

CHƯƠNG 3

TÍNH GIỚI HẠN, ĐẠO HÀM,
NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN

ThS. Bùi Minh Quân

I) Tính giới hạn hàm số

Giới hạn khi $x \rightarrow a$

limit (<hàm số> , x , a)

limit (<hàm số> , a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{2x - 1}$$

```
>> syms x;
```

```
>> limit( (x+3)/(2*x-1) , x , 2)
```

```
>> limit( (x+3)/(2*x-1) , 2)
```

I) Giới hạn hàm số

Giới hạn khi x tiến tới vô cực

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{2x - 1}$$

```
>> syms x;
```

```
>> limit( (x+3)/(2*x-1) , x , inf)
```

```
>> limit( (x+3)/(2*x-1) , inf)
```

I) Giới hạn hàm số

Giới hạn bên trái

limit (<hàm số> , x , a , **'left'**)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - 5}{x - 2}$$

```
>> syms x;
```

```
>> limit( (2x-5)/(x-2) , x , 2 , 'left')
```

I) Giới hạn hàm số

Giới hạn bên phải

limit (<hàm số> , x , a , **'right'**)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 5}{x - 2}$$

```
>> syms x;
```

```
>> limit( (2x-5)/(x-2) , x , 2 , 'right')
```

II) Tính đạo hàm

diff (<hàm số> , x) : đạo hàm cấp 1

diff (<hàm số>) : đạo hàm cấp 1

$$f(x) = \sin 3x$$

```
>> syms x;
```

```
>> f = sin(3*x);
```

```
>> diff( f , x )
```

```
>> diff( f )
```

II) Tính đạo hàm

diff (<hàm số> , x , n) : đạo hàm cấp n

diff (<hàm số> , n) : đạo hàm cấp n

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$$

```
>> syms x;
```

```
>> f = x^3-2*x^2+x-3;
```

```
>> diff( f , x , 2 )
```

```
>> diff( f , x )
```

III) Tính nguyên hàm

`int (<hàm số> , x)`

`int (<hàm số>)`

$$\int \frac{1}{1+4x^2} dx$$

```
>> syms x;
```

```
>> f = 1/(1+4*x^2);
```

```
>> int( f , x )
```

```
>> int( f )
```


IV) Tính tích phân

int (<hàm số> , x , a , b)

int (<hàm số> , a , b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} x^3 \sin x dx$$

```
>> syms x;
```

```
>> f = x^3*sin(x);
```

```
>> int( f , x , 0 , pi/3 )
```

```
>> int( f , 0 , pi/3)
```

V) Bài tập

Câu 1: Tính giới hạn

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 + 7} - 4}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2^-} (2 - x)^{x-2}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 2x \sin^2 x)}{\sin x^2 \cdot \tan x}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{x+3} \right)^{\frac{2x}{x-1}}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1+x}}{-\sqrt{x} + \sqrt{1+x}}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \tan^2 \sqrt{x} \right)^{\frac{1}{4x}}$$

V) Bài tập

Câu 2:

$$\text{Cho } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \leq 0 \\ \sin \frac{1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

Tính các giới hạn:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

V) Bài tập

Câu 3:

$$\text{Cho } f(x) = \begin{cases} \frac{3 \tan^2 x + \sin^2 \sqrt{x}}{2x} & \text{ khi } x > 0 \\ \alpha & \text{ khi } x \leq 0 \end{cases}$$

Tìm α để hàm số liên tục tại $x = 0$

V) Bài tập

Câu 4:

$$\text{Cho } f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(\cos x)}{\arctan^2 x + 2x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2\alpha - 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

Tìm α để hàm số liên tục tại $x = 0$

V) Bài tập

Câu 5: Tính đạo hàm của các hàm số:

a) $f(x) = \ln\left(\sqrt{2\sin x + 1} + \sqrt{2\sin x - 1}\right)$

b) $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} + \ln \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

c) $f(x) = e^x \arctan e^x - \ln \sqrt{1 + e^{2x}}$

d) $f(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2} \ln\left(x + \sqrt{x^2 + k}\right)$
với k là hằng số.

V) Bài tập

Câu 6:

Cho hàm số $f(x) = \log_2 \left(e^{-x} \cos(\pi x) \right)$

a) Tính $f(3, 7)$

b) Tính $f'(2, 1)$

c) Tính $f''(-5, 8)$

V) Bài tập

Câu 7: Tính nguyên hàm

a) $\int e^{\sin x} \cos^3 x dx$

b) $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$

c) $\int \frac{[1 + \tan^2(\ln x)]}{x} dx$

d) $\int \frac{x^5 + 7x^4 + x^3 - 5x^2 - 2}{x^3 + x} dx$

V) Bài tập

Câu 8: Tính tích phân

a)
$$\int_1^e \frac{(x^2 + 1) \ln x}{x} dx$$

b)
$$\int_1^4 \frac{x^3 + x\sqrt{x} + x}{x^2} dx$$

c)
$$\int_{-3}^3 \left(|x|^3 - 4|x| \right) dx$$

d)
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$$

V) Bài tập

Câu 9: Tính tích phân suy rộng

a)
$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$

b)
$$\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{3}} \frac{3dx}{\sqrt{1-9x^2}}$$

c)
$$\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt[3]{\ln^2 x}}$$

d)
$$\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{e^{x^2}}$$

V) Bài tập

Câu 10: Cho hàm số

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{2x+1}}{\tan(x^2+1)}$$

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 1,83.

V) Bài tập

Câu 11: Cho hàm số

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}}$$

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, trục hoành và 2 đường thẳng có phương trình $x = 1$ và $x = \sqrt{e}$.