

数电第1、2章总结

2021年10月7日 15:59

序章

1、数字 - 模拟

数字量：在时间、数量上离散，存在最小单元 Δ （有限）

模拟量：数字量以外的物理量，连续（无限）

由此将电路分为数字电路与模拟电路

2、电子技术

研究**电子器件**及其应用

电子电路的用处：

- 1、信息处理（主要）
- 2、能量转化

第一章 信息与编码

1、信息

信息的本质是**不确定性**。发生的概率越大，信息量越小。确定事件无信息量。

信息在数字电路中的表示：矩形波（物理）、0/1（数学）

量化信息：（二进制下） $\log_2 \left(\frac{1}{P_{data}} \right)$

2、编码

目的：用不同的形式描述、表示信息

编码的两个要素：

- 1、**数制**：表示数量的规则

常用数制：二、八、十、十六

任意进制数（N进制）展开式的普遍形式： $D = \sum k_i N^i$

其中N为**基数**、 k_i 为第i位的**系数**、 N^i 为第i位的**权**

转化：

二——>十：按权相加

十——>二：整除二取余数

二<——>十六：每四位转十六进制（缺位补零）

八<——>二：每三位转八进制

- 2、**码制**：表示事物的规则

不具有大小含义，是不同事物的代号（没人会对学号做加减法）、
在编制代码时服从的规则即码制

3、二进制算术运算

与十进制相同，二进制也存在数值运算

乘除：左右移位

加：逢二进一

减法：比大小，决定顺序？太麻烦。

为统一加减法以简化电路结构，引入**补码**：

原理（N进制）：舍弃进位的规则下， $a + (-b) == a + (N-b)$

N-b即为-b的补码

此后加减运算统一变为了有符号位补码的加法，简化运算！

二进制下的补码规则：

- 1、对于有符号位n位二进制数N，当 $N > 0$ 时， $N_{补} = N$ ；当 $N < 0$ 时， $N_{补} = 2^n - N$ （本质，但麻烦）
- 2、每一位都取反（符号位不变）以形成反码，再 + 1（简单粗暴）
- 3、正常按权相加，将最高位取负（精妙）

由此方法，可以引出位数拓展时符号位的规则（本质上不改变取值，1110 = 10）

补码的好处：

- 1、简化、统一运算（加减法）
- 2、拓展表示范围： $-2^{N-1} \sim 2^{N-1} - 1$
- 3、0有唯一的表示方法（1000代表-8）

第二章 逻辑代数基础

1、逻辑代数定义

码值：用1/0表示事物的两种不同状态（开关，真伪，好坏.....）**二值逻辑**

逻辑指事物间的因果关系 => 可以按因果关系进行推理运算 => 逻辑运算 => 数学方法：布尔代数

*逻辑来源于事物本身，电路中的与或非连接只是其实现，并不代表逻辑等同于电路。

2、逻辑代数基本运算及几种常用运算

逻辑代数中有三种最基本运算，其它运算都可由这三种运算组合形成：与、或、非

1、与：同时具备，结果发生（事件角度）

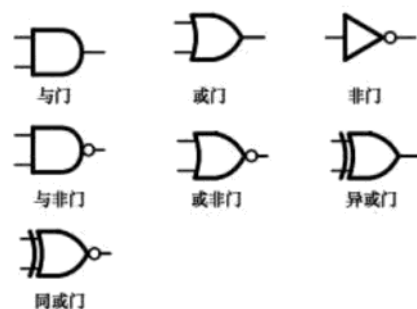
$$Y = A \& B \quad (\text{电路\程序角度}) = AB \quad (\text{物理角度})$$

2、或：其中之一具备，结果发生

$$Y = A | B = A + B$$

3、非：条件不具备，结果发生

$$Y = ! A = A'$$



由这些基本运算，还可以组合形成几种常用运算：与非、或非、异或、同或

异或：条件相异，结果发生

$$Y = A \wedge B = A \oplus B = A'B + AB'$$

同或：条件相同，结果发生

$$Y = !(A \wedge B) = A \odot B = A'B' + AB$$

3、逻辑代数基本公式和常用公式

序号	公 式	序号	公 式
		10	$1' = 0; 0' = 1$
1	$0 A = 0$	11	$1 + A = 1$
2	$1 A = A$	12	$0 + A = A$
3	$A A = A$	13	$A + A = A$
4	$A A' = 0$	14	$A + A' = 1$
5	$A B = B A$	15	$A + B = B + A$
6	$A (B C) = (A B) C$	16	$A + (B + C) = (A + B) + C$
7	$A (B + C) = A B + A C$	17	$A + B C = (A + B)(A + C)$
8	$(A B)' = A' + B'$	18	$(A + B)' = A' B'$
9	$(A')' = A$		

公式8与18称为德·摩根公式

4、逻辑代数的基本定理

1、代入定理：

在任何一个包含A的逻辑式中，若以一个逻辑式代入式中A的位置，则等式仍成立

原理：在逻辑代数中，任何逻辑式（包括A）的取值都只有两种，且在给定输入下都只有唯一的输出。故在代入后不影响结果。

应用：硬件阶层化（hierarchy）的理论基础！

一个模块中（包含输入A）可以在高层的电路中被实例化并使用，并将此层电路中的表达式输入A。

2、反演定理（德·摩根公式的上位规律）

对任意逻辑式，若将其输出取反，则式中的原变量变为反变量与、或运算互换。0、1互换。（不属于单个变量的取反不变）

应用：1、快速取反

2、在求逻辑表达式时，若求输出的反的表达式更容易，则可以用此定理进行转换。

5、逻辑函数的表示

逻辑函数的描述方法：

1、逻辑式（简洁）：

将输入的变量用、或、非的组合表示输出。

2、真值表（理清思路）：

为表征逻辑事件输入和输出之间全部可能状态，引入**真值表**

输入的**所有取值**（不代表都可以取到，**无关项**）所对应的输出的表格

行数：输入数量+输出数量

列数： 2^n 输入数量（每增加一个输入，真值表的长度翻倍）

真值表代表**逻辑空间**（每增加一个输入，逻辑空间的大小翻倍）

真值表表征了事物在数字模型下所有的可能的状态。

3、逻辑图

电路连接图，用逻辑图形符号表示 逻辑运算关系，与逻辑电路的实现相对应

4、波形图

物理电压信号，常用于实验室示波器显示与eda仿真结果。

5、卡诺图

直观，用于表征逻辑函数最小项形式在**逻辑空间中的相邻关系**，方便化简。

逻辑函数的两种标准形式：

1、最大项与最小项

最小项：

在n变量的逻辑函数中，若m为包含n个因子的**乘积项**，且这n个变量均已原变量或反变量的形式在m中出现一次，则m为该组变量的最小项。

包含全部变量（以原或反变量形式出现）的乘积项

最大项：

在n变量的逻辑函数中，若m为包含n个因子的**求和项**，且这n个变量均已原变量或反变量的形式在m中出现一次，则m为该组变量的最大项。

包含全部变量（以原或反变量形式出现）的求和项

最大项与最小项具有对偶的性质！故其编号、性质都可以通过对偶性推出。

2、最小项的编号：

令最小项取值为1的变量取值，形成n位二进制数，所对应的十进制数即为其编号。

*此处令取值为1是为了让每个最小项都有**唯一**的编号，与运算等于一要求每项都为1，具有唯一性。同理最大项令取值为0

3、最小项的性质：

- 1、在输入变量的任何取值下必有且仅有一个最小项的值唯一

最小项的个数与输入变量的组合数量相同 (2^n)，由编号的唯一性可知有且仅有一个最小项的取值为一

- 2、全体最小项的和为1

由1，在任意输入下都只有一个最小项为1，其和为0

- 3、任意两个最小项的乘积为0

同2，运用1的性质可知。

- *4、具有相邻性的两个最小项之和可以合并成一项并消去一对因子

相邻的最小项只有一个变量不同，且互为反变量。提取公因子则可以消去不同项。

例： $ABC+ABC' = AB$

即：逻辑相邻，则可以化简

应用：卡诺图化简法

***最大，最小项之间的转化：**

$$Y = \sum m_i$$

$$Y' = \sum m_k \quad (i \neq k)$$

$$Y = (\sum m_k)' = \prod M_k \quad (i \neq k)$$

4、将一般逻辑函数表示为最小项之和（最大项之积）的形式：

核心思路：“缺啥补啥”

最小项：在缺省项前乘以缺省变量与其反的和 ($A+A'$)

$$\text{Ex: } Y = ABC' + BC = ABC' + (A+A')BC = ABC' + ABC + A'BC$$

最大项：在缺省项中加入缺省变量与其反的乘积 (AA')，再用公式 $A+BC = (A+B)(A+C)$

$$\text{Ex: } Y = (A+B+C')(B+C) = (A+B+C')(AA'+B+C) = (A+B+C')(A+B+C)(A'+B+C)$$

6、逻辑函数的化简方法

1、公式化简法

活用公式，提取公共项，通过 $A+A' = 1$ ， $AA' = 0$ 消项

充分发挥主观能动性，有时不易看出化简

2、卡诺图化简法

卡诺图：

运用最大、最小项性质，逻辑相邻可化简，用图表的形式将**逻辑相邻**表示为**几何相邻**



***高维卡诺图由低维折叠而来！故在对称位置上的两格也为几何相邻！**

卡诺图应看为上下左右闭合的图形

在卡诺图上表示逻辑函数：

将逻辑函数中的每一个乘积项根据卡诺图中的横纵坐标，在对应的位置上写1，在其余位置上写0（此处不一定要化为最小项，缺省变量可以视作与该变量无关，故包含缺省变量的全部可能取值）

卡诺图化简：

在卡诺图中寻找2、4（ 2×2 | 1×4 ）、8（ 2×4 ）个相邻的最小项并圈出，消去不同的项，保留圈中不变的项。

为确保结果的项数最小，画圈时应保证：

- 1、所有的1都在圈内
- 2、圈的数量最小
- 3、圈中的1尽量多

一句话原则：每个圈中都有“新鲜”的1，画圈时先画大圈。

7、具有无关项的逻辑函数及其化简

1、约束项、任意项、无关项：

约束项与任意项统称无关项,其表示形式为一些最小项之和为0的逻辑式和为0 => 可以写入逻辑表达式帮助化简。

约束项：

由于逻辑空间离散，能表示的空间大小不连续，所以在创建空间时存在冗余。由于冗余最小项在物理上不可能出现，故令这些最小项的值为0.

无关项：

在实际情况下，可能出现对于输入在某些取值下的输出值对事物不产生影响，即其值为0/1皆可。因此可以令这些输入对应的最小项为0.

2、无关项在化简中的应用：

在卡诺图对应无关项位置画x，在圈圈时可以将其视为1，方便化简。

***在不变化简结果的项数的情况下，应尽可能减少对无关项的使用**