

Tên học phần: Quy hoạch tuyến tính Mã HP: CSC10104
 Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: _____
 Ghi chú: Sinh viên không được phép sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

Điểm số	Điểm chữ	Chữ ký CB chấm thi	CBCT1:
			CBCT2:

(Đề thi có 40 câu với 06 trang, tổng là 10 điểm)

SINH VIÊN LÀM BÀI TRỰC TIẾP TRÊN ĐỀ VÀ NỘP LẠI ĐỀ THI

Phần A. Đại số tuyến tính.

Các câu hỏi từ 1-6 liên quan đến ánh xạ Lozi: $L_{a,b} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + y - a|x| \\ bx \end{pmatrix}$ của chaotic theory.

Câu 1. Với $a = \frac{2}{3}, b = 0$ thì ánh xạ có điểm bất động (fixed point) p là:

A. $p = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix}$. B. $p = \begin{pmatrix} 3/5 \\ 0 \end{pmatrix}$. C. $p = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \end{pmatrix}$. D. $p = \begin{pmatrix} 5/2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Câu 2. Với $b = 0$, trường hợp nào sau đây thì ánh xạ trên **không** có điểm bất động?

A. $a > 1$. B. $a < -1$. C. $a = 0$. D. $-1 < a < 0$.

Câu 3. Biết rằng ánh xạ Lozi có một điểm bất động là $p = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$, tìm điểm bất động còn lại:

A. $p = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$. B. $p = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$. C. $p = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. D. Không thể tìm được.

Câu 4. Với $(a, b) = (20, 23)$, ánh xạ Lozi có bao nhiêu điểm bất động?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 5. Với $a = 3, b = 0$, tìm các trị riêng của ánh xạ Lozi:

A. $\lambda_1 = -3, \lambda_2 = 0$. B. $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 0$. C. $\lambda_1 = \frac{1}{3}, \lambda_2 = 0$. D. $\lambda_1 = -\frac{1}{3}, \lambda_2 = 3$.

Câu 6. Biết rằng $(\lambda_1, \lambda_2) = (1, -4)$ là các trị riêng của ánh xạ Lozi, tìm cặp giá trị (a, b) :

A. $(a, b) = (4, 3)$. B. $(a, b) = (3, 4)$. C. $(a, b) = (1, -4)$. D. $(a, b) = (4, 1)$.

Câu 7. Đoạn nào dưới đây có thể chuyển vị ma trận X (chuyển dòng thành cột và ngược lại) trong gói numpy chạy trên nền tảng Python 3.x:

(Đề thi gồm 6 trang)

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký: [Trang 1/6]
 Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:

A. $X_chuyenvi = \text{matrix.transpose}(X)$

B. $X_chuyenvi = X.t$

C. $X_chuyenvi = X.Transpose()$

D. $X_chuyenvi = t(X)$.

Câu 8. Hỏi trong các ma trận Markov (ma trận có thành phần không âm và tổng theo cột là 1) bên dưới, có mấy ma trận mà khi lũy thừa lên với số lần đủ lớn thì sẽ hội tụ (không thay đổi):

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.9 \\ 0.7 & 0.1 \end{pmatrix}?$$

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 9. Định nghĩa $v_n = \begin{pmatrix} F_n \\ F_{n+1} \end{pmatrix}$ với mọi $n = 1, 2, \dots$ trong đó (F_n) là dãy Fibonacci có mỗi số hạng bằng tổng hai số hạng trước đó. Để có $v_{n+1} = Av_n$ với mọi n thì A là ma trận nào sau đây?

A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

C. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Câu 10. Để giải phương trình $Ax = b$ với $A = [[6, 7], [20, 23]]$ và $b = [9, 5]$. Thư viện Python sử dụng lệnh nào sau đây?

A. `numpy.linalg.solve(A,b)`.

B. `scipy.linalg.solve(b,A)`.

C. `numpy.solve(b,A)`.

D. `numpy.divide(b,A)`.

Câu 11. Lệnh nào sau đây để nghịch đảo một ma trận A (đã có import đủ các thư viện)?

A. `A.I`

B. `A.inv`

C. `A ** (-1)`

D. `numpy.linalg.inv(A)`.

Câu 12. Ý nghĩa nào sau đây là **đúng** khi nói về vai trò của Đại số tuyến tính tính toán trong bài toán Quy hoạch tuyến tính?

A. Giải thích được cơ sở lý thuyết của việc lấy đối ngẫu.

B. Giải bài toán quy hoạch nguyên một cách hiệu quả hơn.

C. Giúp kiểm tra được điều kiện của phương án cực biên.

D. Giúp giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai chiều nhanh chóng hơn.

Câu 13. Cho ma trận A vuông cấp 2. Trong các câu lệnh sau đây, câu lệnh **không** dùng để tính bình phương của A là:

A. `A.dot(A)`

B. `numpy.dot(A, A)`

C. `A @ A`

D. `A ** 2`.

Câu 14. Cách nào sau đây **không** hợp lệ để tạo ma trận vuông đơn vị cấp 3?

A. `numpy.eye(3, k = 0)`

B. `scipy.linalg.identity(3)`

C. `numpy.identity(3)`

D. `numpy.array([[1,0,0], [0,1,0], [0,0,1]])`.

Câu 15. Ma trận vuông A được gọi là **lũy linh** nếu tồn tại số nguyên dương k để A^k là ma trận 0. Hỏi cách làm nào sau đây là **không** hợp lý để kiểm tra ma trận vuông A có lũy linh hay không?

A. Tính $\det(A)$ và nếu $\det(A)$ khác 0 thì kết luận A không lũy linh.

B. Ta thực hiện các vòng lặp để tính lũy thừa của A và kiểm tra.

C. Nếu A có một dòng chứa toàn số 0 thì kết luận A lũy linh.

D. Tính $\text{rank}(A)$ và nếu $\text{rank}(A)$ bằng số chiều của A thì A sẽ không lũy linh.

Phần B. Quy hoạch tuyến tính.

Câu 16. Sự khác nhau cơ bản giữa hàm mục tiêu trong bài toán quy hoạch tuyến tính và trong các bài toán liên quan đến học máy, học sâu là gì?

- A. Số lượng biến nhiều hay ít. B. Sự phức tạp hay đơn giản.
C. Tuyến tính và phi tuyến. D. Tính hữu hạn và vô hạn nghiệm.

Câu 17. Bài toán vận tải cân bằng thu phát có 36 biến và phương án tối ưu có 12 biến chọn thì có thể có bao nhiêu trạm thu?

- A. 9. B. 6. C. 7. D. 12.

Câu 18. Bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến với các điều kiện ràng buộc sau đây thì có tất cả bao nhiêu điểm cực biên: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 5$, $2x - y \geq 1$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 19. Cho bài toán quy hoạch nguyên với phát biểu như sau: trường Đại học có một khu đất trong khuôn viên và muốn xây dựng: nhà thi đấu (1), phòng thí nghiệm (2), khu tự học (3) sao cho: *không xây dựng đồng thời cả ba nhưng phải xây ít nhất một trong ba*. Gọi a, b, c là các biến nhị phân $\{0,1\}$ mô tả việc xây dựng (1), (2), (3) thì nên dùng ràng buộc nào là **đúng nhất**?

- A. $1 \leq a + b + c < 3$. B. $ab + bc + ca \geq 1$ và $abc = 0$.
C. $abc = 0$ và $a + b + c > 0$. D. $a + b + c \leq 2$ và $\min\{a, b, c\} < \max\{a, b, c\}$.

Câu 20. Một bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến x, y có tất cả 9 ràng buộc (dạng $ax + by \geq, \leq c$) độc lập tuyến tính với nhau (*kể cả ràng buộc $x \geq 0$ và $y \geq 0$*). Hỏi bài toán đó có tối đa bao nhiêu điểm cực biên?

- A. 45. B. 36. C. 8. D. 9.

Câu 21. Giả sử cần giải bài toán quy hoạch tuyến tính theo phương pháp đơn hình và thêm vào 3 biến giả để dùng phương pháp big M (*trước đó có thể đã thêm các biến tạm*). Cho biết bài toán có phương án tối ưu và các ràng buộc độc lập tuyến tính. Hỏi nhận xét nào sau đây là **đúng**?

- A. Bài toán gốc có không quá 3 ràng buộc.
B. Bài toán gốc có ít nhất 3 biến.
C. Tổng số biến cần thêm so với bài toán gốc là 3.
D. Cần thực hiện ít nhất 3 bước lặp của bảng đơn hình.

Câu 22. Phương pháp nào sau đây thường giúp ta thu được phương án cơ sở tốt nhất cho bài toán vận tải cân bằng thu phát?

- A. Phương pháp góc Đông Bắc. B. Phương pháp min cost.
C. Phương pháp Fogel. D. Phương pháp góc Tây Bắc.

(Đề thi gồm 6 trang)

Câu 23. Ý nghĩa nào là *sai* về định lý độ lệch bù ở bài toán đối ngẫu (D) của bài toán gốc (P) ?

- A. Giúp xác định được nghiệm của (P) dựa trên nghiệm của (D) .
- B. Giúp quy về một bài toán giải hệ phương trình.
- C. Một biến khác 0 ở (D) sẽ kéo theo một ràng buộc tương ứng ở (P) xảy ra đẳng thức.
- D. Giúp tính độ lệch của hàm mục tiêu giữa (P) và (D) .

Câu 24. Nhận xét nào sau đây là *sai* về bài toán quy hoạch tuyến tính đa mục tiêu?

- A. Số hàm mục tiêu có thể nhiều hơn số biến.
- B. Số hàm mục tiêu có thể nhiều hơn số ràng buộc.
- C. Trong ý tưởng *two-phrase*, ta tối ưu cho hàm mục tiêu này trước rồi mới đến hàm kia.
- D. Trong ý tưởng *combining*, ta chọn ra hàm mục tiêu dễ xử lý nhất rồi giải theo nó.

Câu 25. Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau đây với các biến không âm:

$$\begin{aligned} f &= 5x_1 - 9x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 3x_5 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -4 \\ 8x_1 + 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 20 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - x_5 \geq -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Cho biết rằng $(0, 1, 0, 5, 0)$ là một phương án tối ưu của bài toán trên và còn một phương án tối ưu khác là $(a, b, 4, 1, c)$. Tính giá trị của tổng $a + 3b + c$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 26-30 liên quan đến bài toán sau:

Cho bài toán quy hoạch tuyến tính có hàm mục tiêu: $f = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 4x_6 \rightarrow \min$

với các ràng buộc là $\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 + 2x_6 = 12 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 + x_6 = 30 \\ x_1 + 2x_4 + x_5 - x_6 = 18 \\ x_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, 6. \end{cases}$. Bảng đơn hình xuất phát với cơ sở (x_3, x_2, x_5)

được cho như sau:

Cơ sở	Hệ số	Phương án	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
			3	1	2	3	2	4
x_3	2	12	2	0	1	1	0	2
x_2	1	30	3	1	0	2	0	1
x_5	2	18	1	0	0	2	1	-1
f_{\min}		?	$\Delta_1 = a$	$\Delta_2 = 0$	$\Delta_3 = 0$	$\Delta_4 = b$	$\Delta_5 = 0$	$\Delta_6 = c$

(Đề thi gồm 6 trang)

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký: [Trang 4/6]
 Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:

Câu 26. Giá trị của a là bao nhiêu?

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 27. Phương án hiện tại là chưa tối ưu, vì sao?

- A. Có 2 giá trị $\Delta > 0$. B. Có 1 giá trị $\Delta < 0$.
 C. Có 1 giá trị $\Delta > 0$. D. Có 3 giá trị $\Delta > 0$.

Câu 28. Trong bước lặp tiếp theo, bằng việc chọn phần tử xoay thích hợp, biến nào sẽ vào và biến nào sẽ ra khỏi bộ 3 biến cơ sở?

- A. x_2 ra, x_1 vào. B. x_3 ra, x_1 vào.
 C. x_5 ra, x_4 vào. D. x_3 ra, x_4 vào.

Câu 29. Xác định giá trị hàm mục tiêu trong bước lặp tiếp theo của bảng đơn hình.

- A. $f = 54$. B. $f = 45$. C. $f = 30$. D. $f = 48$.

Câu 30. Phương án tối ưu của bài toán trên là bao nhiêu?

- A. $f_{\min} = 36$. B. $f_{\min} = 30$. C. $f_{\min} = 40$. D. $f_{\min} = 38$.

Câu 31-34 liên quan đến bài toán sau:

Cho bài toán quy hoạch tuyến tính $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$ có các ràng buộc là

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 8 \\ x_1 \in \mathbb{R}, x_2 \leq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}.$$

Câu 31. Hỏi có mấy khẳng định bên dưới về bài toán đối ngẫu của các biến y_1, y_2 là **đúng**?

- i) Bài toán đối ngẫu có hàm mục tiêu tìm max.
 ii) $y_1 + y_2 = 2$.
 iii) $y_1 + 2y_2 \geq -1, y_1 - y_2 \leq 2$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 32. Các giá trị của hàm mục tiêu ở bài toán đối ngẫu tại các phương án chấp nhận được (y_1, y_2) có ý nghĩa thế nào đối với bài toán gốc?

- A. Là chặn dưới cho hàm mục tiêu của bài toán gốc.
 B. Là chặn trên cho hàm mục tiêu của bài toán gốc.
 C. Giúp xác định cả chặn trên lẫn chặn dưới cho hàm mục tiêu của bài toán gốc.
 D. Giúp xác định số giá trị nguyên mà hàm mục tiêu của bài toán gốc có thể nhận được.

(Đề thi gồm 6 trang)

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký: [Trang 5/6]
 Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:

Câu 33. Nhận xét nào sau đây là **đúng** về các biến y_1, y_2 ?

- A. $y_1 \in \mathbb{R}, y_2 \geq 0$. B. $y_1 \in \mathbb{R}, y_2 \leq 0$.
 C. $y_1 = 0, y_2 \geq 0$. D. $y_1 = 0, y_2 \leq 0$.

Câu 34. Biết rằng phương án tối ưu cho bài toán đối ngẫu là $(y_1, y_2) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$. Xác định phương án tối ưu (x_1, x_2, x_3) của bài toán gốc.

- A. (10,0,0). B. (10,1,1). C. (1,0,5). D. (9,0,1).

Câu 35-40 liên quan đến bài toán sau:

Cho bài toán vận tải cân bằng thu phát với 4 trạm thu và 3 trạm phát với bảng chi phí như sau:

$a_i \backslash b_j$	30	40	50	60
80	1	5	7	2
45	5	7	4	9
55	12	2	3	6

Câu 35. Khi dùng phương án min cost thì lượng hàng đầu tiên cần chuyển là bao nhiêu?

- A. 30. B. 80. C. 55. D. 45.

Câu 36. Khi dùng phương án góc Tây Bắc thì trạm thứ hai bị loại khỏi bảng là trạm nào?

- A. Trạm thu 1. B. Trạm thu 2.
 C. Trạm phát 1. D. Trạm phát 2.

Câu 37. Hỏi nếu sử dụng phương pháp Fogel thì phương án cực biên xuất phát có giá trị hàm mục tiêu là bao nhiêu?

- A. 420. B. 485. C. 465. D. 455.

Câu 38. Khi dùng thuật toán thế vị với phương án Fogel xuất phát, ở bước quy 0 bảng, nếu chọn $r_1 = 0$ (số ở hàng 1) thì ta có $r_3 = ?$ (số ở hàng 3)

- A. -1. B. 3. C. -2. D. -4.

Câu 39. Sau bước quy 0 bảng ở trên, số lượng các cước phí mới có giá trị âm là bao nhiêu?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 40. Phương án tối ưu của bài toán trên thuộc nửa khoảng nào sau đây?

- A. [480;500). B. [460;480). C. [440;460). D. [400;440).