

# Chương 4. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐỒ THỊ

## Phần I. Hướng dẫn sử dụng Maple

CẬP NHẬT SAU.....

### ► Bài tập thực hành

Xem ma trận như là mảng hai chiều. Hãy viết chương trình để thực hiện những yêu cầu của những bài sau.

**4.1** Cho ma trận kề của đồ thị  $G$ . Hãy kiểm tra

- a)  $G$  là đồ thị vô hướng.
- b)  $G$  là đồ thị có hướng.
- c)  $G$  có khuyên.
- d)  $G$  có cạnh song song.

**4.2** Cho ma trận kề của đồ thị  $G$ . Hãy tính số cạnh và bậc của các đỉnh của  $G$ .

**4.3** Cho danh sách các cặp đỉnh (không thứ tự) tương ứng với các cạnh của đồ thị vô hướng  $G$ . Hãy tính số bậc của các đỉnh của  $G$ .

**4.4** Cho danh sách các cặp đỉnh (có thứ tự) tương ứng với các cạnh của đồ thị có hướng  $G$ . Hãy tính số nửa bậc ngoài, nửa bậc trong của các đỉnh của  $G$ .

**4.5** Cho danh sách các cạnh của đồ thị vô hướng  $G$ . Hãy kiểm tra xem đồ thị đó có phải là đồ thị lưỡng phân không? Nếu có, hãy phân hoạch tập đỉnh của  $G$  thành 2 phần.

**4.6** Cho danh sách các cạnh của đồ thị vô hướng  $G$ . Hãy xây dựng ma trận kề cho  $G$ . (Làm tương tự cho đồ thị có hướng)

**4.7** Cho ma trận kề của đồ thị  $G$ . Hãy liệt kê danh sách các cạnh của  $G$ .

**4.8** Cho danh sách các cạnh của hai đồ thị có không quá 6 đỉnh. Hãy xác định xem hai đồ thị này có đẳng cấu không? Nếu có, hãy tìm song ánh tương ứng.

**4.9** Cho ma trận kề của đồ thị  $G$ , hai đỉnh  $u, v$  của  $G$  và số nguyên  $k$ . Hãy tìm tất cả những đường đi có độ dài  $k$  giữa hai đỉnh  $u, v$ .

**4.10** Cho danh sách các cạnh của đồ thị vô hướng  $G$ . Hãy xác định xem đồ thị có liên thông không? Nếu không hãy tìm các thành phần liên thông của  $G$ .

## Phần II. Bài tập

**4.1** Trong 1 giải đấu cờ theo thể thức vòng tròn 1 lượt, chứng minh rằng tại mọi thời điểm của giải đấu luôn luôn có 2 đấu thủ có số ván đã thi đấu bằng nhau.

**4.2** Một bữa tiệc có 6 người tham dự. Chứng minh rằng có 3 người quen nhau hoặc có 3 người không quen nhau.

**4.3** Bốn người bất kỳ trong số  $n$  người ( $n \geq 4$ ) đều có 1 người quen biết với 3 người còn lại. Chứng minh rằng có 1 người quen với tất cả  $n - 1$  người còn lại.

**4.4** Cho  $G = (X, E)$  là một đồ thị và  $A \subset X$ . Gọi  $k$  là số cạnh của  $G$  mà mỗi cạnh có đúng 1 đỉnh nằm trong  $A$  (1 đỉnh ở ngoài  $A$ ) và  $h$  là số đỉnh bậc lẻ trong  $A$ . Chứng minh rằng tính chẵn lẻ của  $k$  và của  $h$  là như nhau.

**4.5** Trong 1 giải thi đấu có  $n$  đội tham dự và đã có  $n + 1$  trận đấu được tiến hành. Chứng minh rằng có 1 đội đã thi đấu ít nhất 3 trận.

**4.6** Một đồ thị có bao nhiêu đỉnh nếu có

- a) 12 cạnh và các đỉnh đều có bậc 3
- b) 10 cạnh và các đỉnh đều có bậc 4
- c) 21 cạnh, 3 đỉnh bậc 4 và các đỉnh còn lại có bậc 3
- d) 24 cạnh và các đỉnh có bậc giống nhau.

**4.7** Cho  $G$  là đồ thị có 19 cạnh và các đỉnh có bậc tối thiểu là 3. Hỏi  $G$  có nhiều nhất là bao nhiêu đỉnh?

**4.8** Chứng minh rằng một đồ thị đủ  $m$  cạnh có  $\frac{1 + \sqrt{1 + 8m}}{2}$  đỉnh?

**4.9** Cho đồ thị vô hướng  $G$  có  $m$  cạnh và  $n$  đỉnh. Chứng minh rằng, nếu

- a)  $m < n$  thì  $G$  có 1 đỉnh treo hoặc đỉnh cô lập.
- b)  $m \geq n$  thì  $G$  có 1 chu trình.

**4.10** Cho  $G$  là đồ thị liên thông. Chứng minh  $G$  có 2 đỉnh không là điểm khớp.

**4.11** Cho  $G$  là đồ thị đơn gồm  $n$  đỉnh,  $m$  cạnh và  $p$  thành phần liên thông. Chứng minh rằng

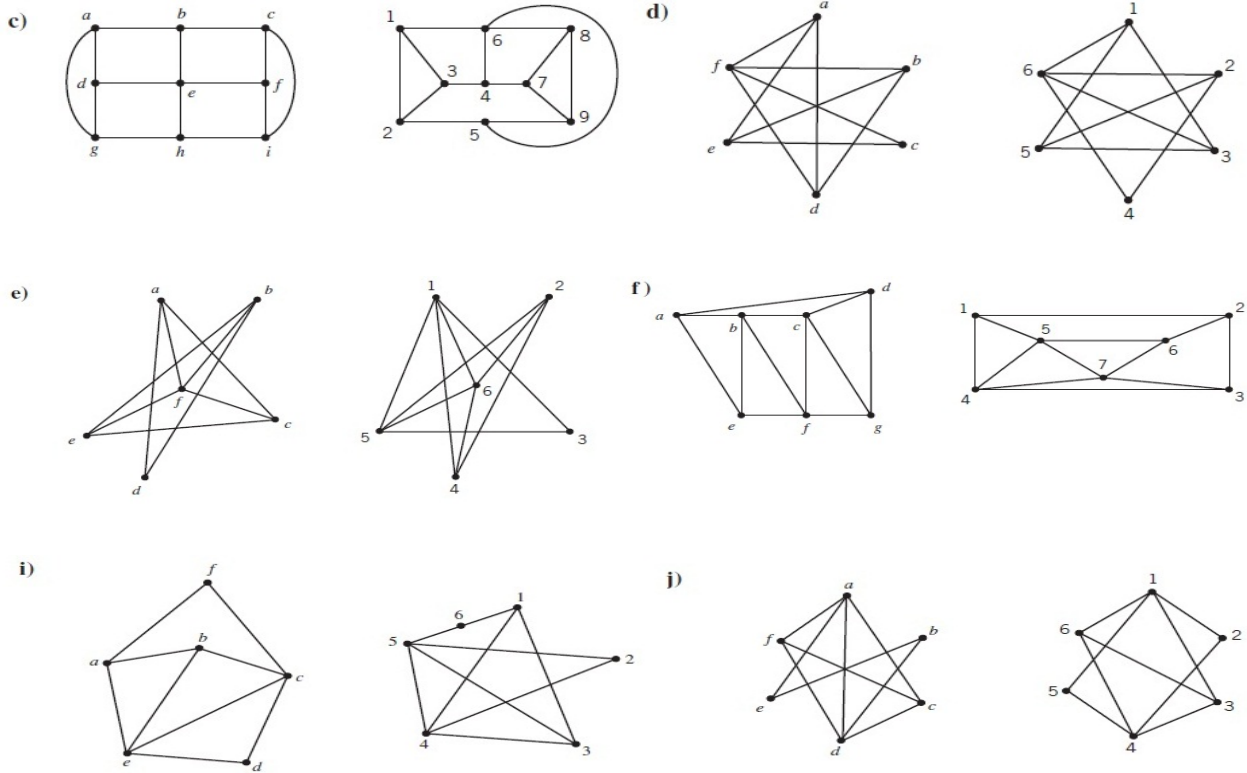
$$n - p \leq m \leq \frac{1}{2}(n - p)(n - p + 1)$$

Suy ra rằng, nếu  $2m > (n - 1)(n - 2)$  thì  $G$  liên thông.

**4.12** Có  $2k$  trạm điện thoại ( $k > 0$ ), mỗi trạm nối trực tiếp với ít nhất  $k$  trạm khác. Chứng minh rằng bất kỳ 2 trạm nào cũng liên lạc được với nhau.



**4.26** Những đồ thị sau có đẳng cấu không? Tại sao?



**4.27** Có tồn tại đồ thị đơn có 5 đỉnh với bậc các đỉnh lần lượt được cho dưới đây không?. Nếu có, hãy vẽ đồ thị đó.

- a) 3, 3, 3, 3, 2  
b) 5, 4, 3, 2, 1

- c) 4, 4, 3, 2, 1  
d) 4, 4, 3, 3, 3

- e) 3, 2, 2, 1, 0  
f) 4, 3, 3, 2, 2

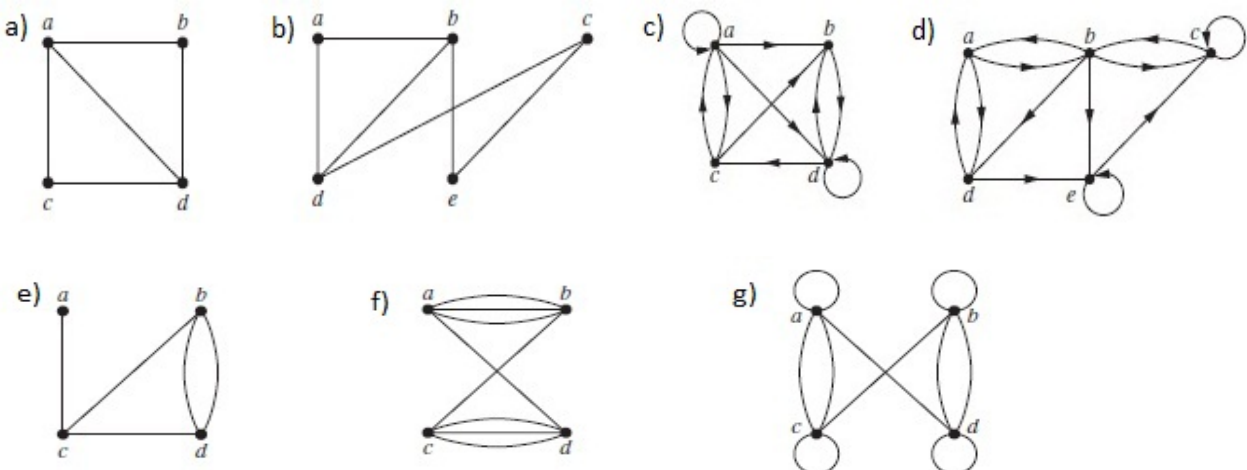
**4.28** Có tồn tại đồ thị đơn có 6 đỉnh với bậc các đỉnh lần lượt được cho dưới đây không?. Nếu có, hãy vẽ đồ thị đó.

- a) 5, 4, 3, 2, 1, 0  
b) 6, 5, 4, 3, 2, 1  
c) 2, 2, 2, 2, 2, 2

- d) 3, 3, 3, 2, 2, 2  
e) 3, 3, 2, 2, 2, 2  
f) 1, 1, 1, 1, 1, 1

- g) 5, 3, 3, 3, 3, 3  
h) 5, 5, 4, 3, 2, 1  
i) 5, 2, 2, 2, 2, 1

**4.29** Tìm ma trận kề và ma trận liên kết (nếu có) của những đồ thị sau:



4.30 Hãy vẽ đồ thị  $G$  nếu ma trận kề của  $G$  là:

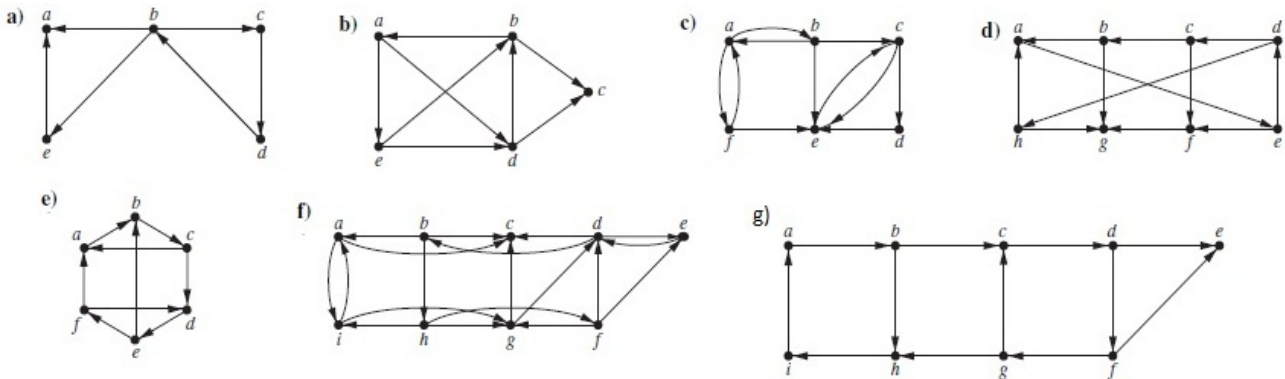
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

4.31 Những đồ thị có ma trận kề đã cho sau đây có đẳng cấu không?

a)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  b)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

4.32 Những đồ thị  $G$  nào sau đây là liên thông mạnh. Nếu không, hãy phân hoạch  $G$  thành các thành phần liên thông mạnh.



4.33 Cho đồ thị đơn vô hướng  $G = (V, E)$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = 2, 9, 10	Ke(6) = 4, 5, 7
Ke(2) = 1, 3, 4, 8, 9, 10	Ke(7) = 4, 6, 8
Ke(3) = 2, 4, 5, 10	Ke(8) = 2, 4, 7, 9
Ke(4) = 2, 3, 5, 6, 7, 8	Ke(9) = 1, 2, 8, 10
Ke(5) = 3, 4, 6	Ke(10) = 1, 2, 3, 9

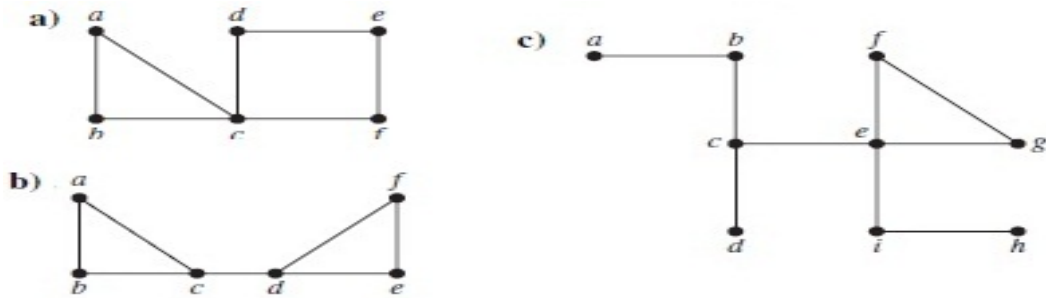
- a) Hãy tìm  $\deg(u)$  với mọi  $u \in V$ ?  
b) Hãy tìm ma trận kề của  $G$ ?

4.34 Cho đồ thị đơn vô hướng  $G = (V, E)$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

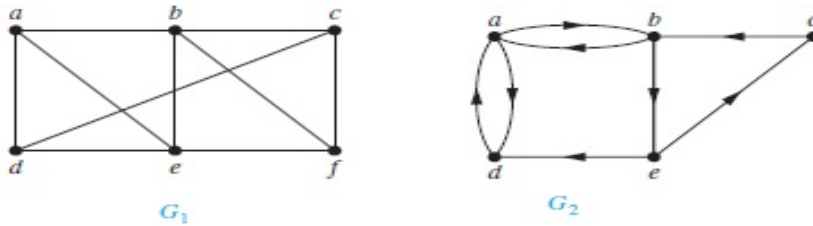
$\text{Ke}(1) = 4, 10$	$\text{Ke}(6) = 1, 4, 7$
$\text{Ke}(2) = 4, 5, 6$	$\text{Ke}(7) = 3, 9$
$\text{Ke}(3) = 8$	$\text{Ke}(8) = 7, 9$
$\text{Ke}(4) = 2, 10$	$\text{Ke}(9) = 8$
$\text{Ke}(5) = 7, 8$	$\text{Ke}(10) = 1, 2$

- a) Hãy tìm  $\deg(u)$  với mọi  $u \in V$ ?
- b) Hãy tìm ma trận kề của  $G$ ?

4.35 Xác định số liên thông đỉnh và liên thông cạnh của những đồ thị sau:



4.36 Cho đồ thị  $G_1$  và  $G_2$  như sau:



Hãy tìm số đường đi từ  $c$  đến  $d$  trong đồ thị  $G_1$  và đường đi từ  $a$  đến  $e$  trong đồ thị  $G_2$  có độ dài

- a) 2;                      b) 3;                      c) 4;                      d) 5;                      e) 6;                      f) 7.