

Malmquist指数及分解

Malmquist index and its' decompostion



1.概述

- ◆到目前的章节，我们均是在关注静态的DEA效率问题，即在某一时间点或时间段内，同类DMU的相对效率问题。
- ◆本讲关注同类DMU在连续时间效率和生产率的动态变化，重点考察Malmquist非参数DEA指数以及分解构成（技术进步及效率改善）
- ◆以两个时期为例，进行阐述
- ◆Malmquist指数可分解为两个部分：追赶效应（catch-up effect）× 前沿移动（Frontier-shift）
- ◆即通常经济学中的TFP变化分解成生产效率变化与（狭义）技术进步两部分。
- ◆广泛应用于区域经济、企业发展、技术创新等研究领域。

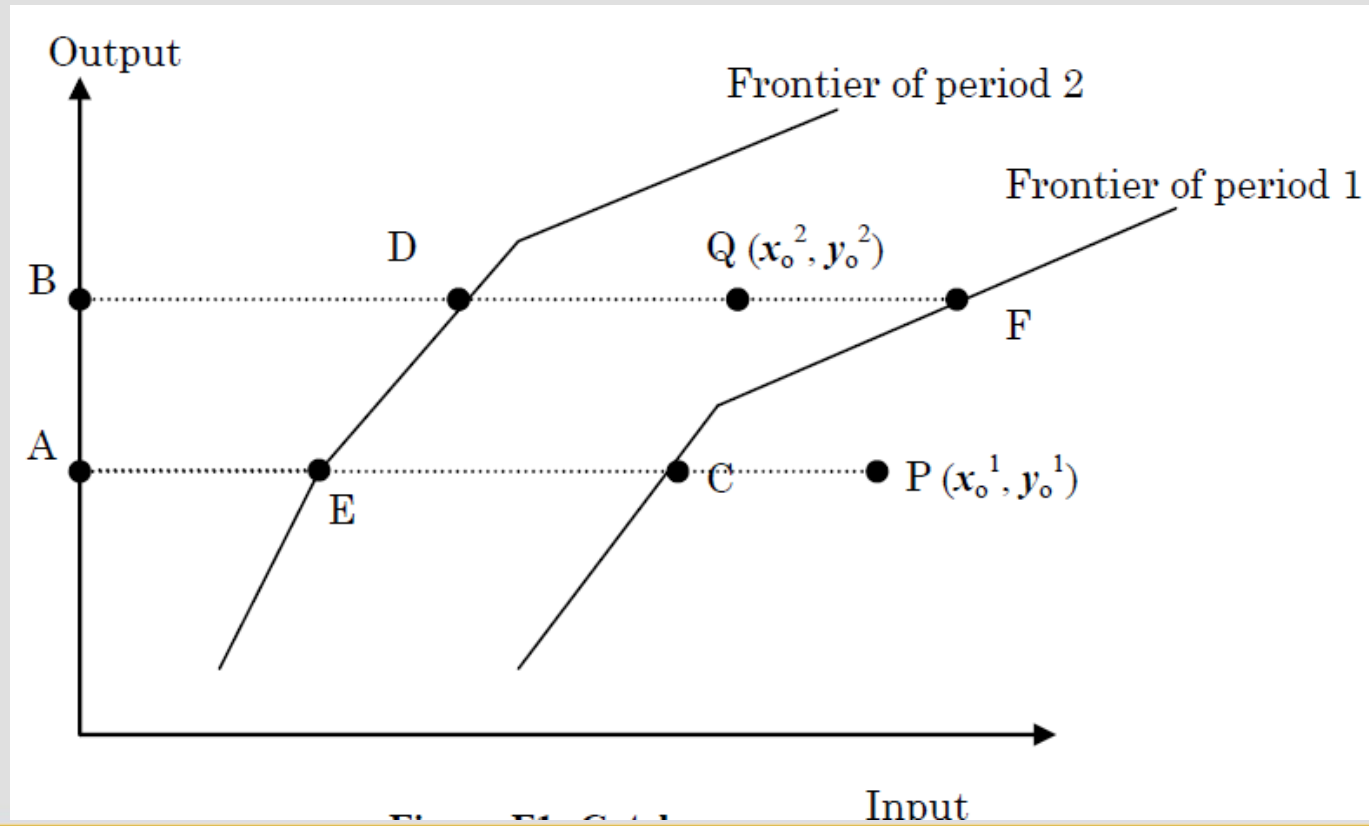


2.两个概念

- ◆追赶效应（catch-up effect）：即是DMU技术效率的变化效应，是反映DMU提高效率（组织、协调、管理能力等）的努力程度的变化。
- ◆前沿移动（Frontier-shift）：反映了两个时期所有DMU所参照的生产前沿的移动，有的文献称作“innovation”效应。



3.Malmquist分解



◆追赶效应 (catch-up) 根据前图可表达为:

◆ $TECH = \frac{(x^2, y^2) \text{ 关于第2时期前沿的技术效率}}{(x^1, y^1) \text{ 关于第1时期前沿的技术效率}}$

$$\text{Catch - up} = \frac{\frac{BD}{BQ}}{\frac{AC}{AP}}$$

如果TECH大于1，表明DMU随时间有改善；小于1，表明DMU出现了效率的下降。



- ◆ 前沿移动 (Frontier-shift) 根据前图可表达为:
- ◆ 以P点为例, 从第1时期到2时期, 其对应的前沿从C移动到了E点, 对P点的前沿移动效应可表示为: $\varphi_1 = \frac{AC}{AE}$
- ◆ 此效应等同于 $\varphi_1 = \frac{\frac{AC}{AP}}{\frac{AP}{AE}}$
- ◆ 即P点 (x_o^1, y_o^1) 在第1时期投入产出效率与P点投入产出相对于第2时期效率的比值。



◆类似地，可以定义 $\varphi_2 = \frac{\frac{BF}{BQ}}{\frac{BD}{BQ}}$ ，Q点表示第2时期的投入产出单元。

◆分子即是相对于Q点关于第1时期前沿的生产效率，分母表示Q点关于第2时期前沿的生产效率

◆显然， φ_1 不等于 φ_2 。这是由效率计算时参照不同时期前沿面所导致的。为了调和这一矛盾，一般采取几何平均形式表达：

$$\varphi = \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$$



4.距离函数表达

第1或第2时期前沿

第1或第2时期投入产出

$$C = \frac{\delta^2((x_o, y_o)^2)}{\delta^1((x_o, y_o)^1)}$$

表示第2时期投入产出 (x, y) 对应于第2时期前沿的效率得分/第1时期投入产出 (x, y) 对应于第1时期前沿的效率得分: TECH, 技术效率变化指数

表示距离函数符号或效率标记

$$F = \left[\frac{\delta^1((x_o, y_o)^1)}{\delta^2((x_o, y_o)^1)} \times \frac{\delta^1((x_o, y_o)^2)}{\delta^2((x_o, y_o)^2)} \right]^{1/2}$$

表示不同参照前沿的距离函数及几何平均: Tch, 技术进步指数

表示第1时期投入产出相对于2时期前沿的效率值或距离函数值, 或称混和时期 (intertemporal) 距离函数, 相反称之时期内 (within) 距离函数



5.DEA求解： 径向Malmquist指数

投入角度，时期内（within）

$$\begin{aligned}\delta^s((x_o, y_o)^s) &= \min_{\theta, \lambda} \theta \\ \text{subject to } \theta x_o^s &\geq X^s \lambda \\ y_o^s &\leq Y^s \lambda \\ L &\leq e\lambda \leq U \\ \lambda &\geq 0,\end{aligned}$$

投入角度,时期间（intertemporal）

$$\begin{aligned}\delta^s((x_o, y_o)^t) &= \min_{\theta, \lambda} \theta \\ \text{subject to } \theta x_o^t &\geq X^s \lambda \\ y_o^t &\leq Y^s \lambda \\ L &\leq e\lambda \leq U \\ \lambda &\geq 0.\end{aligned}$$



产出角度，时期内（within）

$$\begin{aligned}\delta^s((x_o, y_o)^s) &= \min_{\theta, \lambda} \theta \\ \text{subject to } x_o^s &\geq X^s \lambda \\ (1/\theta) y_o^s &\leq Y^s \lambda \\ L &\leq e\lambda \leq U \\ \lambda &\geq 0.\end{aligned}$$

产出角度,时期间（intertemporal）

$$\begin{aligned}\delta^s((x_o, y_o)^t) &= \min_{\theta, \lambda} \theta \\ \text{subject to } x_o^t &\geq X^s \lambda \\ (1/\theta) y_o^t &\leq Y^s \lambda \\ L &\leq e\lambda \leq U \\ \lambda &\geq 0.\end{aligned}$$

这里用 $1/\theta$ 的分式约束，因此目标规划为 $\min\theta$ ，等同于目标规划为 $\max\phi$ 的距离函数

当RTS为非CRS时，有可能无解，特别是在跨期距离函数上，软件处理成1



5.DEA求解：非径向Malmquist指数

即使用SBM不同模型组合求解上述时间内和跨期距离函数问题

主要模型包括：

Malmquist-SBM-I-C/V/GRS

Malmquist-SBM-O-C/V/GRS

Malmquist-superSBM-I-C/V/GRS

Malmquist-superSBM-O-C/V/GRS

Malmquist-SBM-C/V/GRS

Malmquist-superSBM-C/V/GRS

