

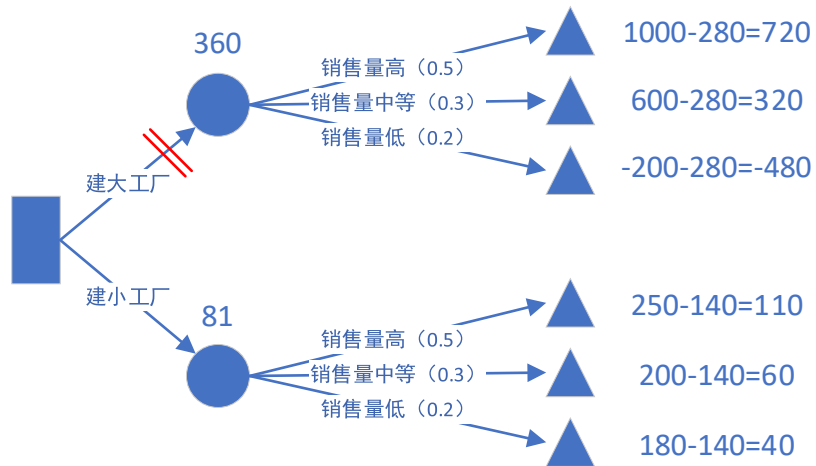
# 系统工程作业 7

张博睿 自 75 2017011537

1.

解:

如图，根据题目信息，绘制决策树如下



其中，公司利润计算公式为

$$revenue = sell \times years - cost$$

每一种方案的计算方式为

$$E(\text{large factory}) = 0.5 \times 720 + 0.3 \times 320 - 0.2 \times 480 = 360$$

$$E(\text{small factory}) = 0.5 \times 110 + 0.3 \times 60 - 0.2 \times 40 = 81$$

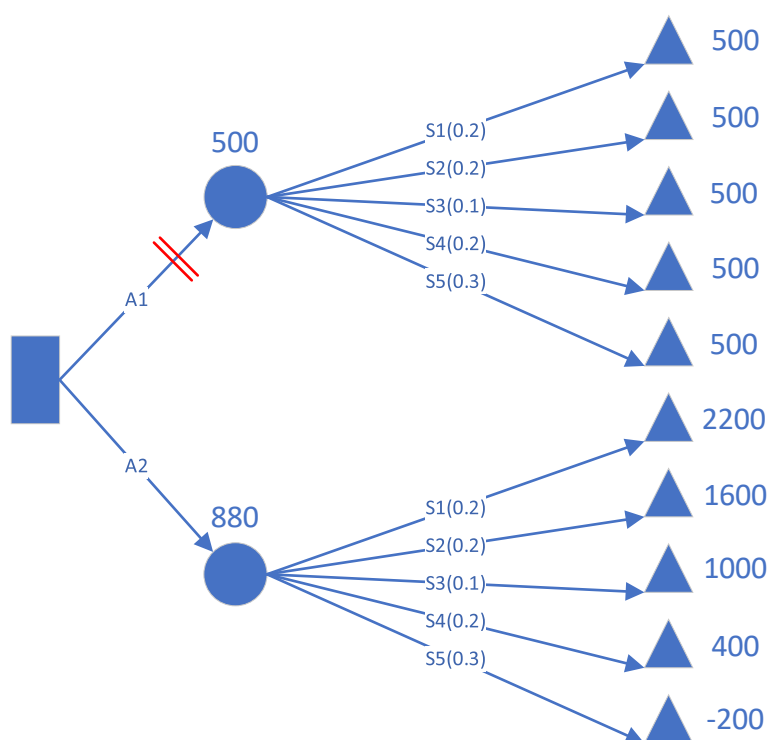
综上，应该选择建立大工厂的方案。

2.

解：

该问题既可以建模成**多级决策树**的问题，也可以建模成**情报信息价值**的问题。下面以**情报信息价值**的方式进行建模。

(1) 在没有引进检测技术时，通过决策树的方法建模如下



可以看到，应该选择 A2 策略进行生产，这个时候的益损值为 880。

(2) 引进检测技术后，由于不知道确切状态，因此通过状态的概率分布来计算期望益损值。题目描述为“既保证化学溶剂质量，又使得益损值期望值较大”，我把这个描述建模为在提升化学溶剂质量的同时，主要是使得**益损值期望值最大化**。从而选择策略为

如果状态为S1、S2、S3，采用A2

如果状态为S4、S5，采用A1

从而益损值期望值为

$$E_2 = 2200 \times 0.2 + 1600 \times 0.2 + 1000 \times 0.1 + 500 \times 0.2 + 500 \times 0.3 = 1110$$

得到的期望值提升为

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 1110 - 880 = 230 > 150$$

因此，应该增加该检验工序。

3.

解：

(1)

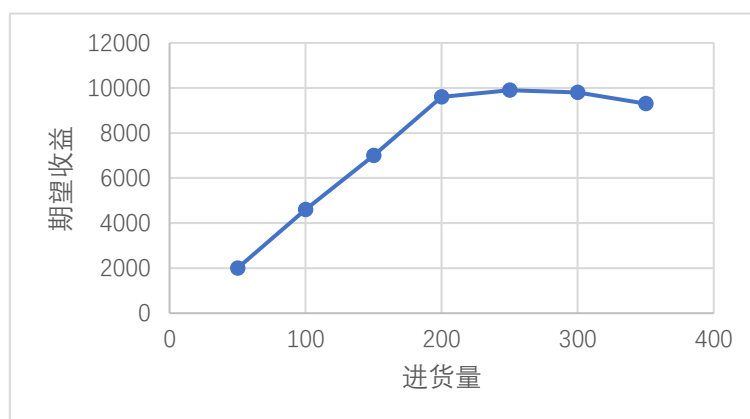
记进货量为 $input$ ，卖出量为 $output$ ，对应收益为 $sell_{input}$ ，其期望值为 $E(sell)$

已知该经营者为中立决策者，因此

$$U = u(p) = k \left( \sum_{i \in \omega} p_i sell_i \right) + b$$

其中， $p_i$ 为出现 $i$ 情况的概率， $sell_i$ 为对应收益。首先计算期望收益值如下

| 概率 \ 销售量<br>进货量 | 0.1  | 0.3  | 0.2   | 0.2   | 0.1   | 0.1   |      |      |
|-----------------|------|------|-------|-------|-------|-------|------|------|
|                 | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   | 期望值  | 单位成本 |
| 50              | 2000 | 2000 | 2000  | 2000  | 2000  | 2000  | 2000 | 100  |
| 100             | 1000 | 5000 | 5000  | 5000  | 5000  | 5000  | 4600 | 90   |
| 150             | 1000 | 5000 | 9000  | 9000  | 9000  | 9000  | 7000 | 80   |
| 200             | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 14000 | 14000 | 9600 | 70   |
| 250             | 1500 | 5500 | 9500  | 13500 | 17500 | 17500 | 9900 | 70   |
| 300             | 1000 | 5000 | 9000  | 13000 | 17000 | 21000 | 9800 | 70   |
| 350             | 500  | 4500 | 8500  | 12500 | 16500 | 20500 | 9300 | 70   |



对于中立型决策者，期望效用与期望收益呈线性关系，从而调整计算对应期望效用如下

| 进货量  | 50   | 100  | 150  | 200  | 250  | 300  | 350  |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 期望收益 | 2000 | 4600 | 7000 | 9600 | 9900 | 9800 | 9300 |
| 期望效用 | 0.00 | 0.33 | 0.63 | 0.96 | 1.00 | 0.99 | 0.92 |

根据效用理论，选择期望效用值最大的进货方案，则应该进货的数量为 250 箱。

(2)

对于中立性决策者，由于期望效用与期望收益呈线性。为了计算的简便，不妨在计算过程中不对效用值进行归一化，

极小化最大后悔值准则数学描述为

$$r(s|a) = \max_{\hat{a} \in A} v(g(s|\hat{a})) - v(g(s|a))$$

$$R(a) = \max_{s \in S} r(s|a)$$

(1) 中已经计算了 $g(s|a)$ 的表格，即

| 销售量<br>进货量 | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
|------------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 50         | 2000 | 2000 | 2000  | 2000  | 2000  | 2000  |
| 100        | 1000 | 5000 | 5000  | 5000  | 5000  | 5000  |
| 150        | 1000 | 5000 | 9000  | 9000  | 9000  | 9000  |
| 200        | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 14000 | 14000 |
| 250        | 1500 | 5500 | 9500  | 13500 | 17500 | 17500 |
| 300        | 1000 | 5000 | 9000  | 13000 | 17000 | 21000 |
| 350        | 500  | 4500 | 8500  | 12500 | 16500 | 20500 |

1.当 $a = 50$ 时，

| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 2000 | 2000 | 2000  | 2000  | 2000  | 2000  |
| $r(s a)$                               | 0    | 4000 | 8000  | 12000 | 15500 | 19000 |

从而 $R(50) = 19000$

2.当 $a = 100$ 时，

| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 1000 | 5000 | 5000  | 5000  | 5000  | 5000  |
| $r(s a)$                               | 1000 | 1000 | 5000  | 9000  | 12500 | 16000 |

从而 $R(100) = 16000$

3.当 $a = 150$ 时，

| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 1000 | 5000 | 9000  | 9000  | 9000  | 9000  |
| $r(s a)$                               | 1000 | 1000 | 1000  | 5000  | 8500  | 12000 |

从而 $R(150) = 12000$

4.当 $a = 200$ 时,

|  |      |      |       |       |       |       |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 14000 | 14000 |
| $r(s a)$                               | 0    | 0    | 0     | 0     | 3500  | 7000  |

从而 $R(200) = 7000$

5.当 $a = 250$ 时,

|  |      |      |       |       |       |       |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 1500 | 5500 | 9500  | 13500 | 17500 | 17500 |
| $r(s a)$                               | 500  | 500  | 500   | 500   | 0     | 3500  |

从而 $R(250) = 3500$

6.当 $a = 300$ 时,

|  |      |      |       |       |       |       |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 1000 | 5000 | 9000  | 13000 | 17000 | 21000 |
| $r(s a)$                               | 1000 | 1000 | 1000  | 1000  | 500   | 0     |

从而 $R(300) = 1000$

7.当 $a = 350$ 时,

|  |      |      |       |       |       |       |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 500  | 4500 | 8500  | 12500 | 16500 | 20500 |
| $r(s a)$                               | 1500 | 1500 | 1500  | 1500  | 1000  | 500   |

从而 $R(350) = 1500$

8.当 $a = 400$ 时,

|  |      |      |       |       |       |       |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 销售量                                    | 50   | 100  | 150   | 200   | 250   | 300   |
| $\max_{\hat{a} \in A} v(g(s \hat{a}))$ | 2000 | 6000 | 10000 | 14000 | 17500 | 21000 |
| $v(g(s a))$                            | 0    | 4000 | 8000  | 12000 | 16000 | 20000 |
| $r(s a)$                               | 2000 | 2000 | 2000  | 2000  | 1500  | 1000  |

从而 $R(400) = 2000$

综上, 得到最大后悔值和进货量的关系如下

|       |       |       |       |      |      |      |      |      |
|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|
| 进货量   | 50    | 100   | 150   | 200  | 250  | 300  | 350  | 400  |
| 最大后悔值 | 19000 | 16000 | 12000 | 7000 | 3500 | 1000 | 1500 | 2000 |

从而, 极小化最大后悔值的决策为 $a = 300$ 。