1. 解：$G_L(s)=\begin{pmatrix}\frac{1}{(s+1)^2} & 0\\ 0 & \frac{1}{s(s+2)}\end{pmatrix}$ $G^{-1}(s)=\begin{pmatrix} s+2 & -s\\ -\frac{s+2}{s+1} & \frac{s(s+2)}{s+1}\end{pmatrix}$

$\therefore G_c(s)=G^{-1}(s)\cdot G_L(s)=\begin{pmatrix}\frac{s+2}{(s+1)^2} & -\frac{1}{s+2}\\ -\frac{s+2}{(s+1)^3} & \frac{1}{s+1}\end{pmatrix}$

2. 解：$G(s)=\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\begin{pmatrix}s^2+2s & s^2+s\\ s+2 & s^2+3s+2\end{pmatrix}$ $\therefore \alpha_1=1, \alpha_2=1$

$D_0=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$ $\operatorname{rank} D_0=2$ ∴原系统可$\{F,R\}$解耦

3. 解：$CB=\begin{pmatrix}2&24\\10&20\end{pmatrix}$ $\therefore \alpha_1=\alpha_2=1$ $D_0=\begin{pmatrix}2&24\\10&20\end{pmatrix}$

$L=CA=\begin{pmatrix}2&-2&-6\\-4&0&-10\end{pmatrix}$ $R=D_0^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{10}&\frac{3}{25}\\ \frac{1}{20}&-\frac{1}{100}\end{pmatrix}$ $F=D_0^{-1}L=\begin{pmatrix}-\frac{17}{25}&\frac{1}{5}&-\frac{3}{5}\\ \frac{7}{50}&-\frac{1}{10}&-\frac{1}{5}\end{pmatrix}$

$G_L(s)=\begin{pmatrix}\frac{1}{s}&0\\0&\frac{1}{s}\end{pmatrix}$ $\alpha=\alpha_1+\alpha_2=2<3$ 故存在零极相消.

4. 解：$CB=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$ $CAB=\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}$ $\therefore \alpha_1=2$ $\alpha_2=1$

$\therefore D_0=\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}$ $\operatorname{rank} D_0=2$ 故存在$\{F,R\}$变换使系统解耦.

$\alpha=\alpha_1+\alpha_2=3$ ∴可配置3个极点，故不发生零极相消.

5. 解：$|sI-A|=(s+1)^3$ ∴ 系统原极点为 $-1,-1,-1$.

$CB=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$ $CAB=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$ $\therefore \alpha_1=1$ $\alpha_2=2$, $D_0=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$\varphi_1^*(s)=s+1$ $\varphi_2^*(s)=s^2+2s+1$ $L=\begin{pmatrix}c_1^T(A+I)\\ c_2^T(A^2+2A+I)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&-2&-1\end{pmatrix}$

$R=D_0^{-1}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ $F=D_0^{-1}L=\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&-2&-1\end{pmatrix}$

清华大学 TSINGHUA UNIVERSITY **数学作业纸**

班级：自11 姓名：孙捷萃 编号：2021013444 科目：自动控制 第 2 页

6．解：$CB=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ $CAB=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ $\therefore \alpha_1=\alpha_2=2$

$\therefore D_0=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ $\phi_1^*(s)=s^2+2s+1$ $\phi_2^*(s)=s^2+2s+1$

$\therefore L=C(A^2+2A+I)=\begin{pmatrix}4&2&0&2\\0&-2&1&2\end{pmatrix}$ $R=D_0^{-1}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$F=D_0^{-1}L=\begin{pmatrix}4&2&0&2\\0&-2&1&2\end{pmatrix}$

7．解：(a). $G(s)=C(sI-A)^{-1}B=C(sI-I)^{-1}B=(s-1)CB$，又由于 $CB=CAB=CA^kB=D_0$

$\therefore$ CB 满秩时，D_0 非奇异，故CB满秩即为条件。

(b). $\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_n=1$ $\therefore L=C(A+I)=2C$ $R=D_0^{-1}=(CB)^{-1}$

$F=RL=2(CB)^{-1}C$

8．解：

$CB=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$ $CAB=\begin{pmatrix}-1&0\\1&0\end{pmatrix}$

$\therefore D_0=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}$ 奇异，故不能进行动态解耦，下面考虑静态解耦：

经过验证 (A,B)可镇定

但是 $\begin{pmatrix}A&B\\C&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0&0&1&0\\0&-2&-3&0&1\\1&0&1&0&-1\\1&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\end{pmatrix}$，其行列式为0。

故也不可静态解耦