**基本定义**

rewarding & exciting & useful

定义信号能量：

LTI系统的特征函数：指数/正弦/复指数

是偶函数，是奇函数

前向差分：

LTI系统的特征函数：指数/正弦/复指数

**响应定义**

零输入响应：齐次解形式，0-初始条件

零状态响应：齐次解+特解形式，0+初始条件

暂态响应：时间无穷时趋近于零的响应

稳态响应：时间无穷时不趋近于零的响应

自由响应：齐次解

强迫响应：特解

卷积积分仅能求零状态响应

若 则

**解卷积**

**各类系统的定义**

用单位冲击响应判断系统特性的前提是LTI！

无记忆系统/即时系统： 系统输出只与当时时刻的输入有关。

可逆系统：输出，存在唯一输入

因果系统：

稳定系统：

时不变系统： ,

都有

反褶、尺度变换都是时变的。

线性系统：

都有

增量线性系统：

判断方法：(1)系统响应可分为零状态和零输入

(2)零状态和输入成线性

(3)零输入和零状态成线性

**Gibbs现象**：有限项傅里叶展开后，不连续点有9%的过冲。（单缝衍射、振铃现象）

**恒等式**

**周期信号傅里叶级数系数和傅里叶变换之间的关系**

**奇偶虚实对称：**

实偶 -> 实偶 实奇 -> 虚奇

实函数->实部偶函数，虚部奇函数

**傅里叶变换的特征函数**

（a）高斯脉冲

（b）冲击序列

**傅里叶级数/变换波形与频率衰减关系**

冲击信号：衰减 间断信号：衰减

一阶导不连续：衰减

**傅里叶变换初值**

若为有限时宽，则

**调制解调**

同步解调：直接乘上而后低通滤波

非同步解调：直接低通滤波。（要求不变号）

单边带(SSB)调制：乘上之后取两边（上边带）

希尔伯特变换：时域卷积,频域乘上

**采样**

理想采样恢复

其中

对应的频域信号为低通矩形

**实际采样过程**

零阶保持：

其中

(卷积是把无限化有限的关键步骤)

相位与是线性关系，且在处有180°跳变

记补偿滤波器的特征函数为,则最后两级应该等价为一个理想低通滤波器

可以解出

一阶保持：

其中

**4800bit传输**：全占空比脉冲->四电平传送->升余弦减小旁瓣->单边带调制

**奇异函数性质**

**傅里叶级数**

*；*

*；*

帕塞瓦尔定理

**典型傅里叶级数**

矩形波（高度E，宽度）

周期锯齿波（奇）：

周期三角（底边,偶）

周期半波余弦

周期全波整流

周期脉冲序列

**傅里叶变换**

**典型傅里叶变换**

对称矩形脉冲：

三角脉冲：

升余弦：

双边指数信号： 符号函数：

单位冲击信号： 直流信号：

单位阶跃函数：

单边指数函数：

奇对称指数函数：

冲击偶信号： 斜边信号：

正弦信号：

余弦信号：

单边正弦信号：

单边余弦信号：

周期信号：

周期冲击序列：

抽样函数信号：

以周期采样信号采样

**傅里叶变换的性质**

若 则

若 则

帕斯瓦尔定理

**拉普拉斯变换（LT）定义**

**典型信号LT**

**LT收敛域**：右边序列 左边序列

**留数知识**

一级极点：

m级极点：

有理分式:

**LT反变换**

1、因式分解法：

k重根

2、留数法：

**LT性质**

（要求F(s)是真分数）

（要求F(s)的极点都在s平面的左半平面，或者仅在s=0有一阶极点）

(注意上下限)

**LT下信号的周期化（右半平面）和采样**

1、周期化：

2、采样：

**Z变换（ZT）定义**

**典型信号ZT**

**ZT收敛域**：右边序列 左边序列

**ZT反变换** *注意对作因式分解*

1、留数法

2、部分因式分解法

3、长除法

**Z变换性质** 带(\*)的收敛域可能扩大。

(\*)

（补零拉伸）

（因果序列、真分数）

（x[n]收敛，X（z）极点在单位圆内或在z=1有且仅有一阶极点）

(\*)

(\*)

**各变换关系&DTFT**

1、LT在虚轴上取值得到FT；

虚轴上的极点：

2、ZT在单位圆上取值得到DTFT。

**DTFT的定义：**

**常见信号的DTFT**

;

DTFT的帕塞瓦尔定理：

DTFT的其它性质只要在ZT中令即可。

3、x(t)理想采用后作LT，令，得到x(t)对应的离散序列的ZT。

4、**由X(s)得到X(z)的方法**

（1）定义法

（2）冲击响应不变法

（3）双线性变换 ;

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 变换 | FT | FS | DTFS | DFT |
| 时域 | 截断 | 周期化 | 离散化 | 取主值 |
| 频域 |  | 离散化 | 周期化 | 取主值 |
| 问题 | 频率泄露 | 栅栏现象 | 频率混叠 | 数值变化 |
| 解决方法 | 1增大阶段信号长度2采用平滑窗口截取 | 采用补零方法增加计算数量 | 1增大采样频率 2抗混叠滤波器 | 表示在*kf1*处的频率密度幅度；*fsx[n]*表示在时间*nTs*处的时间波形 | |

5、ZT在单位圆上N个点均匀采样得到DFT

**变换域分析**

LT中极点的实部决定衰减速率，极点虚部决定震荡频率；零点的位置何极点的位置共同决定幅值和相角。

ZT中极点决定了h[n]的函数形式，零极点共同决定了幅度和相位。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 离散 | 连续 |
| 稳定 | 收敛域包括单位圆 | 收敛域包括虚轴 |
| 因果 | 收敛域包括无穷远点 |  |
| 最小相位（因果） | 零极点在左半平面 | 零极点在单位圆内 |
| 全通（因果） | 零点（右半平面）和极点（左）对称分布 | 零点（外）和极点（内）共轭分布 |

无失真传输：

幅频=零矢量模的乘积/极矢量模的乘积

相频=零矢量幅角和-极矢量幅角和

**DFT&FFT**

**典型信号DFT**

; ;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | DFT | FFT |
| 复乘 |  |  |
| 复加 |  |  |
| 实乘 |  |  |
| 实加 |  |  |

**DFT性质**

x[n]长度周期延拓到2N-1

**课程感想和建议：**诚如开学时候就说的，学习这门课很有收获，很刺激，很有用。我在这学期的模拟电子技术课程实验当中就不止一次用系统函数的方法分析电路，在期末的小论文里也涉及了信号的调制和解调过程。相信在今后的学习和科研中也会继续运用相关的知识解决问题。对课程PPT提一些小意见：建议多加小标题和提要性的文字，否则有时候重点会被淹没在细节当中。对于那种巨大的思维导图，希望能够有数字标序，不然可能会不知道哪里看起。总的来说，这个学期的学习收获很大，感谢卓老师的精彩课程~

（长度取N/2）

(补零延拓到2N)

（长度取N/2）

若，则再次DFT(圆反褶)

(共轭的DFT是DFT的圆反褶和共轭)

长度为M和N的序列圆卷积，补零到M+N-1时，结果和线卷积相同。

**DFT奇偶虚实对称性**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x[n] | X[k] | x[n] | X[k] |
| 实函数 | 实偶虚奇 | 虚函数 | 实奇虚偶 |
| 实偶 | 实偶 | 虚偶 | 虚偶 |
| 实奇 | 虚奇 | 虚奇 | 实奇 |

（对称为关于N/2对称,将拆解成和来证明。

**快速卷积算法**

直接卷积（长度为M和N）乘法次数：N\*M

两次FFT->相乘->IFFT

复乘次数：

对信号进行周期为Ts的冲击抽样，抽样时间区间为T1

抽样长度； DFT频谱重复周期

频谱间隔（谱线分辨率）

FFT思路：分为奇数子序列和偶数子序列。

；

输入序列按照码位倒读顺序排列。

**数字滤波器可物理实现的必要条件**

1、佩利-维纳准则

2、满足希尔波特关系

记

则

**匹配滤波器**

**数字滤波器**

1、IIR（无限冲击响应）

非线性相位，阶数少，设计较为方便，有限字长影响大

2、FIR（无限冲击响应）

线性相位，系统延时长，储存单元多，系统稳定，可FFT

线性相位条件：

实现过程：(1)时域 （2）频域

误差：有限字长导致的误差（系数量化影响零极点分布）；输入输出量化造成白噪声；溢出震荡；震荡环

**滤波器实现方式**

1、直接I型：x[n],y[n]分别延时

2、直接II型，拆解成两个子系统

只需要对y[n]延时即可。

**FIR滤波器实现方式**

1、窗函数法：由得到h[n]>>对h[n]加窗>>计算

（也可用DFT求，对抽样>>IDFT:>>>>M足够大，）

**IIR滤波器设计方法**

1、冲激响应不变法:模拟滤波器等间隔抽样作为数字滤波器的h(n)>>对h(n)取Z变换得到数字滤波器的系统函数。模拟滤波器和数字滤波器的系统函数的关系：

2、双线性法 ;

级联和并联：1）级联：属于最少延时单元；乘法次数比直接型多；每个子系统单独零极点，便于调试；系统量化对系统性能影响小；2）并联：运行速度高；没有运算误差累积；有限字长引起量化效应小；极点可以单独调整，零点无法单独调整