19 磁场中的磁介质

19.1磁介质对磁场的影响

19.2 原子、分子的磁矩

19.3 磁介质的磁化

19.4 有磁介质时磁场的规律

19.5 铁磁质

19.6 简单磁路

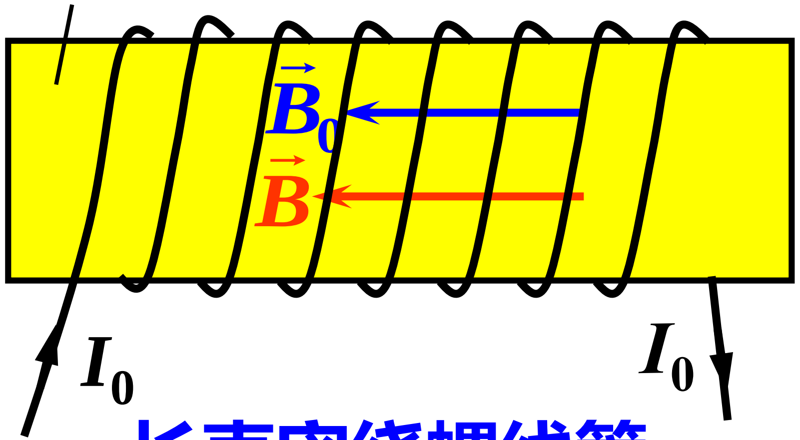
19.1磁介质对磁场的影响

在磁场的作用下会发生变化，并能反过来影响磁场的物质称为磁介质。

传导电流 $I_0 \rightarrow \vec{B}_0$， 介质磁化 $\rightarrow \vec{B}'$，

总磁感强度 $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

均匀各向同性磁介质



长直密绕螺线管

均匀各向同性介质充满磁场所在空间时，

有： $\boxed{\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0}$

μ_r **—相对磁导率**

（**relative permeability**）

磁介质的分类：

▲弱磁质， $\mu_r \approx 1$

- 顺磁质（paramagnetic substance） $\mu_r > 1$

  如：Mn，Al，O_2，N_2…

- 抗磁质（diamagnetic substance） $\mu_r < 1$

  如：Cu，Ag，Cl_2，H_2…

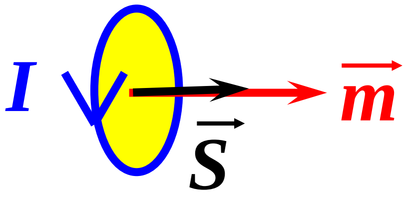
▲铁磁质（ferro magnetic substance） $\mu_r >> 1$

如：Fe，Co，Ni …

某些磁介质的相对磁导率（书 p. 165，表19.1）

19.2 原子、分子的磁矩

一. 电子的磁矩



电子的轨道运动电流 $I = e \cdot \dfrac{\upsilon}{2\pi r}$

轨道磁矩 $m = \dfrac{e\upsilon}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \dfrac{e\upsilon r}{2}$

电子轨道运动的角动量 $L = m_e \upsilon r$

电子轨道磁矩与轨道角动量的关系： $\vec{m} = -\dfrac{e}{2m_e}\vec{L}$

电子自旋磁矩和自旋角动量$\vec{S}$的关系： $\vec{m} = -\dfrac{e}{m_e}\vec{S}$

二. 质子和中子的磁矩

质子轨道磁矩 $\vec{m}=\dfrac{e}{2m_p}\vec{L}$，中子无轨道磁矩。

质子和中子都有自旋磁矩：$\vec{m}=g\dfrac{e}{2m_p}\vec{S}$

g 称为 g 因子，质子$g=5.5857$,中子$g=-3.8261$。

三. 原子核的磁矩

整个原子核的自旋磁矩 $\vec{m}=g\dfrac{e}{2m_p}\vec{I}$

$\vec{I}$ 为核的自旋角动量，因子g由原子核决定。

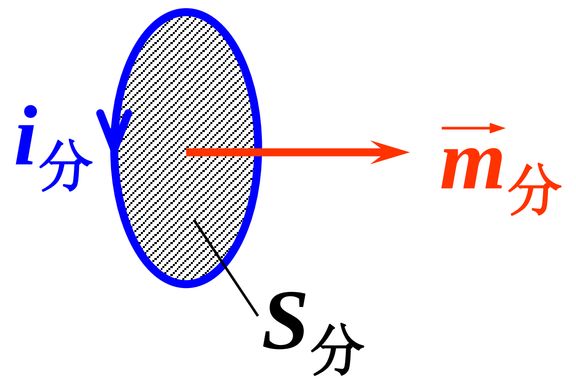
由上可知，核磁矩远小于电子磁矩。

四. 分子磁矩和分子电流

$$\left.\begin{array}{l}\text{电子轨道磁矩}\\ \text{电子自旋磁矩}\\ \text{原子核磁矩}\end{array}\right\}\text{分子磁矩}\ \vec{m}_{\text{分}} \xrightarrow{\text{等效}} \text{分子电流}\ i_{\text{分}}$$

(molecular current)

(molecular magnetic moment)



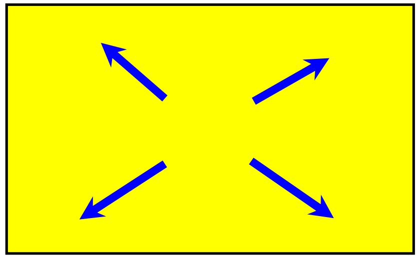
19.3 磁介质的磁化

磁化（magnetization）： 在磁场作用下，介质出现磁性或磁性发生变化的现象。

一. 顺磁质磁化

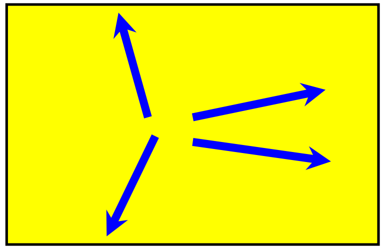
顺磁质分子有**固有的分子磁矩**（主要是电子轨道和自旋磁矩的贡献），$m_{分} \sim 10^{-23}\mathrm{A\cdot m^2}$。

$\vec{B}_0 = 0$



热运动使 $\vec{m}_{分}$ 完全混乱，不显磁性。

$\vec{B}_0 \neq 0$

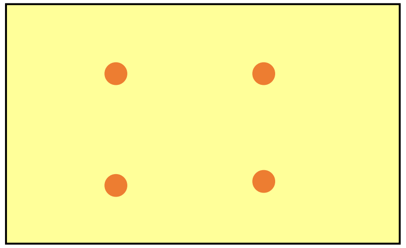


$\vec{B}_0$使$\vec{m}_{分}$排列趋于$\vec{B}_0$方向,显现磁性

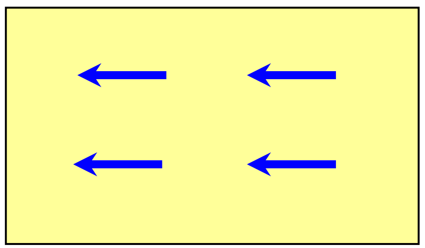
二. 抗磁质的磁化

抗磁质的分子固有磁矩为 0。

$\vec{B}_0 = 0$

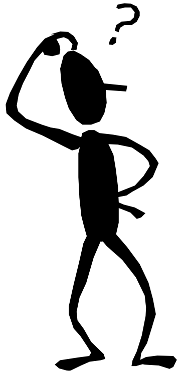


$\vec{B}_0$



$\vec{m}_{分} = 0$，

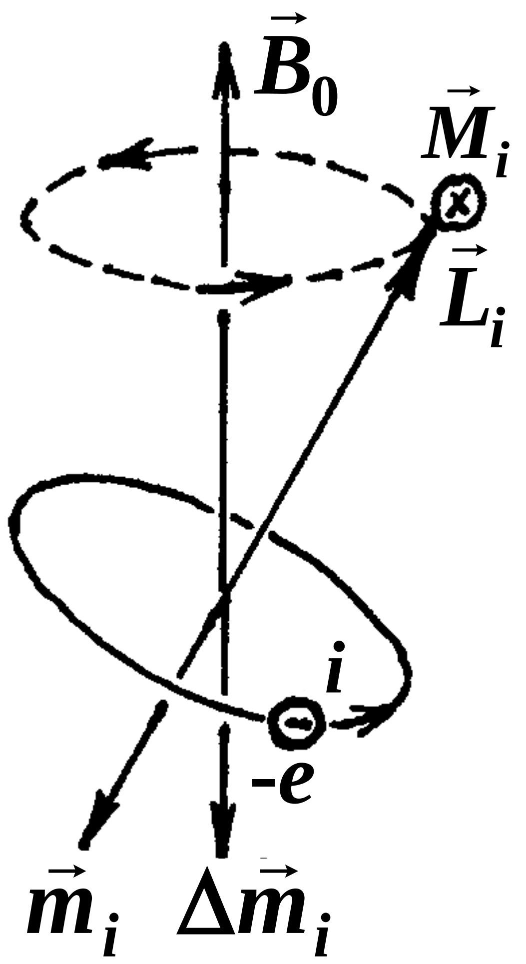
不显磁性



附加磁矩 $\Delta\vec{m}_{分} \uparrow\downarrow \vec{B}_0$

显示抗磁性

为什么 $\Delta\vec{m}_{分}$ 反平行于$\vec{B}_0$呢？



以电子的轨道运动为例，

第 i 个电子受的磁力矩

$$\vec{M}_i = \vec{m}_i \times \vec{B}_0$$

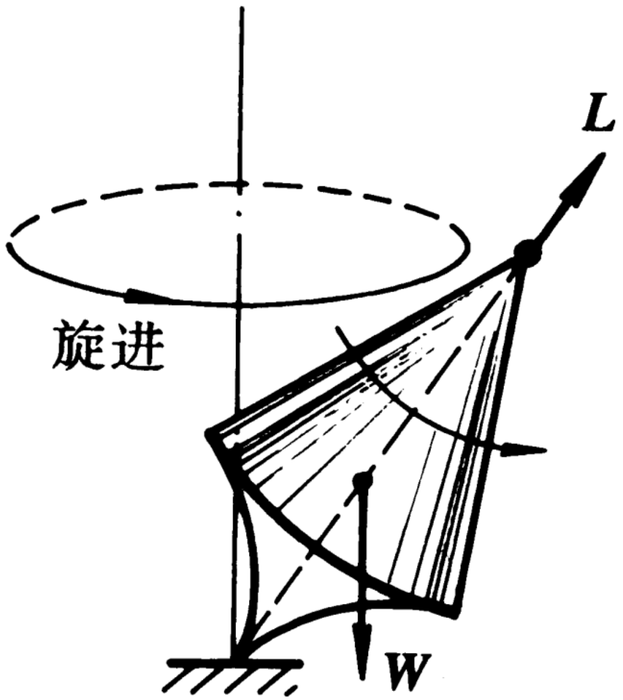
电子轨道角动量增量

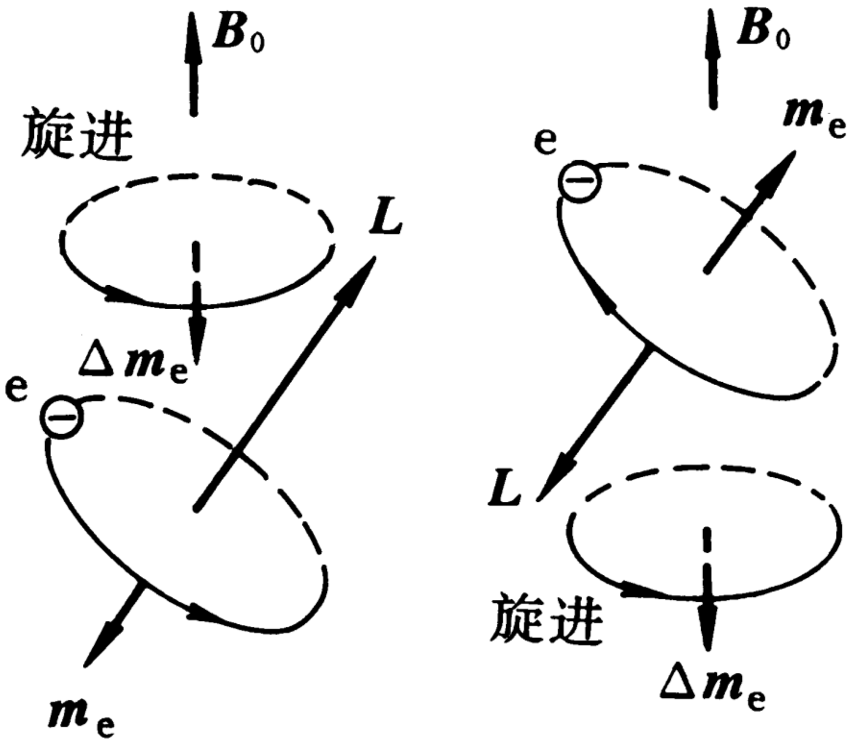
$$\mathrm{d}\vec{L}_i = \vec{M}_i\,\mathrm{d}t \perp \vec{L}_i$$

∴ 电子旋进，它引起的感应磁矩 $\Delta\vec{m}_i$ 反平行于 $\vec{B}_0$ 。

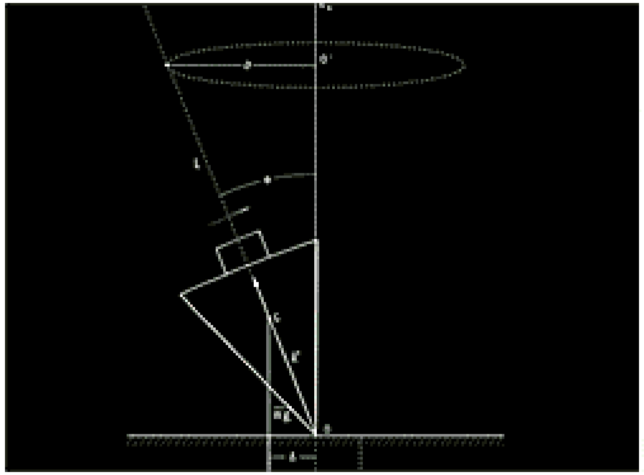
这种效应在顺磁质中也有，

不过与分子固有磁矩的转向效应相比弱得多。





电子在外磁场中的进动



三. 磁化强度与磁化电流

（magnetization and magnetization current）

1.磁化强度： $\vec{M} = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\sum \vec{m}_{分}}{\Delta V}$

对顺磁质和抗磁质，实验表明：$\vec{M} \propto \vec{B}$

对铁磁质，实验表明：$\vec{M}$ 和 $\vec{B}$ 呈非线性关系

而且是非单值对应关系

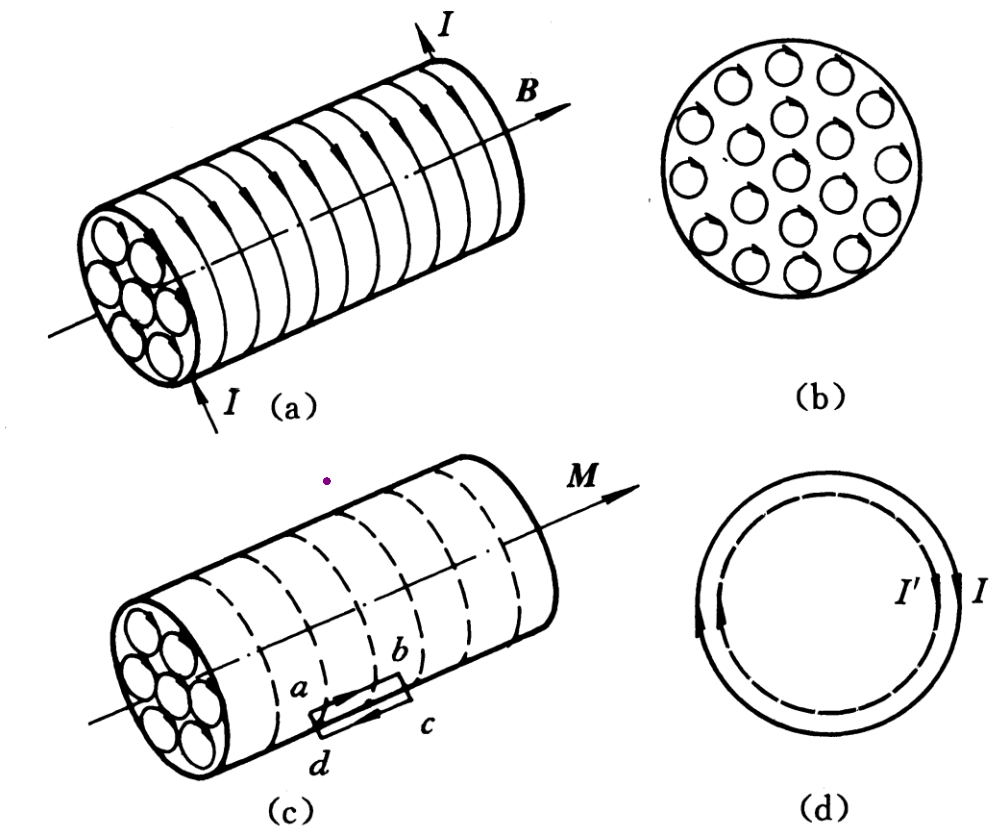
2.磁化电流： 由于介质磁化而出现的一些

等效的附加电流分布。

设沿轴线单位长度上的磁化电流(即磁化面电流密度)为$\vec{j}'$，则对于截面积为S、长为l的一段磁介质圆柱，有

$$M = \left|\vec{M}\right| = \frac{\left|\sum \vec{m}_{分}\right|}{\Delta V} = \frac{j' l S}{l S} = j'$$

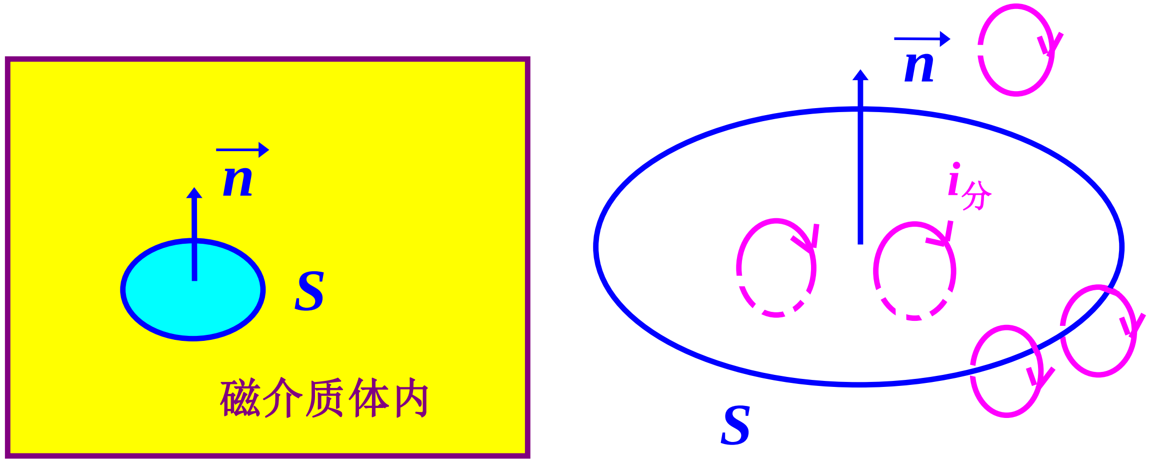
$$\oint_{(abcd)} \vec{M}\cdot d\vec{l} = M\cdot\left|ab\right| = j'\left|ab\right| = \sum_{(abcd内)} I'$$



对于非均匀磁介质，不仅在表面上，而且在体内，都可以存在由未被抵消的分子电流所形成的磁化电流。

充满均匀顺磁质的载流长直螺线管

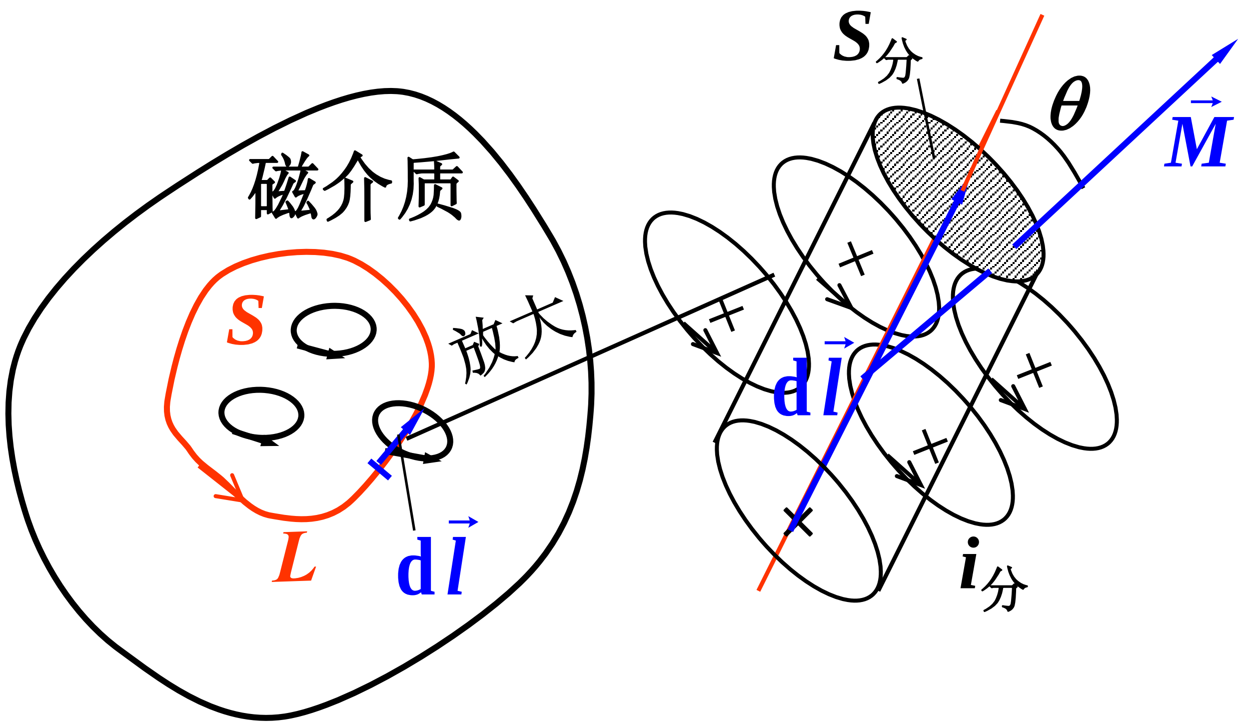
介质内：



•在磁介质体内取曲面S，现在求通过它 的磁化电流I'

•穿过S两次的$i_{分}$对I'无贡献，和S的边界相套住的$i_{分}$(只穿过ΔS一次)对I'有贡献。

介质内：



设分子浓度为 n，则套住 dl 的分子电流：

$$\mathrm{d}I' = n \cdot i_{分} \cdot (S_{分} \cdot \cos\theta \cdot \mathrm{d}l)$$

$$= M \cdot \mathrm{d}l \cdot \cos\theta = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

穿过L所围曲面ΔS 的磁化电流 $\boxed{I' = \oint_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \vec{J}' \cdot d\vec{S}$$

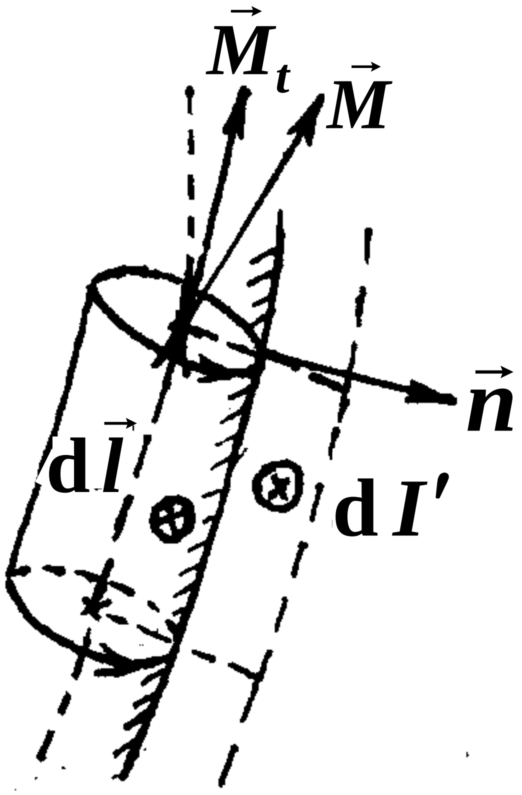
斯托克斯定理

$$\boxed{\oint_L \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\nabla \times \vec{A}\right) \cdot d\vec{S}}$$

S是以闭合回路L为周界的曲面

$$\vec{J}' = \nabla \times \vec{M}$$

介质表面:



选 $\mathrm{d}\vec{l} \,/\!/\, \vec{M}_t$

$$\mathrm{d}I' = \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = M_t\cdot\mathrm{d}l$$

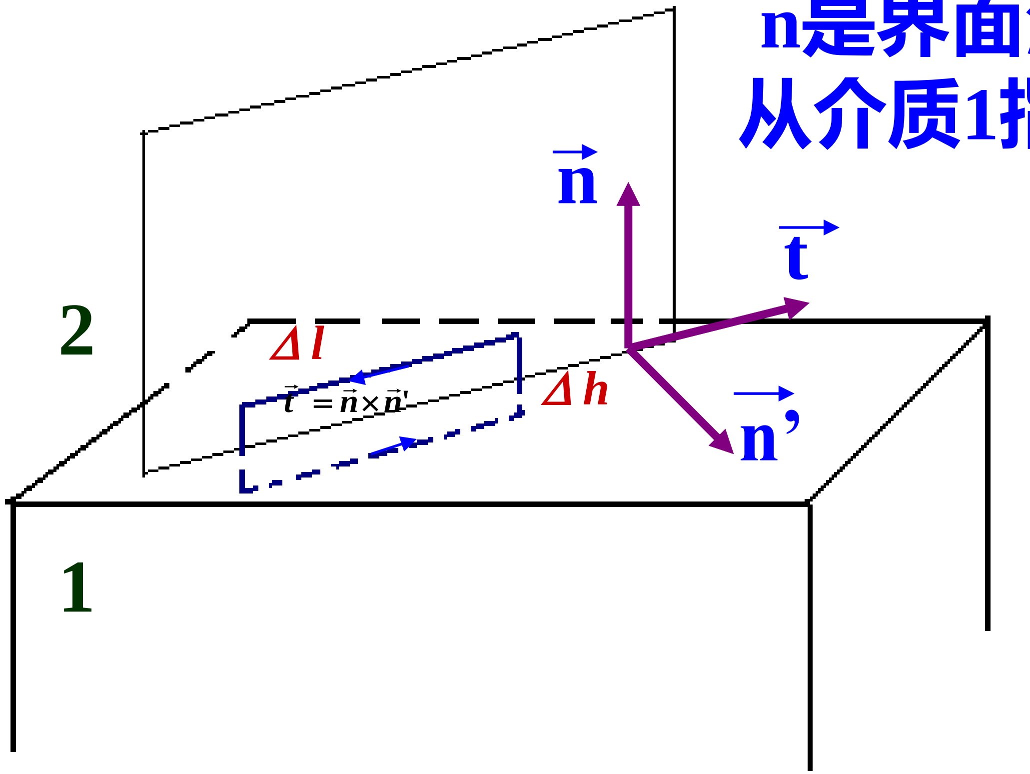
磁化面电流密度

$$j' = \frac{\mathrm{d}I'}{\mathrm{d}l} = M_t$$

$$\boxed{\vec{j}' = \vec{M}\times\vec{e}_n}$$

一般地，在介质1与介质2的界面 $\vec{j}' = (\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \times \vec{n}$

$\vec{n}$是界面法线方向的单位矢量，从介质1指向介质2。



证：任选一垂直界面的平面，其法线方向的单位矢量为$\vec{n}'$。

令

$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \vec{J}' \cdot d\vec{S}$$

$$(\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \cdot \Delta l\, \vec{t} = \vec{J}' \cdot \Delta S\, \vec{n}'$$

$$(\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \cdot \Delta l\, \vec{t} = \vec{J}' \cdot \Delta h\, \Delta l\, \vec{n}' = \vec{j}' \cdot \Delta l\, \vec{n}'$$

$$\vec{j}'\cdot\vec{n}'=\left(\vec{M}_1-\vec{M}_2\right)\cdot\vec{t}=\left(\vec{M}_1-\vec{M}_2\right)\cdot\left(\vec{n}\times\vec{n}'\right)$$

由 $\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}$

得 $\vec{j}'\cdot\vec{n}'=\left[\left(\vec{M}_1-\vec{M}_2\right)\times\vec{n}\right]\cdot\vec{n}'$

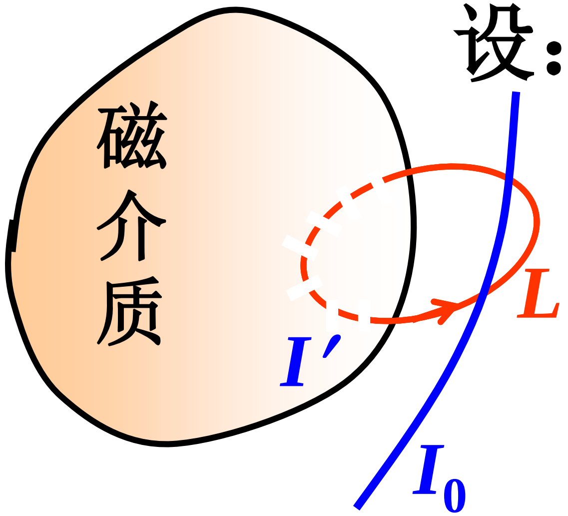
而n’是任意的，故 $\vec{j}'=\left(\vec{M}_1-\vec{M}_2\right)\times\vec{n}$

19.4 有磁介质时磁场的规律

$$\text{真空}\begin{cases}\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{内}} & (1)\\ \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 & (2)\end{cases}$$

考虑到磁化电流，（1）式则需要修改。

一. $\vec{H}$ 的环路定理



设：I_0—传导电流，I'—磁化电流。

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum (I_{0\text{内}} + I'_{\text{内}})$$

$$= \mu_0 \sum I_{0\text{内}} + \mu_0 \oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l}$$

$\therefore \quad \oint_L \left(\dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) \cdot d\vec{l} = \sum I_{0内}$

令 $\boxed{\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$ —— 磁场强度

（magnetic field intensity）

得: $\boxed{\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{0内}}$ —— $\vec{H}$ 的环路定理

$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_0$ — 微分形式

▲ H 的单位: A/m （SI）；

奥斯特 Oe（CGS）， $1\text{Oe} = \dfrac{10^3}{4\pi}\text{A/m}$。

（Oersted）

▲ 真空: $\vec{M} = 0$ ， $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0}$

从物理本质上看，$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是场的基本物理量，而 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 是辅助物理量。历史上由于人们对磁场曾有不正确的认识，把 $\boldsymbol{H}$ 称为磁场强度而和电场强度 $\boldsymbol{E}$ 对比。现在人们知道这种看法是错误的，但由于历史原因，仍保留着 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的原来名称。在实践上，物理量 $\boldsymbol{H}$ 有一定的重要性，这是因为 $\boldsymbol{H}$ 与自由电流分布 $\boldsymbol{J}_f$ 有关，而 $\boldsymbol{J}_f$ 是直接受实验条件控制的。

▲实验指出，对各向同性非铁磁物质：

$$\vec{M} \propto \vec{H} \longrightarrow \boxed{\vec{M} = (\mu_r - 1)\vec{H} = \chi_m \vec{H}}$$

χ_m — 磁化率 （magnetic susceptibility）

$$\chi_m = \mu_r - 1$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi_m \vec{H}$$

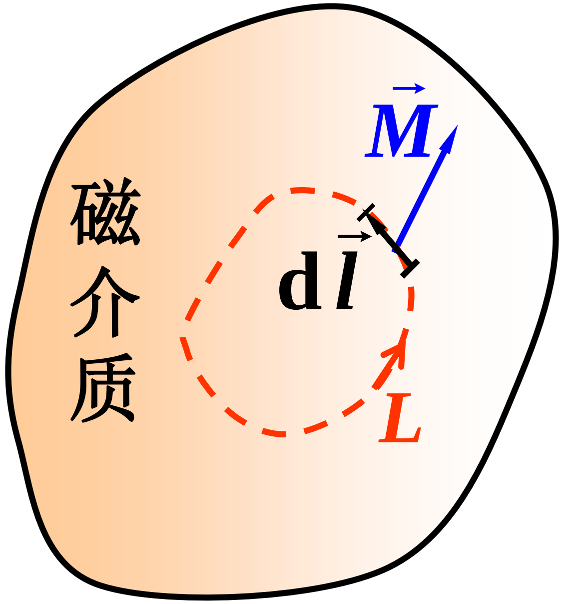
$$\longrightarrow \vec{B} = \mu_0(\chi_m + 1)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

令 $\boxed{\mu = \mu_0 \mu_r}$ — 磁导率（permeability）

则有 $\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H}}$ 真空：$\mu = \mu_0$

例19.1 证明在各向同性非铁磁物质内，无传导电流处，也无磁化电流。

证： 方法一 **介质中闭合回路L所套联的分子电流为：**



$$I' = \oint_L \vec{M}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \chi_m \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \chi_m \oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \chi_m \cdot \sum I_0$$

若$\sum I_0 = 0$，则 $I' = 0$

L可任取，且可无限缩小，

故 $I_0 = 0$ 处，$I' = 0$ 。

方法二

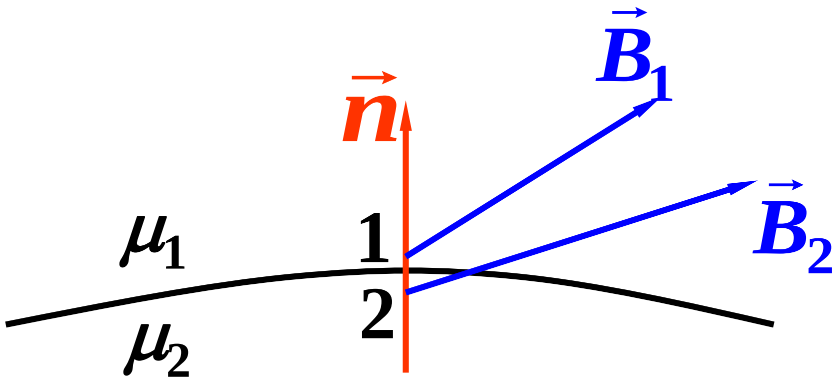
$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_0$$

$$\boxed{\vec{M}=(\mu_r-1)\,\vec{H}=\chi_m\vec{H}}$$

$$\vec{J}'=\nabla\times\vec{M}=\chi_m\nabla\times\vec{H}=\chi_m\vec{J}_0$$

故无传导电流处，也无磁化电流。

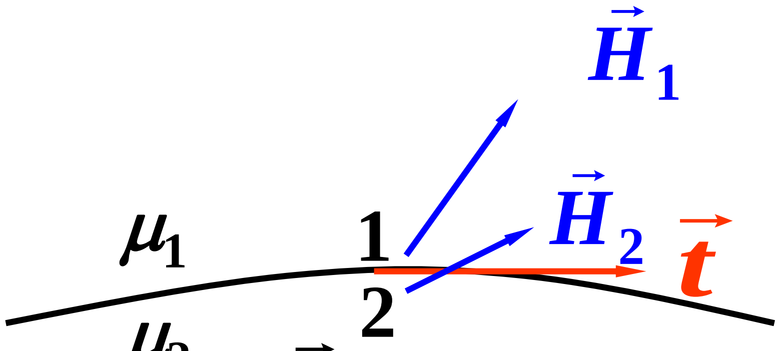
二. 磁场的界面关系，*静磁屏蔽



由 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$

可得 $\boxed{B_{1n} = B_{2n}}$ (1)

设界面无传导电流，

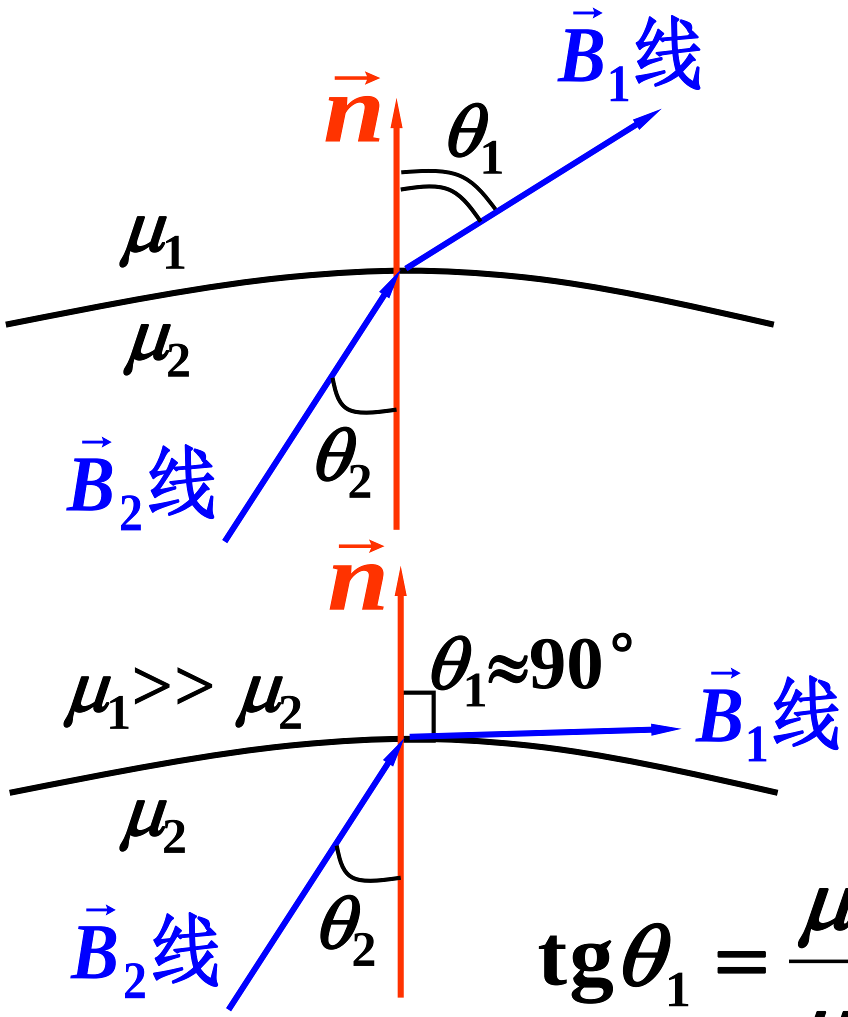


$(\vec{j}_{S0} = 0)$

由 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$

可得 $\boxed{H_{1t} = H_{2t}}$ (2)

即： $\dfrac{B_{1t}}{\mu_1} = \dfrac{B_{2t}}{\mu_2}$ (2’)



$$\frac{(2)'}{(1)}:\ \frac{1}{\mu_1}\mathrm{tg}\theta_1 = \frac{1}{\mu_2}\mathrm{tg}\theta_2$$

若 $\mu_1 > \mu_2$，则 $\theta_1 > \theta_2$，

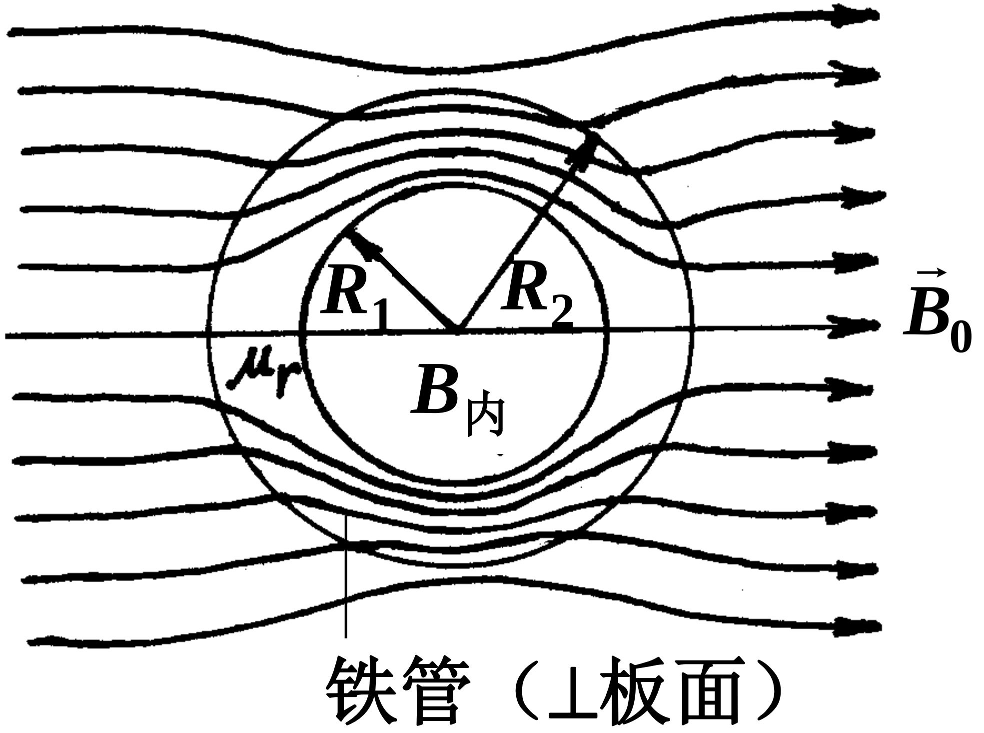
当 $\mu_1 >> \mu_2$ 时，

$$\mathrm{tg}\theta_1 = \frac{\mu_1}{\mu_2}\mathrm{tg}\theta_2 >> 1,\ \theta_2 \neq 0,\ \theta_1 \approx \frac{\pi}{2}。$$

在μ_1很大的介质1中，$\vec{B}$线几乎平行界面，

这就是铁磁质中 $\vec{B}$线沿铁芯延续的情形。

*静磁屏蔽

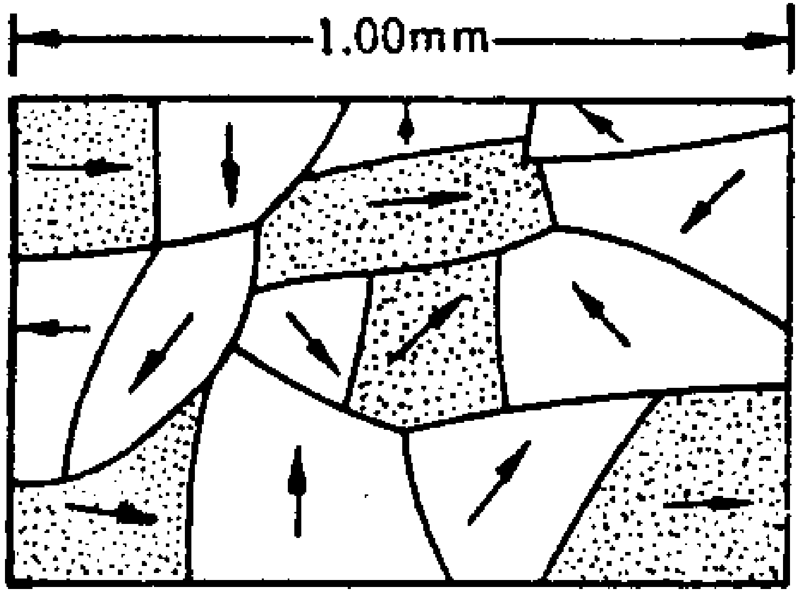


精密探头、显象管…都需要磁屏蔽。

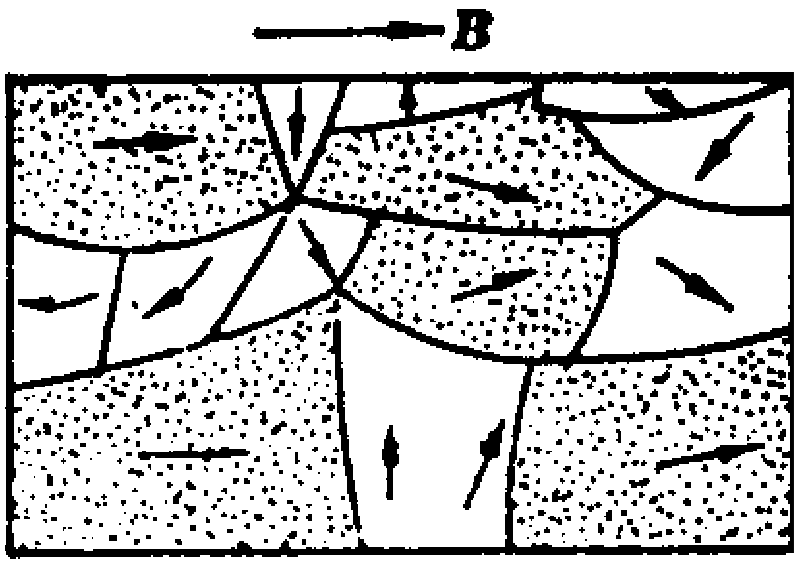
19.5 铁磁质（ferromagnetic substance）

一. 磁畴（magnetic domain）

铁磁质中起主要作用的是电子的自旋磁矩。各电子的自旋磁矩靠交换耦合作用使方向一致，从而形成自发的均匀磁化小区域——磁畴。



未加磁场



在磁场 B 中

各种材料磁畴线度相差较大：从10^{-3}m到10^{-6}m，一般为 10^{-4}~10^{-5}m， 磁畴体积约为$10^{-6}mm^3$，一个磁畴中约有10^{12}~10^{15}个原子。

磁畴磁矩沿某个易磁化方向(direction of easy magnetization)排列。易磁化方向由晶体结构决定。

由于铁磁质的*M*比*H*大得多(约10^2 ~10^6倍)，所以

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \approx \mu_0 \vec{M},$$

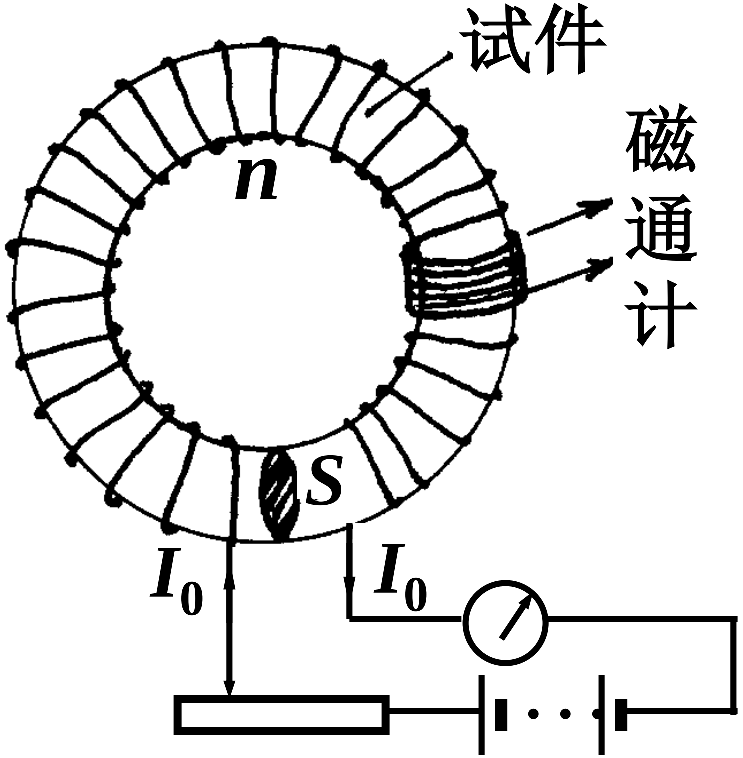
即它们的*B* - *H*与*M* - *H*曲线几乎一样。

二. 铁磁质的磁化规律

铁磁质 $\vec{B} \sim \vec{H}$ 关系非线性，也不单值，

形式上表示为 $\vec{B} = \mu\vec{H}$，$\mu \neq \text{Const.}$ 也不唯一。

1. 起始磁化曲线



测 $\Phi \rightarrow B = \dfrac{\Phi}{S}$

测 $I_0 \rightarrow H = nI_0$

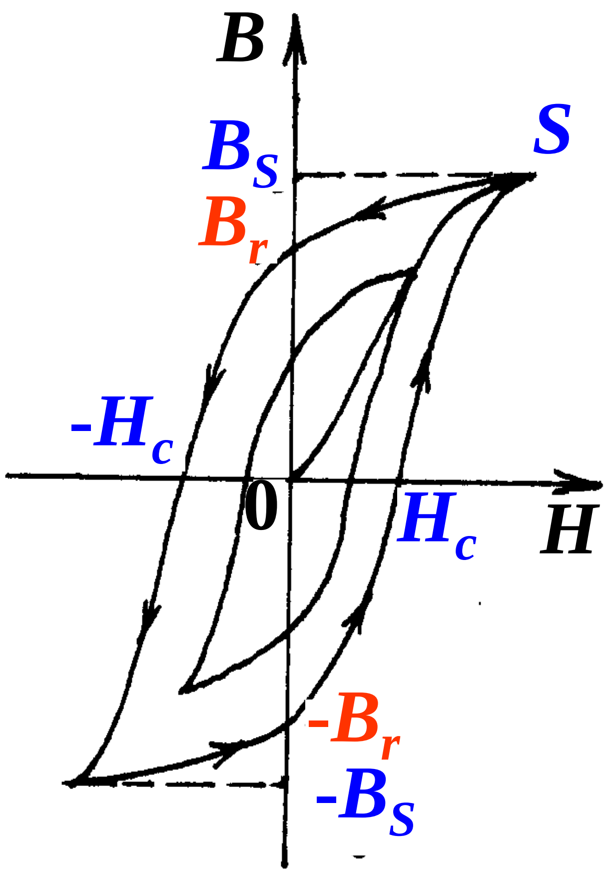
$$(\because \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot L = NI_0,$$

$$\therefore \quad H = \frac{N}{L} \cdot I_0 = nI_0)$$

由此可得到 $B \sim H$ 曲线：

2.磁滞回线（hysteresis loop）

B落后于H的变化，称为磁滞现象。



磁滞回线

B_r— 剩余磁感强度

（remanent magnetic induction）

H_c— 矫顽力（coercive force）

磁滞是由于晶体缺陷和内应力、以及磁畴在外磁场减退时，就近沿易磁化方向排列而造成的。

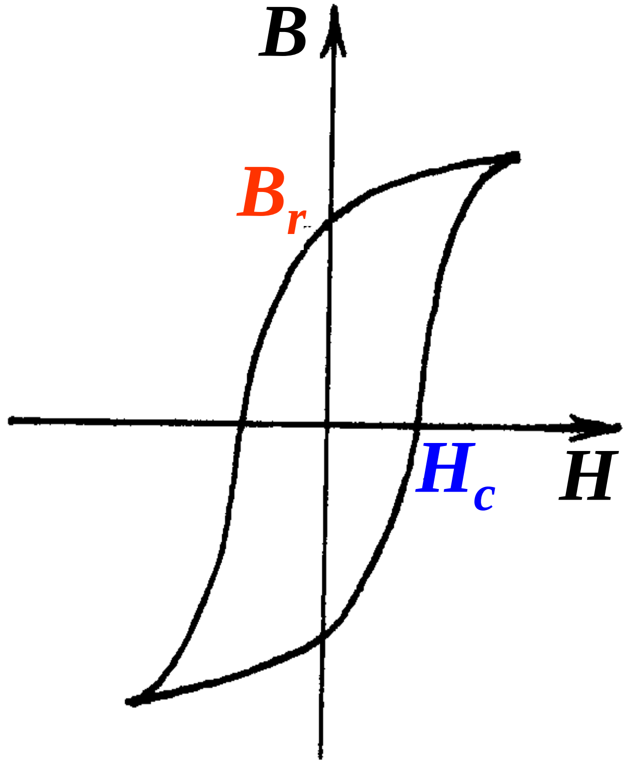
“磁滞损耗”（hysteresis loss）

正比于B~H 回线所围的面积。

三．硬磁和软磁材料

1. 硬磁材料（hard magnetic material）

H_c大（>10^2A/m），一般H_c为10^4–10^6A/m，



碳钢、钨钢

B_r也大，一般为10^3–10^4 G。

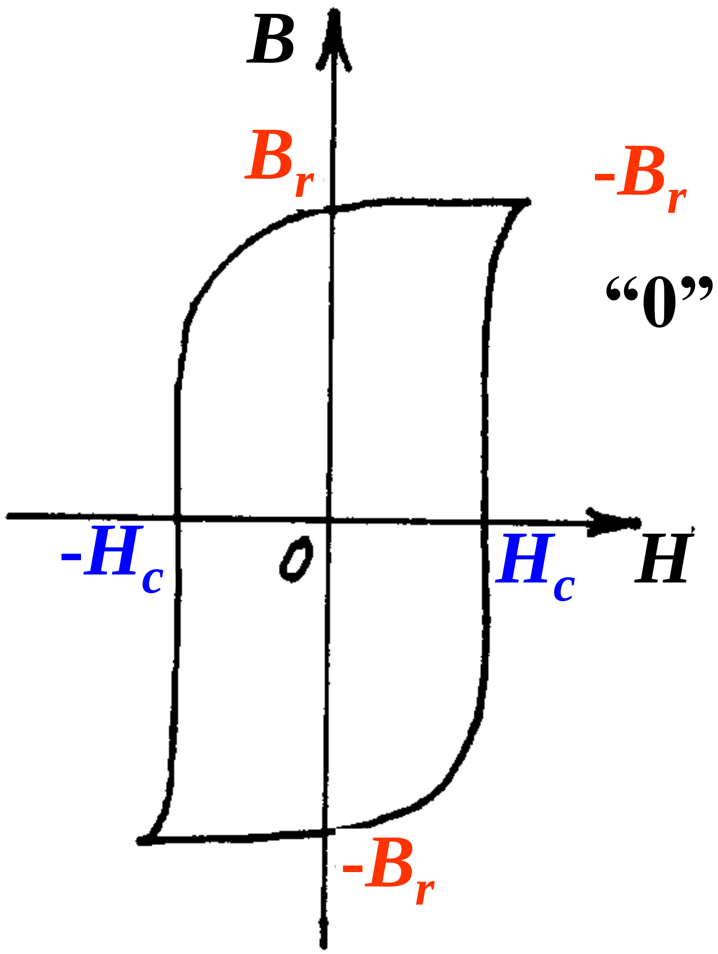
特点：磁滞回线“胖”，

磁滞损耗大，

适合制作永久磁铁、

磁芯（记忆元件）等。

“矩磁材料”



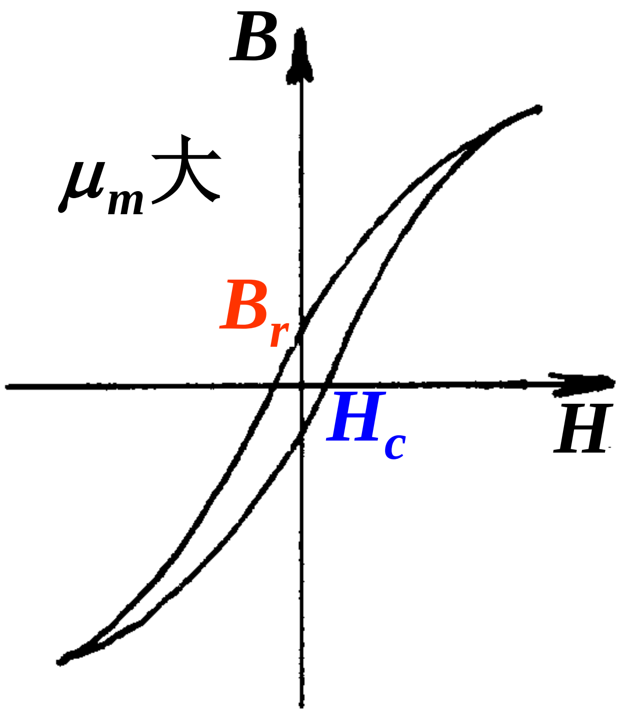
-B_r B_r

“0” “1”

可作记忆元件

2. 软磁材料（soft magnetic material ）

H_c小（$<10^2$A/m）， 一般H_c约为1A/m 。



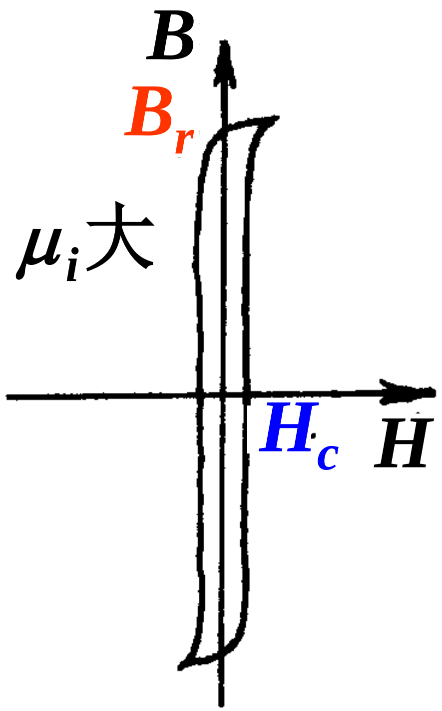
纯铁、硅钢

特点：

磁滞回线“瘦”

磁滞损耗小，

适于制作交流电磁铁、变压器铁芯等。



坡莫合金

(Fe78%、Ni 22%)

用于电子设备

四.居里点（Curie point）

$T\uparrow \rightarrow \vec{M}_{磁畴}\downarrow$ （自发磁化减弱）

$T \geq T_c \rightarrow \vec{M}_{磁畴} = 0$（磁畴瓦解，表现顺磁性）

T_c是失去铁磁性的临界温度，称“居里点”。

当$T < T_c$时，又恢复铁磁性。

Fe： $T_c = 767°C$

Ni： $T_c = 357°C$

Co： $T_c = 1117°C$

五. 磁致伸缩

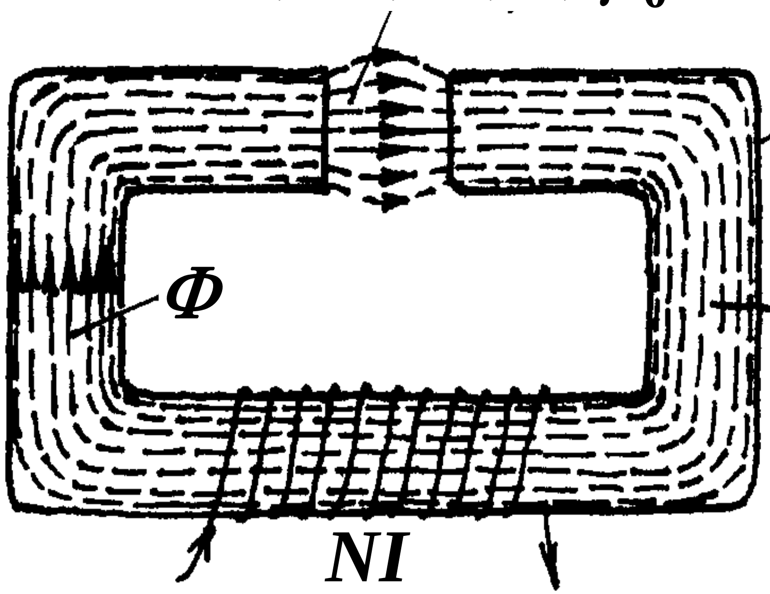
$\vec{B}$变 $\rightarrow$ $\vec{M}_{磁畴}$方向改变$\rightarrow$晶格间距改变

$\rightarrow$铁磁体长度和体积改变— 磁致伸缩。

长度相对改变约10^{-5}量级，某些材料在低温下可达10^{-1};

磁致伸缩有一定固有频率，当外磁场变化频率和固有频率一致时，发生共振，可用于制作激振器、超声波发生器等。

19.6 简单磁路（magnetic circuit）



$$\oint_{(l+\delta)} \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = NI$$

$$Hl + H'\delta = NI$$

$$\frac{\Phi}{S\mu} l + \frac{\Phi}{S'\mu_0}\cdot\delta = NI$$

$$\Phi = \frac{NI}{\dfrac{l}{S\mu} + \dfrac{\delta}{S'\mu_0}} \overset{令}{=\!=} \frac{\varepsilon_m}{R_m + R'_m}$$

ε_m：磁通势 (magnetomotive force)

R_m, R'_m：磁阻(magnetic resistance)

把 $\boxed{\Phi = \dfrac{\varepsilon_m}{R_m + R'_m}}$ 和 $\boxed{R_m = \dfrac{l}{S\mu}}$ 与电路相比，

$$\mathcal{E}_m \sim \mathcal{E}, \quad \Phi \sim I, \quad R_m \sim R, \quad \mu \sim \sigma$$

$$\frac{R_m}{R'_m} = \frac{l \cdot S' \cdot \mu_0}{\delta \cdot S \cdot \mu_r \mu_0} \doteq \frac{l}{\delta \mu_r}$$

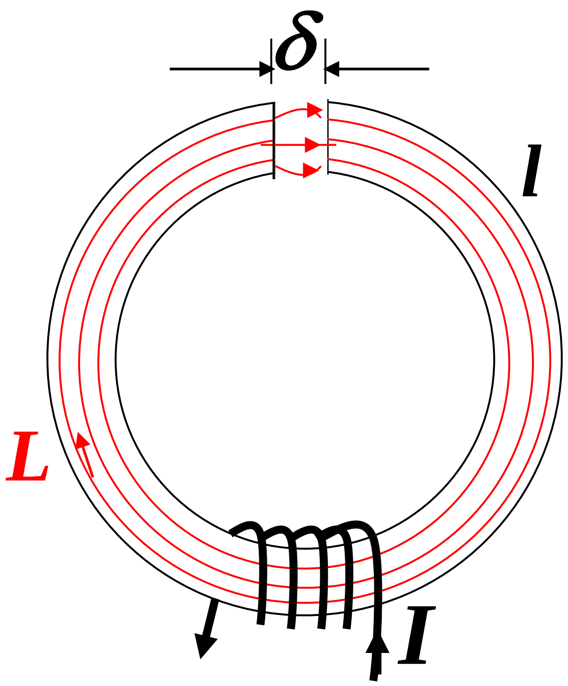
若$\mu_r = 10^3$，则$\delta = 1\text{mm}$的气隙，其磁阻相当于$l = 1\text{m}$的铁芯磁阻，所以气隙对磁路影响很大。

一个铁环开一个很小的气隙，磁阻将增大很多。

磁感线沿铁走，也可以从磁路角度解释：

铁的磁阻比空气的磁阻小得多。

例19.2 如图所示的一个铁环，设环的长度 $l=0.5\text{m}$，截面积 $S=4\times10^{-4}\ \text{m}^2$，环上气隙的宽度为 $\delta=1.0\times10^{-3}\text{m}$. 环的一部分绕有线圈N=200匝，设通过线圈的电流 $I=0.5\text{A}$，而铁心相应的 $\mu_r=5000$，求铁环气隙中的磁感应强度的数值和磁通量。



解： 根据 $\vec{H}$ 的环路定理

有 $$\oint_{(l+\delta)} \vec{H}\cdot d\vec{l} = NI$$

$$\Rightarrow \quad Hl + H_0\delta = NI$$

由于 $\delta \ll l$，在气隙内磁场散开不大，可认为铁环和气隙内的 B 一样大。

39

$$Hl + H_0\delta = NI$$

$$\frac{B}{\mu_0\mu_r}l + \frac{B}{\mu_0}\cdot\delta = NI$$

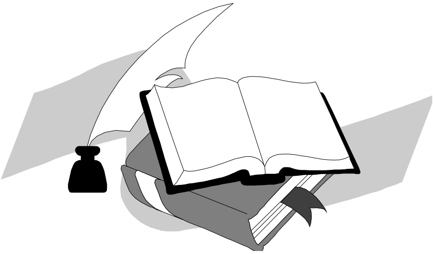
$$B = \frac{\mu_0 NI}{\dfrac{l}{\mu_r}+\delta} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times200\times0.5}{\underbrace{\dfrac{0.5}{5000}}_{10^{-4}\text{（铁心）}}+\underbrace{10^{-3}}_{\text{（气隙）}}} = 0.114\ \mathrm{T}$$

可见，气隙虽小，但是大大影响铁芯内的磁场。

磁通量 $\Phi = BS$

$$= 0.114\times4\times10^{-4} = 4.56\times10^{-5}\ \mathrm{Wb}$$

40



第19章结束