

双边DEA模型

Bilateral DEA model



1.基本概念及原理

- ◆一般的DEA效率评价都是基于这样的假设：即他们共同遵循相同的前沿。
- ◆但有时DMU不同群组间往往基于不同的前沿,即它们的前沿可能不一致，甚至互相交叉,因此这些群组被称为不同的系统，如system A和system B。
- ◆群组A或群组B内都遵循传统的DEA凸性假设（convexity assumption），但A和B间就可能不是凸性假设，生产可能性集遵循下列约束条件：



2.生产可能性集

$$x \geq X_A \lambda_A + X_B \lambda_B$$

$$y \leq Y_A \lambda_A + Y_B \lambda_B$$

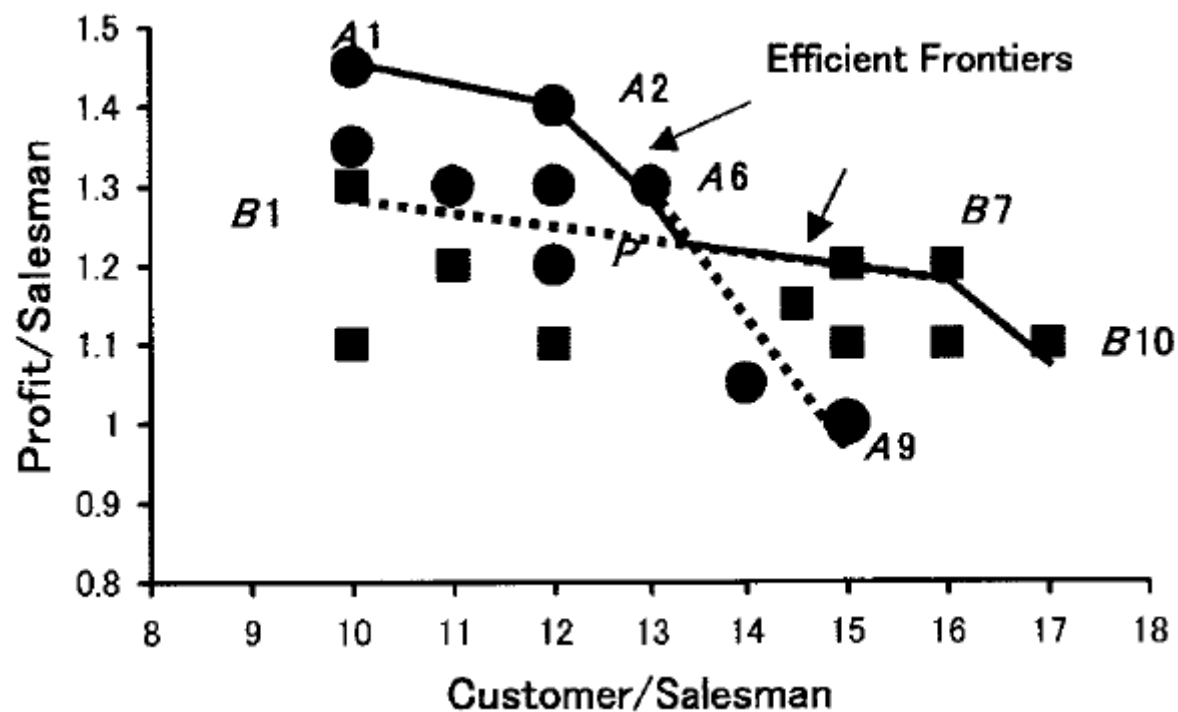
$$Lz_A \leq e\lambda_A \leq Uz_A$$

$$Lz_B \leq e\lambda_B \leq Uz_B$$

$$z_A + z_B = 1$$

$$\lambda_A \geq 0, \lambda_B \geq 0$$

$$z_A, z_B = 0 \text{ or } 1.$$



混合整数线性规划

两系统的前沿比较图



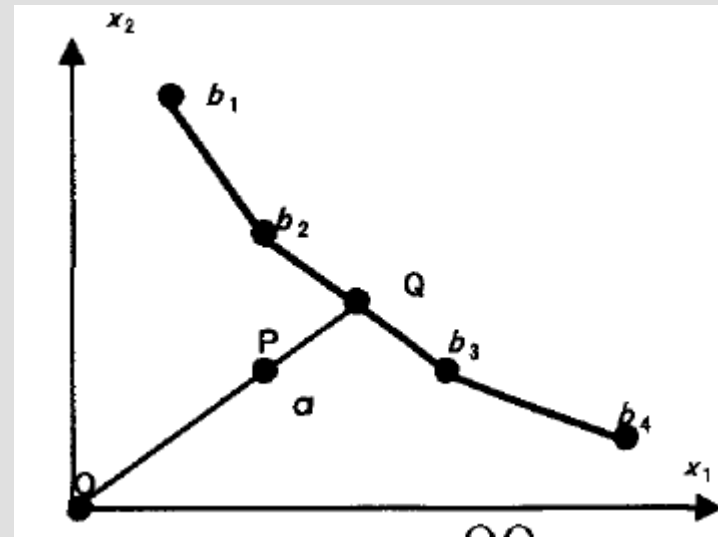
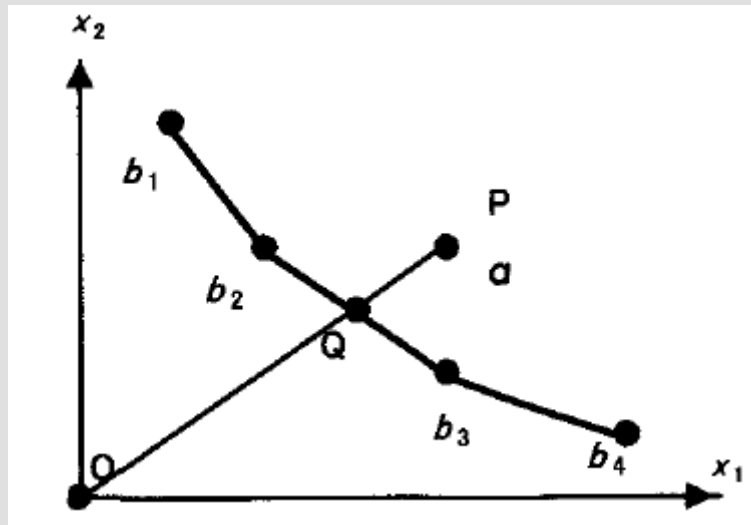
3.双边比较DEA模型及思路

$$\begin{array}{ll}\min & \theta \\ \text{subject to} & \sum_{j \in B} x_j \lambda_j \leq \theta x_a \\ & \sum_{j \in B} y_j \lambda_j \geq y_a \\ & \lambda_j \geq 0 \quad (\forall j \in B)\end{array}$$

即评价A组DMU的效率，应该以B组作为参照；而评价B组DMU的效率，应该以A组作为参照。



4.双边比较DEA的问题



第1图，P (a)点能够被B的DMU包络，所以其效率为 $\theta^* = \frac{OQ}{OP} < 1$

第2图，P (a)点不能够被B的DMU包络，其应延伸至Q点，故其效率为 $\theta^* = \frac{OQ}{OP} > 1$ ，所以双边比较时，技术效率值有可能大于1.



5.双边比较效率差异的秩和检验

- ◆ 估计出A和B组的技术效率后，需要检验两组效率值有无差异，DEA Solver给出的是秩和检验办法。
- ◆ H_0 :两组效率值的分布无显著差异或相同。
- ◆ 设A、B组的效率值为 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$
- ◆ 把AB合并成C，并从大到小排列，相应地记作 $R=\{1,2,\dots,m+n\}$;如果有相同的数，则把相应的两个秩的平均数代替
- ◆ 分别把A或B组的秩和求出，代入下列近似正态分布公式

$$T = \frac{S - m(m+n+1)/2}{\sqrt{mn(m+n+1)/12}}$$

- ◆ 使用此分布，在一定的显著性水平下（如5%）检验两组效率值有无明显差异。



6. 秩和检验举例

$$A = \{0.42, 0.51, 0.45, 0.82, 0.9, 1, 0.72, 0.92, 0.65, 0.87\} \quad (m = 10),$$

$$B = \{0.12, 0.32, 0.18, 0.42, 0.56, 0.9, 0.7, 0.22, 0.44, 0.02, 1\} \quad (n = 11)$$

$$C = \{\underline{1}, 1, \underline{0.92}, \underline{0.9}, 0.9, \underline{0.87}, \underline{0.82}, \underline{0.72}, 0.7, \underline{0.65}, 0.56, \underline{0.51}, \underline{0.45}, 0.44, \\ \underline{0.42}, 0.42, 0.32, 0.22, 0.18, 0.12, 0.02\}$$

$$R = \{\underline{1.5}, 1.5, \underline{3}, \underline{4.5}, 4.5, \underline{6}, \underline{7}, \underline{8}, 9, \underline{10}, 11, \underline{12}, \underline{13}, 14, \underline{15.5}, 15.5, 17, 18, 19, 20, 21\}$$

$$S = 1.5 + 3 + 4.5 + 6 + 7 + 8 + 10 + 12 + 13 + 15.5 = 80.5$$

$$T = -2.0773 \quad T = -2.0773 < -1.96$$

在5%显著性水平下拒绝原假设。



双边DEA模型

Bilateral-CCR-I
Bilateral-BCC-I
Bilateral-SBM-C
Bilateral-SBM-V

只和不变和可变规模报酬有关，和产出角度无关。

