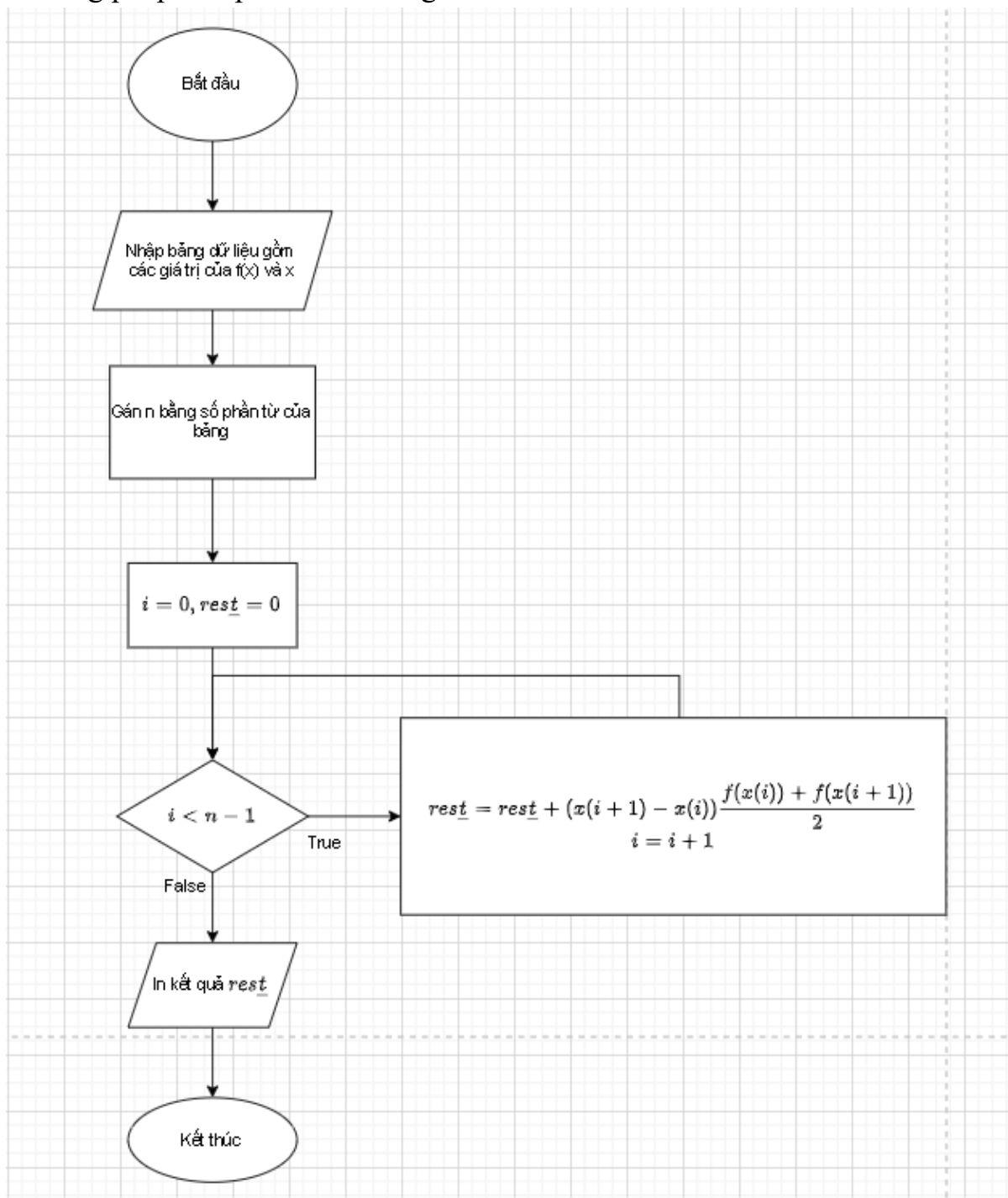


CHƯƠNG 6

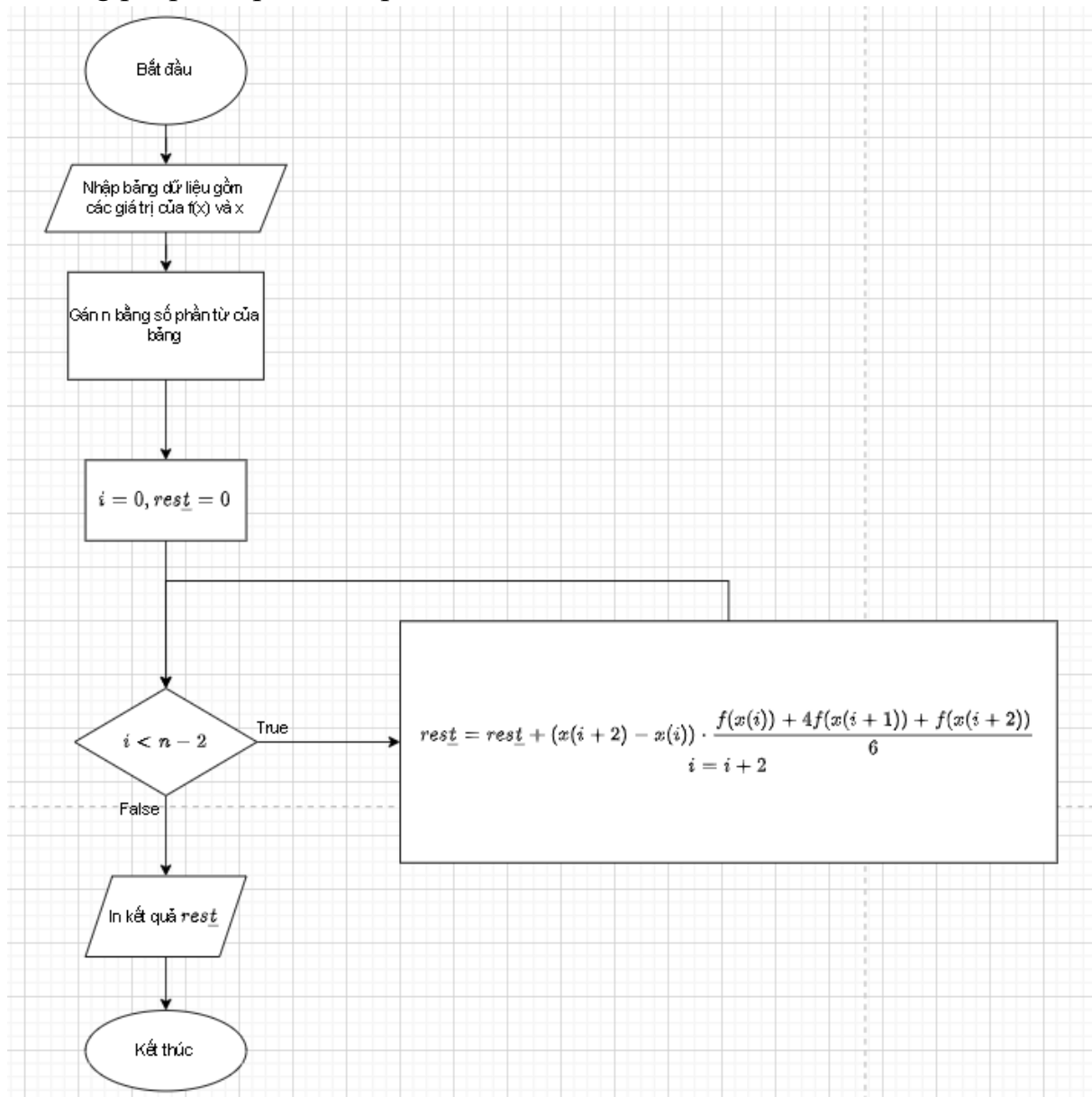
6.1

Trần Thái Bảo - 19120458

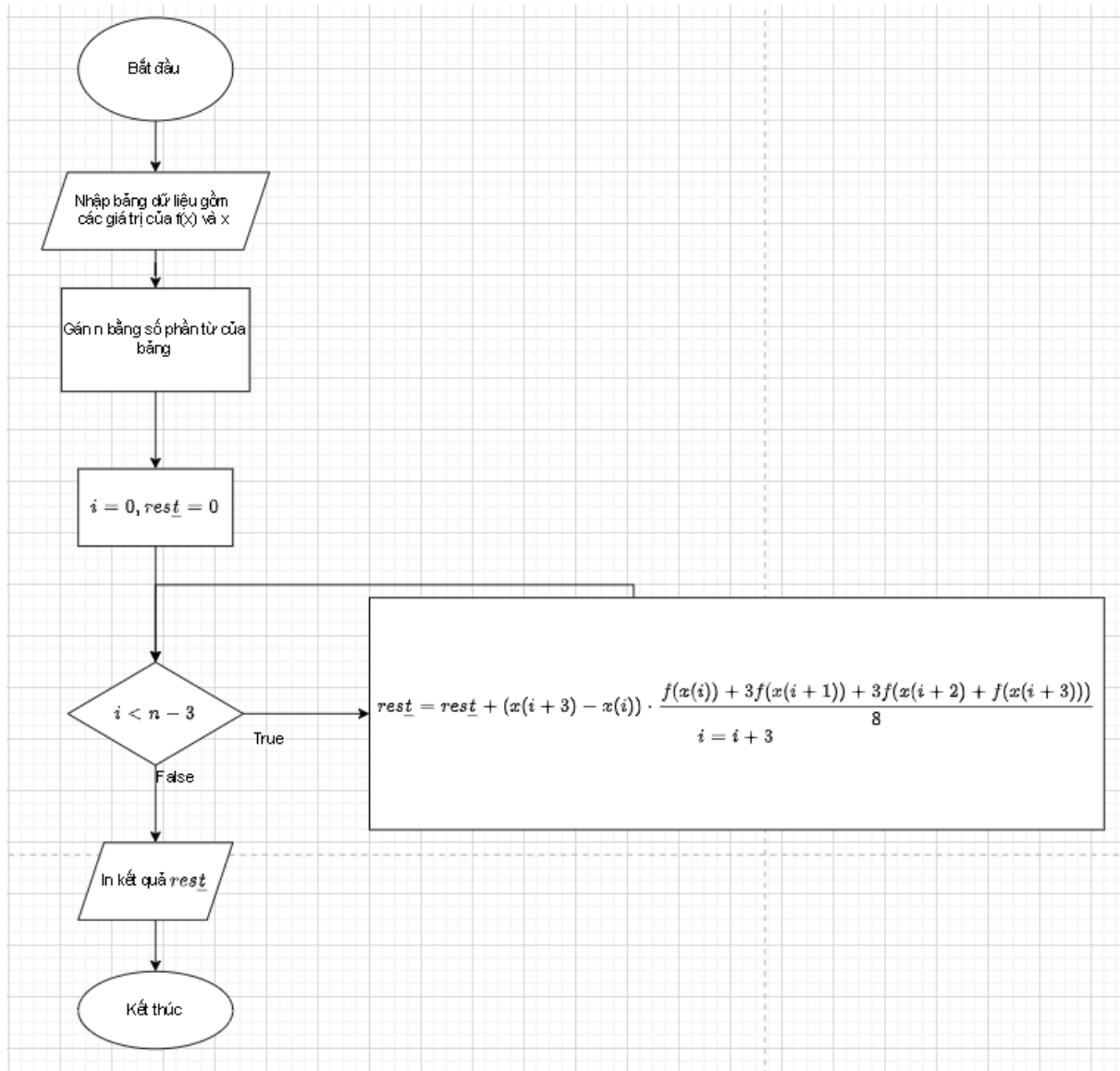
Phương pháp tích phân hình thang



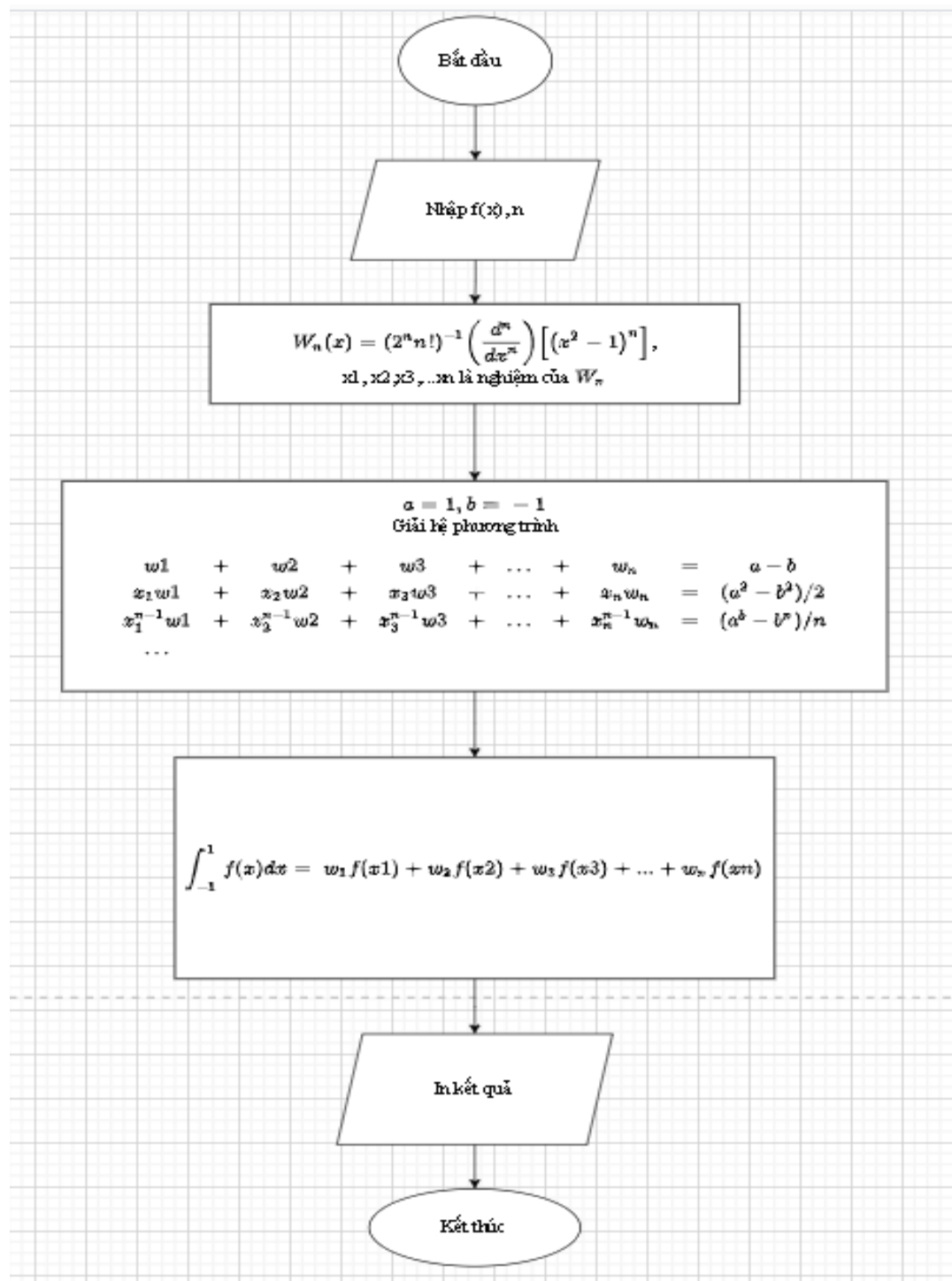
a) Phương pháp tích phân Simpson 1/3



b) Phương pháp tích phân Simpson 3/8



c) Phương pháp tích phân Gauss



6.2

Đoàn Thế Huy - 19120079

a. CT Hình Thang

$$\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{f(1)+f(0)}{2} + \frac{f(2)+f(1)}{2} + \frac{f(3)+f(2)}{2} + \frac{f(4)+f(3)}{2} + \frac{f(5)+f(4)}{2} + \frac{f(6)+f(5)}{2}$$

$$\approx \frac{34,21+15,42}{2} + \frac{45,87+34,21}{2} + \frac{39,67+45,87}{2} + \frac{32,85+39,67}{2} + \frac{35,04+32,85}{2} + \frac{24,67+35,04}{2} = 207,685$$

CT Simpson 1/3

$$\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{2}{6}(f(0) + 4.f(1) + f(2)) + \frac{2}{6}(f(2) + 4.f(3) + f(4)) + \frac{2}{6}(f(4) + 4.f(5) + f(6))$$

$$\approx \frac{1}{3}(15,42 + 4.34,21 + 45,87) + \frac{1}{3}(45,87 + 4.39,67 + 32,85) + \frac{1}{3}(32,85 + 4.35,04 + 24,67) = 211,07$$

CT Simpson 3/8

$$\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{3}{8}(f(0) + 3.f(1) + 3.f(2) + f(3)) + \frac{3}{8}(f(3) + 3.f(4) + 3.f(5) + f(6))$$

$$\approx \frac{3}{8}(15,42 + 3.34,21 + 3.45,87 + 39,67) + \frac{3}{8}(39,67 + 3.32,85 + 3.35,04 + 24,67) = 211,2525$$

b. CT Hình Thang

$$\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{f(4)+f(3)}{2} + \frac{f(5)+f(4)}{2} + \frac{f(6)+f(5)}{2} + \frac{f(7)+f(6)}{2} + \frac{f(8)+f(7)}{2} + \frac{f(9)+f(8)}{2}$$

$$\approx \frac{34,21+15,42}{2} + \frac{45,87+34,21}{2} + \frac{39,67+45,87}{2} + \frac{32,85+39,67}{2} + \frac{35,04+32,85}{2} + \frac{24,67+35,04}{2} = 207,685$$

CT Simpson 1/3

$$\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{2}{6}(f(3) + 4.f(4) + f(5)) + \frac{2}{6}(f(5) + 4.f(6) + f(7)) + \frac{2}{6}(f(7) + 4.f(8) + f(9))$$

$$\approx \frac{1}{3}(15,42 + 4.34,21 + 45,87) + \frac{1}{3}(45,87 + 4.39,67 + 32,85) + \frac{1}{3}(32,85 + 4.35,04 + 24,67) = 211,07$$

CT Simpson 3/8

$$\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{3}{8}(f(3) + 3.f(4) + 3.f(5) + f(6)) + \frac{3}{8}(f(6) + 3.f(7) + 3.f(8) + f(9))$$

$$\approx \frac{3}{8}(15,42 + 3.34,21 + 3.45,87 + 39,67) + \frac{3}{8}(39,67 + 3.32,85 + 3.35,04 + 24,67) = 211,2525$$

6.3

Trần Vũ Việt Cường - 19120465

a) $\int_0^2 x dx$

Đặt $f(x) = x$.

Công thức hình thang (6 khoảng chia)

$$\begin{aligned} & \int_0^2 f(x) dx \\ &= \int_0^{\frac{1}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx + \int_1^{\frac{4}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{4}{3}}^{\frac{5}{3}} f(x) dx \\ & \quad + \int_{\frac{5}{3}}^2 f(x) dx \\ &\approx \frac{1}{6} \left(f(0) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) + f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right. \\ & \quad \left. + f\left(\frac{5}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \\ &= 2 \end{aligned}$$

Công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia)

$$\begin{aligned} & \int_0^2 f(x) dx \\ &= \int_0^{\frac{2}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{4}{3}}^2 f(x) dx \\ &\approx \frac{1}{9} \left(\left(f(0) + 4f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) \right) + \left(f\left(\frac{2}{3}\right) + 4f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(f\left(\frac{4}{3}\right) + 4f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right) \\ &= 2 \end{aligned}$$



Công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia)

$$\begin{aligned}
 & \int_0^2 f(x)dx \\
 &= \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx \\
 &\approx \frac{1}{8} \left(\left(f(0) + 3f\left(\frac{1}{3}\right) + 3f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) \right) \right. \\
 &\quad \left. + \left(f(1) + 3f\left(\frac{4}{3}\right) + 3f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right) \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

b) $\int_0^2 x^2 dx$

Đặt $f(x) = x^2$

Công thức hình thang (6 khoảng chia)

$$\begin{aligned}
 & \int_0^2 f(x)dx \\
 &= \int_0^{\frac{1}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x)dx + \int_1^{\frac{4}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{4}{3}}^{\frac{5}{3}} f(x)dx \\
 &\quad + \int_{\frac{5}{3}}^2 f(x)dx \\
 &\approx \frac{1}{6} \left(f(0) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) + f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + f\left(\frac{5}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \\
 &= 2,7030
 \end{aligned}$$

Công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia)

$$\begin{aligned} & \int_0^2 f(x)dx \\ &= \int_0^{\frac{2}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{4}{3}}^2 f(x)dx \\ &\approx \frac{1}{9} \left(\left(f(0) + 4f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) \right) + \left(f\left(\frac{2}{3}\right) + 4f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(f\left(\frac{4}{3}\right) + 4f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right) \end{aligned}$$

$$= 2,6667$$

Công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia)

$$\begin{aligned} & \int_0^2 f(x)dx \\ &= \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx \\ &\approx \frac{1}{8} \left(\left(f(0) + 3f\left(\frac{1}{3}\right) + 3f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(f(1) + 3f\left(\frac{4}{3}\right) + 3f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right) \end{aligned}$$

$$= 2,6667$$

c) $\int_0^2 x^3 dx$

Đặt $f(x) = x^3$

Công thức hình thang (6 khoảng chia)

$$\int_0^2 f(x) dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx + \int_1^{\frac{4}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{4}{3}}^{\frac{5}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{5}{3}}^2 f(x) dx$$



$$\approx \frac{1}{6} \left(f(0) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) + f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right)$$

$$= 4,1111$$

Công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia)

$$\int_0^2 f(x) dx$$

$$= \int_0^{\frac{2}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{4}{3}}^2 f(x) dx$$

$$\approx \frac{1}{9} \left(\left(f(0) + 4f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) \right) + \left(f\left(\frac{2}{3}\right) + 4f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right) + \left(f\left(\frac{4}{3}\right) + 4f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right)$$

$$= 4$$

Công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia)

$$\begin{aligned}
 & \int_0^2 f(x) dx \\
 &= \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \\
 &\approx \frac{1}{8} \left(\left(f(0) + 3f\left(\frac{1}{3}\right) + 3f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) \right) \right. \\
 &\quad \left. + \left(f(1) + 3f\left(\frac{4}{3}\right) + 3f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right) \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

d) $\int_0^2 x^4 dx$

Đặt $f(x) = x^4$

Công thức hình thang (6 khoảng chia)

$$\begin{aligned}
 & \int_0^2 f(x) dx \\
 &= \int_0^{\frac{1}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx + \int_1^{\frac{4}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{4}{3}}^{\frac{5}{3}} f(x) dx \\
 &\quad + \int_{\frac{5}{3}}^2 f(x) dx \\
 &\approx \frac{1}{6} \left(f(0) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) + f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + f\left(\frac{5}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \\
 &= 6,6955
 \end{aligned}$$

Công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia)

$$\begin{aligned} & \int_0^2 f(x)dx \\ \square &= \int_0^{\frac{2}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{4}{3}}^2 f(x)dx \\ & \approx \frac{1}{9} \left(\left(f(0) + 4f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) \right) + \left(f\left(\frac{2}{3}\right) + 4f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(f\left(\frac{4}{3}\right) + 4f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right) \\ &= 6,4033 \end{aligned}$$

Công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia)

$$\begin{aligned} & \int_0^2 f(x)dx \\ &= \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx \\ & \approx \frac{1}{8} \left(\left(f(0) + 3f\left(\frac{1}{3}\right) + 3f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(f(1) + 3f\left(\frac{4}{3}\right) + 3f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \right) \\ &= 6,4074 \end{aligned}$$

6.4

Phan Đăng Diễm Uyên - 19120426

a. $\int_2^3 \frac{x^3}{e^x+1} dx$

Đặt $f(x) = \frac{x^3}{e^x+1}$

Sử dụng công thức hình thang (6 khoảng chia):

$$\begin{aligned} & \int_2^3 f(x) dx \\ &= \int_2^{2\frac{1}{6}} f(x) dx + \int_{2\frac{1}{6}}^{2\frac{2}{6}} f(x) dx + \int_{2\frac{2}{6}}^{2\frac{3}{6}} f(x) dx + \int_{2\frac{3}{6}}^{2\frac{4}{6}} f(x) dx + \int_{2\frac{4}{6}}^{2\frac{5}{6}} f(x) dx \\ & \quad + \int_{2\frac{5}{6}}^3 f(x) dx \\ &\simeq \frac{2\frac{1}{6}-2}{2} \left(f(2) + f\left(2\frac{1}{6}\right) \right) + \frac{2\frac{2}{6}-2\frac{1}{6}}{2} \left(f\left(2\frac{1}{6}\right) + f\left(2\frac{2}{6}\right) \right) \\ & \quad + \frac{2\frac{3}{6}-2\frac{2}{6}}{2} \left(f\left(2\frac{2}{6}\right) + f\left(2\frac{3}{6}\right) \right) + \frac{2\frac{4}{6}-2\frac{3}{6}}{2} \left(f\left(2\frac{3}{6}\right) + f\left(2\frac{4}{6}\right) \right) \\ & \quad + \frac{2\frac{5}{6}-2\frac{4}{6}}{2} \left(f\left(2\frac{4}{6}\right) + f\left(2\frac{5}{6}\right) \right) + \frac{3-2\frac{5}{6}}{2} \left(f\left(2\frac{5}{6}\right) + f(3) \right) \\ &\simeq 0,1666 + 0,1807 + 0,1924 + 0,2014 + 0,2080 + 0,2120 \\ &\simeq 1,1611 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia):

$$\begin{aligned} & \int_2^3 f(x) dx \\ &= \int_2^{2\frac{1}{3}} f(x) dx + \int_{2\frac{1}{3}}^{2\frac{2}{3}} f(x) dx + \int_{2\frac{2}{3}}^3 f(x) dx \\ &\simeq \frac{2\frac{1}{3}-2}{6} \left(f(2) + 4f\left(2\frac{1}{6}\right) + f\left(2\frac{1}{3}\right) \right) + \frac{2\frac{2}{3}-2\frac{1}{3}}{6} \left(f\left(2\frac{1}{3}\right) + 4f\left(2\frac{1}{2}\right) + f\left(2\frac{2}{3}\right) \right) \\ & \quad + \frac{3-2\frac{2}{3}}{6} \left(f\left(2\frac{2}{3}\right) + 4f\left(2\frac{5}{6}\right) + f(3) \right) \\ &\simeq 0,3477 + 0,3942 + 0,4204 \\ &\simeq 1,1623 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia):

$$\begin{aligned}
 & \int_2^3 f(x)dx \\
 &= \int_2^{2,5} f(x)dx + \int_{2,5}^3 f(x)dx \\
 &\simeq \frac{2,5-2}{8} \left(f(2) + 3f\left(2\frac{1}{6}\right) + 3f\left(2\frac{2}{6}\right) + f(2,5) \right) \\
 &\quad + \frac{3-2,5}{8} \left(f(2,5) + 3f\left(2\frac{4}{6}\right) + 3f\left(2\frac{5}{6}\right) + f(3) \right) \\
 &\simeq 0,5403 + 0,6220 \\
 &\simeq 1,1623
 \end{aligned}$$

b. $\int_1^3 \frac{\ln(x+2)}{x+1} dx$

Đặt $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x+1}$

Sử dụng công thức hình thang (6 khoảng chia):

$$\begin{aligned}
 & \int_1^3 f(x)dx \\
 &= \int_1^{\frac{4}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{4}{3}}^{\frac{5}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{5}{3}}^2 f(x)dx + \int_2^{\frac{7}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{7}{3}}^{\frac{8}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{8}{3}}^3 f(x)dx \\
 &\simeq \frac{\frac{4}{3}-1}{2} \left(f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right) + \frac{\frac{5}{3}-\frac{4}{3}}{2} \left(f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) \right) + \frac{2-\frac{5}{3}}{2} \left(f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \\
 &\quad + \frac{\frac{7}{3}-2}{2} \left(f(2) + f\left(\frac{7}{3}\right) \right) + \frac{\frac{8}{3}-\frac{7}{3}}{2} \left(f\left(\frac{7}{3}\right) + f\left(\frac{8}{3}\right) \right) \\
 &\quad + \frac{3-\frac{8}{3}}{2} \left(f\left(\frac{8}{3}\right) + f(3) \right) \\
 &\simeq 0,1775 + 0,1672 + 0,1582 + 0,1503 + 0,1433 + 0,1371 \\
 &\simeq 0,9336
 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia):

$$\begin{aligned}
 & \int_1^3 f(x)dx \\
 &= \int_1^{\frac{5}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{5}{3}}^{\frac{7}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{7}{3}}^3 f(x)dx \\
 &\simeq \frac{\frac{5}{3}-1}{6} \left(f(1) + 4f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) \right) + \frac{\frac{7}{3}-\frac{5}{3}}{6} \left(f\left(\frac{5}{3}\right) + 4f(2) + f\left(\frac{7}{3}\right) \right) \\
 &\quad + \frac{3-\frac{7}{3}}{6} \left(f\left(\frac{7}{3}\right) + 4f\left(\frac{8}{3}\right) + f(3) \right) \\
 &\simeq 0,3445 + 0,3084 + 0,2803 \\
 &\simeq 0,9332
 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia):

$$\begin{aligned}
 & \int_1^3 f(x)dx \\
 &= \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx \\
 &\simeq \frac{2-1}{8} \left(f(1) + 3f\left(\frac{4}{3}\right) + 3f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right) \\
 &\quad + \frac{3-2}{8} \left(f(2) + 3f\left(\frac{7}{3}\right) + 3f\left(\frac{8}{3}\right) + f(3) \right) \\
 &\simeq 0,5026 + 0,4306 \\
 &\simeq 0,9332
 \end{aligned}$$

c. $\int_0^4 \sin(x^2 + 1) dx$

Đặt $f(x) = \sin(x^2 + 1)$

Sử dụng công thức hình thang (6 khoảng chia):

$$\begin{aligned} & \int_0^4 f(x) dx \\ &= \int_0^{\frac{2}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{4}{3}}^2 f(x) dx + \int_2^{\frac{8}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{8}{3}}^{\frac{10}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{10}{3}}^4 f(x) dx \\ &\simeq \frac{\frac{2}{3} - 0}{2} \left(f(0) + f\left(\frac{2}{3}\right) \right) + \frac{\frac{4}{3} - \frac{2}{3}}{2} \left(f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right) + \frac{2 - \frac{4}{3}}{2} \left(f\left(\frac{4}{3}\right) + f(2) \right) \\ &\quad + \frac{\frac{8}{3} - 2}{2} \left(f(2) + f\left(\frac{8}{3}\right) \right) + \frac{\frac{10}{3} - \frac{8}{3}}{2} \left(f\left(\frac{8}{3}\right) + f\left(\frac{10}{3}\right) \right) \\ &\quad + \frac{4 - \frac{10}{3}}{2} \left(f\left(\frac{10}{3}\right) + f(4) \right) \\ &\simeq 0,6112 + 0,4493 - 0,2010 + 0,0027 + 0,1758 - 0,4670 \\ &\simeq 0,571 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia):

$$\begin{aligned} & \int_0^4 f(x) dx \\ &= \int_0^{\frac{4}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{4}{3}}^{\frac{8}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{8}{3}}^4 f(x) dx \\ &\simeq \frac{\frac{4}{3} - 0}{6} \left(f(0) + 4f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) \right) + \frac{\frac{8}{3} - \frac{4}{3}}{6} \left(f\left(\frac{4}{3}\right) + 4f(2) + f\left(\frac{8}{3}\right) \right) \\ &\quad + \frac{4 - \frac{8}{3}}{6} \left(f\left(\frac{8}{3}\right) + 4f\left(\frac{10}{3}\right) + f(4) \right) \\ &\simeq 1,1479 - 0,5584 - 0,3896 \\ &\simeq 0,1999 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia):

$$\begin{aligned}
 & \int_0^4 f(x)dx \\
 &= \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx \\
 &\simeq \frac{2-0}{8} \left(f(0) + 3f\left(\frac{2}{3}\right) + 3f\left(\frac{4}{3}\right) + f(2) \right) \\
 &\quad + \frac{4-2}{8} \left(f(2) + 3f\left(\frac{8}{3}\right) + 3f\left(\frac{10}{3}\right) + f(4) \right) \\
 &\simeq 0,9815 - 0,0845 \\
 &\simeq 0,897
 \end{aligned}$$

d. $\int_{-1}^3 \ln(x^2 + 1) dx$

Đặt $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

Sử dụng công thức hình thang (6 khoảng chia):

$$\begin{aligned}
 & \int_{-1}^3 f(x)dx \\
 &= \int_{-1}^{-\frac{1}{3}} f(x)dx + \int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{1}{3}}^1 f(x)dx + \int_1^{\frac{5}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{5}{3}}^{\frac{7}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{7}{3}}^3 f(x)dx \\
 &\simeq \frac{\left(-\frac{1}{3}\right) - (-1)}{2} \left(f(-1) + f\left(-\frac{1}{3}\right) \right) + \frac{\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)}{2} \left(f\left(-\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) \right) \\
 &\quad + \frac{1 - \frac{1}{3}}{2} \left(f\left(\frac{1}{3}\right) + f(1) \right) + \frac{\frac{5}{3} - 1}{2} \left(f(1) + f\left(\frac{5}{3}\right) \right) \\
 &\quad + \frac{\frac{7}{3} - \frac{5}{3}}{2} \left(f\left(\frac{5}{3}\right) + f\left(\frac{7}{3}\right) \right) + \frac{3 - \frac{7}{3}}{2} \left(f\left(\frac{7}{3}\right) + f(3) \right) \\
 &\simeq 0,2662 + 0,0702 + 0,2662 + 0,6741 + 1,0641 + 1,3886 \\
 &\simeq 3,7294
 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 1/3 (3 khoảng chia):

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^3 f(x)dx \\ &= \int_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{5}{3}} f(x)dx + \int_{\frac{5}{3}}^3 f(x)dx \\ &\simeq \frac{\frac{1}{3} - (-1)}{6} \left(f(-1) + 4f\left(-\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) \right) + \frac{\frac{5}{3} - \frac{1}{3}}{6} \left(f\left(\frac{1}{3}\right) + 4f(1) + f\left(\frac{5}{3}\right) \right) \\ &\quad + \frac{3 - \frac{5}{3}}{6} \left(f\left(\frac{5}{3}\right) + 4f\left(\frac{7}{3}\right) + f(3) \right) \\ &\simeq 0,2711 + 0,9349 + 2,4632 \\ &\simeq 3,6692 \end{aligned}$$

Sử dụng công thức simpson 3/8 (2 khoảng chia):

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^3 f(x)dx \\ &= \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx \\ &\simeq \frac{1 - (-1)}{8} \left(f(-1) + 3f\left(-\frac{1}{3}\right) + 3f\left(\frac{1}{3}\right) + f(1) \right) \\ &\quad + \frac{3 - 1}{8} \left(f(1) + 3f\left(\frac{5}{3}\right) + 3f\left(\frac{7}{3}\right) + f(3) \right) \\ &\simeq 0,5046 + 3,1432 \\ &\simeq 3,6478 \end{aligned}$$

6.5

Đoàn Thu Ngân - 19120302

Cho $\int_1^2 \sin x dx$

a) Tính tích phân bằng công thức hình thang với 3 khoảng chia. Đánh giá sai số

$$f(x) = \sin x$$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3} \text{ với } n \text{ là số khoảng chia}$$

Bảng các giá trị x_i và $f(x_i)$

x_i	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2
$f(x_i)$	0.8414	0.9719	0.9954	0.9092

Áp dụng công thức hình thang ta được:

$$\begin{aligned}\int_1^2 \sin x dx &\approx \frac{h}{2} \left[f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right] \\ &\approx \frac{1}{6} \left[f(1) + f(2) + 2 \sum_{i=1}^2 f(x_i) \right] \\ &\approx \frac{1}{6} \left[f(1) + f(2) + 2 \left[f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right] \right] \\ &\approx 1.5311\end{aligned}$$

$$\delta f(x) = \left| \frac{f(x)^* - \overline{f(x)}}{f(x)^*} \right| \approx 0.6008$$

b) Tính tích phân trên bằng công thức Simpson 3/8

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3} \text{ với } n=3$$

Bảng các giá trị x_i và $f(x_i)$

x_i	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2
$f(x_i)$	0.8414	0.9719	0.9954	0.9092

Áp dụng công thức tính tích phân trên bằng công thức Simpson 3/8 ta được:

$$\begin{aligned} \int_1^2 \sin x dx &\approx \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)] \\ &\approx \frac{1}{6} \left[f(1) + 3f\left(\frac{4}{3}\right) + 3f\left(\frac{5}{3}\right) + f(2) \right] \\ &\approx 1.2754 \end{aligned}$$

$$\delta f(x) = \left| \frac{f(x)^* - \overline{f(x)}}{f(x)^*} \right| \approx 0.3335$$

Kết quả sai lệch 0.2557 so với câu a

6.6

Hà Bảo Khang - 19120252

6.6/ Do thời điểm đo đặc rời rạc và cách nhau 1 khoảng thời gian không bằng nhau nên ta sử dụng công thức tính tích phân hình thang

Gọi $F(x)$ là dung lượng tập tin ở thời điểm x

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^{13} f(x) = \int_0^3 f(x) + \int_3^5 f(x) + \int_5^9 f(x) + \int_9^{10} f(x) + \int_{10}^{13} f(x) \\ &= 82.422 + 69.6224 + 119.3962 + 33.4994 + 110.6295 = 415.696 \text{ (MB)} \end{aligned}$$

Vậy dung lượng của tập tin là 415.696 (MB)

6.7

Hà Bảo Khang - 19120252

6.7/ Do thời điểm đo lượng nước thải rời rạc và cách nhau 1 khoảng thời gian không bằng nhau nên ta sử dụng công thức tính tích phân hình thang

Theo yêu cầu bài toán, giả sử rằng buổi sáng là thời điểm được định nghĩa trong khoảng từ 8h00 đến 12h00

Gọi $F(x)$ là thể tích lượng nước thải của công ty tại thời điểm x (giờ)

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_8^{12} f(x) = \int_8^{9.1667} f(x) + \int_{9.1667}^{10.5} f(x) + \int_{10.5}^{11} f(x) + \int_{11}^{11.667} f(x) + \int_{11.667}^{12} f(x) \\ &= 47.561 + 50.9254 + 16.765 + 23.1582 + 10.025 = 148.4346(m^3) \end{aligned}$$

Như vậy tổng lượng nước thải của công ty trong buổi sáng hôm đó là $148.4346(m^3)$

6.8

Lưu Đức Vũ - 19120433

6.8) Do cái ~~giao~~ thời điểm đo đạc là lúc nên áp dụng tích phân hình thang.

~~Bởi~~ Tuy rằng 1 ngày có 24 giờ nhưng thời gian chiếu sáng của một đèn trong 1 ngày không là 24 giờ nên ta cho các tổng thời gian đo đạc được là tổng thời gian mà một đèn chiếu sáng trong ngày đó:
 $\approx 18 = 6 = 12 + \text{ổng}$.

Đa Tổng số đèn chiếu sáng thu được là:

$$T = \int_0^{18} f(x) dx \approx \int_0^{8,33} f(x) dx + \int_{8,33}^{11} f(x) dx + \int_{11}^{12} f(x) dx + \int_{12}^{13,5} f(x) dx + \int_{13,5}^{15,5} f(x) dx + \int_{15,5}^{17} f(x) dx + \int_{17}^{18} f(x) dx$$

$$\approx 3,0901 + 3,5206 + 6,7 + 3,6667$$

$$\approx 37,513 + 65,143 + 32,45 + 49,575 + 55,9$$

$$+ 30,75 + 11,8 = 283,146 \text{ (kWh/h)}$$

6.9

Ngô Trọng Đức - 19120061

Chương 6
Bài 6.9

x	0	1	2	3
Thời điểm (s)	8h00	8h20	8h40	9h00
Lượng thủy cấp	2575	3693	5012	4863

Số lượng thủy cấp vào máy chủ trong khoảng $\Delta t = 8h00 - 9h00$:
(Simpson 3/8)

$$S = \frac{x_3 - x_0}{8} (2575 + 3 \cdot 3693 + 3 \cdot 5012 + 4863)$$

$$= \frac{60}{8} (2575 + 3 \cdot 3693 + 3 \cdot 5012 + 4863)$$

$$= 251647,5$$

6.10

Ngô Trọng Đức - 19120061

Bài 6.10

	0	1	2	3	4
Ngày (x)	1	7	15	22	31
Lượng phiếu (y)	538	498	605	571	553

Do các thời điểm đã rời rạc nên áp dụng việc phân tích thành
 Lượng phiếu bán ra trong tháng hai là:

$$S = \int_1^{31} f(x) dx = \int_1^7 f(x) dx + \int_7^{15} f(x) dx + \int_{15}^{22} f(x) dx + \int_{22}^{31} f(x) dx$$

$$= \frac{7-1}{2} (498+538) + \frac{15-7}{2} (498+605) + \frac{22-15}{2} (605+571) + \frac{31-22}{2} (571+553)$$

$$= 16694 \text{ (phiếu)}$$

Doanh thu của Công ty trong tháng hai: $S \times 25000 = 417350000$

6.11

Huỳnh Tấn Thọ - 19120383

Ngày	1	11	21	31
Bia	37	28	42	35
Nước ngọt	46	50	42	40

Số kết bia (Simpson 3/8):

$$S_1 = 7 \times \left(\frac{30}{8} (37 + 28.3 + 42.3 + 35) \right) = 7402.5$$

Số kết nước ngọt (Simpson 3/8):

$$S_2 = 7 \times \left(\frac{30}{8} (46 + 50.3 + 42.3 + 40) \right) = 9502.5$$

Doanh thu của cửa hàng: $S_1 \times 280000 + S_2 \times 190000 = 3878175000$ đ

Lợi nhuận của cửa hàng: $S_1 \times 25000 + S_2 \times 32000 = 489142500$ đ \Rightarrow bán nước ngọt lời hơn

6.12

Đinh Huỳnh Tiến Phú - 19120325

6.12) Áp dụng công thức Simpson 3/8 vào hình thang:

Tổng lượng công nhân $= 3 \times \left[\frac{(783 - 679)}{8} (67.9 + 3847 + 3716 + 795) + \frac{795 + 763}{2} \right]$

$= 269775$

Chi phí công ty là $= 4 \times 269775 = 1079100$ (đồng)

6.13

Trần Vũ Việt Cường - 19120465

Áp dụng công thức tích phân Gauss 3 điểm nút:

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx \frac{5}{9}f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9}f(0) + \frac{5}{9}f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

a) $\int_{-1}^1 x^2 dx$

Đặt $f(x) = x^2$, ta có:

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 x^2 dx &= \int_{-1}^1 f(x)dx \approx \frac{5}{9} * \left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 + \frac{8}{9} * 0^2 + \frac{5}{9} * \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

b) $\int_{-1}^1 x^3 dx$

Đặt $f(x) = x^3$, ta có:

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 x^3 dx &= \int_{-1}^1 f(x)dx \approx \frac{5}{9} * \left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^3 + \frac{8}{9} * 0^3 + \frac{5}{9} * \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^3 \\ &= 0\end{aligned}$$

c) $\int_{-1}^1 x^4 dx$

Đặt $f(x) = x^4$, ta có:

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 x^4 dx &= \int_{-1}^1 f(x)dx \approx \frac{5}{9} * \left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^4 + \frac{8}{9} * 0^4 + \frac{5}{9} * \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^4 \\ &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

d) $\int_{-1}^1 x^5 dx$

Đặt $f(x) = x^5$, ta có:

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 x^5 dx &= \int_{-1}^1 f(x)dx \approx \frac{5}{9} * \left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^5 + \frac{8}{9} * 0^5 + \frac{5}{9} * \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^5 \\ &= 0\end{aligned}$$

6.14

Trần Thái Bảo - 19120458

Ta có công thức tích phân Gauss với ba điểm nút là

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{5}{9} f\left(\sqrt{-\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9} f(0) + \frac{5}{9} f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

a)

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2+1} dx$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2+1} dx = \frac{5}{9} * \frac{1}{(-\sqrt{\frac{3}{5}})^2+1} + \frac{8}{9} * \frac{1}{0^2+1} + \frac{5}{9} * \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{5}}^2+1} = 1.5833$$

b)

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x}{x^2+e^x} dx$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{e^x}{x^2+e^x}$$

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x}{x^2+e^x} dx = \frac{5}{9} * \frac{e^{-\sqrt{\frac{3}{5}}}}{(-\sqrt{\frac{3}{5}})^2+e^{-\sqrt{\frac{3}{5}}}} + \frac{8}{9} * \frac{e^0}{0^2+e^0} + \frac{5}{9} * \frac{e^{\sqrt{\frac{3}{5}}}}{(\sqrt{\frac{3}{5}})^2+e^{\sqrt{\frac{3}{5}}}} = 1.5654$$

c)

$$\int_{-1}^1 \frac{\sin x + 1}{\cos x + 1} dx$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 1}$$

$$\int_{-1}^1 \frac{\sin x + 1}{\cos x + 1} dx = \frac{5}{9} * \frac{\sin(-\sqrt{\frac{3}{5}}) + 1}{\cos(-\sqrt{\frac{3}{5}}) + 1} + \frac{8}{9} * \frac{\sin(0) + 1}{\cos(0) + 1} + \frac{5}{9} * \frac{\sin(\sqrt{\frac{3}{5}}) + 1}{\cos(\sqrt{\frac{3}{5}}) + 1}$$

$$= 1.09243$$

d)

$$\int_{-1}^1 \frac{x - \sin x}{x + 2} dx$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x - \sin x}{x + 2}$$

$$\int_{-1}^1 \frac{x - \sin x}{x + 2} dx$$

$$= \frac{5}{9} * \frac{-\sqrt{\frac{3}{5}} - \sin(-\sqrt{\frac{3}{5}})}{-\sqrt{\frac{3}{5}} + 2} + \frac{8}{9} * \frac{0 - \sin(0)}{0 + 2} + \frac{5}{9} * \frac{\sqrt{\frac{3}{5}} - \sin(\sqrt{\frac{3}{5}})}{\sqrt{\frac{3}{5}} + 2}$$

$$= -0.019$$

6.15

Ngô Trọng Đức - 19120061

Bài 6.15

a) $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$ (*)

Đặt $t = ax + b$

$\begin{cases} -1 = a \cdot 0 + b \\ 1 = a \cdot 2 + b \end{cases}$

t) $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = x - 1 \\ dt = dx \end{cases}$

(*) = $\int_{-1}^1 \underbrace{[(t+1)^2 + 1]}_{f(t)} dt$ (**)

Áp dụng pp Gauss (3 đ' nút):

(*) = $\frac{5}{9} f(-\sqrt{\frac{3}{5}}) + \frac{8}{9} f(0) + \frac{5}{9} f(\sqrt{\frac{3}{5}})$

= $\frac{5}{9} \cdot \frac{-\sqrt{15}}{5} + \frac{8}{9} \cdot 2 + \frac{5}{9} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5}$

= 1,7778

b) $\int_{-1}^1 \sin x dx$ (1)

Đặt $t = ax + b$

$\begin{cases} -1 = -a + b \\ 1 = 3a + b \end{cases}$

t) $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \\ dt = \frac{1}{2} dx \end{cases}$

(1) = $\int_{-1}^1 \underbrace{\sin(2t+1)}_{f(t)} 2 dt$ (*)

Áp dụng pp Gauss (3 đ' nút)

(*) = $\frac{5}{9} f(-\sqrt{\frac{3}{5}}) + \frac{8}{9} f(0) + \frac{5}{9} f(\sqrt{\frac{3}{5}})$

= $\frac{5}{9} \cdot (-1,0440) + \frac{8}{9} \cdot 1,6829 + \frac{5}{9} \cdot 1,1167$

= 1,5363

$$c) \int_{-\frac{1}{2}}^0 \cos x \, dx \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ax + b \\ dt = a \, dx \end{cases}$$

$$(1) (-) \int_{-\frac{1}{2}}^0 \cos \frac{t-1}{2} \frac{dt}{2} \quad (*)$$

Áp dụng pp Gauss (3đ' nút):

$$(*) = \frac{5}{9} f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9} f(0) + \frac{5}{9} f\left(+\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

$$= \frac{5}{9} 0,3158 + \frac{8}{9} 0,4388 + \frac{5}{9} 0,4968$$

$$= 0,8415$$

$$d) \int_{-\alpha}^{\alpha} e^x \, dx \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \frac{1}{\alpha} x \Rightarrow dt = \frac{1}{\alpha} dx$$

$$(1) (-) \int_{-1}^1 e^{t\alpha} dt \quad (*)$$

Áp dụng pp Gauss (3đ' nút)

$$(*) = \frac{5}{9} f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9} f(0) + \frac{5}{9} f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

$$= \frac{5}{9} 0,4248 + \frac{8}{9} \cdot 2 + \frac{5}{9} \cdot 4,153$$

$$= 7,2445$$

6.16

Phan Đăng Diễm Uyên - 19120426

$$E(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \rightarrow E(2) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^2 e^{-t^2} dt$$

$$\text{Đặt } p = at + b$$

t	0	2
p	-1	1

Từ bảng trên, ta được hệ phương trình :

$$\begin{cases} 0a + b = -1 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \rightarrow p = t - 1 \rightarrow dp = dt$$

$$\text{Đến đây : } E(2) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^2 e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 e^{-(p+1)^2} dp$$

$$\text{Đặt } g(p) = e^{-(p+1)^2}$$

Giá trị $E(2)$ bằng công thức Gauss 3 điểm nút là :

$$\begin{aligned} E(2) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 e^{-(p+1)^2} dp \\ &\simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{5}{9} g\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9} g(0) + \frac{5}{9} g\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right) \right) \\ &\simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} (0,5280 + 0,3270 + 0,0238) \\ &\simeq 0,9916 \end{aligned}$$

Kết luận:

Giá trị $E(2)$ bằng công thức Gauss 3 điểm nút là 0,9916.

6.17

Phan Đăng Diễm Uyên - 19120426

$$S(x) = \int_0^x \sin t^2 dt \quad \rightarrow \quad S(1) = \int_0^1 \sin t^2 dt$$

$$\text{Đặt } p = at + b$$

t	0	1
p	-1	1

Từ bảng trên, ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0a + b = -1 \\ a + b = 1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \rightarrow p = 2t - 1 \rightarrow dp = 2dt$$

$$\text{Đến đây : } S(1) = \int_0^1 \sin t^2 dt = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} \sin\left(\frac{p+1}{2}\right)^2 dp = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sin\left(\frac{p+1}{2}\right)^2 dp$$

$$\text{Đặt } g(p) = \sin\left(\frac{p+1}{2}\right)^2$$

Giá trị $S(1)$ bằng công thức Gauss 3 điểm nút là :

$$S(1) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sin\left(\frac{p+1}{2}\right)^2 dp$$

$$\approx \frac{1}{2} \left(\frac{5}{9} g\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9} g(0) + \frac{5}{9} g\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right) \right)$$

$$\approx \frac{1}{2} (0,0071 + 0,2199 + 0,3936)$$

$$\approx 0,3103$$

Kết luận:

Giá trị $S(1)$ bằng công thức Gauss 3 điểm nút là 0,3103.

