20 电磁感应

20.1 法拉第电磁感应定律

20.2 动生电动势

20.3 感生电动势和感生电场

20.4 互感

20.5 自感

20.6 磁场的能量

20.7 小环流与外磁场的相互作用能

电磁感应现象的发现是电磁学领域最重大的成就之一。在理论上，它为揭示电与磁之间的相互联系和转化奠定了实验基础，而且电磁感应定律本身就是麦克斯韦电磁理论的基本组成部分之一。在实践上，它为人类获取巨大而廉价的电能开辟了道路，标志着一场重大的工业和技术革命的到来。

20.1法拉第电磁感应定律

1820年，奥斯特发现了电流的磁效应，从一个侧面揭示了长期以来一直认为是彼此独立的电现象和磁现象之间的联系。

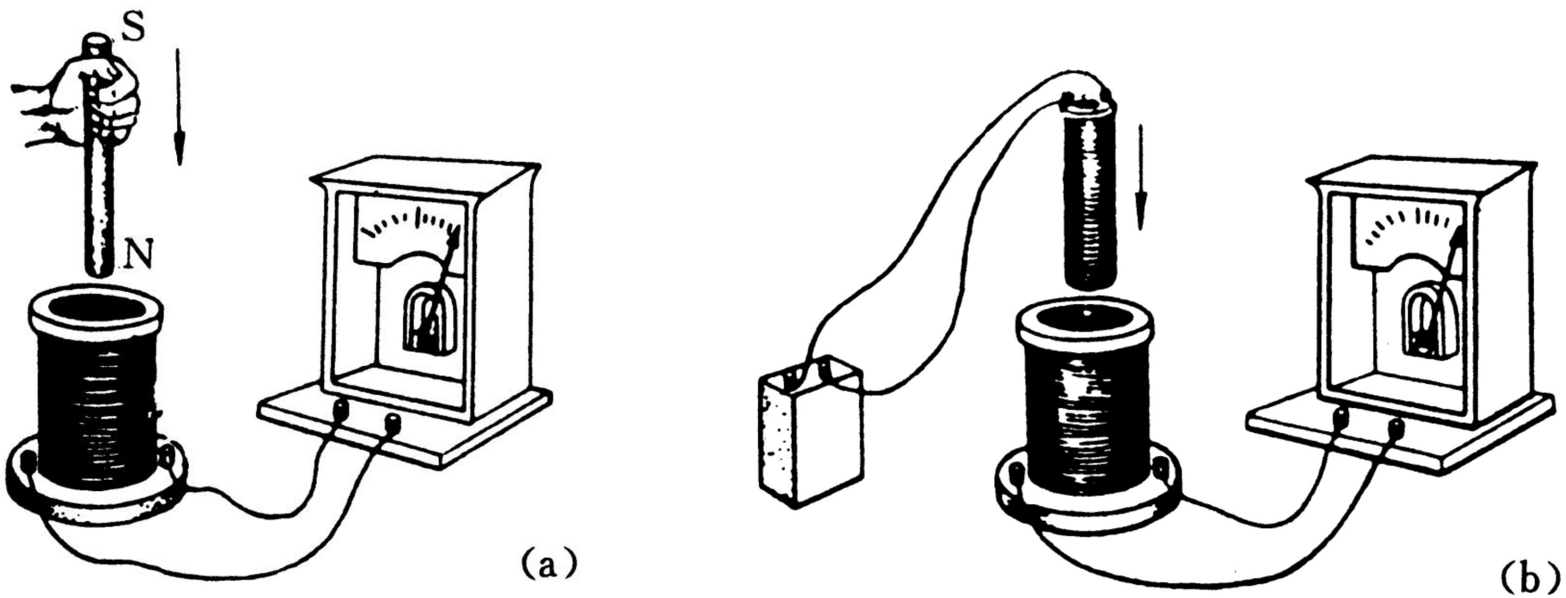
既然电流可以产生磁场，磁场是否也能产生电流？法拉第深信磁产生电流一定会成功，并决心用实验来证实这一信念。

一. 感应电动势

电磁感应现象的基本事实

(1) 磁棒插入或拔出未接电源的线圈，有电流产生。

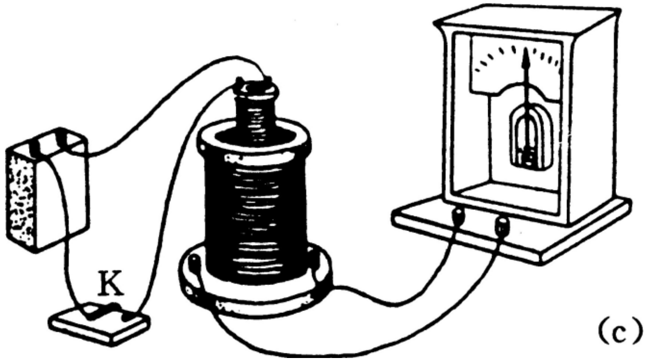
(2) 通有电流的线圈代替磁棒作上述实验。



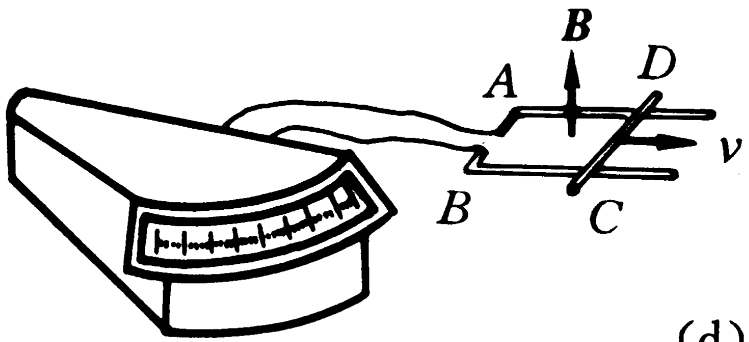
(a)　　(b)

(3) 两个线圈位置固定，改变与电源串联的原线圈中的电流，会在另一线圈(副线圈)内引起电流。

(4) 均匀恒定磁场中，一边滑动，导线框有电流产生。



(c)



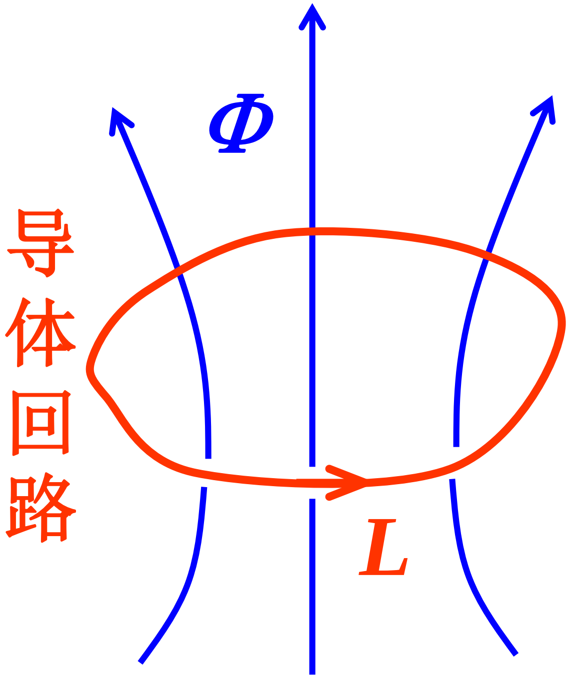
(d)

结论:

当穿过闭合回路的磁通量发生变化时，回路中将产生感应电流或感应电动势。

法拉第于1831年总结出规律：

感应电动势 $$\boxed{\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$



正方向约定：Φ 正向与回路 L 的正绕向成右手螺旋关系。在此约定下，式中的负号反映了楞次定律 。

楞次定律

闭合回路中感应电流的方向，总是使得它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。

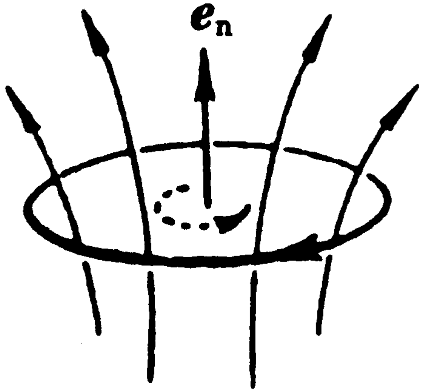
也可表述为：

感应电流的效果，总是反抗引起感应电流的原因。

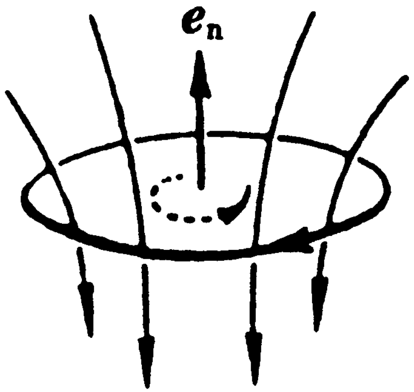
楞次

Heinrich Friedrich Emil Lenz

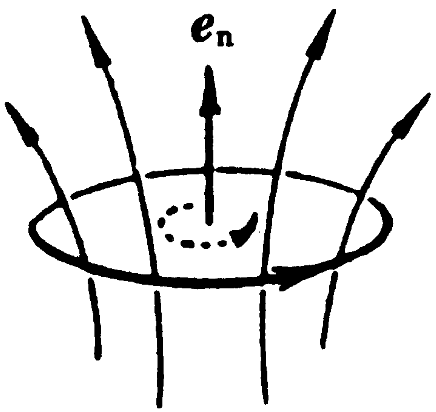
1804 — 1865



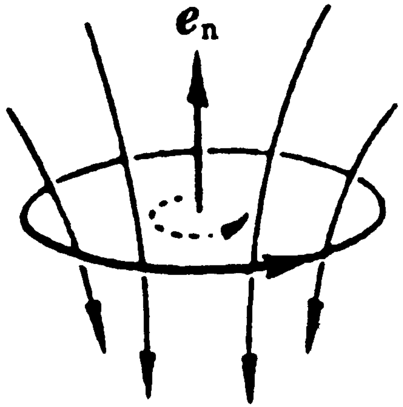
(a) $\Phi>0$, Φ 增加



(b) $\Phi<0$, $|\Phi|$ 减小



(c) $\Phi>0$, Φ 减小



(d) $\Phi<0$, $|\Phi|$ 增加

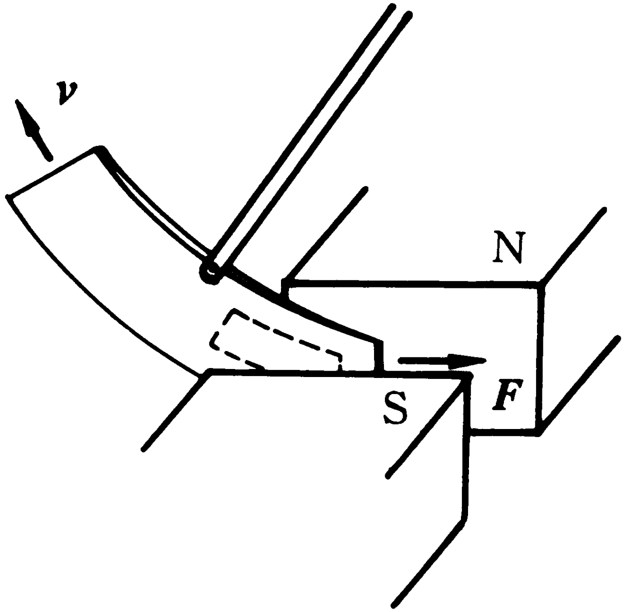
感应电动势的方向

楞次定律是能量守恒定律在电磁感应现象上的具体体现。感应电流在闭合回路中流动时将释放焦耳热。按楞次定律，磁棒插入线圈或从线圈中拔出，必须克服斥力或引力作机械功，正是它转化成了感应电流所释放的焦耳热。

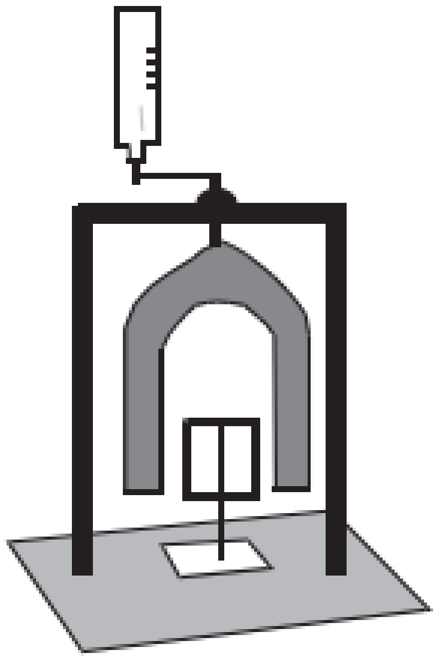
在有些问题中并不要求具体确定感应电流的方向，而只要判断感应电流所引起的机械效果，这时采用楞次定律的后一种表述来分析更为方便。

根据楞次定律，感应电流的效果总是反抗引起感应电流的原因的，因此，铝片的摆动会受到阻力而迅速停止，这种现象称为电磁阻尼。

电磁仪表中的指针的摆动能够迅速稳定下来，电气火车中的电磁制动，都是根据电磁阻尼的原理。



电磁阻尼



电磁阻尼和电磁驱动的区别：电磁阻尼是由于导体在磁场中运动而产生感应电流；电磁驱动则是由于磁场运动引起磁通量的变化而产生感应电流。

N 匝线圈串联：

$$\varepsilon = \sum_i \left(-\frac{\mathrm{d}\Phi_i}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_i \Phi_i\right)$$

令 $\psi = \sum_i \Phi_i$

ψ — 磁链（magnetic flux linkage）

于是有 $$\boxed{\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}}$$

若 $\Phi_1 = \Phi_2 = \cdots = \Phi_N = \Phi$，则 $$\boxed{\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

二．感应电流（induction current）

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=-\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t},\quad R\text{ —回路电阻。}$$

时间间隔 $t_1 \to t_2$ 内，穿过回路导线截面的电量：

$$q=\int_{t_1}^{t_2} I\,\mathrm{d}t=\int_{t_1}^{t_2}-\frac{1}{R}\cdot\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t=-\frac{1}{R}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\mathrm{d}\psi=\frac{1}{R}(\psi_1-\psi_2)$$

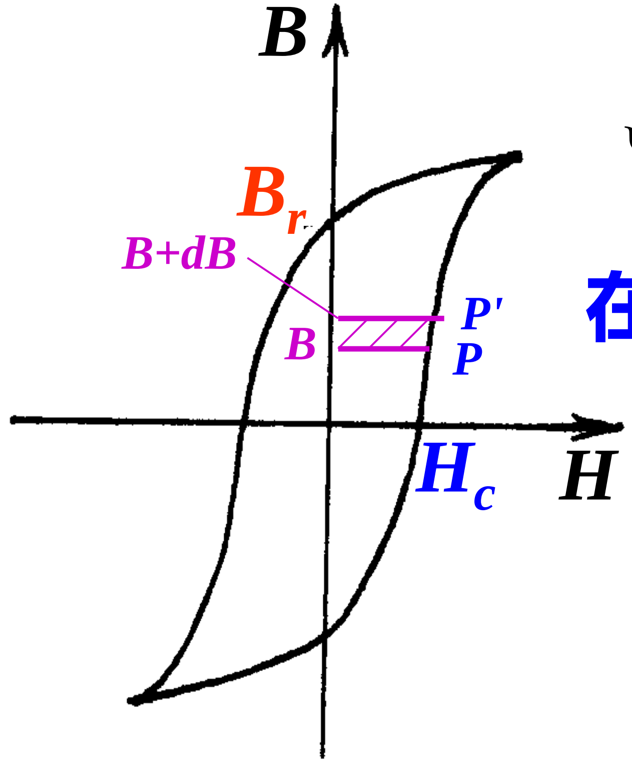
q 与过程进行的速度无关。

测 q 可以得到 $\Delta\psi$，这就是磁通计的原理。

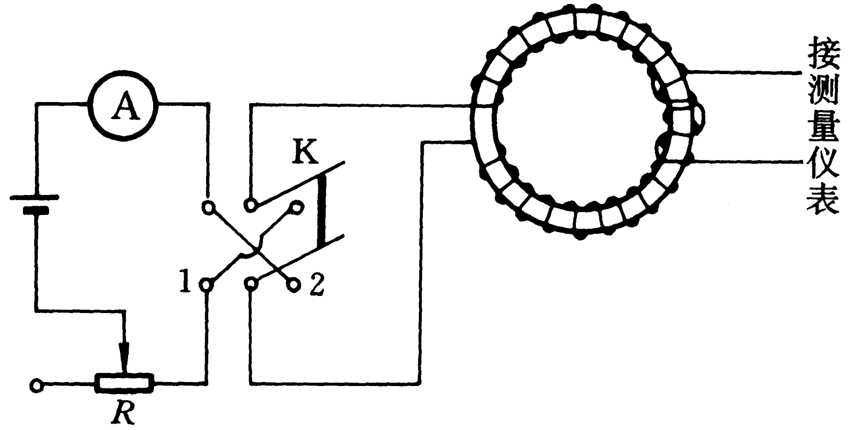
例20.1 证明:B-H图中磁滞回线所包围的"面积"代表在一个反复磁化的循环过程中单位体积的铁芯内损耗的能量。

证: P—P',

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}$$



$$\Psi = NBS$$



在此过程中电源抵抗感应电动势做的功

$$dA = -I_0 \varepsilon dt = I_0 \frac{d\Psi}{dt} dt = I_0 d\Psi$$

$$H = nI_0 \qquad n = \frac{N}{l} \qquad d\Psi = NSdB$$

$$\Rightarrow \qquad dA = \frac{H}{N/l} NSdB = SlHdB = VHdB$$

对于单位体积的铁芯来说，电源需要抵抗感应电动势所做的功为

$$da = \frac{dA}{V} = HdB$$

当铁芯的磁化状态沿着磁滞回线经历一个循环过程时，对于单位体积的铁芯来说，电源需要抵抗感应电动势所做的总功a应等于上式沿循环过程的积分。

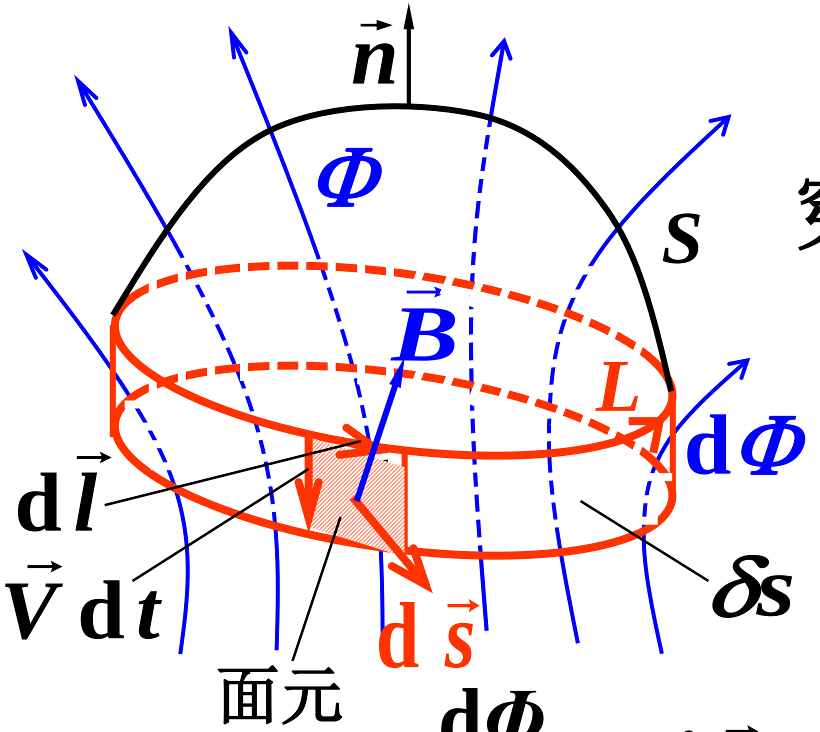
$$a = \oint_{\text{磁滞回线}} HdB = \text{磁滞回线所包围的“面积”}$$

在交流电路的电感元件中，磁化场的方向反复变化着，由于铁芯的磁滞效应，每变化一周，电源就得额外地做上述那样多的功，所传递的能量最终将以热量的形式耗散掉。这部分因磁滞现象而消耗的能量，叫做**磁滞损耗**。在交流电器件中磁滞损耗是十分有害的，必须尽量使之减小。

10.2 动生电动势 （motional emf）

$$\text{感应电动势}\begin{cases}\text{回路动引起的动生电动势}\,\varepsilon_{\text{动}}\\ \text{磁场变引起的感生电动势}\,\varepsilon_{\text{感}}\end{cases}$$

动生电动势



线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 扫过的矢量面元为

$$\mathrm{d}\vec{S}=(\vec{V}\mathrm{d}t)\times\mathrm{d}\vec{l}$$

穿过面元 δS 的磁通为

$$\mathrm{d}\Phi=\int_{\delta S}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$

$$=\oint_{L}\vec{B}\cdot(\vec{V}\times\mathrm{d}\vec{l})\mathrm{d}t$$

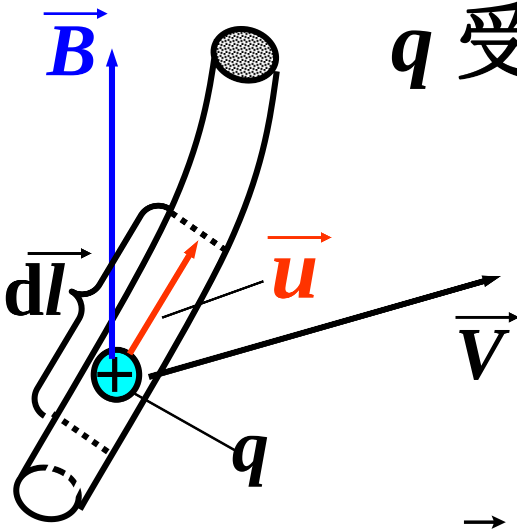
$$\varepsilon_{\text{动}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\oint_{L}\vec{B}\cdot(\vec{V}\times\mathrm{d}\vec{l})=\oint_{L}(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathrm{d}\varepsilon_{动} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

动生电动势是洛仑兹力沿导线方向作功所致。

设：$\vec{u}$为电荷q沿导线定向移动的速度，

$\vec{V}$为电荷q随导线线元$\mathrm{d}\vec{l}$移动的速度，



q 受的洛仑兹力为 $\vec{F}_m = q(\vec{V}+\vec{u})\times\vec{B}$，

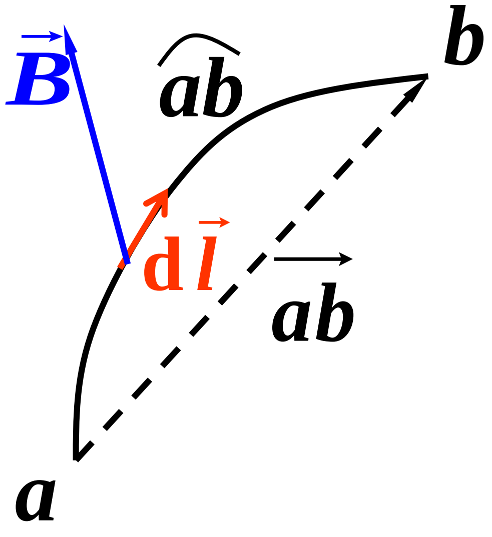
由此形成的非静电性场强为：

$$\vec{E}_K = \frac{\vec{F}_m}{q} = \vec{V}\times\vec{B} + \vec{u}\times\vec{B}$$

$$\therefore\ \mathrm{d}\varepsilon_{动} = \vec{E}_K\cdot\mathrm{d}\vec{l} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l} + \underbrace{(\vec{u}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}}_{=0}$$

$$= (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

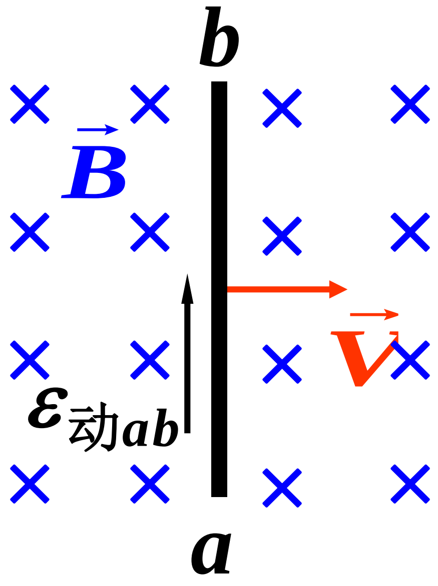
在一段导线中的动生电动势：



$$\varepsilon_{动ab} = \int_{(a)}^{(b)} (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

若 $\vec{B} = \text{const.}$， $\vec{V} = \text{const.}$， 则

$$\varepsilon_{动ab} = (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot \int_{(a)}^{(b)} \mathrm{d}\vec{l} = (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot \overrightarrow{ab}$$



若 $\vec{V}$、$\vec{B}$、$\overline{ab}$ 彼此垂直，

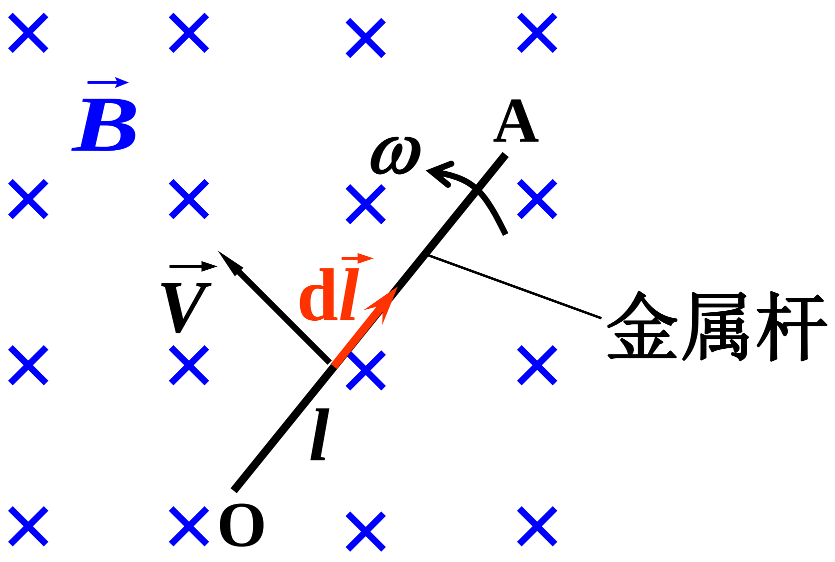
则 $\varepsilon_{动ab} = BV\overline{ab}$

$\varepsilon_{动ab}$方向：$a \rightarrow b$ 。

例20.2 如图示，$\overline{OA}=L$，$\vec{B}\perp\overline{OA}$, $\vec{B}=\text{const.}$，$\overline{OA}$绕O轴转，角速度为ω 。

求：$\varepsilon_{动OA}$

解：



$$\varepsilon_{动OA}=\int_{(O)}^{(A)}(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=-\int_{(O)}^{(A)}VB\,\mathrm{d}l$$

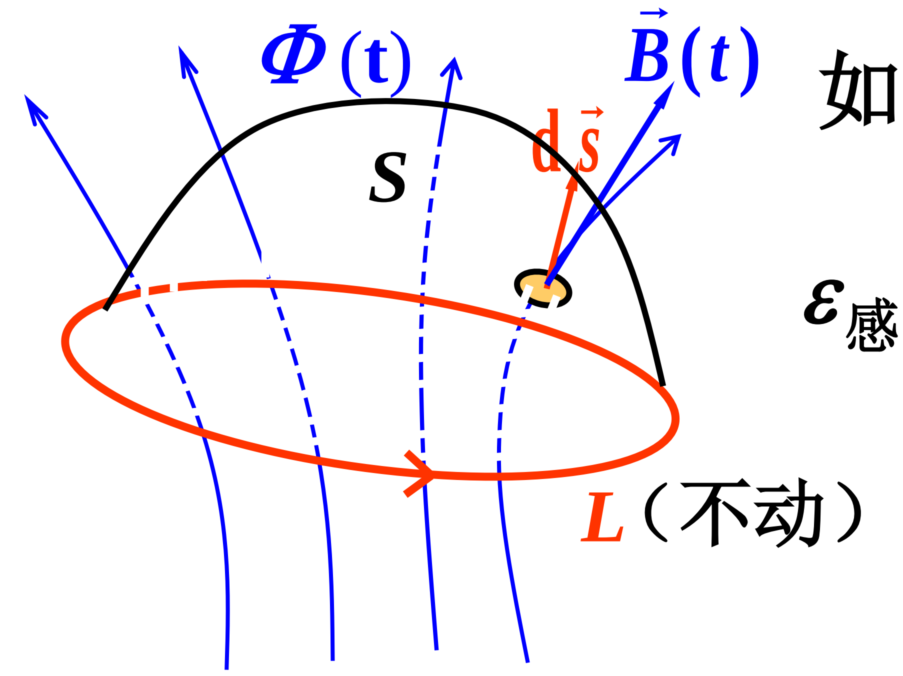
$$=-\int_{0}^{L}\omega lB\,\mathrm{d}l$$

$$=-\frac{1}{2}\omega BL^2<0$$

$\varepsilon_{动OA}$方向：A→O，O点电势高（积累正电荷

20.3 感生电动势和感生电场

一. 感生电动势 （Induced emf）



如图，L不动，$\vec{B}$变$\rightarrow \varepsilon_{感}$

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$= -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

符号规定：Φ的正向与L的绕向成右螺旋关系，由此定出d$\vec{s}$法线的正向。

二. 感生电场（induced electric field）

实验表明，$\varepsilon_{感}$与导体回路的材料无关。

麦克斯韦（Maxwell）提出：变化的磁场可以激发非静电性质的电场 —— 感生电场 $\vec{E}_{感}$。

$$\varepsilon_{感} = \boxed{\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}}$$

感生电场是非保守场 —— 有旋电场（curl electric Field），它不存在相应的“势”的概念。

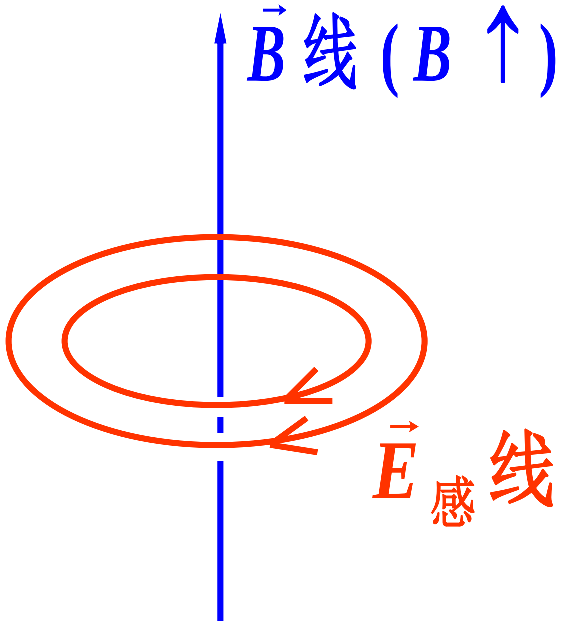
要研究一个矢量场，必须搞清它的环量和通量。

$\vec{E}_{感}$ 的通量如何呢？

Maxwell假设：$\vec{E}_{感}$ 线闭合，即：

$$\boxed{\oint_S \vec{E}_{感} \cdot d\vec{s} = 0}$$

这已被实验证实。



$\vec{E}_{感}$ 线与 $\vec{B}$ 线是相互套联的。

感生电场总结：

•有旋电场 $$\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

•无源场 $$\boxed{\oint_S \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0}$$

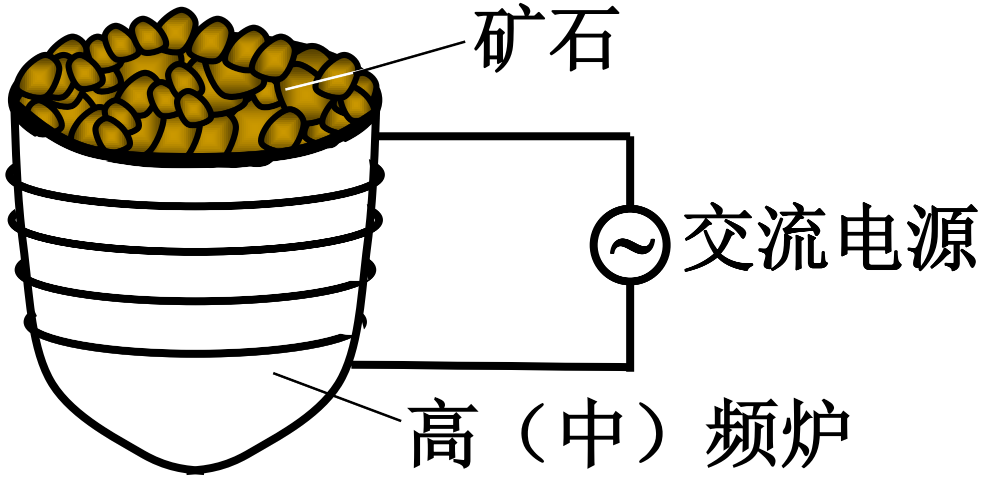
与导体回路的材料无关，
与该处有无导体回路无关。

感生电场即涡旋电场不同于静电场。从产生机理、电场线特点、电场力做功特点几方面来说都不同。静电场对电荷的静电力属于保守力，感生电场对电荷的电场力即非静电力不是保守力。涡旋电场的电场线是闭合的曲线，若不放入导体，则不能求解电场中某点的电势、两点之间的电势差，只有在感生电场中放入一段导体或闭合电路，才可以对导体或电路上的两点求电势差以及某段导体产生的感应电动势。

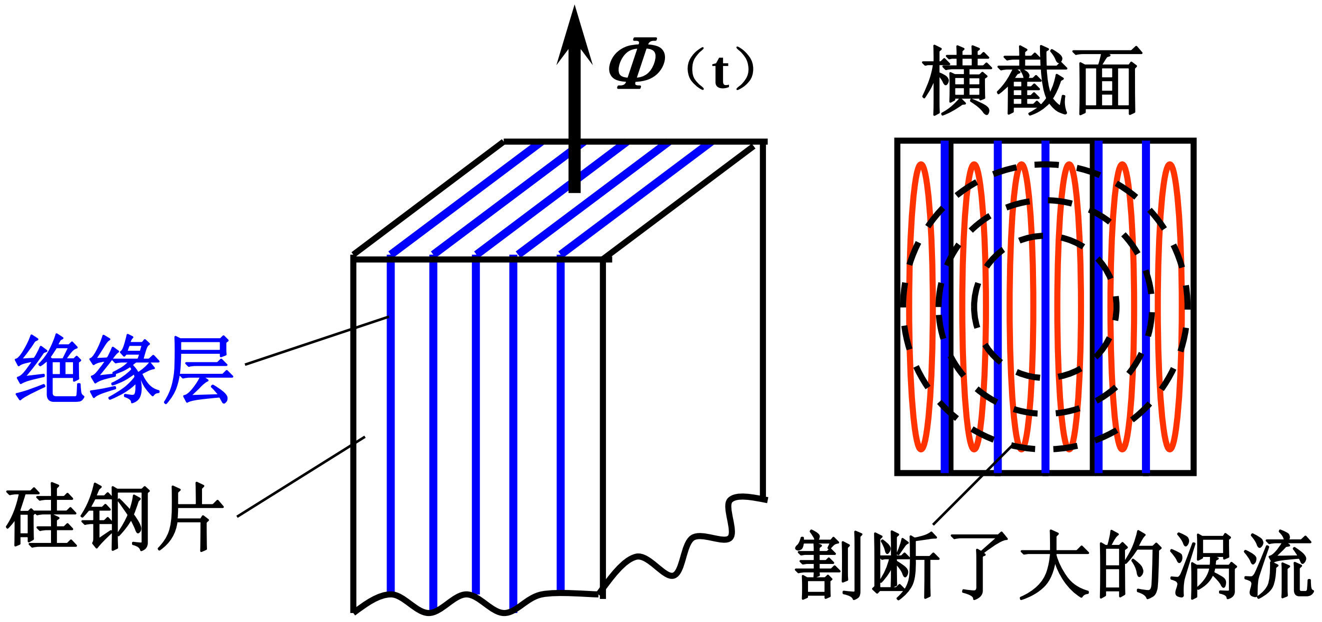
三．涡流　大块导体中的感应电流称“涡流”。
（eddy current）

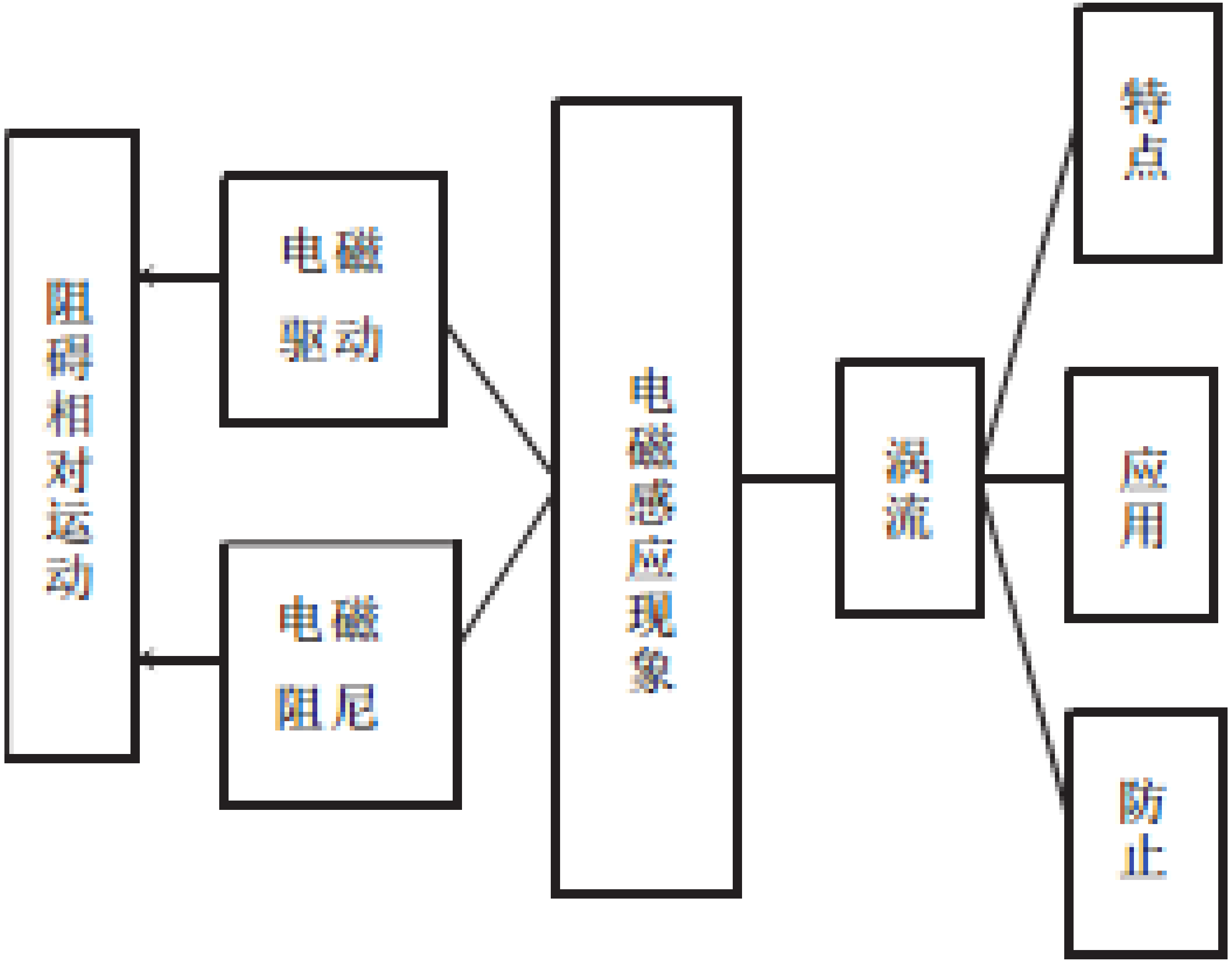
▲热效应

电磁冶炼：

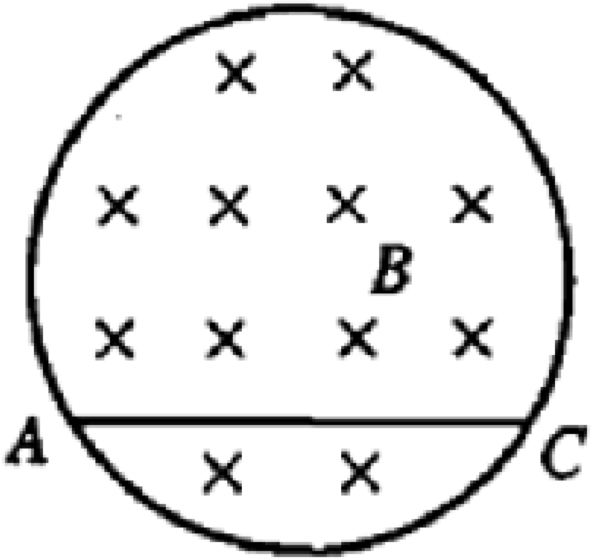


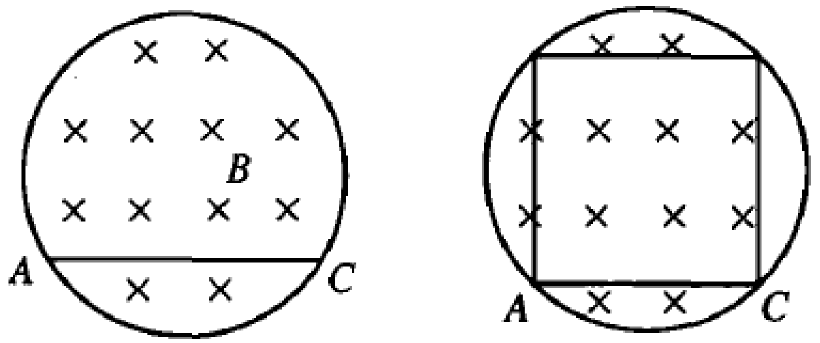
减小涡流的措施：




阻碍相对运动
电磁驱动
电磁阻尼
电磁感应现象
涡流
特点
应用
防止

例20.3 如图所示，在半径为 R 的圆柱形区域内，充满与圆柱轴线平行的匀强磁场，一边长为$\sqrt{2}R$ 的细金属棒 AC 与磁场方向垂直地放在磁场区域内，棒的两端 A、C 恰好在磁场边界的圆周上，已知磁感应强度随时间均匀增加，$\frac{\Delta B}{\Delta t}=k$，则金属棒 AC 中的电动势为多大？



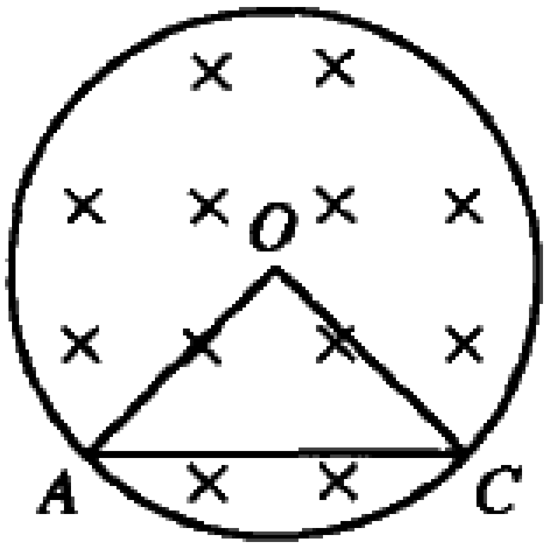


解法 1　由于金属棒的长度为$\sqrt{2}R$,则可在磁场区域内补偿 3 根相同的金属棒,使它们构成一个内接正方形闭合导体框,棒 AC 是其中一条边,如图 6 所示。由法拉第电磁感应定律可知整个回路的电动势为

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta BS}{\Delta t} = 2kR^2$$

根据对称性可知棒 AC 中产生的电动势是整个电动势的 $\frac{1}{4}$,C 端电势较高,所以 $\varepsilon_{CA} = \frac{1}{2}kR^2$。

解法2 过圆心沿半径方向补偿两根金属棒，构成等腰直角三角形 OAC，如图所示，由于电场线是同心圆，处处与半径垂直，因此在沿半径方向的导线中没有电荷定向移动，则不产生感应电动势，那么棒 AC 产生的电动势就是整个回路的电动势，即 $\epsilon = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{\Delta B}{\Delta t}S = kS$，所以 $\epsilon_{CA} = \dfrac{1}{2}kR^2$。



解法 1 利用了补偿法和对称性，将金属棒补成内接正多边形，这是特殊解法。如果长度不是某些特殊值，则只能将导体两端与圆心之间连接导线构成等腰三角形，设 $AC = L$，则等腰三角形的高为 $h = \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}}$，可知两端的电势差为 $U_{CA} = \frac{kL}{4}\sqrt{4R^2 - L^2}$，这是一般解法。