Tarea 4

Juan Camilo Mora Roncancio.
jmorar@unal.edu.co
Cálculo Integral
Universidad Nacional de Colombia.
Bogotá. Colombia.

I. Ejercicios:

63 Si f(1)=12, f' es continua y

$$\int_1^4 f'(x) \cdot dx = 17 \tag{1}$$

¿cual es el valor de f(4) ?

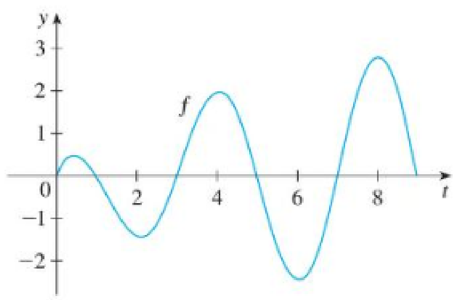
$$f(4) - f(1) = 17 \tag{2}$$

entonces

$$f(4) - 12 = 17 \tag{3}$$

$$f(4) = 17 + 12 = 29 \tag{4}$$

67.



67

sea

$$G(x) = \int_0^x f(t) \cdot dt \tag{5}$$

donde f es la función cuya gráfica se muestra.

a. ¿Sobre qué valores de x se presentan los valores máximos y mínimos locales de g?
Segun el teorema fundamental de calculo

$$g'(x) = f(x) \tag{6}$$

en x=3,7 se tiene que

$$g'(x) = 0 \tag{7}$$

y que

$$g''(x) > 0 \tag{8}$$

en este intervalo hay un minimo local por la segunda derivada.
en x=1,5 se tiene que

$$g'(x) = 0 \tag{9}$$

y que

$$g''(x) < 0 \tag{10}$$

en este intervalo hay un maximo local por la segunda derivada.

b. ¿Dónde alcanza G su valor máximo absoluto?
se tiene que :

$$\int_0^1 f\,dt < \int_1^3 f\,dt < \int_3^5 f\,dt < \int_5^7 f\,dt < \int_7^9 f\,dt \tag{11}$$

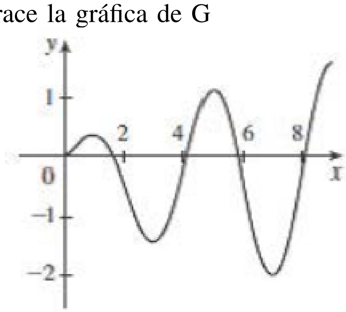
entonces el maximo absoluto de G(x) ocurre cuando x=9

c. ¿Sobre qué intervalos es cóncava hacia abajo G?

la funcion tendra concavidad hacia abajo en los intervalos en que sea decreciente, es decir cuando la segunda derivada cambie,

$(\frac{1}{2}, 2)$,(4.6), $(8, 9)$

d. Trace la gráfica de G



70 Evalúe el límite reconociéndolo primero como una suma de Riemann para una función definida sobre [0, 1].

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(\sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \sqrt{\frac{3}{n}} + ...\sqrt{\frac{n}{n}}\right) \tag{12}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\frac{i}{n}} \tag{13}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\frac{i}{n}} = \int_0^1 \sqrt{x} \tag{14}$$

$$= \frac{2}{3} \tag{15}$$