

# 系统工程作业 8

## 层次分析法

张博睿 自 75 2017011537

### 1.模型建立

#### (1) 问题背景

本次作业在于使用层次分析法来对出国、读硕、直博和直接工作四个选择进行决策。主要参考了 3 个方向的原则：

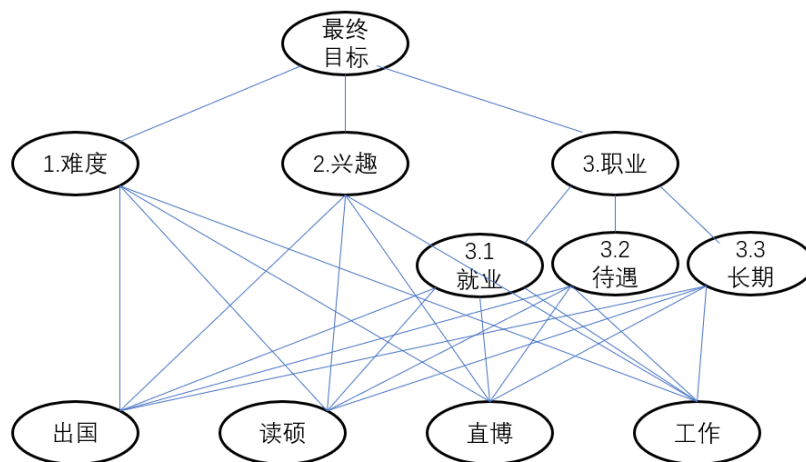
- 1) 根据**成绩和能力**，作选择的难度；
- 2) 根据性格和以网经验，自己是否适合或者喜欢这个选择；
- 3) 对自己的职业发展影响如何。

由于第三条原则比较宽泛，因此进行进一步细分如下：

- 3.1) (毕业后) 找工作的难度；
- 3.2) 工作得到的待遇；
- 3.3) 学位和履历对自己长期发展影响。

#### (2) 层次关系图

根据上述描述，可以建立层次关系如下图



#### (3) 量化关系

记难度、兴趣、职业分别为 $C_1, C_2, C_3$ ，子项就业、待遇、长期分别为 $C_{31}, C_{32}, C_{33}$ ，待评估的变量出国、读硕、直博、工作分别为 $A_1, A_2, A_3, A_4$ ，对应的打分为 $S_1, S_2, S_3, S_4$ 。则有下面四个方

程

$$\begin{cases} S_1 = w_{C_1}a_{C_1} + w_{C_2}a_{C_2} + w_{C_{31}}a_{C_{31}} + w_{C_{32}}a_{C_{32}} + w_{C_{33}}a_{C_{33}} \\ S_2 = w_{C_1}b_{C_1} + w_{C_2}b_{C_2} + w_{C_{31}}b_{C_{31}} + w_{C_{32}}b_{C_{32}} + w_{C_{33}}b_{C_{33}} \\ S_3 = w_{C_1}c_{C_1} + w_{C_2}c_{C_2} + w_{C_{31}}c_{C_{31}} + w_{C_{32}}c_{C_{32}} + w_{C_{33}}c_{C_{33}} \\ S_4 = w_{C_1}d_{C_1} + w_{C_2}d_{C_2} + w_{C_{31}}d_{C_{31}} + w_{C_{32}}d_{C_{32}} + w_{C_{33}}d_{C_{33}} \end{cases}$$

2.编程实现

(0) 数据说明

合理构想小明的情况如下：

“小明大学本科四年来成绩处于年级上游，曾经有两年的实验室科研经历，参与过论文投稿但是暂时没有显著的成果。小明没有在刚上大学的时候就打算出国，因此如果现在选择出国，准备时间相对比较紧张。同时，小明希望能够继续进行科研，同时以他的成绩能够获得学校的保研资格。”

综上，构建小明对 $C_1, C_2, C_3$ 的判断矩阵如下

	$C_1$	$C_2$	$C_3$
$C_1$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$C_2$	2	1	1
$C_3$	2	1	1

其次，构建 $C_{31}, C_{32}, C_{33}$ 对于 $C_3$ 的判断矩阵如下

	$C_{31}$	$C_{32}$	$C_{33}$
$C_{31}$	1	1	$\frac{1}{3}$
$C_{32}$	1	1	$\frac{1}{3}$
$C_{33}$	3	3	1

不同因素下，四种选择的判断矩阵分别为

针对 $C_1$

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$
$A_2$	7	1	1	$\frac{7}{3}$
$A_3$	7	1	1	$\frac{7}{3}$
$A_4$	3	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	1

针对 $C_2$

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$	1
$A_2$	5	1	$\frac{5}{7}$	5
$A_3$	9	$\frac{7}{5}$	1	9
$A_4$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$	1

针对 $C_{31}$

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	3	1	5
$A_2$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
$A_3$	1	3	1	5
$A_4$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

针对 $C_{32}$

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	3	1	3
$A_2$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	1
$A_3$	1	3	1	3
$A_4$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	1

针对 $C_{33}$

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	3	$\frac{1}{3}$	5
$A_2$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{3}$
$A_3$	3	9	1	9
$A_4$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{9}$	1

### （1）权重计算

<b>输入：</b> 判断矩阵 $A$
（1）对 $A$ 矩阵进行特征值分解，得到特征值 $D$ 和特征向量 $V$ ； （2）选取最大特征值 $D_{max}$ 和对应的特征向量 $V_{max}$ ； （3）对该特征向量进行归一化得到权值向量 $W$ 。
<b>输出：</b> 权值向量 $W$

本次作业中，对各个判断矩阵输出的权值向量分别为

	权重			
$L_1$	0.2	0.4	0.4	
$L_2$	0.2	0.2	0.6	
$L_{31}$	0.055556	0.388889	0.388889	0.166667
$L_{32}$	0.06328	0.337619	0.535822	0.06328
$L_{33}$	0.394737	0.131579	0.394737	0.078947
$L_{34}$	0.375	0.125	0.375	0.125
$L_{35}$	0.236884	0.078961	0.629837	0.054318

### （2）一致性检验

<b>输入：</b> 判断矩阵的维度 $n$ ，最大特征值 $B$
（1）计算 $C.I.$ $CI = \frac{B - n}{n - 1}$ （2）查表并计算 $C.R.$ $CR = \frac{CI}{RI}$ （3）将 $CR$ 与 0.1 进行比较，如果满足小于关系，则通过检验；否则不通过。
<b>输出：</b> 判断结果。

经过检验，本次作业中所有判断矩阵的一致性检验均通过。

### （3）权重的整合并输出判断结果

<b>输入：</b> 权重向量 $w_1, w_2, w_{31}, w_{32}, w_{33}, w_{34}, w_{35}$
（1）首先将 $w_1$ 和 $w_2$ 合并成 $w_{top}$ ； （2）将 $w_{31}$ 至 $w_{35}$ 整合成一个 $4 \times 5$ 的矩阵 $A$ ； （3）计算各个决定的得分 $scores = A \times w_{top}$
<b>输出：</b> 各个决定的得分 $scores$

本次作业得到最终各个决定的得分如下

出国	读硕	直博	工作
0.154854	0.252302	0.504846	0.087997

综上，最终小明应该决定**直博**。

### 3.附件程序

本次作业的 matlab 程序附在该文档最后（同时源文件也可见同级目录./code）

#### （1）矩阵分解程序

```
% Eig-decomposition: generate weight from matrix A
function W = GenerateWeight(A)
disp('=====');
% matrix decomposition and get max eig
[V, D] = eig(A);
B=max(max(D));
[~, col]=find(D==B);
C = V(:, col);
W = C / sum(C);
disp('Weight: ');
disp(W');

% check insistence
[~, n] = size(A);
Check(B, n);

end
```

#### （2）一致性判断程序

```
function [] = Check(B, n)
% R.I.
RI=[0 0 0.58 0.90 1.12 1.24 1.32 1.41 1.45 1.49 1.51];

% C.I.
CI = (B-n) / (n-1);
CR = CI / RI(1,n);

% Check
if CR < 0.10
    disp('一致性检验通过');
else
    disp('一致性检验失败');
end
end
```

#### （3）主程序

```
%% Prepare Data
clc; clear;

% C1, C2, C3
L1 = [1 1/2 1/2;
      2 1 1;
      2 1 1];
% C31, C32, C33
L2 = [1 1 1/3;
      1 1 1/3;
      3 3 1];
% C1 (last level)
```

```

L31 = [1 1/7 1/7 1/3;
       7 1 1 7/3;
       7 1 1 7/3;
       3 3/7 3/7 1];
L32 = [1 1/5 1/9 1;
       5 1 5/7 5;
       9 7/5 1 9;
       1 1/5 1/9 1];
L33 = [1 3 1 5;
       1/3 1 1/3 5/3;
       1 3 1 5;
       1/5 3/5 1/5 1];
L34 = [1 3 1 3;
       1/3 1 1/3 1;
       1 3 1 3;
       1/3 1 1/3 1];
L35 = [1 3 1/3 5;
       1/3 1 1/9 5/3;
       3 9 1 9;
       1/5 3/5 1/9 1];

%% Check and compute weight
w1 = GenerateWeight(L1);
w2 = GenerateWeight(L2);
w31 = GenerateWeight(L31);
w32 = GenerateWeight(L32);
w33 = GenerateWeight(L33);
w34 = GenerateWeight(L34);
w35 = GenerateWeight(L35);

%% Compute scores
w_top = zeros(5, 1);
w_top(1) = w1(1);
w_top(2) = w1(2);
w_top(3) = w1(3) * w2(1);
w_top(4) = w1(3) * w2(2);
w_top(5) = w1(3) * w2(3);
w_top = w_top / sum(w_top);
w_bot = cat(2, w31, w32, w33, w34, w35);
scores = w_bot * w_top;
disp('得分计算完毕');
disp('出国 | 读硕 | 直博 | 工作');
disp(scores);

```