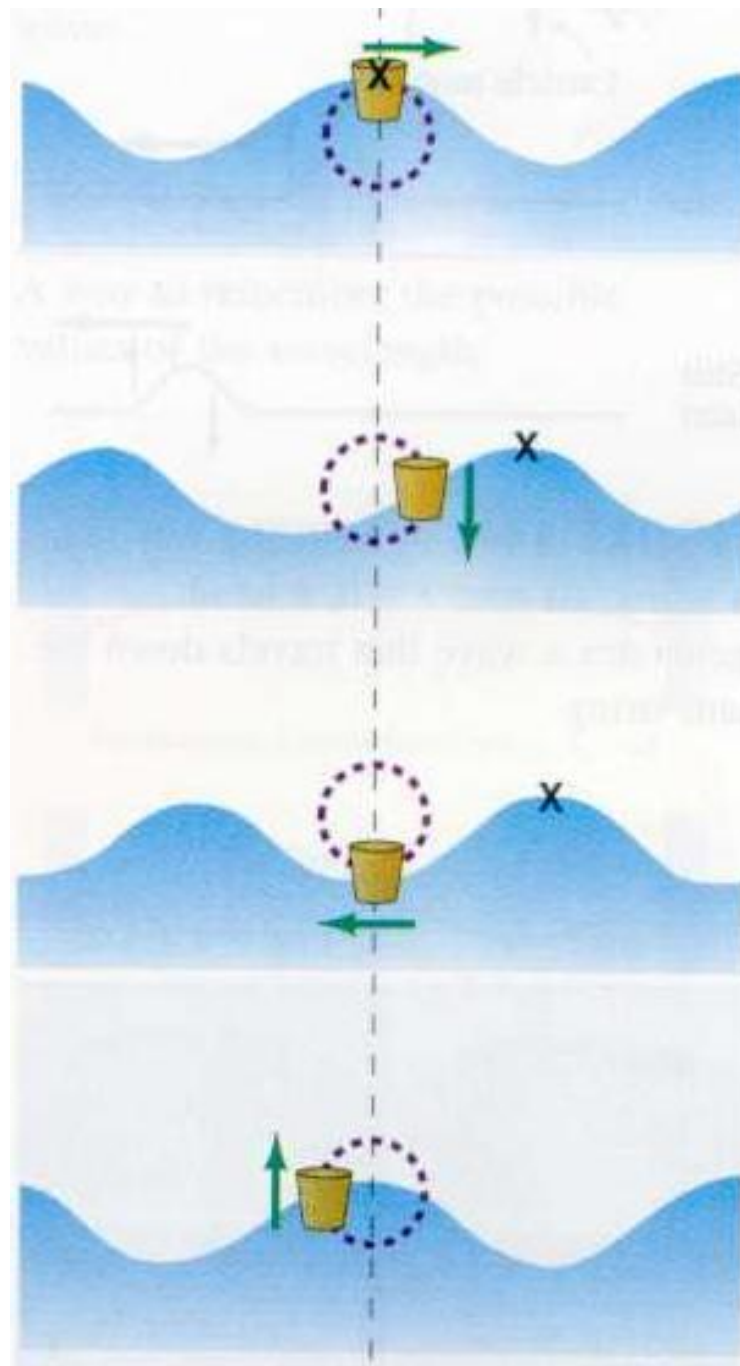


三. 波的分类

按波的性质 { 机械波 (**mechanical wave**)
电磁波 (**electromagnetic wave**)
...

按波线与振动方向关系 { 横波 (**transverse wave**)
纵波 (**longitudinal wave**)

水表面的
波既非横波
又非纵波。



波速

按波面形状	<ul style="list-style-type: none"> 平面波 (plane wave) 球面波 (spherical wave) 柱面波 (cylindrical wave)
按复杂程度	<ul style="list-style-type: none"> 简谐波 (simple harmonic wave) 复波 (compound wave)
按持续时间	<ul style="list-style-type: none"> 连续波 (continued wave) 脉冲波 (pulsating wave)
按波形是否传播	<ul style="list-style-type: none"> 行波 (travelling wave) 驻波 (standing wave)
⋮	⋮

四. 波的特征量

1. 波速 u : 振动状态传播的速度

它由介质的性质决定，与波源情况无关。

2. 周期 (period) T :

一个完整的波通过波线上的某点所需的时间。

它由波源决定 (波源、观测者均不动时)

频率 (frequency)

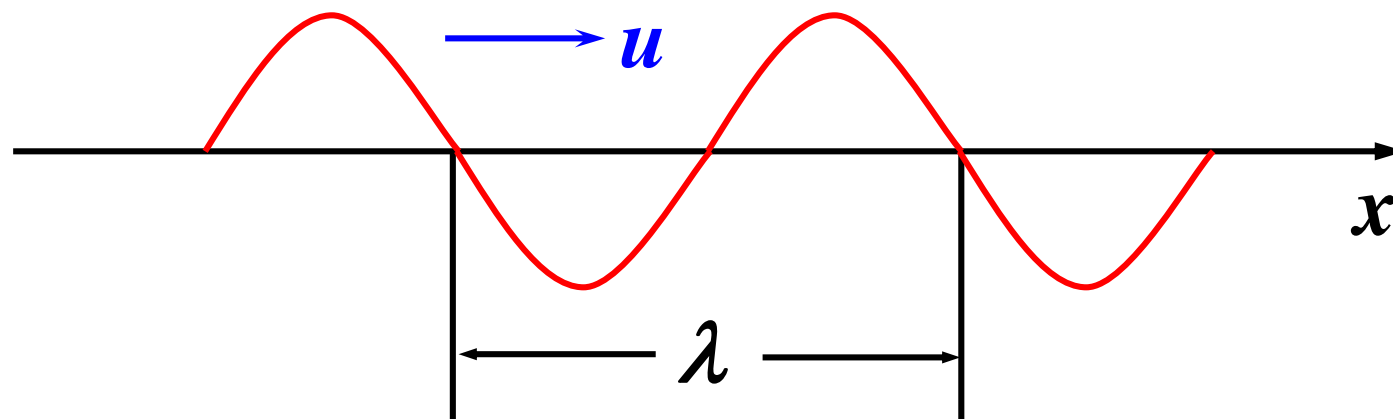
$$\nu = \frac{1}{T}$$

角频率 (angular frequency)

$$\omega = 2\pi\nu$$

3. 波长 (wave length) λ :

波线上相邻的振动状态相同的两质元间的距离。



$$\lambda = uT$$

它由波源和介质共同决定。

波长是波的“空间周期”。

7.2 行波，简谐波

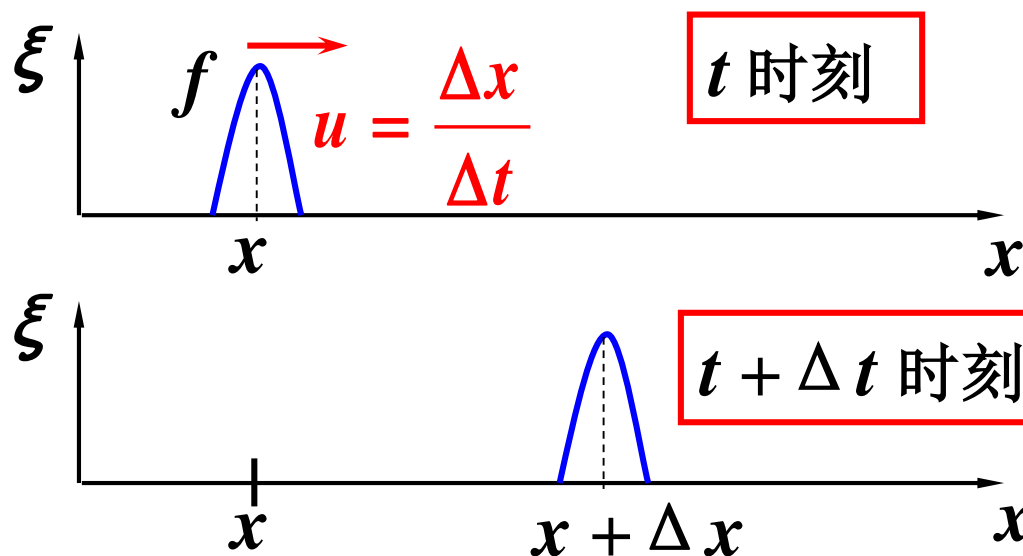
一. 行波 (travelling wave)

某种物理量的扰动的传播称为行波。

设 ξ 为传播的物理量，它沿 x 轴传播，则

$\xi = f\left(t - \frac{x}{u}\right)$ 为沿 $+x$ 向传播的行波， u 为波速。

理由：



$$f\left(t + \Delta t - \frac{x + \Delta x}{u}\right)$$

$$\xrightarrow[\Delta x = u \Delta t]{} f\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

即 $\xi(x + \Delta x, t + \Delta t) = \xi(x, t)$

$\therefore \xi = f(t - \frac{x}{u})$ 具有沿 $+x$ 向传播的性质。

同理, $\xi = f(t + \frac{x}{u})$ 具有沿 $-x$ 向传播的性质。

$\xi(x, t)$ 的函数形式称为波函数, 它也就是波传播时介质质元的运动函数。

$\xi(x, t) = f(t \pm \frac{x}{u})$ 称为行波的波函数。

二. 简谐波 (simple harmonic wave)

如果波传播的扰动是简谐振动， 这样的波称为简谐波（余弦波，单色波）

一维平面简谐波的波函数：

以机械波的横波为例，设平面波沿 x 方向以速度 u 传播， 介质均匀、无限大，无吸收。

在 $x = 0$ 处质元振动方程为 $y(0, t) = A \cos \omega t$,

则应有：

$$y(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

——波函数

（因无吸收，故振幅 A 不变）

上面波函数式中的 $\omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$ 为波的相位。

波在某点的相位反映该点媒质的“运动状态”。

所以简谐波的传播也是介质振动相位的传播。

设 t 时刻 x 处的相位经 dt 传到 $(x + dx)$ 处，

则应有
$$\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) = \omega \left[\left(t + dt \right) - \frac{x + dx}{u} \right]$$

于是得到
$$u = \frac{dx}{dt} \quad \text{——相速度（相速）}$$

即简谐波的波速就是相速。

简谐波函数的另一种常用的表示:

$$\left. \begin{aligned} y(x,t) &= A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \\ u &= \frac{\lambda}{T} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned} \right\} \boxed{y(x,t) = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)}$$

说明:

ωt $\omega t - 2\pi$ $\omega t + \varphi(x)$

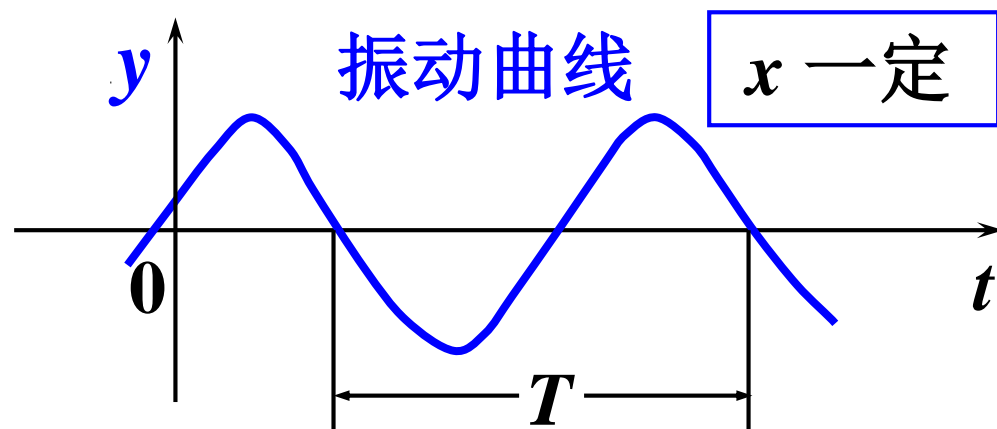
0 λ x

沿波传播方向每增加 λ 的距离, 相位落后 2π 。

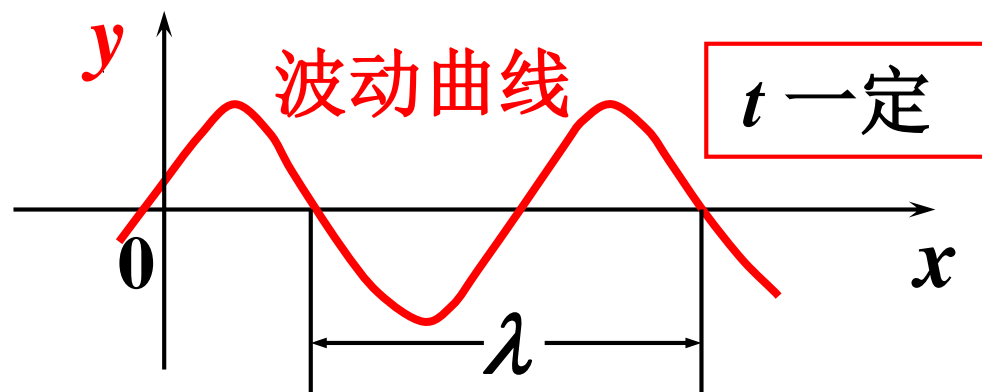
$$\therefore \quad \varphi(x) = -\frac{x}{\lambda} 2\pi$$

波函数的意义:

① x 一定, $y \sim t$ 给出 x 点的振动方程。



② t 一定, $y \sim x$ 给出 t 时刻空间各点位移分布。



波函数的另几种几种常见表示式:

$$y = A \cos(\omega t \mp kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{——波数} \\ \text{(wave number)}$$

$$y = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda} \right)$$

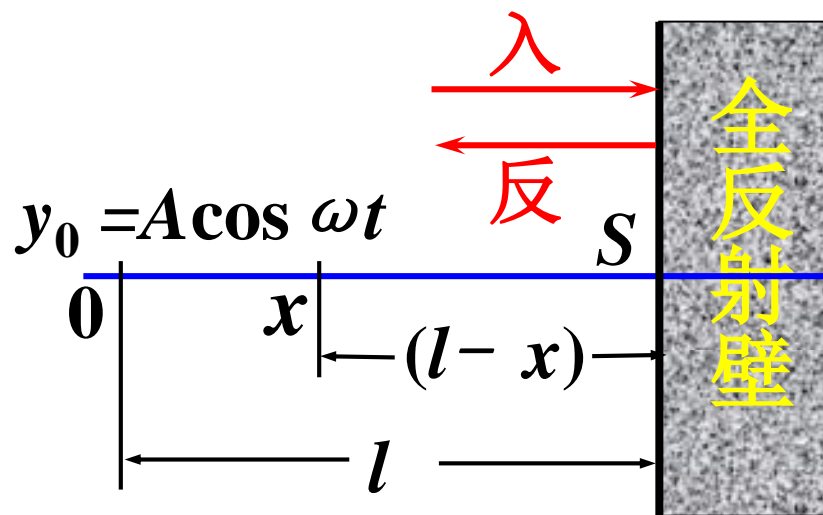
$$y = A \cos k (u t \mp x)$$

$$y = A e^{i(\omega t \mp kx)} \quad (\text{Re})$$

$$= \underline{A e^{i(\mp kx)}} \cdot \underline{e^{i\omega t}} \quad (\text{Re})$$

空间因子 振动因子
(复振幅)

例7.1 如图示, 已知: $y_0 = A \cos \omega t$, 波长为 λ ,



反射波在S处相位改变 π 。

求: 反射波函数 $y'(x, t)$

解: 全反射, A 不变。

$$\begin{aligned}
 y'(x, t) &= A \cos\left[\omega t - \frac{l}{\lambda} 2\pi - \pi - \frac{l-x}{\lambda} 2\pi\right] \\
 &= A \cos\left[\omega t + \frac{x}{\lambda} 2\pi - \frac{2l}{\lambda} 2\pi - \pi\right]
 \end{aligned}$$

“+”表示沿 $-x$ 方向传播