

CHƯƠNG 4

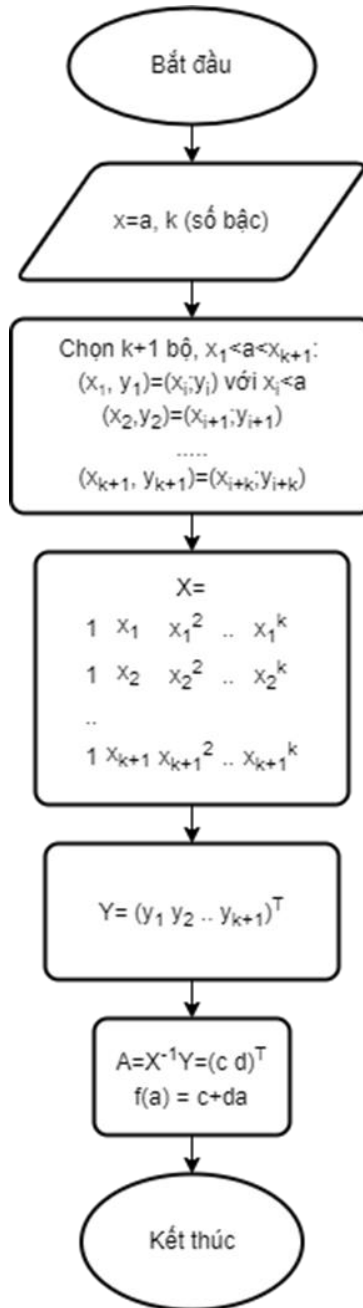
4.1

Hà Bảo Khang - 19120252

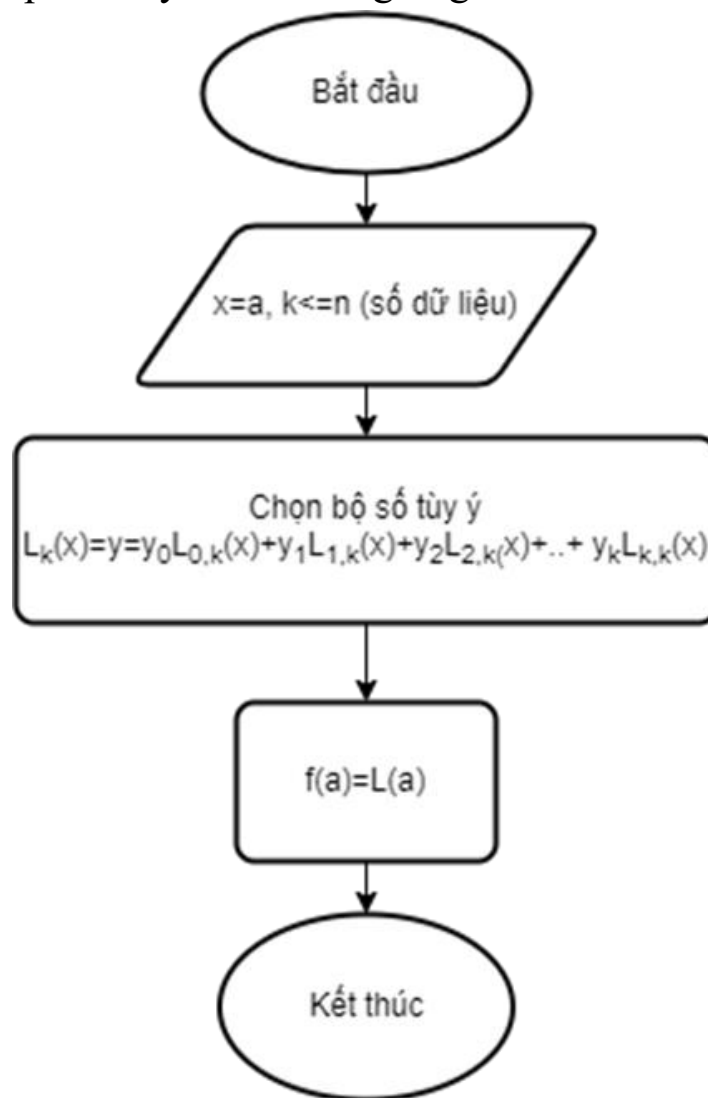
Giả sử $f(x)$ nhận giá trị y_i tại các điểm tương ứng x_i ($0 \leq i \leq n$)

Nội suy giá trị $f(x)$ tại $x = a$

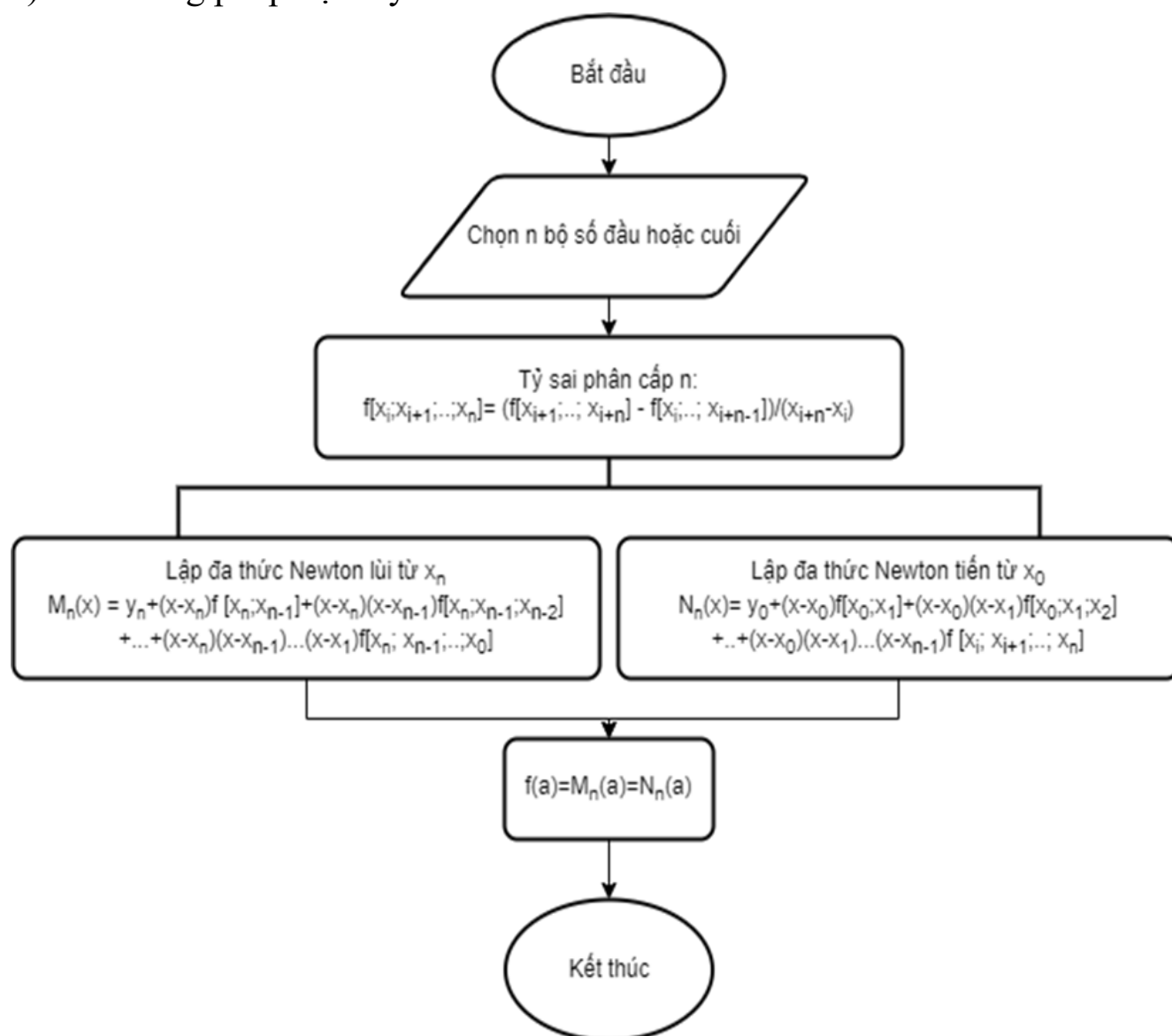
a) Phương pháp nội suy đa thức tổng quát



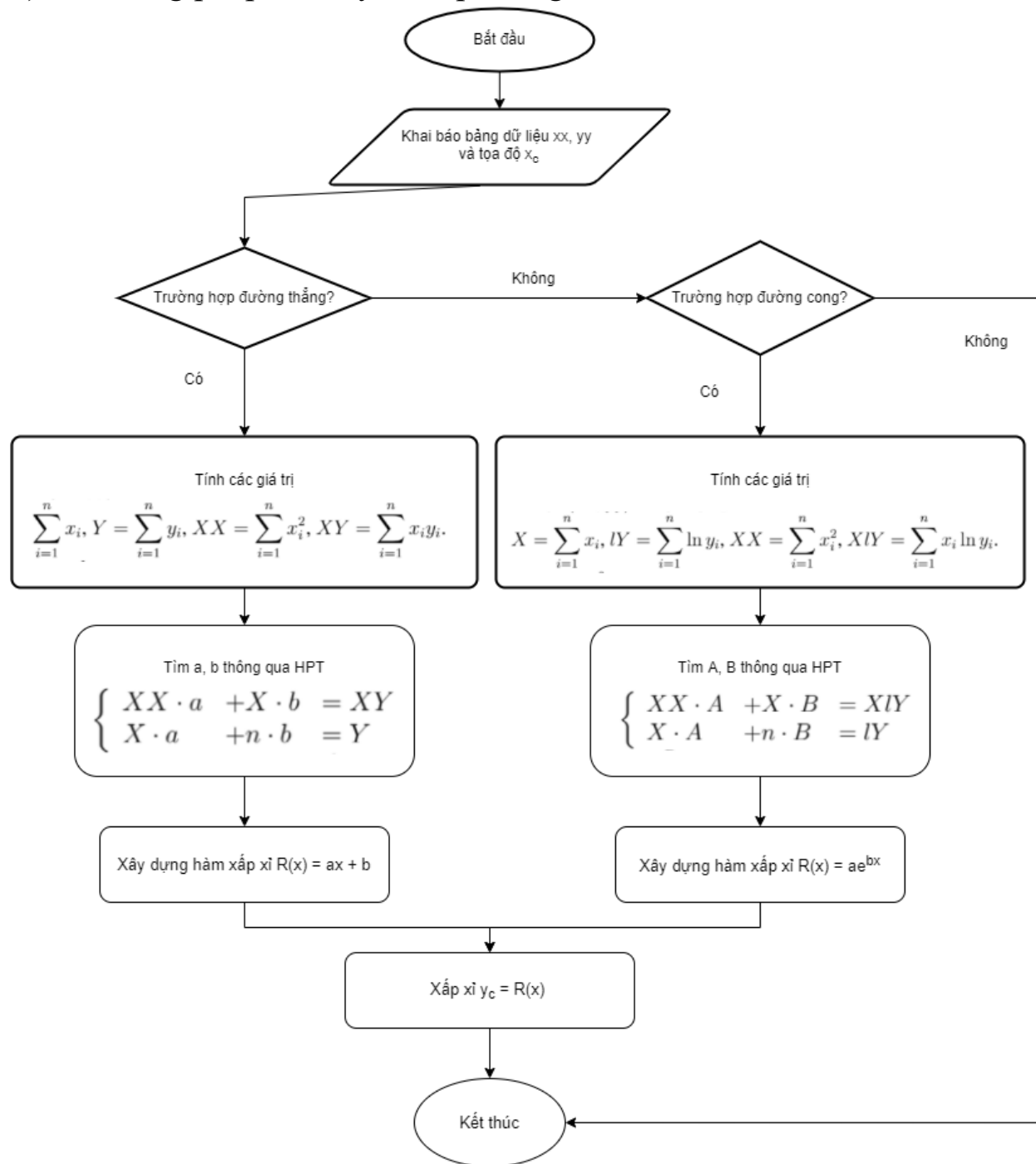
b) Phương pháp nội suy đa thức Lagrange



c) Phương pháp nội suy đa thức Newton



d) Phương pháp nội suy bình phương nhỏ nhất



4.2

Huỳnh Tấn Thọ - 19120383

Bài 4.2

x	0	2	5	6,5
f(x)	5	3,7	5,3	4,2

Tính xấp xỉ $f(1)$ bằng đa thức bậc 1

Chọn bộ dữ liệu $(x_1; y_1) = (0; 5)$ và $(x_2; y_2) = (2; 3,7)$

$$\text{Đặt: } X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 5 \\ 3,7 \end{bmatrix}$$

Ta được: $A = X^{-1}Y = [5; -0,65]^T$. Vậy $f(1) = 5 - 0,65 \times 1 = 4,35$

Tính xấp xỉ $f(3)$ bằng đa thức bậc 1

Chọn bộ dữ liệu $(x_1; y_1) = (2; 3,7)$ và $(x_2; y_2) = (5; 5,3)$

$$\text{Đặt: } X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 3,7 \\ 5,3 \end{bmatrix}$$

Ta được: $A = X^{-1}Y = [2,6333; 0,5333]^T$. Vậy $f(3) = 2,6333 + 0,5333 \times 3 = 4,2332$

Tính xấp xỉ $f(6)$ bằng đa thức bậc 1

Chọn bộ dữ liệu $(x_1; y_1) = (5; 5,3)$ và $(x_2; y_2) = (6,5; 4,2)$

$$\text{Đặt: } X = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6,5 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 5,3 \\ 4,2 \end{bmatrix}$$

Ta được: $A = X^{-1}Y = [8,9667; -0,7333]^T$. Vậy $f(6) = 8,9667 - 0,7333 \times 6 = 4,5669$

Tính xấp xỉ $f(1), f(3), f(6)$ bằng đa thức bậc 3

Chọn bộ dữ liệu: $(x_1, y_1) = (0; 5); (x_2, y_2) = (2; 3,7);$

$(x_3, y_3) = (5; 5,3); (x_4, y_4) = (6,5; 4,2)$

$$\text{Đặt: } X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \\ 1 & 6,5 & 6,5^2 & 6,5^3 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 5 \\ 3,7 \\ 5,3 \\ 4,2 \end{bmatrix}$$

Ta được: $A = X^{-1}Y = [5; -1,9205; 0,7947; -0,0797]^T$

$$f(1) = 5 + (-1,9205)1 + 0,7947 \times 1^2 + (-0,0797)1^3 = 3,7945$$

$$f(3) = 5 + (-1,9205)3 + 0,7947 \times 3^2 + (-0,0797)3^3 = 4,2389$$

$$f(6) = 5 + (-1,9205)6 + 0,7947 \times 6^2 + (-0,0797)6^3 = 4,871$$

4.3

Huỳnh Tấn Thọ - 19120383

Bài 4.3a

x	1	3	5	7
f(x)	1	12	8	16

Đa thức Lagrange bậc 3:

$$L_3(x) = 1 \frac{(x-3)(x-5)(x-7)}{(1-3)(1-5)(1-7)} + 12 \frac{(x-1)(x-5)(x-7)}{(3-1)(3-5)(3-7)} + 8 \frac{(x-1)(x-3)(x-7)}{(5-1)(5-3)(5-7)} + 16 \frac{(x-1)(x-3)(x-5)}{(7-1)(7-3)(7-5)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x-3)(x-5)(x-7)}{-48} + 12 \frac{(x-1)(x-5)(x-7)}{16} + 8 \frac{(x-1)(x-3)(x-7)}{-16} + 16 \frac{(x-1)(x-3)(x-5)}{48}$$

$$L_3(x) = \frac{9}{16}x^3 - \frac{111}{16}x^2 + \frac{415}{16}x - \frac{297}{16}$$

Vậy $f(2) = 10,0625$; $f(4) = 10,1875$; $f(6) = 8,8125$.

Đa thức Newton bậc 3:

x	y	TSP1	TSP2	TSP3
1	1			
		5,5		
3	12		-1,875	
		-2		0,5625
5	8		1,5	
		4		
7	16			

$$N_3(x) = 1 + 5,5(x-1) + (-1,875)(x-1)(x-3) + 0,5625(x-1)(x-3)(x-5)$$

$$N_3(x) = \frac{9}{16}x^3 - \frac{111}{16}x^2 + \frac{415}{16}x - \frac{297}{16}$$

Vậy $f(2) = 10,0625$; $f(4) = 10,1875$; $f(6) = 8,8125$.

Bài 4.3b

x	1,5	3,4	5,1	6,8
f(x)	2,2	7,6	4,8	9,5

Đa thức Lagrange bậc 3:

$$L_3(x) = 2,2 \frac{(x-3,4)(x-5,1)(x-6,8)}{(1,5-3,4)(1,5-5,1)(1,5-6,8)} + 7,6 \frac{(x-1,5)(x-5,1)(x-6,8)}{(3,4-1,5)(3,4-5,1)(3,4-6,8)} \\ + 4,8 \frac{(x-1,5)(x-3,4)(x-6,8)}{(5,1-1,5)(5,1-3,4)(5,1-6,8)} + 9,5 \frac{(x-1,5)(x-3,4)(x-5,1)}{(6,8-1,5)(6,8-3,4)(6,8-5,1)}$$

$$L_3(x) = 2,2 \frac{(x-3,4)(x-5,1)(x-6,8)}{-36,252} + 7,6 \frac{(x-1,5)(x-5,1)(x-6,8)}{10,982} \\ + 4,8 \frac{(x-1,5)(x-3,4)(x-6,8)}{-10,404} + 9,5 \frac{(x-1,5)(x-3,4)(x-5,1)}{30,634}$$

$$L_3(x) = 0,4801x^3 - 6,0481x^2 + 23,3988x - 20,9104$$

Vậy $f(2) = 5,5356$; $f(4) = 6,6416$; $f(6) = 5,4524$.

Đa thức Newton bậc 3:

x	y	TSP1	TSP2	TSP3
1,5	2,2			
		54/19		
3,4	7,6		$-\frac{3625}{2907}$	
		-28/17		0,4801
5,1	4,8		$\frac{375}{289}$	
		47/17		
6,8	9,5			

$$N_3(x) = 2,2 + \frac{54}{19}(x-1,5) + \left(-\frac{3625}{2907}\right)(x-1,5)(x-3,4) + 0,4801(x-1,5)(x-3,4)(x-5,1)$$

$$N_3(x) = 0,4801x^3 - 6,048x^2 + 23,3986x - 20,9102$$

Vậy $f(2) = 5,5358$; $f(4) = 6,6426$; $f(6) = 5,455$.

4.4

Phan Đăng Diễm Uyên - 19120426

Bài 4.4a

Bảng tỷ sai phân:

x	y	Tỷ sai phân 1	Tỷ sai phân 2	Tỷ sai phân 3
6	25			
		2,5		
8	30		-0,375	
		1		$\frac{5}{48}$
10	32		0,25	
		2		
12	36			

Đa thức Newton tiến xuất phát từ $t_0 = 6$

$$\begin{aligned}N_3(t) &= 25 + (t - 6).2,5 + (t - 6)(t - 8).(-0,375) + (t - 6)(t - 8)(t - 10).\frac{5}{48} \\&= \frac{5t^3}{48} - \frac{23t^2}{8} + \frac{82t}{3} - 58\end{aligned}$$

Đa thức Newton lùi xuất phát từ $t_3 = 12$

$$\begin{aligned}M_3(t) &= 36 + (t - 12).2 + (t - 12)(t - 10).0,25 + (t - 12)(t - 10)(t - 8).\frac{5}{48} \\&= \frac{5t^3}{48} - \frac{23t^2}{8} + \frac{82t}{3} - 58\end{aligned}$$

Kết luận : Hàm số biểu diễn nhiệt độ buổi sáng theo thời gian của TP.HCM là:

$$f(t) = \frac{5t^3}{48} - \frac{23t^2}{8} + \frac{82t}{3} - 58$$

Bài 4.4b

Nhiệt độ vào lúc 8h30 :

$$f(8,5) = \frac{5.(8,5)^3}{48} - \frac{23.(8,5)^2}{8} + \frac{82.8,5}{3} - 58 = 30,5859$$

Nhiệt độ vào lúc 11h00 :

$$f(11) = \frac{5.(11)^3}{48} - \frac{23.(11)^2}{8} + \frac{82.11}{3} - 58 = 33,4375$$

4.5

Đoàn Thế Huy - 19120079

4.5.

Thời điểm (x)	9	10	11	12
Số lượng (y)	28	49	42	25

x	y	TSP1	TSP2	TSP3
9	28			
		21		
10	49		-14	
		-7		3
11	42		-5	
		-17		

12 25

Đa thức Newton tiến:

$$\begin{aligned}
 N(x) &= 28 + 21(x-9) - 14(x-9)(x-10) \\
 &+ 3(x-9)(x-10)(x-11) \\
 &= 3x^3 - 104x^2 + 1184x - 4394
 \end{aligned}$$

$$b) N(9,5) = 43,125 \approx 43 \text{ (khách)}$$

$$N(10,75) = 45,39 \approx 45 \text{ (khách)}$$

$$N'(x) = 9x^2 - 208x + 1184 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 12,96 \\ x_2 = 10,15 \end{cases}$$

x	10,15	12,96
-----	-------	-------

N'	+	0	-	0	+
------	---	---	---	---	---

N					
-----	--	--	--	--	--

Thời điểm khách dừng lại vào khoảng 10h 9 phút.

4.6

Ngô Trọng Đức – 19120061

Chương 4
Bài 4.6

a)	x	y	TSP1	TSP2	TSP3
	9	3			
			$\frac{1}{3}$		
	12	1		$-\frac{5}{36}$	
			$-0,5$		$\frac{1}{54}$
	15	2,5		$+\frac{1}{36}$	
			$-\frac{1}{3}$		
	18	1,5			

Đa thức Newton tiến:

$$N(x) = 3 + \frac{1}{3}(x-9) - \frac{5}{36}(x-9)(x-12) + \frac{1}{54}(x-9)(x-12)(x-15)$$

$$= \frac{1}{54}x^3 - \frac{29}{36}x^2 + \frac{133}{12}x - 45$$

b) $N(13) = \frac{98}{27} \approx 3,6$

$N(16) = \frac{53}{27} \approx 2$

c) Không thể dự đoán thời lượng xem TV của đồ tuổi 8 và 20.
 Vì chỉ có thể nội suy một giá trị tương ứng với biến x với
 $x_1 = 9 < \tilde{x} < x_4 = 18$.

4.7

Trần Thái Bảo – 19120458

a)

x	1	1.3	1.6	1.9
f(x)	2.2	8.1	12.2	17.4
h	0.3	0.3	0.3	

Ta lập được hệ phương trình

$$\begin{cases} m_0 = 0; m_3 = 0 \\ \frac{0.3}{6} m_0 + \frac{0.6}{3} m_1 + \frac{0.3}{6} m_2 = \frac{12.2-8.1}{0.3} - \frac{8.1-2.2}{0.3} = -6 \\ \frac{0.3}{6} m_1 + \frac{0.6}{3} m_2 + \frac{0.3}{6} m_3 = \frac{17.4-12.2}{0.3} - \frac{12.2-8.1}{0.3} = \frac{11}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_0 = 0; m_3 = 0 \\ m_1 = \frac{-332}{9}; m_2 = \frac{248}{9} \end{cases}$$

$$M_0 = f(0) - m_0 * \frac{h_0^2}{6} = 2.2$$

$$N_0 = f(1) - m_1 * \frac{h_0^2}{6} = \frac{649}{75}$$

$$\Rightarrow f_0(x) = \frac{m_1(x-x_0)^3}{6h_0} + \frac{m_0(x_1-x)^3}{6h_0} + M_0 * \frac{x_1-x}{h_0} + N_0 * \frac{x-x_0}{h_0}$$

$$\Rightarrow f_0(x) = \frac{-1660(x-1)^3}{81} + \frac{22(1.3-x)}{3} + \frac{1298(x-1)}{45}$$

$$M_1 = f(1) - m_1 * \frac{h_1^2}{6} = \frac{649}{75}$$

$$N_1 = f(2) - m_2 * \frac{h_1^2}{6} = \frac{884}{75}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{m_2(x-x_1)^3}{6h_1} + \frac{m_1(x_2-x)^3}{6h_1} + M_1 * \frac{x_2-x}{h_1} + N_1 * \frac{x-x_1}{h_1}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{1240(x-1.3)^3}{81} + \frac{-1660(1.6-x)^3}{81} + \frac{1298(1.6-x)}{45} + \frac{1768(x-1.3)}{45}$$

$$M2 = f(2) - m2 * \frac{h2^2}{6} = \frac{884}{75}$$

$$N2 = f(3) - m3 * \frac{h2^2}{6} = 17.4$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{m3(x-x2)^3}{6h2} + \frac{m2(x3-x)^3}{6h2} + M2 * \frac{x3-x}{h2} + N2 * \frac{x-x2}{h2}$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{1240(1.9-x)^3}{81} + \frac{1768(1.9-x)}{45} + \frac{58(x-1.6)}{1}$$

Spline bậc ba có dạng:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0(x) = \frac{-1660(x-1)^3}{81} + \frac{22(1.3-x)}{3} + \frac{1298(x-1)}{45} \\ f_1(x) = \frac{1240(x-1.3)^3}{81} + \frac{-1660(1.6-x)^3}{81} + \frac{1298(1.6-x)}{45} + \frac{1768(x-1.3)}{45} \\ f_2(x) = \frac{1240(1.9-x)^3}{81} + \frac{1768(1.9-x)}{45} + \frac{58(x-1.6)}{1} \end{array} \right.$$

b)

x	1	3	5	7
f(x)	1	8	12	16
h	2	2	2	

Ta lập được hệ phương trình

$$\begin{cases} m_0 = 0; m_3 = 0 \\ \frac{2}{6}m_0 + \frac{4}{3}m_1 + \frac{2}{6}m_2 = \frac{12-8}{2} - \frac{8-1}{2} = -\frac{3}{2} \\ \frac{2}{6}m_1 + \frac{4}{3}m_2 + \frac{2}{6}m_3 = \frac{16-12}{2} - \frac{12-8}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_0 = 0; m_3 = 0 \\ m_1 = \frac{-6}{5}; m_2 = \frac{3}{10} \end{cases}$$

$$M_0 = f(0) - m_0 * \frac{h_0^2}{6} = 1$$

$$N_0 = f(1) - m_1 * \frac{h_0^2}{6} = \frac{44}{5}$$

$$\Rightarrow f_0(x) = \frac{m_1(x-x_0)^3}{6h_0} + \frac{m_0(x_1-x)^3}{6h_0} + M_0 * \frac{x_1-x}{h_0} + N_0 * \frac{x-x_0}{h_0}$$

$$\Rightarrow f_0(x) = \frac{-1(x-1)^3}{10} + \frac{(3-x)}{2} + \frac{22(x-1)}{5}$$

$$M_1 = f(1) - m_1 * \frac{h_1^2}{6} = \frac{44}{5}$$

$$N_1 = f(2) - m_2 * \frac{h_1^2}{6} = \frac{59}{5}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{m_2(x-x_1)^3}{6h_1} + \frac{m_1(x_2-x)^3}{6h_1} + M_1 * \frac{x_2-x}{h_1} + N_1 * \frac{x-x_1}{h_1}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{1(x-3)^3}{40} + \frac{-1(5-x)^3}{10} + \frac{22(5-x)}{5} + \frac{59(x-3)}{10}$$

$$M_2 = f(2) - m_2 * \frac{h_2^2}{6} = \frac{59}{5}$$

$$N_2 = f(3) - m_3 * \frac{h_2^2}{6} = 16$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{m_3(x-x_2)^3}{6h_2} + \frac{m_2(x_3-x)^3}{6h_2} + M_2 * \frac{x_3-x}{h_2} + N_2 * \frac{x-x_2}{h_2}$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{1(7-x)^3}{40} + \frac{59(7-x)}{10} + \frac{8(x-5)}{1}$$

Spline bậc ba có dạng:

$$\begin{cases} f_0(x) = \frac{-1(x-1)^3}{10} + \frac{(3-x)}{2} + \frac{22(x-1)}{5} \\ f_1(x) = \frac{1(x-3)^3}{40} + \frac{-1(5-x)^3}{10} + \frac{22(5-x)}{5} + \frac{59(x-3)}{10} \\ f_2(x) = \frac{1(7-x)^3}{40} + \frac{59(7-x)}{10} + \frac{8(x-5)}{1} \end{cases}$$

c)

X	0	2	5	6.5
f(x)	5	3.7	5.3	4.2
h	2	3	1.5	

Ta lập được hệ phương trình

$$\begin{cases} m_0 = 0; m_3 = 0 \\ \frac{2}{6}m_0 + \frac{5}{3}m_1 + \frac{3}{6}m_2 = \frac{5.3-3.7}{3} - \frac{3.7-5}{2} = \frac{71}{60} \\ \frac{3}{6}m_1 + \frac{4.5}{3}m_2 + \frac{1.5}{6}m_3 = \frac{4.2-5.3}{1.5} - \frac{5.3-3.7}{3} = -\frac{19}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_0 = 0; m_3 = 0 \\ m_1 = \frac{289}{270}; m_2 = \frac{-973}{810} \end{cases}$$

$$M_0 = f(0) - m_0 * \frac{h_0^2}{6} = 5$$

$$N_0 = f(1) - m_1 * \frac{h_0^2}{6} = \frac{2419}{810}$$

$$\Rightarrow f_0(x) = \frac{m_1(x-x_0)^3}{6h_0} + \frac{m_0(x_1-x)^3}{6h_0} + M_0 * \frac{x_1-x}{h_0} + N_0 * \frac{x-x_0}{h_0}$$

$$\Rightarrow f_0(x) = \frac{289(x-0)^3}{3240} + \frac{5(2-x)}{2} + \frac{2419(x-0)}{1620}$$

$$M1 = f(1) - m1 * \frac{h1^2}{6} = \frac{377}{180}$$

$$N1 = f(2) - m2 * \frac{h1^2}{6} = \frac{767}{108}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{m2(x-x1)^3}{6h1} + \frac{m1(x2-x)^3}{6h1} + M1 * \frac{x2-x}{h1} + N1 * \frac{x-x1}{h1}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{-973(x-2)^3}{14580} + \frac{289(5-x)^3}{4860} + \frac{377(5-x)}{540} + \frac{767(x-2)}{324}$$

$$M2 = f(2) - m2 * \frac{h2^2}{6} = 5.75$$

$$N2 = f(3) - m3 * \frac{h2^2}{6} = 4.2$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{m3(x-x2)^3}{6h2} + \frac{m2(x3-x)^3}{6h2} + M2 * \frac{x3-x}{h2} + N2 * \frac{x-x2}{h2}$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{-973(6.5-x)^3}{7290} + \frac{23(6.5-x)}{6} + \frac{14(x-5)}{5}$$

Spline bậc ba có dạng:

$$\begin{cases} f_0(x) = \frac{289(x-0)^3}{3240} + \frac{5(2-x)}{2} + \frac{2419(x-0)}{1620} \\ f_1(x) = \frac{-973(x-2)^3}{14580} + \frac{289(5-x)^3}{4860} + \frac{377(5-x)}{540} + \frac{767(x-2)}{324} \\ f_2(x) = \frac{-973(6.5-x)^3}{7290} + \frac{23(6.5-x)}{6} + \frac{14(x-5)}{5} \end{cases}$$

4.8

Trần Vũ Việt Cường - 19120465

Ngày tháng năm

48/ Tạo bảng tỷ sai phạm

t	s	TSP 1	TSP 2	TSP 3
0	0			
5	10	2	0,16	
10	28	3,6	$-\frac{7}{75}$	$-\frac{19}{1500}$
20	50	2,2		

* đã thử Newton tiến từ $t_0 = 0$

$$N_3(t) = 0 + 2t + 0,16t(t-5) - \frac{19}{1500}t(t-5)(t-10)$$

$$= \frac{-19}{1500}t^3 + \frac{7}{20}t^2 + \frac{17}{30}t$$

$$M_3(t) = 50 + 2,2(t-20) - \frac{7}{75}(t-20)(t-10) - \frac{19}{1500}(t-20)(t-10)(t-5)$$


$$= \frac{-19}{1500}t^3 + \frac{7}{20}t^2 + \frac{17}{30}t$$

Vậy đã thử cân - tìm lại:

$$\frac{-19}{1500}t^3 + \frac{7}{20}t^2 + \frac{17}{30}t$$

4.9

Trần Vũ Việt Cường - 19120465



4.9/ Tạo ra bảng giá trị tương ứng

Ngày tháng năm

x	0	2	5	7
y	0	3	1	2

Bảng tỷ số sai phân

x	y	TSP1	TSP2	TSP3
0	0			
2	3	1,5		
5	1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{13}{30}$	
7	2	$+\frac{1}{2}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{2}{21}$

* Đa thức Newton tiến xuôi phía từ $x_0 = 0$

$$N_3(x) = 0 + 1,5x - \frac{13}{30}x(x-2) + \frac{2}{21}x(x-2)(x-5)$$

$$= \frac{2}{21}x^3 - \frac{231}{210}x^2 + \frac{697}{210}x$$

* Đa thức Newton lùi xuôi phía từ $x_3 = 7$

$$M_3(x) = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)(x-7) + \frac{7}{30}(x-7)(x-5) + \frac{2}{21}(x-7)(x-5)(x-2)$$

$$= \frac{2}{21}x^3 - \frac{231}{210}x^2 + \frac{697}{210}x$$

Vậy đa thức cần tìm là:

$$\frac{2}{21}x^3 - \frac{231}{210}x^2 + \frac{697}{210}x$$

4.10

Phan Đăng Diễm Uyên - 19120426

Bài 4.10a $\bar{f}(x) = ax + b$

Ta lập bảng

x	$\bar{f}(x)$	x^2	$x\bar{f}(x)$
1	0	1	0
2	1	4	2
3	2	9	6
6	4	36	24
7	8	49	56
10	12	100	120
$\sum x = 29$	$\sum \bar{f}(x) = 27$	$\sum x^2 = 199$	$\sum x\bar{f}(x) = 208$

Từ hệ bảng trên ta được hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} 199a + 29b = 208 \\ 29a + 6b = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{465}{353} = 1,3173 \\ b = -\frac{659}{353} = -1,8669 \end{cases}$$

Vậy $\bar{f}(x) = 1,3173x - 1,8669$

Bài 4.10b $\bar{f}(x) = ae^{bx}$

Ta lập bảng

x	y	$Y = \ln y$	x^2	xY
1	2,1	0,7419	1	0,7419
2	4,8	1,5686	4	3,1372
3	21,1	3,0493	9	9,1479
6	112,1	4,7194	36	28,3164
7	400,1	5,9917	49	41,9419
10	1000,2	6,9080	100	69,080
$\sum x = 29$		$\sum Y = 22,9789$	$\sum x^2 = 199$	$\sum xY = 152,3653$

Từ hệ bảng trên ta được hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 199A + 29B = 152,3653 \\ 29A + 6B = 22,9789 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0,7020 \\ B = 0,4368 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0,7020 \\ a = e^{0,4368} = 1,5477 \end{cases}$$

Vậy $\bar{f}(x) = 1,5477e^{0,7020x}$

4.11

Đoàn Thu Ngân - 1920302

Câu a)

4.11 Xây dựng thuật toán Phương pháp nội suy bình phương nhỏ nhất.

a) Biết $\bar{f}(x) = a + bx + cx^2$

Ta có $G = \sum_{i=1}^n (\bar{f}(x_i) - y_i)^2$

Để tổng khoảng cách này nhỏ nhất, ta đưa về giải hệ phương trình

$\frac{\partial G}{\partial a_i} = 0$ với a_i là các hệ số của $\bar{f}(x)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial c} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i + c \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình trên để tìm a, b, c

- Xây dựng hàm xấp xỉ $f(x) = a + bx + cx^2$

- Xấp xỉ giá trị y_c với $\bar{y}_c = f(x_c)$

|

Câu b)

b) Biết $\bar{f}(x) = a + b \sin x + c \cos x$

Ta có $G = \sum_{i=1}^n (\bar{f}(x_i) - y_i)^2$

Để tổng khoảng cách này nhỏ nhất, ta đưa về giải hệ phương trình

$\frac{\partial G}{\partial a_i} = 0$ với a_i là các hệ số của $\bar{f}(x)$

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial c} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n \cos x_i + c \sum_{i=1}^n \sin x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n \cos x_i + b \sum_{i=1}^n \cos^2 x_i + c \sum_{i=1}^n \cos x_i \sin x_i = \sum_{i=1}^n y_i \cos x_i \\ a \sum_{i=1}^n \sin x_i + b \sum_{i=1}^n \cos x_i \sin x_i + c \sum_{i=1}^n \sin^2 x_i = \sum_{i=1}^n y_i \sin x_i \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình trên để tìm a, b, c
- Xây dựng hàm xấp xỉ $f(x) = a + b \sin x + c \cos x$
- Xấp xỉ giá trị y_c với $\bar{y}_c = f(x_c)$

Câu c)

c) Biết $\overline{f}(x) = ax^b$ (*)

Lấy logarit cơ số 10 của cả 2 vế ta được:

$$(*) \Leftrightarrow \lg \overline{f}(x) = \lg a + \lg(x^b) = \lg a + b \cdot \lg x$$

$$\text{Đặt } \overline{f}(x) = y \Leftrightarrow \lg y = \lg a + b \lg x$$

Thế

$$Y = \lg y, A = \lg a, B = \lg b, X = \lg x$$

Ta được:

$$Y = A + BX$$

Để tổng khoảng cách này nhỏ nhất, ta đưa về giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial A} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial B} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \right) A + \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) B = \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\ \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) A + nB = \sum_{i=1}^n Y_i \end{cases}$$

- Tìm được A, B sau đó suy ra a, b với $a = 10^A, b = B$

- Xây dựng hàm xấp xỉ $f(x) = ax^b$

- Xấp xỉ giá trị y_c với $\overline{y}_c = f(x_c)$

Câu d)

|

d) Biết $\bar{f}(x) = ae^{bx^2}$ (*)

Lấy logarit cơ số e của cả 2 vế ta được:

$$(*) \Leftrightarrow \ln \bar{f}(x) = \ln a + \ln(e^{bx^2}) = \ln a + bx^2 \cdot \ln e = \ln a + bx^2$$

$$\text{Đặt } \bar{f}(x) = y \Leftrightarrow \ln y = \ln a + bx^2$$

Đặt

$$Y = \ln y, A = \ln a, B = b, X = x^2$$

Ta được:

$$Y = A + BX$$

Để tổng khoảng cách này nhỏ nhất, ta đưa về giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial A} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial B} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \right) A + \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) B = \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\ \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) A + nB = \sum_{i=1}^n Y_i \end{cases}$$

- Tìm được A, B sau đó suy ra a, b với $a = e^A, b = B$
- Xây dựng hàm xấp xỉ $f(x) = ae^{bx^2}$
- Xấp xỉ giá trị y_c với $\bar{y}_c = f(x_c)$

4.12

Đinh Huỳnh Tiến Phú - 19120325

59	2.00	3481	118
91	4.00	8281	364
130	6.50	16900	845
87	4.50	7569	391.5
157	8.00	24649	1256
121	5.50	14641	665.5
68	3.00	4624	204
183	10.00	33489	1830
103	5.00	10609	515
115	6.00	13225	690
1114	54.50	137468	6879

Hệ phương trình:

$$137468a + 1114b = 6879$$

$$1114a + 10b = 54.5$$

Suy ra $a = 0.0604$ và $b = -1.2806$

Phương trình: $f(x) = 0.0604x - 1.2806$

$$\text{Đề đạt 8 điểm} \Leftrightarrow 8 = 0.0604x - 1.2806 \Rightarrow x = 153$$

4.13

Lưu Đức Vũ - 19120433

4.13 $y = ae^{bx}$

x	y	$y = \ln y$	x^2	$x \cdot y$
15	3	1,0986	225	16,4792
12	2,2	0,7885	144	9,4625
19	4,3	1,4586	361	27,7237
25	8,7	2,1633	625	54,0832
18	4,6	1,5262	324	27,4680
30	13,7	2,6174	900	78,5219
22	10,3	2,3322	484	54,3072
8	1,3	0,2624	64	2,0989
17	3,6	1,2803	289	24,7759
21	7,2	1,9742	441	44,4552
Σ	137	58,9	3857	330,3660

$n=10$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3657A + 187B = 330,3660 \\ 187A + 10B = 19,5020 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A \approx 0,1124 \\ B \approx -0,5519 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \approx 0,1124 \\ a \approx 0,5759 \end{cases}$$

Vậy hàm số có dạng ~~$y = 0,5759 e^{0,1124x}$~~

$$y = 0,5759 e^{0,1124x}$$

$$y(20) = 0,5759 \cdot e^{0,1124 \cdot 20} \approx 5,4531$$