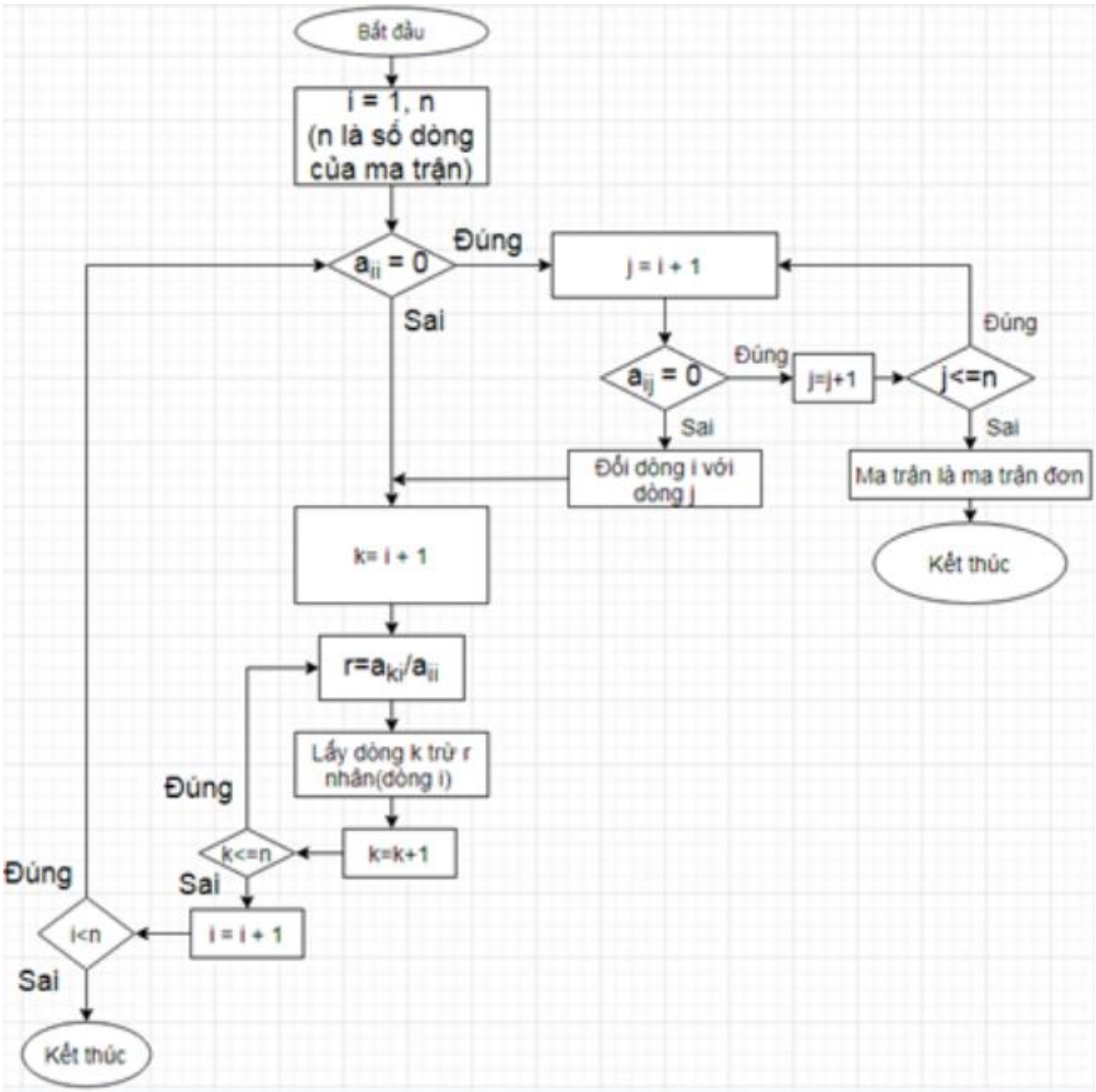
CHƯƠNG 3

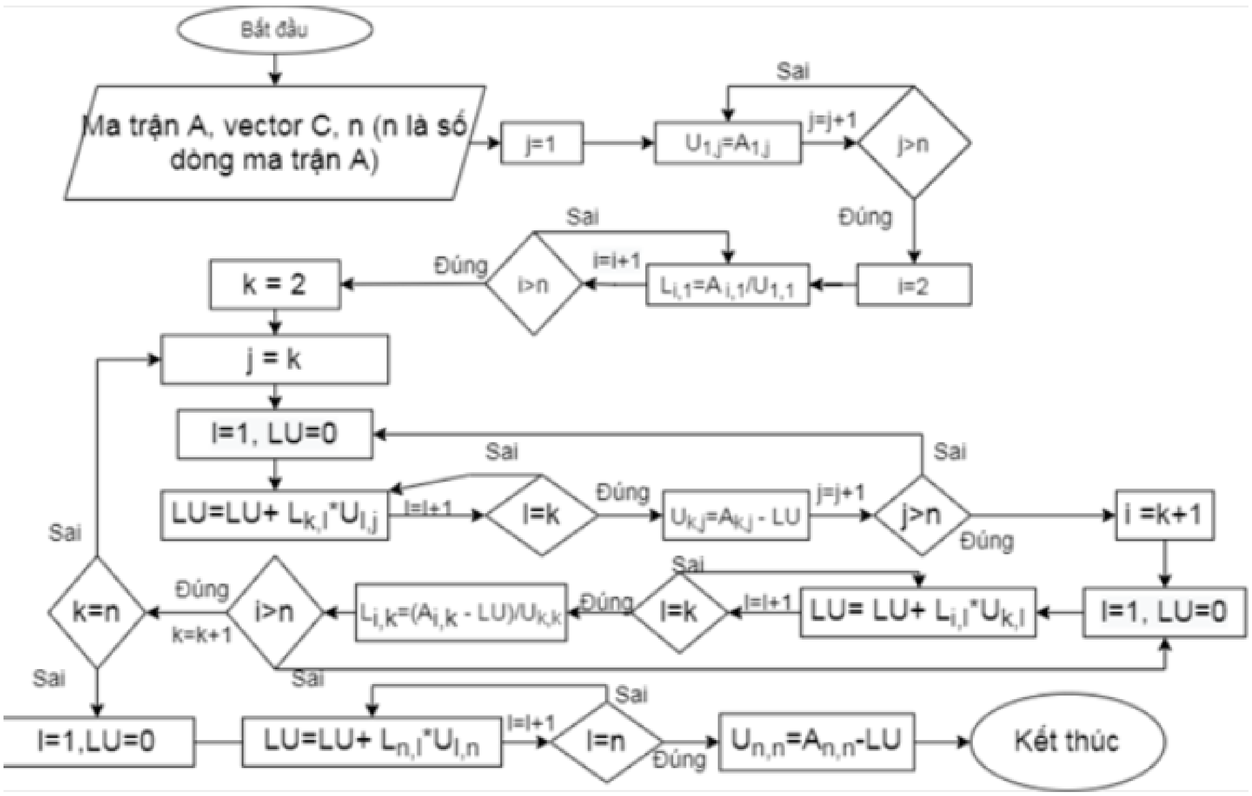
3.1

Ngô Trọng Đức - 19120061

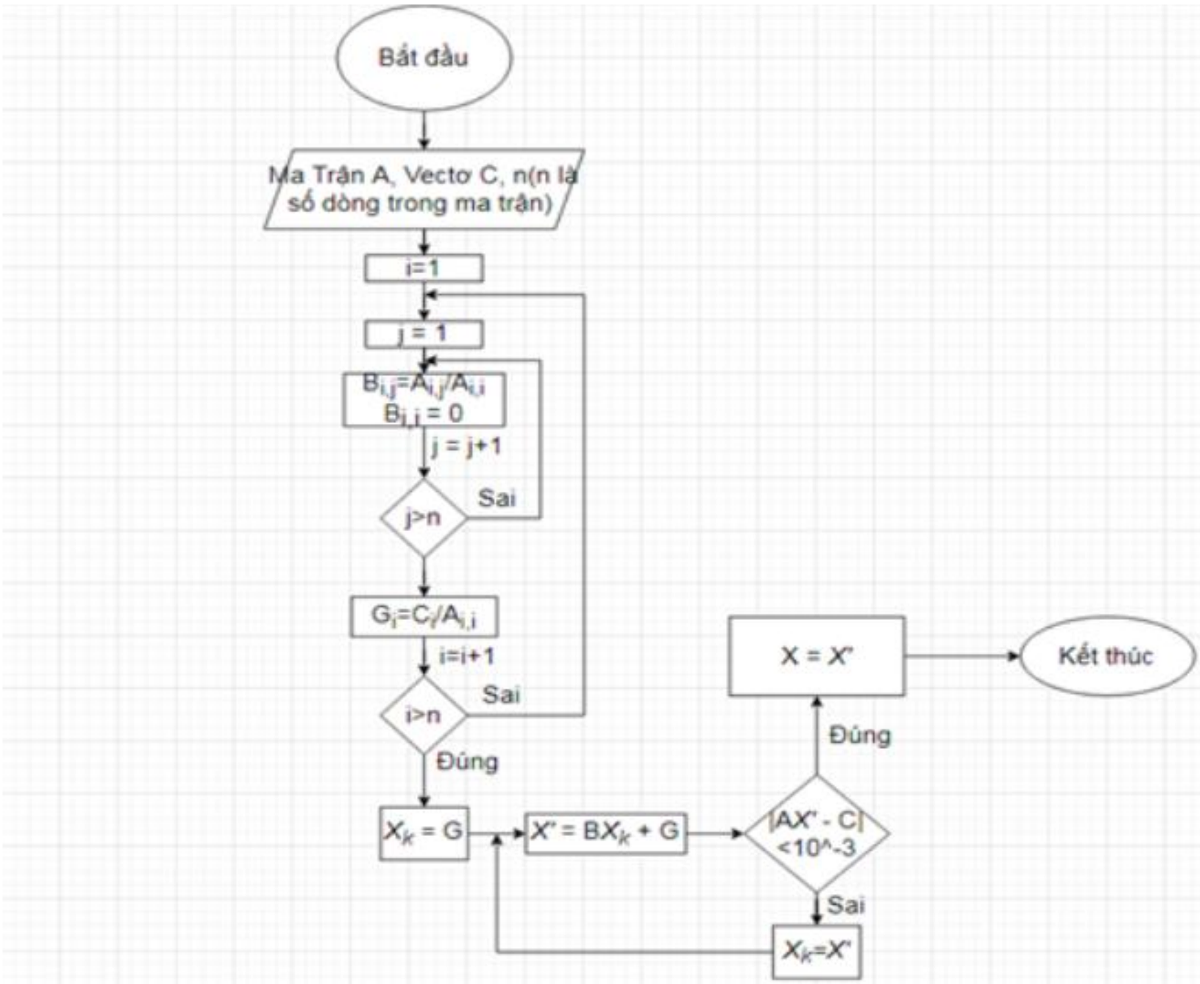
*Phương pháp khử Gauss



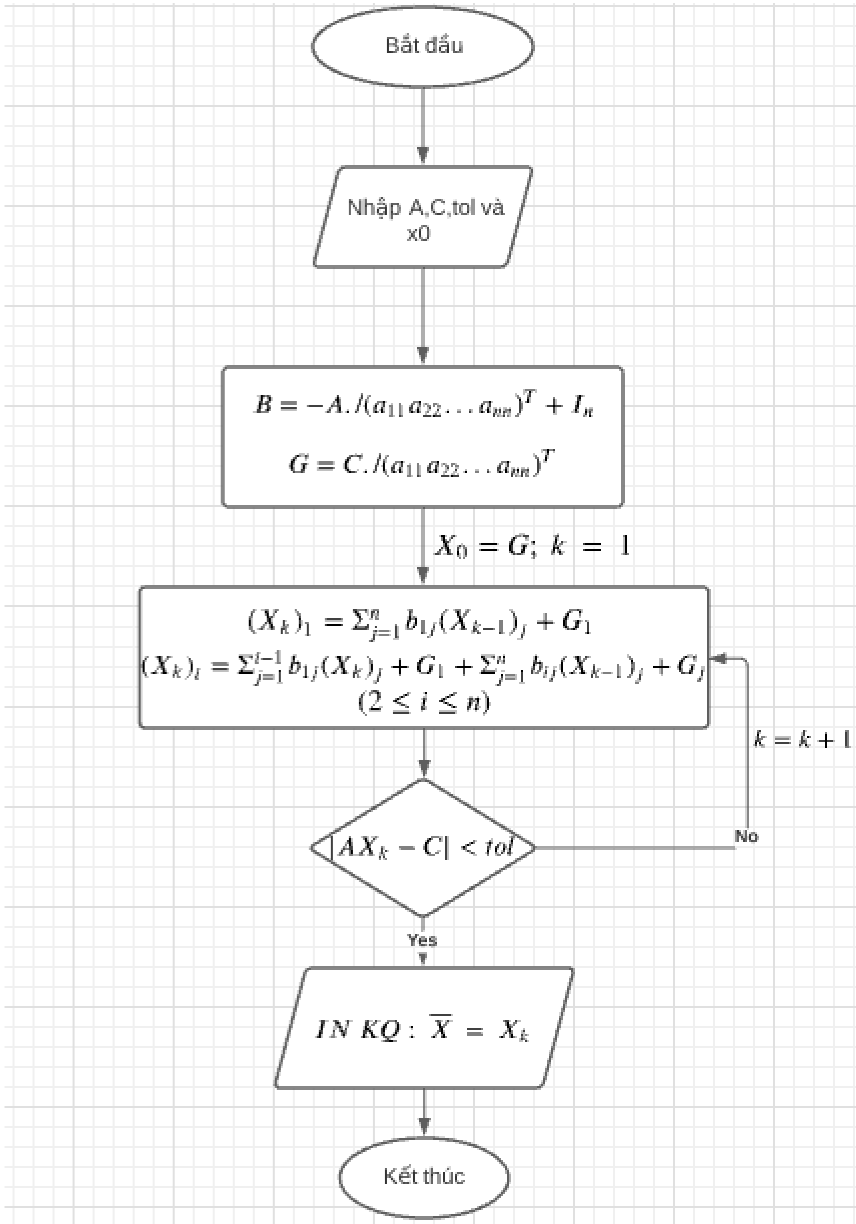
*Phương pháp phân tích LU



*Phương pháp lặp



*Phương pháp Seidel



3.2

Đoàn Thu Ngân - 1920302

a)

$$\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ x-y+4z=5 \\ -x+3y+4z=3 \end{cases}$$

Phương pháp khử Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 4 & 5 \\ -1 & 3 & 4 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{(1)\leftrightarrow(2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 & 3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[(3)\to(3)+(1)]{(2)\to(2)-2(1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -9 & -9 \\ 0 & 2 & 8 & 8 \end{array}\right) \xrightarrow{(3)\to(3)-\frac{2}{3}(2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -9 & -9 \\ 0 & 0 & 14 & 14 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x-y+4z=5 \\ 3y-9z=-9 \\ 14z=14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ z=1, y=0, x=1$$

Phương pháp phân tích LU

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ \bullet & 1 & \\ \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 1/2 & 1 & \\ -1/2 & \bullet & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ & \bullet & \bullet \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 1/2 & 1 & \\ -1/2 & \bullet & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ & -3/2 & 9/2 \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 1/2 & 1 & \\ -1/2 & -7/3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ & -3/2 & 9/2 \\ & & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Gọi Y là ma trận thỏa LY=C

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 1/2 & 1 & \\ -1/2 & -7/3 & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 9/2 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Ta có UX=Y

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ & -3/2 & 9/2 \\ & & 14 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 \\ 9/2 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = 1, y = 0, z = 1$$

b)

$$\begin{cases} x+y+2z=1 \\ 3x-y=1 \\ 2x+y-1z=5 \end{cases}$$

Phương pháp khử Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow[(3)\to(3)-2(1)]{(2)\to(2)-3(1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & -6 & -2 \\ 0 & -1 & -5 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{(3)\to(3)-\frac{1}{4}(2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & -7/2 & 7/2 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x+y+2z=1 \\ -4y-6z=-2 \\ -7/2z=7/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \; z=-1,\, y=-2,\, x=1$$

Phương pháp phân tích LU

$$\begin{bmatrix}1 & & \\ \bullet & 1 & \\ \bullet & \bullet & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bullet & \bullet & \bullet\\ & \bullet & \bullet\\ & & \bullet\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 3 & -1 & 0\\ 2 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & & \\ 3 & 1 & \\ 2 & \bullet & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ & \bullet & \bullet\\ & & \bullet\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 3 & -1 & 0\\ 2 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & & \\ 3 & 1 & \\ 2 & \bullet & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ & -4 & -6\\ & & \bullet\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 3 & -1 & 0\\ 2 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & & \\ 3 & 1 & \\ 2 & 1/4 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ & -4 & -6\\ & & -7/2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 3 & -1 & 0\\ 2 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

Gọi Y là ma trận thỏa LY=C

$$\begin{bmatrix}1 & & \\ 3 & 1 & \\ 2 & 1/4 & 1\end{bmatrix}Y=\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 5\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Y=\begin{bmatrix}1\\ -2\\ 7/2\end{bmatrix}$$

Ta có UX=Y

$$\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ & -4 & -6\\ & & -7/2\end{bmatrix}X=\begin{bmatrix}1\\ -2\\ 7/2\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ -1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x=1, y=2, z=-1$$

c)

$$\begin{cases} -x+2y+2z=3 \\ 2x-3y+z=-4 \\ 3x-2y-1z=-1 \end{cases}$$

Phương pháp khử Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & -4 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{(2)\to(2)-2(1) \\ (3)\to(3)-3(1)}]{(1)\to(1)*-1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 2 \\ 0 & 4 & 5 & 8 \end{array}\right) \xrightarrow{(3)\to(3)-4(2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & -15 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x-2y-2z=-3 \\ 1y+5z=2 \\ -15z=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ z=0, y=2, x=1$$

Phương pháp phân tích LU

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ \bullet & 1 & \\ \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ -2 & 1 & \\ -3 & \bullet & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ & \bullet & \bullet \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ -2 & 1 & \\ -3 & \bullet & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ & 1 & 5 \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ -2 & 1 & \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ & 1 & 5 \\ & & -15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Gọi Y là ma trận thỏa LY=C

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ -2 & 1 & \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ta có UX=Y

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ & 1 & 5 \\ & & -15 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = 1, y = 2, z = 0$$

d)

$$\begin{cases} x+4y-2z=6 \\ 3y-3z=6 \\ x+2y+1z=1 \end{cases}$$

Phương pháp khử Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & -3 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{(3)\to(3)-(1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & -3 & 6 \\ 0 & -2 & 3 & -5 \end{array}\right) \xrightarrow{(3)\to(3)+\frac{2}{3}(2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & -3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x+4y-2z=6 \\ 3y-3z=6 \\ 1z=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ z=-1, y=1, x=0$$

Phương pháp phân tích LU

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ \bullet & 1 & \\ \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 2 & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ & \bullet & \bullet \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 2 & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ & 3 & -3 \\ & & \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 2 & -2/3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ & 3 & -3 \\ & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Gọi Y là ma trận thỏa LY=C

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 2 & -2/3 & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Ta có UX=Y

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ & 3 & -3 \\ & & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

=> x=0, y=1, z=-1

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Kết luận: Từ những kết quả trên, ta thấy hệ phương trình giải bằng phương pháp khử Gauss và phương pháp phân tích LU cho kết quả giống nhau.

3.3

Huỳnh Tấn Thọ - 19120383

Bài 3.3a

$$\begin{cases} 5x + y + 2z = 5 \\ 3x + 8y + z = 8 \\ x - 3y + 10z = 10 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & -0.2 & -0.4 \\ -0.375 & 0 & -0.125 \\ -0.1 & 0.3 & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Phương pháp lặp

Đặt $x^{(0)} = G, x^{(n+1)} = Bx^{(n)} + G$. Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.5 \\ 1.2 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.42 \\ 0.70 \\ 1.11 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 0.416 \\ 0.7038 \\ 1.168 \end{pmatrix}; Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} 0.1198 \\ 0.046 \\ -0.0153 \end{pmatrix}$$

Phương pháp Seidel

Đặt $x^{(0)} = G, \begin{cases} x_{n+1} = -0.2y_n - 0.4z_n + 5 \\ y_{n+1} = -0.375x_{n+1} - 0.125z_n + 8. \\ z_{n+1} = -0.1x_{n+1} + 0.3y_{n+1} + 10 \end{cases}$

Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.725 \\ 1.1775 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.384 \\ 0.7088 \\ 1.1742 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 0.3885 \\ 0.7075 \\ 1.1734 \end{pmatrix};\ Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} -0.003 \\ -0.0008 \\ 0 \end{pmatrix}$$

<u>Nhận xét:</u> phương pháp Seidel cho ra nghiệm chính xác hơn với số lần lặp ít hơn

Bài 3.3b

$$\begin{cases} -10x + y - z = -10 \\ 2x + 20y - z = 21 \\ -x + 3y + 16z = 18 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & -0.1 & 0.1 \\ -0.1 & 0 & 0.05 \\ 0.0625 & -0.1875 & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.05 \\ 1.125 \end{pmatrix}$$

Phương pháp lặp

Đặt $x^{(0)} = G, x^{(n+1)} = Bx^{(n)} + G$. Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.9925 \\ 1.0063 \\ 0.9906 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1.0016 \\ 1.0003 \\ 0.9984 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 1.0002 \\ 0.9998 \\ 1.0000 \end{pmatrix}; Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} -0.0022 \\ -0.0044 \\ -0.0002 \end{pmatrix}$$

Phương pháp Seidel

Đặt $x^{(0)} = G, \begin{cases} x_{n+1} = -0.1y_n + 0.1z_n + 1 \\ y_{n+1} = -0.1x_{n+1} + 0.05z_n + 1.05 \\ z_{n+1} = 0.0625x_{n+1} - 0.1875y_{n+1} + 1.125 \end{cases}$.

Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.9925 \\ 1.007 \\ 0.9982 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1.0009 \\ 0.9998 \\ 1.0001 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \end{pmatrix};\ Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} 0.0003 \\ 0.0001 \\ 0.0000 \end{pmatrix}$$

<u>Nhận xét:</u> phương pháp Seidel cho ra nghiệm chính xác hơn

Bài 3.3c

$$\begin{cases} 3x - 7y + z = -8 \\ 4x - y - 2z = -4 \\ 2x + 3y + 6z = 26 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & 7/3 & -1/3 \\ 4 & 0 & -2 \\ -1/3 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} -8/3 \\ 4 \\ 13/3 \end{pmatrix}$$

Phương pháp lặp

Đặt $x^{(0)} = G, x^{(n+1)} = Bx^{(n)} + G$. Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 5.2222 \\ -15.3333 \\ 3.2222 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} -39.5185 \\ 18.4444 \\ 10.2593 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 36.9506 \\ -174.5926 \\ 8.284 \end{pmatrix}; Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} 1349.3 \\ 309.8 \\ -426.2 \end{pmatrix}$$

Phương pháp Seidel

Đặt $x^{(0)} = G, \begin{cases} x_{n+1} = -\frac{7}{3}y_n - \frac{1}{3}z_n - \frac{8}{3} \\ y_{n+1} = 4x_{n+1} - 2z_n + 4 \\ z_{n+1} = -\frac{1}{3}x_{n+1} - 0.5y_{n+1} + \frac{13}{3} \end{cases}.$

Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 5.2222 \\ 16.2222 \\ -5.5185 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 37.0247 \\ 163.1358 \\ -89.5761 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 407.8 \\ 1814.5 \\ -1038.9 \end{pmatrix};\ Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} -12509 \\ 1899 \\ 0 \end{pmatrix}$$

<u>Nhận xét:</u> cả hai phương pháp đều không cho ra nghiệm

Bài 3.3d

$$\begin{cases} 0.5x + 0.01y + 0.2z = 0.4 \\ 0.2x + 0.8y + 0.1z = 0.98 \\ 0.2x + y + 2z = 3.2 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & -0.02 & -0.4 \\ -0.25 & 0 & -0.125 \\ -0.1 & -0.5 & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 1.225 \\ 1.6 \end{pmatrix}$$

Phương pháp lặp

Đặt $x^{(0)} = G, x^{(n+1)} = Bx^{(n)} + G$. Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.1355 \\ 0.825 \\ 0.9075 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.4205 \\ 1.0777 \\ 1.174 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 0.3089 \\ 0.9731 \\ 1.0191 \end{pmatrix}; Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} -0.032 \\ -0.0378 \\ -0.1269 \end{pmatrix}$$

Phương pháp Seidel

Đặt $x^{(0)} = G, \begin{cases} x_{n+1} = -0.02y_n - 0.4z_n + 0.8 \\ y_{n+1} = -0.25x_{n+1} - 0.125z_n + 1.225 \\ z_{n+1} = -0.1x_{n+1} - 0.5y_{n+1} + 1.6 \end{cases}.$

Ta được:

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.1355 \\ 0.9911 \\ 1.0909 \end{pmatrix}; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.3438 \\ 1.0027 \\ 1.0643 \end{pmatrix}; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 0.3542 \\ 1.0034 \\ 1.0629 \end{pmatrix};\ Ax^{(3)} - C = \begin{pmatrix} -0.0003 \\ -0.0001 \\ 0 \end{pmatrix}$$

<u>Nhận xét:</u> phương pháp Seidel cho ra nghiệm chính xác hơn

3.4

Huỳnh Tấn Thọ - 19120383

Bài 3.4a

$$\begin{cases} x^5y^2z^2 = 90 \\ x^3y^7z^2 = 82 \\ x^3y^4z^{10} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2 = \dfrac{90}{x^5y^2} \\ x^3y^7\dfrac{90}{x^5y^2} = 82 \\ x^3y^4\left(\dfrac{90}{x^5y^2}\right)^5 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2 = \dfrac{90}{x^5y^2} \\ \dfrac{90y^5}{x^2} = 82 \\ \dfrac{90^5}{x^{22}y^6} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2 = \dfrac{90}{x^5y^2} \\ x^2 = \dfrac{90y^5}{82} \\ (x^2)^{11}y^6 = \dfrac{90^5}{18} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z^2 = \dfrac{90}{x^5y^2} \\ x^2 = \dfrac{90y^5}{82} \\ \left(\dfrac{90}{82}\right)^{11} y^{61} = \dfrac{90^5}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2 = \dfrac{90}{x^5y^2} \\ x^2 = \dfrac{90y^5}{82} \\ y = 1,3562 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2,244 \\ y = 1,3562 \\ z = 0,9273 \end{cases}$$

Bài 3.4b

$$\begin{cases} xy^4z^2 = 9 \\ x^5yz^2 = 12 \\ xyz^4 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{y^4z^2} \\ \left(\dfrac{9}{y^4z^2}\right)^5 yz^2 = 12 \\ \dfrac{9}{y^4z^2}yz^4 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{y^4z^2} \\ \dfrac{9^5}{y^{19}z^8} = 12 \\ \dfrac{9}{y^3}z^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{y^4z^2} \\ \dfrac{9^5}{y^{19}z^8} = 12 \\ z^2 = 2y^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{y^4z^2} \\ \dfrac{9^5}{y^{19}(2y^3)^4} = 12 \\ z^2 = 2y^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{y^4z^2} \\ \dfrac{9^5}{16y^{31}} = 12 \\ z^2 = 2y^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{y^4z^2} \\ y = 1,203 \\ z^2 = 2y^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,2343 \\ y = 1,203 \\ z = 1,8659 \end{cases}$$

3.5

Hà Bảo Khang – 19120252

3.5/ Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh giỏi, khá và trung bình

Ta cần giải hệ phương trình $\begin{cases} x = 98 \\ 10x + 10y + 5z = 4405 \\ 10x + 5y + 5z = 3125 \end{cases}$

$$\rightarrow \begin{cases} 10y + 5z = 3425 \\ 5y + 5z = 2145 \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp lặp $\rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & -0.5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 342.5 \\ 429 \end{pmatrix}$

Đặt $x^{(0)} = g = \begin{pmatrix} 342.5 \\ 429 \end{pmatrix}$ Xét dãy $\{x^{(n)}\}, n = \overline{0, \infty}$ được thiết lập như sau:

$$x^{(n+1)} = Bx^{(n)} + g, \forall n \geq 0$$

Từ đây ta suy ra $x^{(1)} = \begin{pmatrix} 128 \\ 86.5 \end{pmatrix}, x^{(2)} = \begin{pmatrix} 299.25 \\ 301 \end{pmatrix}, x^{(3)} = \begin{pmatrix} 192 \\ 129.75 \end{pmatrix},$

$$x^{(4)} = \begin{pmatrix} 277.625 \\ 237 \end{pmatrix}, x^{(5)} = \begin{pmatrix} 224 \\ 151.375 \end{pmatrix}$$

3.6

Hà Bảo Khang - 19120252

3.6/ Gọi x, y, z là số lượng của từng mẫu (kg)

Tổng khối lượng đồ chơi là 300kg => Khối lượng 3 túi bằng nhau là 100kg

Ta cần giải hệ phương trình $\begin{cases} 112x + 145y + 137z = 100 \\ 87x + 158y + 99z = 100 \\ 143x + 158y + 65z = 100 \end{cases}$

Sử dụng phương pháp lặp $\rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & -1.29 & -1.22 \\ -0.55 & 0 & -0.63 \\ -2.2 & -2.43 & 0 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 0.89 \\ 0.63 \\ 1.54 \end{pmatrix}$

Đặt $x^{(0)} = g = \begin{pmatrix} 0.89 \\ 0.63 \\ 1.54 \end{pmatrix}$ Xét dãy $\{x^{(n)}\}, n = \overline{0, \infty}$ được thiết lập như sau:

$$x^{(n+1)} = Bx^{(n)} + g, \forall n \geq 0$$

Từ đây ta suy ra $x^{(1)} = \begin{pmatrix} -1.8015 \\ -0.8297 \\ -1.9489 \end{pmatrix}, x^{(2)} = \begin{pmatrix} 4.3379 \\ 2.8486 \\ 17.5194 \end{pmatrix}, x^{(3)} = \begin{pmatrix} -11.9584 \\ -6.4931 \\ -14.9255 \end{pmatrix},$

$$x^{(4)} = \begin{pmatrix} 27.4752 \\ 16.6101 \\ 43.6267 \end{pmatrix}$$

3.7

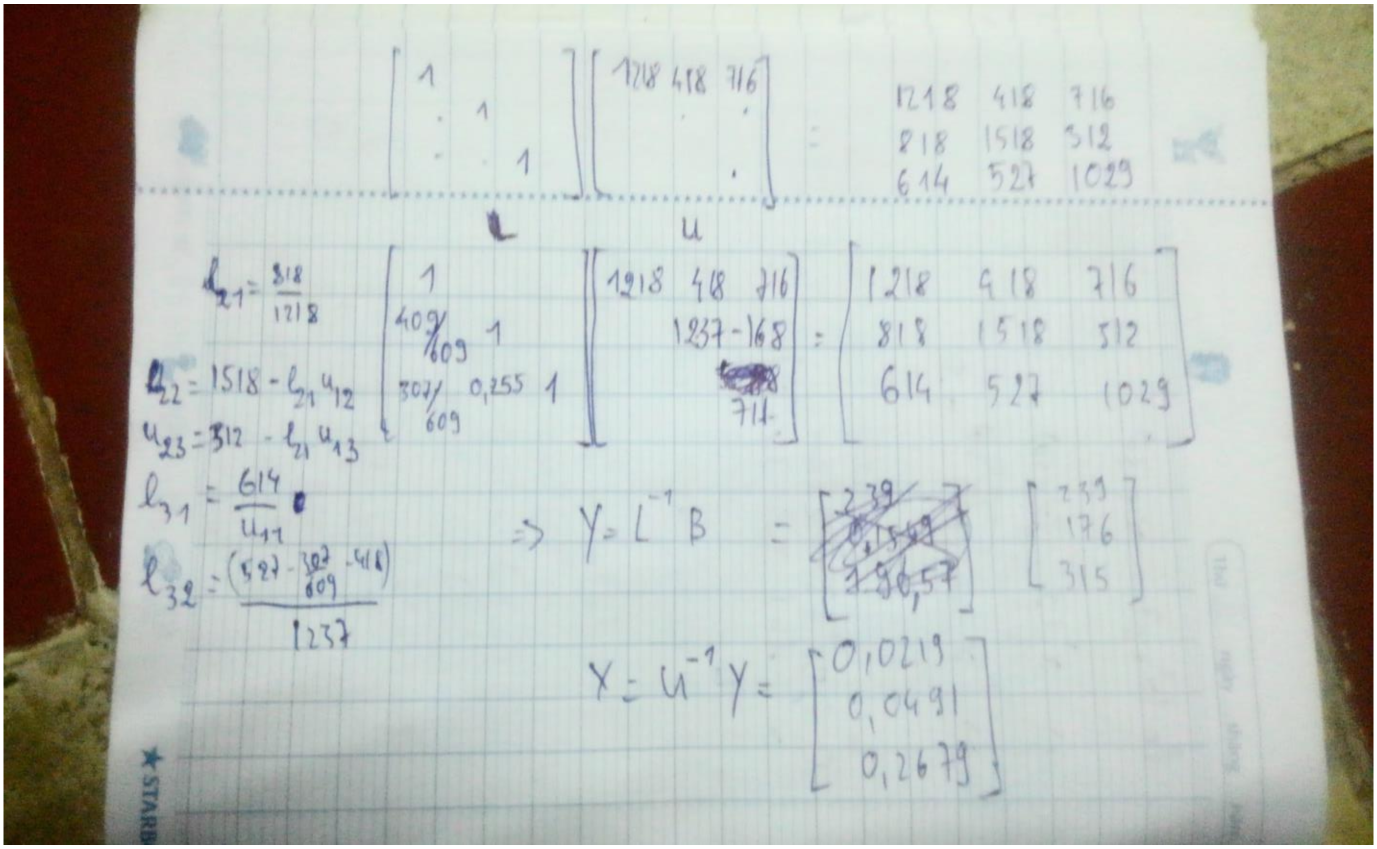
Đinh Huỳnh Tiến Phú - 19120325

Ta cần giải hệ phương trình:

1218x+418y+716z=2.39

818x+1518y+312z=1.76

614x+527y+1029z=3.15



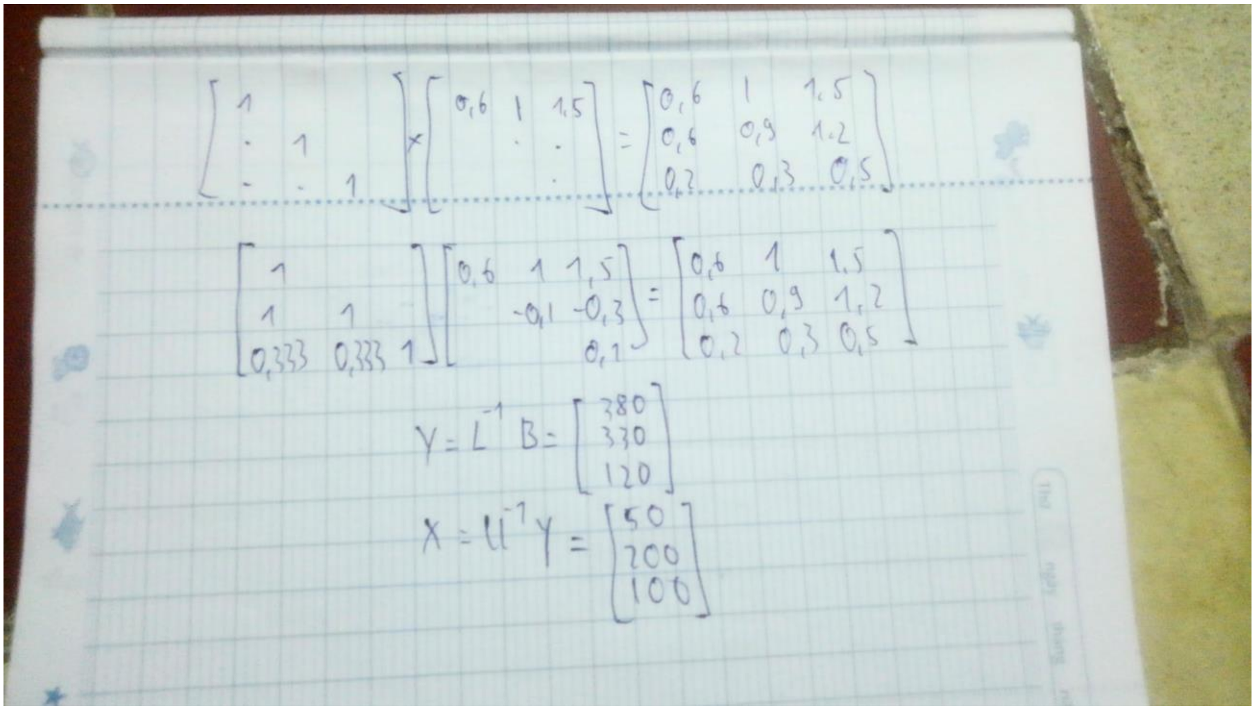
3.8

Đinh Huỳnh Tiến Phú - 19120325

0.6x+y+1.5z=380

0.6x+0.9y+1.2z=330

0.2x+0.3y+0.5z=120



$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ \cdot & 1 & \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,6 & 1 & 1,5 \\ & \cdot & \cdot \\ & & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6 & 1 & 1,5 \\ 0,6 & 0,9 & 1,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 1 & 1 & \\ 0,333 & 0,333 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,6 & 1 & 1,5 \\ & -0,1 & -0,3 \\ & & 0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6 & 1 & 1,5 \\ 0,6 & 0,9 & 1,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$Y = L^{-1} B = \begin{bmatrix} 380 \\ 330 \\ 120 \end{bmatrix}$$

$$X = U^{-1} Y = \begin{bmatrix} 50 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix}$$

3.9

Đoàn Thế Huy - 19120079

3.9.

Gọi x, y, z lần lượt là số bánh ~~thập cẩm~~ đậu xanh, thập cẩm và bánh dẻo.

$$\begin{cases} 0{,}04x + 0{,}06y + 0{,}05z = 284 \\ 0{,}07x + \quad\quad 0{,}02z = 1{,}65 \\ 3000x + 2000y + 2500z = 6\,540\,000 \end{cases}$$

Đặt $A = \begin{bmatrix} 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}05 \\ 0{,}07 & 0 & 0{,}02 \\ 3000 & 2000 & 2500 \end{bmatrix}$ $\quad C = \begin{bmatrix} 284 \\ 1{,}65 \\ 6\,540\,000 \end{bmatrix}$

Tìm $L . U = A$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}05 \\ & \cdot & \cdot \\ & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}05 \\ 0{,}07 & 0 & 0{,}02 \\ 3000 & 2000 & 2500 \end{bmatrix}$$

$0{,}04\, L_{21} = 0{,}07 \Rightarrow L_{21} = 1{,}75$

$0{,}04\, L_{31} = 3000 \Rightarrow L_{31} = 75\,000$

$0{,}06\, L_{21} + U_{22} = 0 \Rightarrow U_{22} = -0{,}06\, L_{21} = -0{,}105$

$0{,}05\, L_{21} + U_{23} = 0{,}02 \Rightarrow U_{23} = 0{,}02 - 0{,}05\, L_{21}$

$= -0{,}0675$

Date:

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 1{,}75 & 1 & \\ 75000 & \cdot & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}05 \\ & -0{,}105 & -0{,}0675 \\ & & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}05 \\ 0{,}07 & 0 & 0{,}02 \\ 3000 & 2000 & 2500 \end{bmatrix}$$

$0{,}06 . 75000 - 0{,}105 L_{32} = 2000$

$\Rightarrow L_{32} = 23809{,}5$

$75000 . 0{,}05 - 0{,}0675 . L_{32} + u_{33} = 2500$

$\Rightarrow u_{33} = \cancel{7857{,}1}\ 357{,}1$

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 1{,}75 & 1 & \\ 75000 & 23809{,}5 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}05 \\ & -0{,}105 & -0{,}0675 \\ & & 357{,}1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}05 \\ 0{,}07 & 0 & 0{,}02 \\ 3000 & 2000 & 2500 \end{bmatrix}$$

Xét $LY = C$

$$\Rightarrow Y = L^{-1} . C = \begin{bmatrix} 284 \\ -332 \\ -6855246 \end{bmatrix}$$

$$UX = Y \Rightarrow X = U^{-1} Y = \begin{bmatrix} 7842 \\ 15503 \\ -19196 \end{bmatrix}$$

3.10

Phan Đặng Diễm Uyên – 19120426

Bài 3.10

Gọi giá bán mỗi áo là x, giá bán mỗi quần là y, giá bán mỗi váy là z (đơn vị: đồng)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 12x & + & 21y & + & 18z & = & 5349000 \\ 16x & + & 24y & + & 12z & = & 5600000 \\ 24x & + & 15y & + & 12z & = & 5259000 \end{cases}$$

Suy ra:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ 16 & 24 & 12 \\ 24 & 15 & 12 \end{bmatrix}, \qquad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 5349000 \\ 5600000 \\ 5259000 \end{bmatrix}$$

Ta có:

- $\begin{bmatrix} 1 & & \\ x_1 & 1 & \\ x_2 & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ & y_1 & y_2 \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ 16 & 24 & 12 \\ 24 & 15 & 12 \end{bmatrix}$

$$x_1.12 + 1.0 + 0.0 = 16 => x_1 = \frac{4}{3}$$

$$x_2.12 + 0.0 + 1.0 = 24 => x_2 = 2$$

$$\frac{4}{3}.21 + 1.y_1 + 0.0 = 24 => y_1 = -4$$

$$\frac{4}{3}.18 + 1.y_2 + 0.0 = 12 => y_2 = -12$$

- $\begin{bmatrix} 1 & & \\ \frac{4}{3} & 1 & \\ 2 & x_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ & -4 & -12 \\ & & y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ 16 & 24 & 12 \\ 24 & 15 & 12 \end{bmatrix}$

$$2.21 - 4.x_1 + 1.0 = 15 => x_1 = \frac{27}{4}$$

$$2.18 + \frac{27}{4}.(-12) + 1.y_1 = 12 => y_1 = 57$$

- $\begin{bmatrix} 1 & & \\ \frac{4}{3} & 1 & \\ 2 & \frac{27}{4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ & -4 & -12 \\ & & 57 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ 16 & 24 & 12 \\ 24 & 15 & 12 \end{bmatrix}$

Gọi Y là ma trận thoả $LY = C$

=> $$\begin{bmatrix} 1 & & \\ \frac{4}{3} & 1 & \\ 2 & \frac{27}{4} & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 5349000 \\ 5600000 \\ 5259000 \end{bmatrix}$$

=> $$Y = \begin{bmatrix} 5349000 \\ -1532000 \\ 4902000 \end{bmatrix}$$

Ta có : $UX = Y$

=> $$\begin{bmatrix} 12 & 21 & 18 \\ & -4 & -12 \\ & & 57 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 5349000 \\ -1532000 \\ 4902000 \end{bmatrix}$$

=> $$X = \begin{bmatrix} 98000 \\ 125000 \\ 86000 \end{bmatrix}$$

<u>Kết luận</u> : giá bán mỗi áo là 98000 đồng, giá bán mỗi quần là 125000 đồng, giá bán mỗi váy là 86000 đồng.

3.11

Trần Thái Bảo - 19120458

Gọi x,y,z lần lượt là số ảnh nhỏ, vừa, lớn mà Andrea phải bán

Theo đề ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 10x + 15y + 40z = 300 \\ x - y - z = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

Suy ra được các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 300 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Phân tích dưới dạng A = LU

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x1 & 1 & 0 \\ x2 & x3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 0 & y1 & y2 \\ 0 & 0 & y3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$10 * x1 = 1 => x1 = \frac{1}{10}$$

$$10 * x2 = 0 => x2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/10 & 1 & 0 \\ 0 & x3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 0 & y1 & y2 \\ 0 & 0 & y3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{10} * 15 + y1 = -1 => y1 = -\frac{5}{2}$$

$\frac{1}{10} * 40 + y2 = -1 => y2 = -5$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/10 & 1 & 0 \\ 0 & x3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 0 & -5/2 & -5 \\ 0 & 0 & y3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$x3 * -\frac{5}{2} = 1 => x3 = \frac{-2}{5}$

$\frac{-2}{5} * -5 + y3 = -2 => y3 = -4$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/10 & 1 & 0 \\ 0 & -2/5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 0 & -5/2 & -5 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Đặt Y sao cho LY = C

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/10 & 1 & 0 \\ 0 & -2/5 & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 300 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$=> Y = \begin{bmatrix} 300 \\ -30 \\ -12 \end{bmatrix}$$

Ta có UX = Y

$$\begin{bmatrix} 10 & 15 & 40 \\ 0 & -5/2 & -5 \\ 0 & 0 & -5/3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 300 \\ -30 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$=> X = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Vậy Andrea cần phải bán 9 ảnh nhỏ, 6 ảnh vừa và 3 ảnh lớn