

# 基于 MATLAB 的金融工程模型计算

线加玲

(昆明学院 数学系, 云南 昆明 650032)

[摘 要] 基于 MATLAB, 对金融工程的几大核心问题, 如金融时间序列数据分析、风险组合 VaR 计算、金融衍生产品定价等进行介绍与实证模拟计算。

[关键词] 金融工程; MATLAB; 模型计算

[中图分类号] O29 [文献标识码] A [文章编号] 1673 - 8012(2008)03 - 0058 - 04

## 1 金融工程及 MATLAB 简介

金融工程 (financial engineering) 是 20 世纪 80 年代末到 90 年代初出现的一门学科. 它将工程思维引入金融领域, 综合运用各种工程技术方法 (数学建模、数值计算、网络图解、仿真模拟等) 设计、开发和实施新型的金融产品, 创造性地解决各种金融问题. 金融工程最重要的功能是规避金融风险, 提高金融市场的效率, 提高金融机构的经营效率, 挖掘套利机会, 增强市场的有效性等<sup>[1]</sup>. 因此, 金融工程一产生, 便在全球范围内获得超常的发展速度. 在金融工程的各种问题计算中, 人们急切地需要寻求计算机软件支持, 而其中许多的金融公司及科学家们都把目光投向 MATLAB.

MATLAB 是 MathWorks 公司于 1984 年推出的数学软件, 其名称是由 “矩阵实验室” (MATrix LABoratory) 合成的. 由此可知, 其最早的开发理念是提供一套完善的矩阵运算命令. 但随着数值运算需求的演变, MATLAB 已经成为各种动态系统仿真、自动控制、时间序列分析、数学信号处理、科学可视化的标准语言<sup>[2]</sup>.

一直以来, MATLAB 在建模预测新兴市场的金融危机、建立和验证新的期权定价模型等金融工程方面有着极其重要的作用. 为了解决金融中的计算问题, MathWorks 公司集结了一大批优秀的金融研究开发人员, 开发了 MATLAB 金融工具箱. 该工具箱把金融学中的问题转化为一个个模块, 包括 Financial Toolbox、Financial Time Series Toolbox、GARCH Toolbox、Optimization Toolbox、Partial Differential Equation 等, 几乎涵盖了所有金融问题. 在欧美, MATLAB 现在已经成为金融工程人员的亲密伙伴, 世界上有 2 000 多家金融机构运用 MATLAB 来管理公司财产. 国际货币基金组织、摩根斯坦利等顶级金融机构都是 MathWorks 公司的客户. 这显示了 MATLAB 强大的金融产品定价和风险管理功能. 本文选定金融工程中的几大核心问题, 对其进行介绍和 MATLAB 实证模拟计算.

## 2 金融时间序列数据分析

时间序列分析的研究对象是一系列随时间变化而又相互关联的动态数据. 时间序列模型包括 3 种基本类型: 自回归 (Auto - Regressive, AR) 模型、移动平均 (Moving - Average, MA) 模型以及自回归移动平均 (Auto - Regressive Moving - Average, ARMA) 模型. 由于在估计金融变量回报时的良好特征, 即拟合时变的方差和处理厚尾的能力, ARCH 类模型及其各种扩展 (GARCH、IGARCH、EGARCH 等) 已成为描述金融波动性的有效工具. 对于上述的模型, MATLAB 中都有专门的函数调用语句. 我们重点讨论 GARCH 模型.

### 2.1 GARCH 模型

\* [收稿日期] 2008 - 04 - 05

[作者简介] 线加玲 (1973 - ), 女, 云南盈江人, 讲师, 硕士, 主要从事金融数学及概率统计研究.

GARCH表示广义自回归条件异方差 (Generalized Auto Regressive Condition Heteroscedasticity)模型. GARCH模型分为均值方程和方差方程两部分<sup>[3]</sup>.

均值方程形式为：
$$y_t = C + \sum_{i=1}^R \phi_i y_{t-i} + \epsilon_t + \sum_{j=1}^M \alpha_j y_{t-j} + \sum_{k=1}^N \beta_k X(t, k).$$

其中， $\phi_i$ 为自回归系数， $\alpha_j$ 为移动平均系数， $\epsilon_t$ 为新信息， $y_t$ 表示回报， $X(t, k)$ 为 $y_t$ 的解释变量矩阵.

GARCH (p, q) 模型的条件方差形式为：
$$\epsilon_t^2 = K + \sum_{i=1}^P G_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^M A_j \alpha_{t-j}^2.$$

其中,系数满足下列约束条件:

$$\sum_{i=1}^P G_i + \sum_{j=1}^M A_j < 1, K > 0, G_i > 0, A_i > 0, i = 1, 2, 3, \dots, P; j = 1, 2, 3, \dots, Q.$$

2.2 GARCH (p, q) 的 MATLAB 实现

MATLAB 中与 GARCH 模型相关的函数有 4 个,分别为 garchset, garchfit, garchred和 garchsim<sup>[4]</sup>. 其中,设定 GARCH模型参数的函数是 garchset,它可以把 GARCH函数需要输入的参数规范化,便于估计. garchsim函数可以模拟生成 GARCH (p, q) 中的样本值. MATLAB 中对时间序列用 GARCH 模型估计的函数是 garchfit,其调用方式为: [Coeff, Errors, LLF] = garchfit( spec, Series). 其中,输入参数 spec表示的是 GARCH 模型的格式, Series表示要模拟的时间序列观察值. 输出参数 Coeff为模型的参数,是一个结构数组. Errors为估计的误差, LLF为模型的极大似然比.

2.3 实证研究

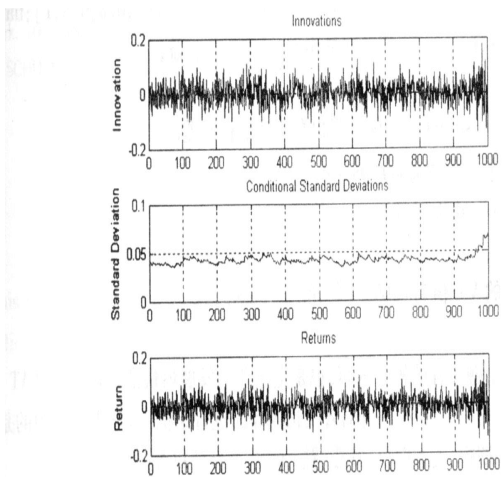
(1)我们可先通过 garchsim函数模拟生成 GARCH (1, 1)型数据,再使用 garchfit函数进行反估计:

```
>> spec = garchset('C',0,'K',0.0001,'GARCH',0.9,'ARCH',0.05);
>> s = garchsim(spec,1000);
>> garchfit(spec,s).
```

得出估计结果为:

Parameter	Value	Standard Error	T - Statistic
C	- 0.002 475 6	0.001 291 9	- 1.916 3
K	4.658 5e - 005	5.335 2e - 005	0.873 2
GARCH (1)	0.939 27	0.041 451	22.660 0
ARCH (1)	0.035 442	0.015 082	2.350 0

Log Likelihood Value: 1 765.29



由上图中信息、标准差和回报的图示可知,分析结果与预期相吻合.

(2)我们还可用 GARCH模型对股价进行拟合与分析.如选定云天化 2007年 4月 25日到 2007年 11月 7日股票收盘价格进行 GARCH(1,2)分析,所得到估计的均值方程为:

$$y_t = 0.0046606 + 0.02044y_{t-1} + 0.033936y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$\text{条件方差方程为: } \varepsilon_t^2 = 0.00038102 + 0.68686\varepsilon_{t-1}^2 + 0.059823\varepsilon_{t-2}^2$$

此模型的 AIC和 BIC值分别为 -544.9069和 -523.6938

### 3 风险组合 Var(Value At Risk)计算

#### 3.1 Var(Value At Risk)

1993年,国际清算银行宣布有意引入一种针对市场风险的资本金要求,提出“风险价值”(Value at Risk, Var).它是指在市场正常波动的情形下某一金融资产或证券组合的最大可能损失;更为确切的是指,在一定的概率水平(置信度)下某一金融资产或证券组合的最大可能损失.其数学表达式为:  $\text{Prob}(P < \text{Var}) = \alpha$ .其中,  $P$ 为证券组合在持有期  $t$ 内的损失; Var为置信水平  $\alpha$ 下风险中的价值<sup>[1]</sup>.我们可在各资产服从一定分布(如正态分布)的假设下,计算出资产的 Var值.

假定 JP摩根公司在 2004年置信水平为 95%的日 Var值为 960万美元,其含义是指该公司可以以 95%的把握保证,2004年某一特定时间上的金融资产在未来 24小时内,由于市场价格变动带来的损失不会超过 960万美元.或者说,只有 5%的可能损失超过 960万美元.与传统风险度量不同,Var完全是基于统计分析基础上的风险度量技术,它是 JP摩根公司用来计算市场风险的.

#### 3.2 Var的 MATLAB实现

一般在市场有效的前提下,各资产收益服从正态分布.我们可根据正态分布表计算出具体的 Var值. MATLAB中有专门计算 Var值的函数: portrisk.注意:参数中应输入总资产的期望收益和标准差,而不是组合中各种资产的预期收益率与标准差.

调用方式为:

$$\text{Var} = \text{portrisk}(\text{PortReturn}, \text{PortRisk}, \text{RiskThreshold}, \text{PortValue}).$$

其中,输入参数 PortReturn为总资产的回报, PortRisk为总资产的标准差, RiskThreshold为概率阈值,默认为 0.05, PortValue为资产的总价值.输出参数 Var表示的是在概率阈值下的资产 Var值.注意:要输入总资产期望收益与标准差,而不是组合中各种资产的预期收益率与标准差.

#### 3.3 实证研究

假设投资者有两种总资产,总价值为 1亿元,资产权重分别为 30%与 70%,资产的日波动率均值分别为 0.002和 0.004,标准差为 0.03及 0.01.这两种资产的相关系数为 0.8,给定置信度为 0.99,求该资产在 30天的 Var值.

我们可先计算出总资产的期望收益和标准差:

$$>> w = [0.3, 0.4]; \text{ret} = [0.002, 0.004]; d = [0.03, 0.01]; \text{cov} = [1, 0.8; 0.8, 1]; \text{time} = 30$$

$$>> \text{pret} = \text{time} * \text{dot}(w, \text{ret}) \quad \% \text{dot表示向量相乘,计算出总收益};$$

$$>> \text{sd} = w * d;$$

$$>> \text{pd} = \text{sqrt}(\text{sd} * \text{cov} * \text{sd} * \text{time}) \quad \% \text{计算出总资产的标准差}.$$

最后,代入 prtrisk,便可得该组合资产的 Var:

$$>> \text{Var} = \text{portrisk}(\text{pret}, \text{pd}, 0.01, 1),$$

$$\text{Var} = 0.0924$$

由此即可求出该资产的 Var值为 0.0924亿元.

### 4 金融衍生产品计算

金融衍生产品定价是金融工程的核心内容,也是金融业中发展最快的领域. MATLAB中自带的金融衍生产品工具箱,可利用利率树、价格树等对各类衍生产品进行定价<sup>[4]</sup>.其中最常用的是期权定价,包括对常见的期权,如欧式期权、美式期权、看涨(跌)期权、奇异期权等进行定价.

#### 4.1 期权

期权(Option)是 20世纪 70年代中期在美国出现的一种金融创新工具,30多年来,它作为一种防

范风险和投机的有效手段而得到迅猛发展. 所谓期权, 又叫选择权, 是指双方当事人达成某种协议, 期权买方向期权卖方支付一定费用, 取得在未来到期日 (Maturity Data) 或到期前按协议买进或卖出一定数量某种基础证券 (Underlying Assets) 的权利; 期权卖方收取了一定的期权费用以后, 承担在未来到期日或到期日前按协议买进或卖出一定数量某种基础证券的责任. 当期权买方放弃行使权利时, 他不得索取已支付的费用; 同时, 期权卖方则始终具有满足买方行使权利的义务. 在这里, 期权的买方获得这种权利是支付了一定费用的; 而期权卖方必须承担的义务是因为他获得了一定的费用, 这“一定的费用”便是期权的价格 (premium)<sup>[5]</sup>. 期权中最常用的欧式期权 (European Option), 是指看涨期权买方 (卖方) 有权在到期日以事先约定的价格 (执行价) 买入 (或卖出) 标的资产, 期权买方同时支付期权费来购买这一权利.

欧式期权价格可以通过 Black - Scholes 方程求解. 具体可参照参考文献 [6].

#### 4.2 期权的 MATLAB 实现

MATLAB 中计算欧式期权价格的函数是 blsprice

调用方式为: [Call, Put] = blsprice (Price, Strike, Rate, Time, Volatility, Yield).

其中, 输入参数 Price 为标的资产价格, Strike 为执行价, Rate 为无风险利率, Time 为距离到期日的时间, Volatility 为标的资产的标准差, Yield 为标的资产的收益率.

#### 4.3 实证研究

我们考虑一个无分红的股票. 假若现股票价格为 100, 波动率标准差为 50%, 无风险利率为 10%, 期权的执行价为 95 元, 执行期为 3 个月.

由语句: >> [Call, Put] = blsprice (100, 95, 0.1, 0.25, 0.5),

便可计算出该欧式看涨期权价格为 13.6953 元, 看跌期权价格为 6.3497 元.

#### 5 结语

除上述实例外, MATLAB 还可以估计欧式期权中的欧式期权希腊字母, 进行固定收益证券计算, 用 Monte Carlo 方法模拟金融衍生产品定价, 运用可视化技术对金融数据进行丰富的 3D 图像显示等. MATLAB 以它强大的功能与方便的操作界面, 必将在金融工程领域发挥越来越重要的作用.

#### [参考文献]

- [1] 约翰·马歇尔·维普尔·班赛尔. 金融工程 [M]. 宋逢明, 等译. 北京: 清华大学出版社, 1998
- [2] 张智星. MATLAB 程序设计与应用 (第 1 版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002
- [3] Engle R F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation [J]. Econometrica, 1982 (50): 987 - 1008
- [4] 张树德. 金融计算教程 (第 1 版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [5] Tomas Björk. Arbitrage Theory in Continuous Time [M]. Oxford University Press
- [6] BLACK F, SCHOLES M. The Pricing of Options Corporate Liabilities [J]. Journal of Political Economy, 1973, 81 (3): 637 - 659

### Financial Engineering Model Computation Based on MATLAB

XIAN Jia - ling

(Dept. of Mathematics, Kunming Teacher's College, Kunming Yunnan 650032, China)

**Abstract:** This paper reviewed several key problems in financial engineering, including GARCH model, Var estimate, option pricing, etc. Also, we have presented an empirical study on these problems based on MATLAB.

**Key words:** financial engineering; MATLAB; Model Computation