

# 系统工程导论作业三——黑箱建模 1

彭程 2020011075

## 1 题目一

### 1.1 回归直线方程

根据一元线性回归方程计算公式：

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

利用 python 编程代入数据计算可得到：

$$b = 0.346467$$

$$a = 2129616.766806$$

### 1.2 F 检验法进行统计检验

由 F 检验法，一元线性回归时有：

$$F = \frac{ESS/f_E}{RSS/f_R} = \frac{(N-2)ESS}{RSS}$$

对于给定的显著性水平  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )，以及自由度 (1, N-2)，查 F 分布表，得到相应的临界值  $F_\alpha$ ，从而对  $H_0$  进行假设检验，有：

当  $F > F_\alpha$  时，否定原假设，认为 x 与 y 存在线性关系；

当  $F \leq F_\alpha$  时，接收原假设，认为 x 与 y 不存在线性关系。

程序计算结果为：

$$F = 663.411691 > F_\alpha = 4.351244$$

即说明 x 与 y 存在线性关系

### 1.3 置信区间

给定显著性水平  $\alpha$ ，对某一  $x_0$ ，相应的  $y_0$  将以  $(1 - \alpha)$  的概率落在置信区间：

$$(\hat{y}_0 - Z_{\alpha/2} S_\delta, \hat{y}_0 + Z_{\alpha/2} S_\delta)$$

其中  $Z_{\alpha/2}$  是标准正态分布上  $\alpha/2$  百分位点的值，剩余均方差  $S_\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y})^2}{N-2}}$   
将数据代入公式计算得到置信区间为：

$$(y - 180345.485494, y + 180345.485494)$$

## 1.4 程序运行结果

```

回归直线为:  $y = 2129616.766806 + 0.346471 * x$ 
 $F = 663.411691 > F_{\alpha} = 4.351244$ 
x与y存在线性关系
置信区间为:  $(y - 180345.485494, y + 180345.485494)$ 

Process finished with exit code 0

```

## 1.5 绘图

在一个 figure 中, 绘出: a. 数据点, b. 回归直线, c. 置信区间相应的两条边界直线。  
置信区间边界直线:

$$L_1: y_1 = a + bx - Z_{\alpha/2}S_{\delta}$$

$$L_2: y_1 = a + bx + Z_{\alpha/2}S_{\delta}$$

图像如下:

