

Plasticita_1D_Příklad_3_dany_prubeh_napeti

January 6, 2025

#

Tato studijní pomůcka vznikla za podpory Inovačního projektu FSv ČVUT č. 15 “Inovativní pomůcky pro předměty Přetváření a porušování materiálů”.

(c) 2024 Lenka Dohnalová (lenka.dohnalova@fsv.cvut.cz), Petr Havlásek (petr.havlasек@cvut.cz), Milan Jirásek (milan.jirasek@cvut.cz)

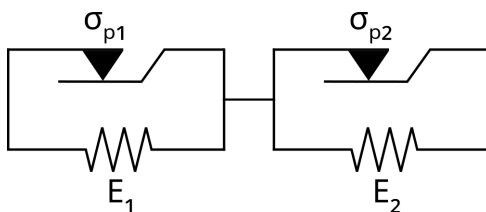
1 Jednoduché viskoelastické modely

1.1 Zadání

Na obrázku je reologický model tvořený dvěma ideálně pružnoplastickými články. Tuhosti pružin jsou $E_1 = 10$ GPa a $E_2 = 20$ GPa, meze kluzu plastických článků jsou $\sigma_{p1} = 200$ MPa a $\sigma_{p2} = 100$ MPa.

Sestrojte pracovní diagram odpovídající zatěžovacímu programu, při kterém je celkové napětí nejprve sníženo z nuly na hodnotu -250 MPa a poté je plynule zvyšováno až na hodnotu 250 MPa.

```
[116]: from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="Plasticita_1D_Příklad_3_zadani.png", width=600))
```



Import potřebných knihoven

```
[117]: %matplotlib inline

import math
import numpy as np

from IPython.display import Markdown as md
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

1.2 Řešení

```
[118]: # Hodnoty vstupních parametrů dle zadání:
E1 = 10 * 1000 # MPa
E2 = 20 * 1000 # MPa
p1 = 200 # MPa
p2 = 100 # MPa
_min = -250 # MPa
_max = 250 # MPa

# Inicializace prázdných seznamů pro napětí a deformaci, kam budou v každém
# kroku ukládány hodnoty pro výsledné vykreslení grafu
strain_values = [] # Seznam pro celkové deformace
stress_values = [] # Seznam pro celkové napětí
```

Označení dílčích hodnot deformací a napětí:

σ_{1pl} ... napětí v plastickém článku s mezí kluzu σ_{p1}

σ_{1el} ... napětí v pružině s tuhostí E_1

σ_{2pl} ... napětí v plastickém článku s mezí kluzu σ_{p2}

σ_{2el} ... napětí v pružině s tuhostí E_2

ε_1 ... deformace článku 1

ε_2 ... deformace článku 2

Celková deformace ε je v každém kroku rovna součtu deformací obou článků modelu $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Platí:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{1el} = \varepsilon_{1pl}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{2el} = \varepsilon_{2pl}$$

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$$

$$\sigma_1 = \sigma_{1el} + \sigma_{1pl}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{2el} + \sigma_{2pl}$$

Pro přehlednost je u každého stavu vykresleno schéma modelu s uvedením konkrétních hodnot napětí a deformací ve všech částech modelu.

1.2.1 A - počáteční (nulový) stav

```
[119]: # Na počátku jsou všechny hodnoty napětí a deformací rovny nule
1pl = 0
1el = 0
2pl = 0
2el = 0
1 = 0
2 = 0

_A = 1pl + 1el
```

```

_A = 1 + 2

strain_values.append(_A) # Uložení deformace
stress_values.append(_A) # Uložení napětí

print("\n")
print(f" 1pl = { 1pl} MPa")
print(f" 1el = { 1el} MPa")
print(f" 2pl = { 2pl} MPa")
print(f" 2el = { 2el} MPa")
print(f" 1 = { 1}")
print(f" 2 = { 2}")
print("\n")

print(f"Celkové napětí při počátku zatížení je: { _A} MPa")
print(f"Celková deformace při počátku zatížení je: { _A}")

```

```

1pl = 0 MPa
1el = 0 MPa
2pl = 0 MPa
2el = 0 MPa
1 = 0
2 = 0

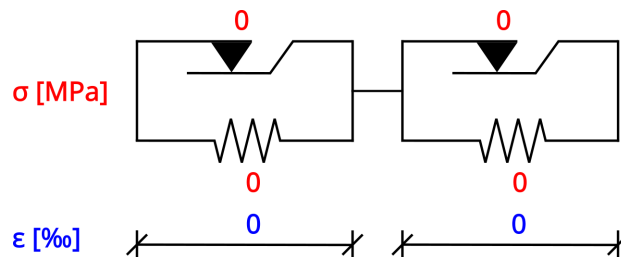
```

Celkové napětí při počátku zatížení je: 0 MPa
Celková deformace při počátku zatížení je: 0

```

[120]: from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="Plasticita_1D_Priklad_3_stav_A.png", width=400))

```



1.2.2 B - dosažení mezního napětí v pravém plastickém článku

```
[121]: _B = -p2
1pl = _B
1el = 0
2pl = _B
2el = 0
1 = 0
2 = 0

_B = 1 + 2

strain_values.append(_B) # Uložení deformace
stress_values.append(_B) # Uložení napětí

print("\n")
print(f"1pl = {1pl} MPa")
print(f"1el = {1el} MPa")
print(f"2pl = {2pl} MPa")
print(f"2el = {2el} MPa")
print(f"1 = {1}")
print(f"2 = {2}")
print("\n")

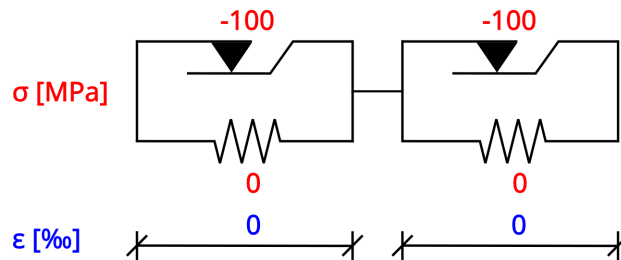
print(f"Celkové napětí při dosažení mezního napětí v pravém plastickém článku ↪  
je: {_B} MPa")
print(f"Celková deformace při dosažení mezního napětí v pravém plastickém ↪  
článku je: {_B*1000} × 103")
```

```
1pl = -100 MPa
1el = 0 MPa
2pl = -100 MPa
2el = 0 MPa
1 = 0
2 = 0
```

Celkové napětí při dosažení mezního napětí v pravém plastickém článku je: -100 MPa

Celková deformace při dosažení mezního napětí v pravém plastickém článku je: 0 × 10³

```
[122]: from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="Plasticita_1D_Priklad_3_stav_B.png", width=400))
```



1.2.3 C - dosažení mezního napětí ve druhém plastickém článku

```
[123]: _C = -p1
1p1 = _C
1e1 = _C - 1p1
2p1 = 2p1
2e1 = _C - 2p1

1 = 1e1/E1
2 = 2e1/E2

_C = 1 + 2

strain_values.append(_C) # Uložení deformace
stress_values.append(_C) # Uložení napětí

print("\n")
print(f"1p1 = {1p1} MPa")
print(f"1e1 = {1e1} MPa")
print(f"2p1 = {2p1} MPa")
print(f"2e1 = {2e1} MPa")
print(f"1 = {1}")
print(f"2 = {2}")
print("\n")

print(f"Celkové napětí při dosažení mezního napětí ve druhém plastickém článku_
↪je: {_C} MPa")
print(f"Celková deformace při dosažení mezního napětí ve druhém plastickém_
↪článku je: {_C*1000} × 10-3")
```

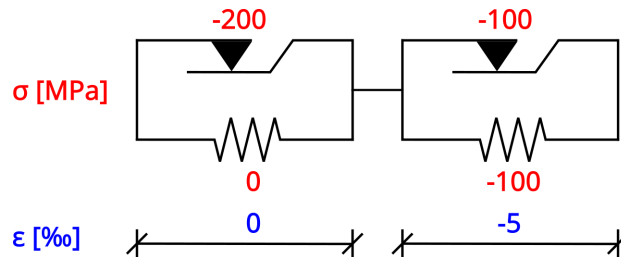
```
1p1 = -200 MPa
1e1 = 0 MPa
2p1 = -100 MPa
2e1 = -100 MPa
1 = 0.0
```

2 = -0.005

Celkové napětí při dosažení mezního napětí ve druhém plastickém článku je: -200 MPa

Celková deformace při dosažení mezního napětí ve druhém plastickém článku je:
 -5.0×10^{-3}

```
[124]: from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="Plasticita_1D_Priklad_3_stav_C.png", width=400))
```



1.2.4 D - dosažení předepsaného minimálního napětí

```
[125]: _D = _min
1pl = -p1
1el = _D - 1pl
2pl = -p2
2el = _D - 2pl
1pl_D = 1pl # uložení pro použití v dalším kroku

1 = 1el/E1
2 = 2el/E2

_D = 1 + 2

strain_values.append(_D) # Uložení deformace
stress_values.append(_D) # Uložení napětí

print("\n")
print(f" 1pl = { 1pl} MPa")
print(f" 1el = { 1el} MPa")
print(f" 2pl = { 2pl} MPa")
print(f" 2el = { 2el} MPa")
print(f" 1 = { 1}")
print(f" 2 = { 2}")
print("\n")
```

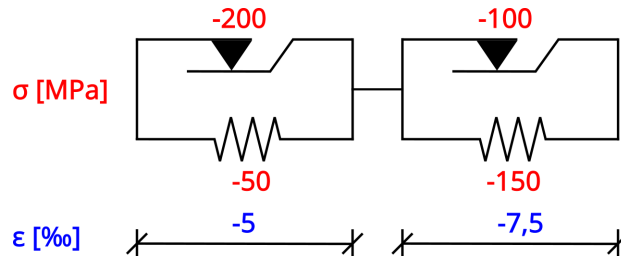
```
print(f"Dosaženo předepsaného minimálního napětí: {_D} MPa")
print(f"Celková deformace při dosažení předepsaného minimálního napětí je:␣
↪{_D*1000} × 10-3")
```

```
1p1 = -200 MPa
1e1 = -50 MPa
2p1 = -100 MPa
2e1 = -150 MPa
1 = -0.005
2 = -0.0075
```

Dosaženo předepsaného minimálního napětí: -250 MPa

Celková deformace při dosažení předepsaného minimálního napětí je: -12.5×10^{-3}

```
[126]: from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="Plasticita_1D_Priklad_3_stav_D.png", width=400))
```



1.2.5 E - dosažení mezního tahového napětí v pravém plastickém článku

```
[127]: _E = _D + 2* p2
2p1 = p2
2e1 = _E - 2p1
1p1 = 1p1_D + (_E - _D)
1e1 = _E - 1p1
1p1_E = 1p1 # uložení pro použití v dalším kroku

1 = 1e1/E1
2 = 2e1/E2

_E = 1 + 2

strain_values.append(_E) # Uložení deformace
stress_values.append(_E) # Uložení napětí
```

```

print("\n")
print(f" 1pl = { 1pl} MPa")
print(f" 1el = { 1el} MPa")
print(f" 2pl = { 2pl} MPa")
print(f" 2el = { 2el} MPa")
print(f" 1 = { 1}")
print(f" 2 = { 2}")
print("\n")

print(f"Celkové napětí při dosažení mezního tahového napětí v pravém plastickém  

↳ článku je: { _E} MPa")
print(f"Celková deformace při dosažení mezního tahového napětí v pravém  

↳ plastickém článku je: { _E*1000} × 103")

```

```

1pl = 0 MPa
1el = -50 MPa
2pl = 100 MPa
2el = -150 MPa
1 = -0.005
2 = -0.0075

```

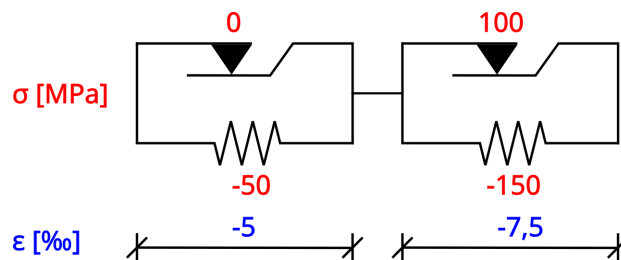
Celkové napětí při dosažení mezního tahového napětí v pravém plastickém článku je: -50 MPa

Celková deformace při dosažení mezního tahového napětí v pravém plastickém článku je: -12.5×10^{-3}

```

[128]: from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="Plasticita_1D_Priklad_3_stav_E.png", width=400))

```



1.2.6 F - dosažení mezního tahového napětí ve druhém plastickém článku

```
[129]: delta_ = p1 - 1pl_E
      _F = _E + delta_
      1pl = p1
      1el = _F - 1pl
      2pl = p2
      2el = _F - 2pl

      1 = 1el/E1
      2 = 2el/E2

      _F = 1 + 2

      strain_values.append(_F) # Uložení deformace
      stress_values.append(_F) # Uložení napětí

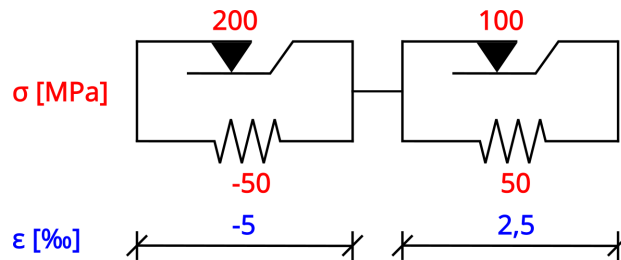
      print("\n")
      print(f" 1pl = { 1pl} MPa")
      print(f" 1el = { 1el} MPa")
      print(f" 2pl = { 2pl} MPa")
      print(f" 2el = { 2el} MPa")
      print(f" 1 = { 1}")
      print(f" 2 = { 2}")
      print("\n")

      print(f"Celkové napětí při dosažení mezního tahového napětí ve druhém_
      ↪plastickém článku je: { _F} MPa")
      print(f"Celková deformace při dosažení mezního tahového napětí ve druhém_
      ↪plastickém článku je: { _F*1000} × 103")
```

```
1pl = 200 MPa
1el = -50 MPa
2pl = 100 MPa
2el = 50 MPa
1 = -0.005
2 = 0.0025
```

Celkové napětí při dosažení mezního tahového napětí ve druhém plastickém článku
je: 150 MPa
Celková deformace při dosažení mezního tahového napětí ve druhém plastickém
článku je: -2.5×10^{-3}

```
[130]: from IPython.display import display, Image
      display(Image(filename="Plasticita_1D_Priklad_3_stav_F.png", width=400))
```



1.2.7 G - dosažení předepsaného maximálního napětí

```
[131]: _G = _max
1p1 = p1
1e1 = _G - 1p1
2p1 = p2
2e1 = _G - 2p1

1 = 1e1/E1
2 = 2e1/E2

_G = 1 + 2

strain_values.append(_G) # Uložení deformace
stress_values.append(_G) # Uložení napětí

print("\n")
print(f"1p1 = {1p1} MPa")
print(f"1e1 = {1e1} MPa")
print(f"2p1 = {2p1} MPa")
print(f"2e1 = {2e1} MPa")
print(f"1 = {1}")
print(f"2 = {2}")
print("\n")

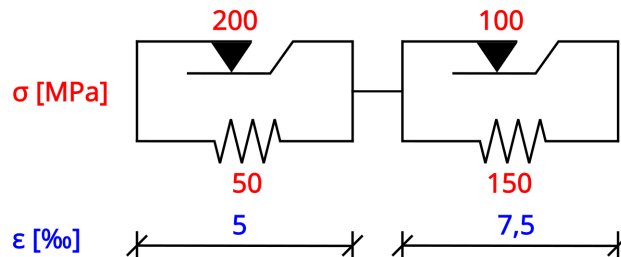
print(f"Dosaženo předepsaného maximálního napětí: {_G} MPa")
print(f"Celková deformace při dosažení předepsaného maximálního napětí je:↳
↳{_G*1000} × 10-3")
```

```
1p1 = 200 MPa
1e1 = 50 MPa
2p1 = 100 MPa
2e1 = 150 MPa
1 = 0.005
2 = 0.0075
```

Dosaženo předepsaného maximálního napětí: 250 MPa

Celková deformace při dosažení předepsaného maximálního napětí je: 12.5×10^{-3}

```
[132]: from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="Plasticita_1D_Priklad_3_stav_G.png", width=400))
```



1.2.8 Vykreslení pracovního diagramu

```
[133]: # Písmena odpovídající jednotlivým bodům
labels = ['A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G']

# převod deformací na promile:
for i in range(len(strain_values)):
    strain_values[i] *= 1000

# Vykreslení pracovního diagramu
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(strain_values, stress_values, '-o', color='blue')

# Přidání popisků k bodům
for x, y, label in zip(strain_values, stress_values, labels):
    plt.text(x, y, label, fontsize=15, ha='right', va='bottom', color='black')

# Nastavení os
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8) # Vodorovná osa
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8) # Svislá osa
plt.gca().spines['top'].set_visible(False) # Skrytí horního rámečku
plt.gca().spines['right'].set_visible(False) # Skrytí pravého rámečku
plt.gca().spines['bottom'].set_position('zero') # Posunutí spodní osy na střed
plt.gca().spines['left'].set_position('zero') # Posunutí levé osy na střed

# Přidání explicitních značek na osy
plt.xticks(sorted(set(strain_values)), fontsize=12)
plt.yticks(sorted(set(stress_values)), fontsize=12)
```

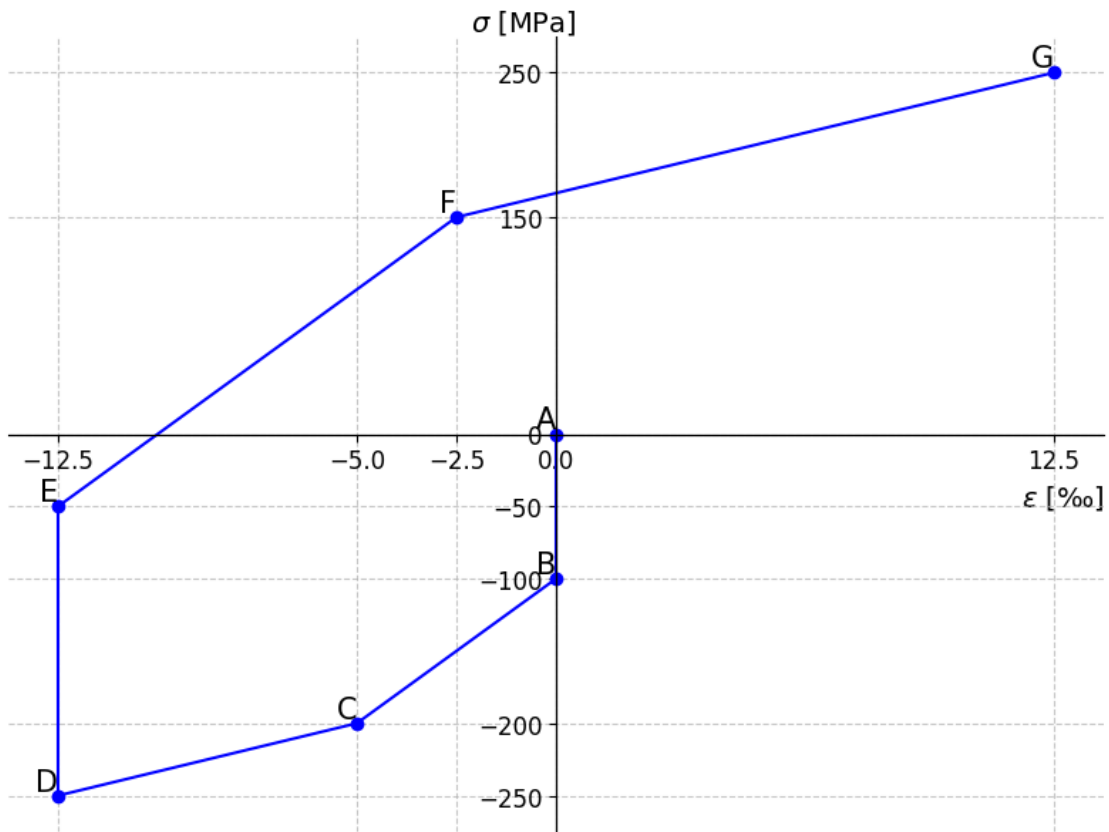
```

# Nastavení popisů os
plt.xlabel('$\\epsilon$ [%]', fontsize=14, loc='right')
plt.ylabel('$\\sigma$ [MPa]', fontsize=14, rotation=0, labelpad=-50, loc='top')

# Mřížka pro lepší přehlednost
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)

# Zobrazení grafu
plt.tight_layout()
plt.show()

```



[133]: