

习题7.

23.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

自反

$$(b) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

无

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

自反 对称 传递.

$$(d) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

自反. 传递.

$$(e) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

无

$$(f) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

对称

$$(g) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

自反 反对称

$$(h) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

自反. 对称.

$$(i) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

对称.

$$(j) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

反对称

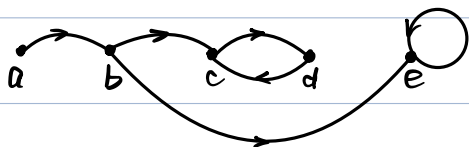
$$(k) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

自反. 反对称. 传递

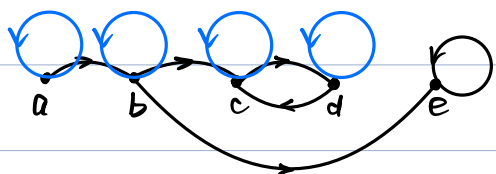
$$(l) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

反对称.

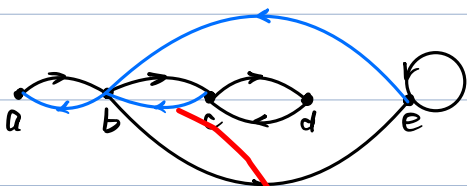
25.



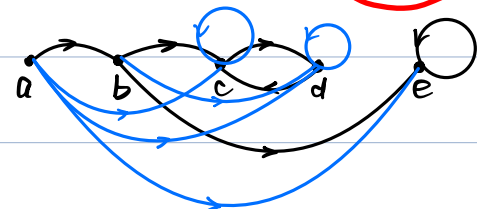
$r(R)$:



$s(R)$:



$t(R)$:



32.

(1) 否: 不具有自反, 对称, 传递性.

(2) 否: 不具有传递性.

(3) 否: 不具有自反性

(4) 否: 不具有传递性.

(5) 是等价关系

① 自反, $\forall x \in A, x \oplus x = \emptyset \subseteq C$

② 对称 $\forall x, y \in A$, 若 $x \oplus y \subseteq C$, 则 $y \oplus x = x \oplus y \subseteq C$

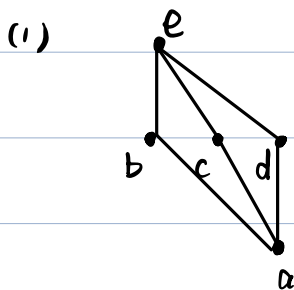
③ 传递 $\forall x, y, z \in A$, 若 $x \oplus y \subseteq C, y \oplus z \subseteq C$, 而 $x \oplus z = (x \oplus y) \oplus (y \oplus z) \subseteq x \oplus y \cup y \oplus z \subseteq C$

37.

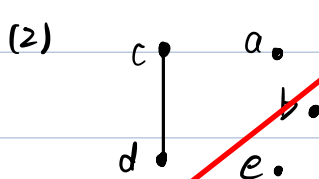
(1) $R^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(2) $A/R^* = \{\{a, b, c\}, \{d\}, \{e, f\}\}$

46.



极大: e, f
极小: a, f
最大: 无
最小: 无



极大: a, b, e, d
极小: a, b, e, c
最大: 无
最小: 无

48.

① 证自反: $\forall \langle a, b \rangle \in A \times B$, 有 $a, Ra, \wedge b, Sb, \quad \text{即 } \langle a, b \rangle T \langle a, b \rangle$

② 证反对称: $\forall \langle a, b \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle \in A \times B$, 若 $a, Ra_2, \wedge b, Sb_2$, 则有 $(\neg a, Ra_2) \wedge (\neg b, Sb_2)$

$\Rightarrow \neg (a, Ra_2 \wedge b, Sb_2)$, 即若 $\langle a, b \rangle T \langle a_2, b_2 \rangle$, 则 $\neg \langle a_2, b_2 \rangle T \langle a, b \rangle$

③ 证传递 $\forall \langle a, b \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle, \langle a_3, b_3 \rangle \in A \times B$, 若 $(a, Ra_2 \wedge b, Sb_2) \wedge (a_2, Ra_3 \wedge b_2, Sb_3)$,

即 $(a, Ra_2 \wedge a_2, Ra_3) \wedge (b, Sb_2 \wedge b_2, Sb_3)$, 则 $(a, Ra_3) \wedge (b, Sb_3)$, 即有: $\langle a, b \rangle T \langle a_3, b_3 \rangle$

$\rightarrow \checkmark$
 $a_1 \neq a_2$
 $b_1 \neq b_2$