

CHƯƠNG 5

5.1

Hà Bảo Khang - 19120252

5.1/ Công thức sai phân tiến

$$\overline{f'_{SPT}}(25) = \frac{f(30) - f(25)}{30 - 25} = \frac{3,4012 - 3,2189}{5} = 0.03646$$

$$\text{Sai số: } \left| \frac{\overline{f'_{SPT}}(25) - f'(25)}{f'(25)} \right| = \left| \frac{0.03646 - 0.04}{0.04} \right| = 0.0885$$

Công thức ba điểm giữa

$$\overline{f'_{3DG}}(25) = \frac{1}{2.5} (-f(20) + f(30)) = \frac{1}{10} (-2.9957 + 3.4012) = 0.04055$$

$$\text{Sai số: } \left| \frac{\overline{f'_{3DG}}(25) - f'(25)}{f'(25)} \right| = \left| \frac{0.04055 - 0.04}{0.04} \right| = 0.01375$$

5.2

Đinh Huỳnh Tiến Phú - 19120325

5.2) Bảng 2

a) $f'_{3DG}(0,5) = \frac{1}{2 \cdot 0,05} (-0,4350 + 0,5227) = 0,877$

$f'_{SPT}(0,5) = \frac{0,5227 - 0,4794}{0,05} = 0,866$

Bảng 2:

$f'_{3DG}(0,5) = \frac{1}{2 \cdot 0,1} (-0,3894 + 0,5646) = 0,876$

$f'_{SPT}(0,5) = \frac{0,5646 - 0,4794}{0,1} = 0,852$

b) $f'(0,5) = \cos(0,5) = 0,8776$

$\delta(f'_{3DG}, f') = \frac{0,8776 - 0,877}{0,8776} = 6,83 \cdot 10^{-4} = 0,068\%$

$\delta(f'_{SPT}, f') = \frac{0,8776 - 0,866}{0,8776} = 0,0132 = 1,32\%$

$\delta(f'_{3DG}, f') = \frac{0,8776 - 0,876}{0,8776} = 1,823 \cdot 10^{-3} = 0,18\%$

$\delta(f'_{SPT}, f') = \frac{0,8776 - 0,852}{0,8776} = 0,0292 = 2,92\%$

\Rightarrow Vậy bảng 2 chính xác hơn

5.3

Đoàn Thế Huy - 19120079

a. $\overline{f'_{3DG}}(1,4) \approx \frac{f(1,6) - f(1,4)}{2 \cdot 0,2} = \frac{-1,0240 + 1,1152}{0,4} = 0,228$

b. $f(x) = x^3 - 2x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x \Rightarrow f'(1,4) = 0,28$

$\delta \overline{f'_{3DG}}(1,4) = \frac{0,28 - 0,228}{0,28} \approx 0,1857 = 18,57\%$

5.4

Trần Vũ Việt Cường - 19120465

x	2,4	2,5	2,6
f(x)	10,36800	12,5	14,8720

x	2,3	2,5	2,7
f(x)	8,4640	12,5	17,4960

a) Áp dụng công thức tính đạo hàm cấp 2 cho cả 2 bảng với $x_0 = 2,5$, ta có:

$$\overline{f''(x_0)} = \frac{1}{h^2} (f(x_0 - h) - 2f(x_0) + f(x_0 + h))$$

Bảng 1: $h = 0,1$

$$\overline{f''(2,5)} = \frac{1}{0,1^2} (f(2,4) - 2f(2,5) + f(2,6))$$

$$\overline{f''(2,5)} = \frac{1}{0,1^2} (10,36800 - 2.12,5 + 14,8720) = 24$$

Bảng 2: $h = 0,2$

$$\overline{f''(2,5)} = \frac{1}{0,2^2} (f(2,3) - 2f(2,5) + f(2,7))$$

$$\overline{f''(2,5)} = \frac{1}{0,2^2} (8,4640 - 2.12,5 + 17,4960) = 24$$

b) Ta có:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2$$

Đạo hàm cấp 1:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

Đạo hàm cấp 2:

$$f''(x) = 12x - 6$$

Đạo hàm cấp 2 tại $x_0 = 2,5$:

$$f''(2,5) = 24$$

Sai số ở cả hai bảng đều là 0. Hai bảng đều có giá trị sử dụng như nhau vì cho ra các kết quả có sai số giống nhau.

5.5

Huỳnh Tấn Thọ - 19120383

$$f(x) = \frac{e^{x^2} + 2\sin x}{\cos x + x^2 \ln x}; x_0 = 1$$

Phương pháp sai phân tiến với $h = 0,05$

$$f'_{SPT}(1) \approx \frac{f(1,05) - f(1)}{0,05} = 9,2577$$

Phương pháp sai phân lùi với $h = 0,05$

$$f'_{SPL}(1) \approx \frac{f(1) - f(0,95)}{0,05} = 10,0347$$

Phương pháp ba điểm giữa với $h = 0,05$

$$f'_{3DG}(1) \approx \frac{-f(0,95) + f(1,05)}{0,05 \cdot 2} = 9,6462$$

$$g(x) = \frac{1}{e^{\cos x} + \ln(\sin x)}; x_0 = 2$$

Phương pháp sai phân tiến với $h = 0,05$

$$g'_{SPT}(2) \approx \frac{g(2,05) - g(2)}{0,05} = 3,7013$$

Phương pháp sai phân lùi với $h = 0,05$

$$g'_{SPL}(2) \approx \frac{g(2) - g(1,95)}{0,05} = 3,0104$$

Phương pháp ba điểm giữa với $h = 0,05$

$$g'_{3DG}(2) \approx \frac{-g(1,95) + g(2,05)}{0,05 \cdot 2} = 3,3559$$

5.6

Ngô Trọng Đức - 19120061

Chương 5

Bài 5.6

$$a) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + \sin x}}, x_0 = 9, h = 0,1$$

$$\begin{aligned} f''(9) &\approx \frac{1}{0,1^2} (f(8,9) - 2 \cdot f(9) + f(9,1)) \\ &= 0,0026 \end{aligned}$$

$$b) g(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2 - x} + e^x}{\sqrt{x}}, x_0 = 4, h = 0,2$$

$$\begin{aligned} g''(4) &\approx \frac{1}{0,2^2} (f(3,8) - 2 \cdot f(4) + f(4,2)) \\ &= 0,0542 \end{aligned}$$

$$c) h(x) = \sqrt{\frac{e^x - e^{-x}}{\sin x + \cos x}}, x_0 = 1,5, h = 0,1$$

$$h''(1,5) \approx \frac{1}{0,1^2} (f(1,4) - 2 \cdot f(1,5) + f(1,6))$$

Hàm số không tồn tại vì $\sin x < x, \forall x \in \mathbb{R}$

5.7

Đoàn Thu Ngân - 19120302

Chương 5, bài 7



Khoảng cách (m)	0	10	20	30	40	50
Độ sâu (m)	0	0.8	1.3	1.8	2.1	3

Hãy xác định độ dốc của bãi biển này. Bãi biển này có nguy hiểm cho người tắm biển hay không.



Áp dụng công thức 5 điểm cuối với $h=10$

$$\begin{aligned}\overline{f'_{5DC}}(x_0) &= \frac{1}{12h}(-25f(x_0) + 48f(x_0 + h) - 36f(x_0 + 2h) + 16f(x_0 + 3h) - 3f(x_0 + 4h)) \\ &= \frac{1}{12 \cdot 10}(-25f(0) + 48f(0 + 10) - 36f(0 + 20) + 16f(0 + 30) - 3f(0 + 40)) \\ &= \frac{1}{120}(-25 \cdot 0 + 48 \cdot 0.8 - 36 \cdot 1.3 + 16 \cdot 1.8 - 3 \cdot 2.1) \\ &= 0.1175\end{aligned}$$

Vậy, bãi biển sâu thêm 0.1175m mỗi mét xa bờ, nên nó tương đối nguy hiểm

5.8

Phan Đăng Diễm Uyên - 19120426

Theo đề bài, $y(t)$ là số lượng vi khuẩn được nuôi trong phòng thí nghiệm tại thời gian t .

$\Rightarrow y'(t)$ là tốc độ phát triển của nhóm vi khuẩn này.

$\Rightarrow y''(t)$ là gia tốc phát triển của nhóm vi khuẩn này.

a. Tốc độ phát triển xấp xỉ bằng công thức ba điểm giữa:

$$y'(t_0) \simeq \frac{1}{2h} (y(t_0 + h) - y(t_0 - h))$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} y'(3) &\simeq \frac{1}{2 \cdot 3} (y(6) - y(0)) \simeq \frac{1}{6} (139,42 - 12,387) \\ &\simeq 21,1722 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y'(6) &\simeq \frac{1}{2 \cdot 3} (y(9) - y(3)) \simeq \frac{1}{6} (339,671 - 57,284) \\ &\simeq 47,0645 \end{aligned}$$

Kết luận:

Tại thời điểm $t = 3$, tốc độ phát triển của nhóm vi khuẩn này là 21,1722 (số lượng / giờ).

Tại thời điểm $t = 6$, tốc độ phát triển của nhóm vi khuẩn này là 47,0645 (số lượng / giờ).

b. Gia tốc phát triển xấp xỉ bằng công thức đạo hàm cấp hai:

$$y''(t_0) \approx \frac{1}{h^2} (y(t_0 - h) - 2y(t_0) + y(t_0 + h))$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} y''(3) &\approx \frac{1}{3^2} (y(0) - 2y(3) + y(6)) \approx \frac{1}{9} (12,387 - 2.57,284 + 139,42) \\ &\approx 4,1377 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y''(6) &\approx \frac{1}{3^2} (y(3) - 2y(6) + y(9)) \approx \frac{1}{9} (57,284 - 2.139,42 + 339,671) \\ &\approx 13,1239 \end{aligned}$$

Kết luận:

Tại thời điểm $t = 3$, gia tốc phát triển của nhóm vi khuẩn này là 4,1377 (bình phương số lượng / giờ).

Tại thời điểm $t = 6$, gia tốc phát triển của nhóm vi khuẩn này là 13,1239 (bình phương số lượng / giờ).

Vì độ lớn của gia tốc phát triển thay đổi theo thời gian, nhóm vi khuẩn này không phát triển nhanh dần đều.

5.9

Lưu Đức Vũ - 19120433

Doanh thu | 10,217 | 10,365 | 12,765 | 11,698

Tốc độ phát triển của mỗi tháng là ~~đạo hàm~~ giá trị của đạo hàm tại thời điểm đó.

Tháng 3, áp dụng đạo hàm bằng sai phân tiến với $h=3$.

$$f'_{SPT_1}(3) = \frac{f_1(6) - f_1(3)}{3} \approx 0,3953$$

$$f'_{SPT_2}(3) = \frac{f_2(6) - f_2(3)}{3} \approx 0,0493$$

\Rightarrow Tốc độ phát triển tại tháng 3 ~~giảm 99,93%~~ ~~giảm 801,83%~~ ^{giảm 99,93%}

Tại tháng 6, áp dụng đạo hàm bằng sai phân lùi, $h=3$

$$f'_{SPT_2}(6) = \frac{-f_2(3) + f_2(9)}{2 \cdot 3} \approx 0,3748$$

$$f'_{SPT_2}(6) = \frac{-f_2(3) + f_2(9)}{2 \cdot 3} \approx 0,4247$$

\Rightarrow Tốc độ phát triển tại tháng 6 tăng 13,31%

Tại tháng 9, áp dụng đạo hàm bằng sai phân lùi, $h=3$

$$f'_{SPT_2}(9) = \frac{-f_2(6) + f_2(12)}{2 \cdot 3} \approx 0,0667$$

$$f'_{SPT_2}(9) = \frac{-f_2(6) + f_2(12)}{6} \approx 0,2222$$

\Rightarrow Tốc độ phát triển tại tháng 9 tăng 233,13%

Tại tháng 12, áp dụng sai phân lùi $h=3$

$$J_{SPL_1}(12) = \frac{f_1(12) - f_1(9)}{3} \approx -0,221$$

$$J_{SPL_2}(12) = \frac{f_2(12) - f_2(9)}{3} \approx -0,3557$$

\Rightarrow Tổng phải nhận tại tháng 12 giảm 60,59%

5.10

Trần Thái Bảo - 19120458

$$v(t) = 2000 \ln \left(\frac{14 \cdot 10^4}{14 \cdot 10^4 - 2100t} \right) - 9.8t \text{ với } 0 \leq t \leq 30$$

a) Sai phân tiến với $\Delta t = 2s$ tại $t = 16s$

$$v'_{SPT}(16) = \frac{v(18) - v(16)}{2} \approx 30.4739$$

b) Sai phân lùi với $\Delta t = 2s$ tại $t = 16s$

$$v'_{SPL}(16) = \frac{v(16) - v(14)}{2} \approx 28.9145$$

c) Sai phân 3 điểm giữa với $\Delta t = 2s$ tại $t = 16s$

$$v'_{3DG}(16) = \frac{v(18) - v(14)}{2 \cdot 2} \approx 29.6942$$

5.11

Đoàn Thế Huy - 19120079

Thời gian t	0	25	50	75	100	125
Quãng đường y	0	32	58	78	92	100

$$v(t) = y'(t), a(t) = y''(t)$$

$$v(0) = y'(0) \approx \frac{1}{2.25} (-3y(0) + 4y(25) - y(50)) = \frac{1}{50} (-3.0 + 4.32 - 58) = 1.4(km/s)$$

$$v(25) = y'(25) \approx \frac{1}{2.25} (-y(0) + y(50)) = \frac{1}{50} (58) = 1.16(km/s)$$

$$a(25) = y''(25) \approx \frac{1}{25^2} (y(0) - 2y(25) + y(50)) = \frac{1}{25^2} (0 - 2.32 + 58) = -9.6 \cdot 10^{-3}(km/s^2)$$

$$v(50) = y'(50) \approx \frac{1}{2.25} (-y(25) + y(75)) = \frac{1}{50} (78 - 32) = 0.92(km/s)$$

$$a(50) = y''(50) \approx \frac{1}{25^2} (y(25) - 2y(50) + y(75)) = \frac{1}{25^2} (32 - 2.58 + 78) = -9.6 \cdot 10^{-3}(km/s^2)$$

$$v(75) = y'(75) \approx \frac{1}{2.25} (-y(50) + y(100)) = \frac{1}{50} (92 - 58) = 0.68(km/s)$$

$$a(75) = y''(75) \approx \frac{1}{25^2} (y(50) - 2y(75) + y(100)) = \frac{1}{25^2} (58 - 2.78 + 92) = -9.6 \cdot 10^{-3}(km/s^2)$$

$$v(100) = y'(100) \approx \frac{1}{2.25} (-y(75) + y(125)) = \frac{1}{50} (100 - 78) = 0.44(km/s)$$

$$a(100) = y''(100) \approx \frac{1}{25^2} (y(75) - 2y(100) + y(125)) = \frac{1}{25^2} (78 - 2.92 + 100) = -9.6 \cdot 10^{-3}(km/s^2)$$

$$v(125) = y'(125) \approx \frac{1}{25} (y(125) - y(100)) = \frac{1}{25} (100 - 92) = 0.32(km/s)$$

5.12

Hà Bảo Khang - 19120252

5.12/

Gọi v là vận tốc, y là quãng đường với thời gian t (phút)

$$v(t) = y'(t)$$

Chọn mốc thời gian bắt đầu là lúc 13h10

Địa điểm	Sài Gòn	Dĩ An	Biên Hòa	Long Khánh	Gia Ray	Suối Khiết	Bình Thuận
Khoảng cách	0	27	42	92	115	148	200
Thời gian(t)	0	30	45	59	69	95	104
Vận tốc(v)	0	0.9	1	3.571	2.3	1.269	5.778

a) Áp dụng công thức sai phân tiến để tính vận tốc (km/phút)

Tại Sài Gòn:

$$v(0) = y'(0) = 0$$

Tại Dĩ An:

$$v(30) = y'(30) = \frac{27 - 0}{30} = 0.9$$

Tại Biên Hòa:

$$v(45) = y'(45) = \frac{42 - 27}{15} = 1$$

Tại Long Khánh:

$$v(59) = y'(59) = \frac{92 - 42}{14} = 3.571$$

Tại Gia Ray:

$$v(69) = y'(69) = \frac{115 - 92}{10} = 2.3$$

Tại Suối Khiết:

$$v(95) = y'(95) = \frac{148 - 115}{26} = 1.269$$

Tại Bình Thuận:

$$v(104) = y'(104) = \frac{200 - 148}{9} = 5.778$$

- b) Vậy tàu lửa chạy nhanh nhất tại Bình Thuận với vận tốc $5.778 \text{ km/phút} = 346.667 \text{ km/h}$ và chạy chậm nhất tại Dĩ An với $0.9 \text{ km/phút} = 54 \text{ km/h}$