Taller #0 - Cálculo Diferencial (Grupo 39)

02 de septiembre de 2018

Ecuaciones

Determine todas las soluciones reales de la ecuación.

1. $7x - 6 = 4x + 9$
2. $8 - 2x = 14 + x$
3. $\frac{x+1}{x-1} = \frac{3x}{3x-6}$
4. $(x+2)^2 = (x-4)^2$
5. $x^2 - 9x + 14 = 0$
6. $x^2 + 24x + 144 = 0$
7. $2x^2 + x = 1$
8. $3x^2 + 5x - 2 = 0$
9. $4x^2 - 25x = 0$
10. $x^3 - 2x^2 - 5x + 10 = 0$
11. $3x^2 + 4x - 1 = 0$
12. $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} = 3$
13. $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$
14. $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$
15. $|x - 7| = 4$
16. $|2x - 5| = 9$

Inecuaciones

Inecuaciones Lineales

Encuentre el conjunto solución de las siguientes inecuaciones y expréselo usando intervalos.

1. $5x - 2 \geq 0$
2. $7x - 3 \geq 1 - 5x$
3. $3x - 8 \leq 7x + 2$
4. $4 \leq 9 - 3x < 17$
5. $4 > 9 - 3x \geq 1$
6. $3x \leq 2x - 5 \leq 4x$
7. $7x - 3 < 1 - 5x$
8. $3x - 8 > 7x + 2$
9. $-1 \geq 3x + 5 > 12$
10. $-1 \leq 3x + 5 < 12$
11. $4x < 3x + 5 < 5x + 3$

Inecuaciones no lineales

Resuelva la desigualdad no lineal. Exprese la solución usando la notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

1. $(x + 2)(x - 3) < 0$
2. $(x - 5)(x + 4) \geq 0$
3. $x(2x + 7) \geq 0$
4. $x(2 - 3x) \leq 0$
5. $x^2 - 3x - 18 \leq 0$
6. $x^2 + 5x + 6 > 0$
7. $2x^2 + x \geq 1$
8. $x^2 < x + 2$
9. $3x^2 - 3x < 2x^2 + 4$
10. $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$
11. $x^2 > 3(x + 6)$
12. $x^2 + 2x > 3$
13. $x^2 < 4$
14. $x^2 \geq 9$
15. $-2x^2 \leq 4$
16. $(x + 2)(x - 1)(x - 3) \leq 0$
17. $x^3 - 4x > 0$
18. $16x \leq x^3$
19. $\frac{x-3}{x+1} \geq 0$
20. $\frac{2x+6}{x-2} < 0$
21. $\frac{4x}{2x+3} > 2$
22. $-2 < \frac{x+1}{x-3}$
23. $\frac{2x+1}{x-5} \leq 3$
24. $\frac{3+x}{3-x} \geq 1$
25. $\frac{4}{x} < x$
26. $\frac{x}{x+1} > 3x$
27. $1 + \frac{2}{x+1} \leq \frac{2}{x}$
28. $\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x} \geq 1$

29. $\frac{6}{x-1} - \frac{6}{x} \geq 1$

30. $\frac{x}{2} \geq \frac{5}{x+1} + 4$

31. $\frac{x+2}{x+3} \leq \frac{x-1}{x-2}$

32. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \leq 0$

33. $x^4 > x^2$

34. $x^5 > x^2$

35. $\frac{(3x+2)(5-x)}{x^2+3x} \geq 0$

36. $\frac{3}{x+2} \leq \frac{1}{x-1}$

37. $\frac{(x-1)^2(x-3)}{x^2-7x+12} \geq 0$

38. $\frac{1}{x} \leq 3$

39. $\frac{(x^2-x)(2x-1)}{-4+x-x^2} \leq 0$

40. $\frac{x^2-x-6}{x-1} \leq 0$

41. $\frac{(x-1)^3(1-2x)}{x^2-3x-10} \geq 0$

42. $x^2 > x$

43. $\frac{3x}{x-3} \leq \frac{1}{1-x}$

44. $x^4 - 8x^2 \leq 9$

El conjunto solución de la desigualdad $\frac{1}{x+1} > \frac{1}{2-x}$ es:

1. $(-\infty, \frac{1}{2})$
2. $(\frac{1}{2}, \infty)$
3. $(-1, \frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$
4. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$

El conjunto solución de la desigualdad $\frac{x^2-2x-7}{2x-1} \leq 1$ es:

1. $\left[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\right]$
2. $\left(-\infty, -2\sqrt{2}\right] \cup \left(\frac{1}{2}, 2\sqrt{2}\right]$
3. $\left[-2\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right) \cup (2\sqrt{2}, \infty)$
4. $\left[-2\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\sqrt{2}\right]$

El conjunto solución de la desigualdad $0 < (x^2 - 2x - 2) \leq 1$ es:

1. $\emptyset$
2. $\left[1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}\right]$
3. $\left[-1, 1-\sqrt{3}\right) \cup \left(1+\sqrt{3}, 3\right]$
4. $(1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3})$

Inecuaciones con valor absoluto

Encuentre el conjunto solución de las siguientes inecuaciones.

1. $\mid 3x - 1 \mid < 5$
2. $\mid 5 - 2x \leq 3$
3. $\mid 1 + 7x \mid > 6$
4. $\mid 6 - x \mid \geq 5$

5. $| 1 - 4x | \leq -2$
6. $| 2 + 5x | \leq 0$
7. $| 2x - 1 | < -1$
8. $| 5x + 3 | \geq -2$
9. $| \pi - 2x | > -\frac{5}{17}$
10. $| \frac{5-4x}{3x} | \geq 4$
11. $2 \leq | 3x - 1 | < 8$
12. $| 3x - 1 | - | 1 - 2x | < 5$
13. $| x^2 - x | > 0$
14. $| \frac{3}{2x+1} | \geq 7$
15. $\frac{2}{|3x-4|} < 1$
16. $|| x | -20 | \leq 10$
17. $| 3x - 1 | + | 9 - x | \leq | x - 9 |$

Rectas

Distancia entre dos puntos

1. Determinar la distancia entre los puntos $(2, -5)$ y $(-1, 1)$.
2. Dibujar el triángulo con vértices $(\frac{1}{3}, -1)$, $(-2, \frac{4}{3})$, $(0, -\frac{1}{3})$ y hallar su perímetro.
3. Demostrar que los puntos $(-2, -1)$, $(2, 2)$ y $(5, -2)$ son los vértices de un triángulo isósceles.
4. Mostrar que el triángulo con vértices $(3, 2)$, $(1, 1)$ y $(-1, 5)$ es rectángulo.
5. Demuestre por el cálculo de pendientes que los puntos $(3, 1)$, $(6, 0)$ y $(4, 4)$ son los vértices de un triángulo rectángulo. Encuentre el área de este triángulo.

Ecuación de la recta

1. Dibujar y hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(4, 0)$ y $(-3, -2)$.
2. Determinar el punto por donde la recta del ejercicio anterior corta al eje x y el punto por donde corta al eje y.

3. Hallar la ecuación de la recta y los puntos de corte con los ejes, de la recta que pasa por $(\frac{1}{3}, -2)$ y $(3, -\frac{5}{4})$.

4. Demostrar que dos rectas no verticales son paralelas si y solo si tienen la misma pendiente.

5. Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(-3, 1)$ y es paralela a la recta $-3x + 2y + 5 = -2$.

6. Demostrar que dos rectas con pendientes m_1 y m_2 son perpendiculares si y solo si $m_1 m_2 = -1$.

7. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{5})$ y es perpendicular a la recta con ecuación $-2x + 3y - 1 = 0$.

8. Mostrar que el punto medio del segmento que une (x_1, y_1) y (x_2, y_2) tiene coordenadas
$$(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$$

9. Los puntos $(-1, 2)$, $(-3, -1)$ y $(2, 4)$ son los vértices de un triángulo. Hallar las ecuaciones de sus medianas y mediatrices.

10. Mostrar que el triángulo con vértices $(0, 2)$, $(3, 0)$ y $(4, 8)$ es rectángulo.

11. Para hallar la fórmula de la distancia del punto $P = (x_1, y_1)$ a l, la recta cuya ecuación es $ax + by + c = 0$, con $a \neq 0 \neq b$; dada por:
$$d = \frac{|\ ax_1 + by_1 + c\ |}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$
realizar los siguientes pasos:

    a) Graficar la recta l y el punto P fuera de ella.

    b) Hallar la ecuación de la recta t que es perpendicular a l y contiene a P.

    c) Encontrar en punto H de intersección de las rectas l y t.

    d) Hallar la distancia de P a H y verificar que es la fórmula dada.

Circunferencia

En los ejercicios 1 a 5, hallar el centro y el radio de la circunferencia y representarlo gráficamente.

1. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$
2. $36x^2 + 36y^2 - 24x + 36y - 23 = 0$
3. $2x^2 + 2y^2 + x + y = 0$.
4. $9x^2 + 9y^2 - 12x + 6y + 1 = 0$
5. $5x^2 + 5y^2 + 40x - 4y + 85 = 0$
6. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(1, 0)$, con centro en la recta $-2x + y - 1 = 0$.
7. Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene por extremos de un diámetro los puntos $(3, 4)$ y $(-1, 0)$.
8. Escribir la ecuación de la circunferencia que es tangente a los ejes x y y, que tiene radio 3 y su centro esta en el cuarto cuadrante.

Elipse

En los ejercicios 1 a 3, hallar las coordenadas del centro, longitudes de los ejes, coordenadas de los focos y elaborar el gráfico de la elipse.

1. $3x^2 + 2y^2 + 12x - 8y - 16 = 0$
2. $144x^2 + 36y^2 - 96x + 12y - 127 = 0$
3. $9x^2 + 4y^2 - 18x + 8y + 4 = 0$
4. Representar y hallar la ecuación de la elipse con focos $(3, 8)$ y $(3, 2)$, y longitud del eje mayor 8.
5. Representar y hallar la ecuación de la elipse con focos $(1, 4)$, $(1, -2)$ y extremos del eje mayor en $(1, 5)$ y $(1, -3)$.
6. Representar gráficamente $2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y + 11 = 0$

Parábola

En los ejercicios 1 a 3, hallar las coordenadas del vértice, del foco y la ecuación de la directriz. Graficar.

1. $x^2 - 2x + 5y + 16 = 0$
2. $18y^2 - 24y + 36x - 1 = 0$
3. $12x^2 + 3x - 10y - 1 = 0$
4. Hallar la ecuación de la parábola que pasa por los puntos $(-\frac{7}{3}, 2)$, $(1, -2)$ y $(-\frac{10}{3}, 3)$.
   a) Si la directriz es vertical.
   b) Si la directriz es horizontal.
5. Hallar la ecuación de la parábola con foco en $(4, -4)$ y directriz $y = 2$. Graficar.
6. Hallar la ecuación de la parábola con foco en $(4, -4)$ y directriz $x = 2$. Graficar.

Hipérbola

En los ejercicios 1 a 3, hallar el centro, las coordenadas de los focos, de los vértices, las ecuaciones de las asíntotas y elaborar el gráfico correspondiente.

1. $4y^2 - x^2 - 4x - 8y - 4 = 0$
2. $18y^2 - 50x^2 + 25x + 24y + 33 = 0$
3. $12x^2 - 6y^2 + 36x + 3y + 219 = 0$
4. Representar y hallar la ecuación de la hipérbola con $a = 2$ y focos en $(-2, 4)$ y $(-2, -2)$.
5. Representar y hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por los puntos $(3, -2)$ y $(7, 6)$; su eje focal es el eje x y tiene centro en el origen.
6. Representar gráficamente $x^2 - 4y^2 + 6x + 8y + 5 = 0$.

Relaciones Reales

En cada caso, representar gráficamente la relación dada, hallar su dominio y su imagen.

1. $S_1 = \{(2, 3); (-2, 3); (0, -2)\}$
2. $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 3\}$
3. $S_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x\}$
4. $S_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0\}$
5. $S_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3\}$
6. $S_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$
7. $S_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \geq 3 \text{ y } |y| < 2\}$
8. $S_8 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 < 9\}$
9. $S_9 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 < 9 \text{ y } |x| \geq 1\}$
10. $S_{10} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 \geq 9 \text{ y } |y - 1| < 2\}$
11. $S_{11} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x + y - 3 > 0\ ,\ y - 3 \leq 0 \text{ y } x - 2y + 1 \leq 0\}$
12. $S_{12} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 4y^2 < 9 \text{ y } x^2 + y^2 < 4x\}$
13. $S_{13} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 8x > 4y - y^2 - 7\ ,\ |y - 2| \leq 1 \text{ y } -3 > x - y\}$