

# 动态DEA模型

## Dynamic DEA (Dynamic SBM) Model

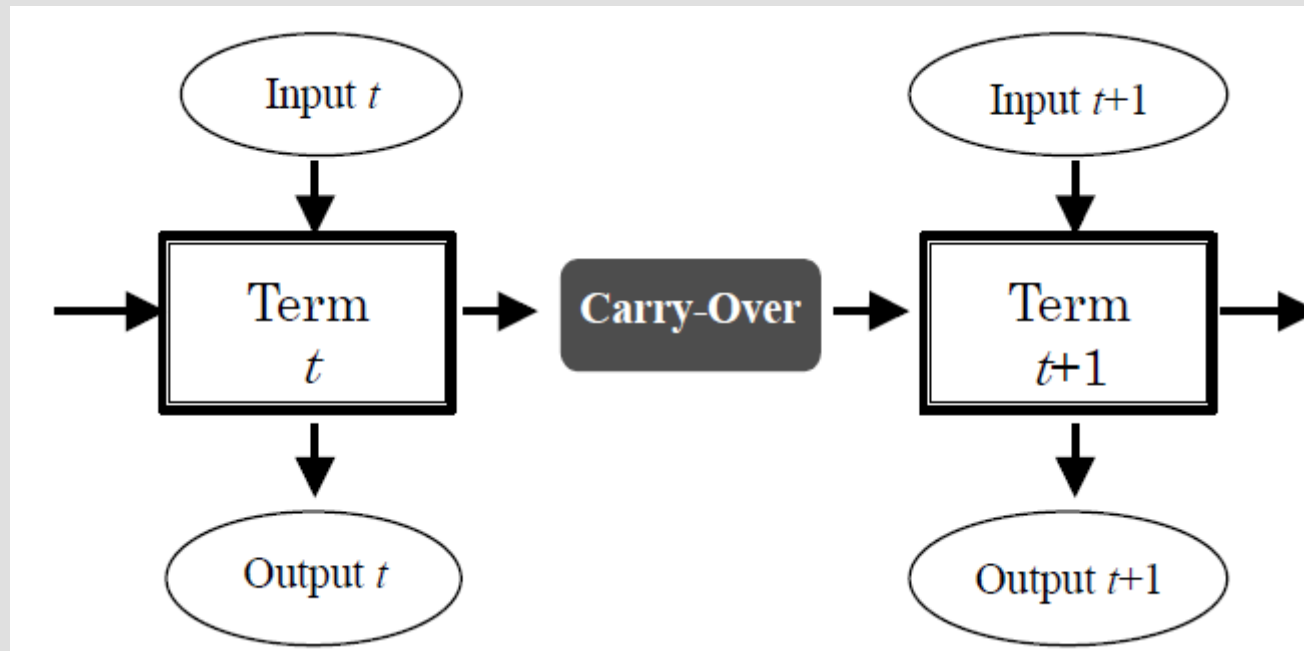


## 1.引言

- ◆我们已经关注过动态DEA模型问题，如Malmquist指数，关注了DMU不同时期效率变化和技术进步的问题
- ◆但这些模型忽略了各期间生产的传递性（carry-over），包括生产运营的传递、生产决策的传递等，即生产在各期间是连续的，互相影响的。
- ◆动态生产模式，即企业的生产，是经过多期的时间连续而成的，企业当期的决策会影响下期的生产结果，各期生产决策相互影响。在生产过程中，产出包括最终产出和中间产出，特别是中间产出无法在当期完成，会继续成为下期的生产投入，当然影响下期的生产结果。评价动态生产模式下的运营效率，即是动态DEA重点关注的内容。



## 2.动态DEA结构



### 3. Carry-over的分类

- ◆ 把连续的两时期联系起来变量（要素）称为carry-over.
- ◆ (1) **desirable (good) links (CG)** : 比如结转的利润或净剩余等，动态DEA把它作为产出，并且其值应不小于观测值，比较的松弛（不足）作为无效率对待。
- ◆ (2) **undesirable (bad) links (CB)** : 比如结转的损失、坏账以及滞销商品等，动态DEA把它作为投入，并且其值应不大于观测值，比较的松弛（多余）作为无效率对待。
- ◆ (3) **Discretionary (free) link (CF)** : 其对应的carry-over的DMU能够自由处置，不受约束，不会直接对效率评估造成影响，但会通过非直接的方式影响效率；DEA Solver把自由处置变量的松弛放入目标规划来调整，称作adjust score.
- ◆ (4) **Non-discretionary (fixed) link (CN)** : 意味着carry-over超出了DMU的控制，其值是固定的，与观察值相同。通过连续性条件对效率产生间接影响。



## 4.角度的动态DEA模型

SBM投入角度，整体效率（overall efficiency）

$$\theta_o^* = \min \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w^t \left[ 1 - \frac{1}{m + nbad} \left( \sum_{i=1}^m \frac{w_i^- s_{it}^-}{x_{iot}} + \sum_{i=1}^{nbad} \frac{s_{it}^{bad}}{z_{iot}^{bad}} \right) \right]$$

时期权重和第i个投入变量的权重

$$\theta_{ot}^* = 1 - \frac{1}{m + nbad} \left( \sum_{i=1}^m \frac{w_i^- s_{iot}^{*-}}{x_{iot}} + \sum_{i=1}^{nbad} \frac{s_{iot}^{bad*}}{z_{iot}^{bad}} \right), \quad (t = 1, \dots, T)$$

每一期的动态效率

$$\theta_o^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w^t \theta_{ot}^*$$

整体效率是各时期效率的加权平均



## 4.角度的动态DEA模型

SBM产出角度，整体效率（overall efficiency）

$$\frac{1}{\tau_o^*} = \max \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w^t \left[ 1 + \frac{1}{s + ngood} \left( \sum_{i=1}^s \frac{w_i^+ s_{it}^+}{y_{iot}} + \sum_{i=1}^{ngood} \frac{s_{it}^{good}}{z_{iot}^{good}} \right) \right]$$

SBM产出角度，时期效率（term efficiency）

$$\tau_{ot}^* = \frac{1}{1 + \frac{1}{s + ngood} \left( \sum_{i=1}^s \frac{w_i^+ s_{iot}^{+*}}{y_{iot}} + \sum_{i=1}^{ngood} \frac{s_{iot}^{good*}}{z_{iot}^{good}} \right)}, \quad (t = 1, \dots, T)$$

整体效率是各期效率的加权调和平均

$$\frac{1}{\tau_o^*} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{w^t}{\tau_{ot}^*}$$



## 5.非角度的动态DEA模型

$$\rho_o^* = \min \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w^t \left[ 1 - \frac{1}{m + nbad} \left( \sum_{i=1}^m \frac{w_i^- s_{it}^-}{x_{iot}} + \sum_{i=1}^{nbad} \frac{s_{it}^{bad}}{z_{iot}^{bad}} \right) \right]}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w^t \left[ 1 + \frac{1}{s + ngood} \left( \sum_{i=1}^s \frac{w_i^+ s_{it}^+}{y_{iot}} + \sum_{i=1}^{ngood} \frac{s_{it}^{good}}{z_{iot}^{good}} \right) \right]}$$

各期效率

$$\rho_{ot} = \frac{1 - \frac{1}{m + nbad} \left( \sum_{i=1}^m \frac{w_i^- s_{iot}^{*-}}{x_{iot}} + \sum_{i=1}^{nbad} \frac{s_{iot}^{bad*}}{z_{iot}^{bad}} \right)}{1 + \frac{1}{s + ngood} \left( \sum_{i=1}^s \frac{w_i^+ s_{iot}^{*+}}{y_{iot}} + \sum_{i=1}^{ngood} \frac{s_{iot}^{good*}}{z_{iot}^{good}} \right)}$$

整体效率不是各期效率加权调和或加权算术平均



## 6. 动态DEA模型解的唯一性

虽然根据目标函数整体效率是唯一的，但是各期效率值可能有多重解

软件解决办法：

- (1) 求解整体效率值。
  - (2) 保持最优整体效率，最小化第T期的效率；
  - (3) 保持最优整体效率和最优的第T期的效率，最小化第T-1期效率；
- 依次，直到第1期，这样就保持了解的唯一性。





## 7. 动态DEA模型种类

**DynamicSBM-I-C-**  
**DynamicSBM-I-V-**  
**DynamicSBM-O-C**  
**DynamicSBM-O-V**

**DynamicSBM-C-**  
**DynamicSBM-V-**



在线视频+DVD播放+现场培训  
专注软件学习([www.peixun.net](http://www.peixun.net))

