

# 黄金和比特币的动态协整研究 —— 基于 半参数 MIDAS 分位点回归模型<sup>\*</sup>

叶五一 孙丽萍 缪柏其

(中国科学技术大学统计与金融系, 合肥 230026)

**摘要** 与黄金相比, 比特币收益率高、波动率大、免监管以及免税收等性质, 在金融领域将会有巨大的发展空间. 比特币有时被称为新型黄金, 可以取代黄金用来对冲通货膨胀, 成为新型避险资产, 可以与黄金互补来进行套期保值, 这令金融领域的各类投资者非常感兴趣. 因此, 关于比特币和黄金之间关系的研究有重要的现实意义. 文章对比特币和黄金之间的分位点协整关系进行了实证研究与检验. 为了充分应用混合频率数据的信息, 文章提出了半参数 MIDAS 分位点回归模型, 并给出了模型的估计和相应的统计推断. 与已有的关于比特币的研究方法和方向不同, 文章考虑的是比特币和黄金的分位点协整关系, 在半参数 MIDAS 分位点模型中, 假定黄金和比特币的协整关系是状态依赖和时变的. 实证结果发现, 比特币收益率和黄金收益率在 0.01–0.99 分位点都有分位点协整关系, 以及黄金市场和比特币市场风险的变化趋势大致相反, 这为黄金和比特币组合使用进行套期保值提供了依据.

**关键词** 比特币, 黄金, 分位点协整, MIDAS, 半参数分位点回归.

MR(2000) 主题分类号 91B82, 91B84

## A Study of Dynamic Cointegration of Gold and Bitcoin — Based on Semiparametric MIDAS Quantile Regression Model

YE Wuyi SUN Liping MIAO Baiqi

(Department of Statistics and Finance, University of Science and Technology of China, Hefei  
230026)

**Abstract** Compared with gold, Bitcoin has a huge space for development in the financial sector due to its features of higher yield, higher volatility, exemption from regulation and tax-free. Moreover, Bitcoin is sometimes referred to as a new type of gold, which can be used to substitute for gold to hedge against inflation. As well as, it can become a new safe-haven asset that can be hedged with gold for hedging, which is of great interest to investors. Therefore, the study of the relationship between Bitcoin

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金面上项目 (71671171), 国家自然科学基金重点项目 (71631006) 资助课题.

收稿日期: 2019-09-16, 收到修改稿日期: 2019-09-30.

编委: 文风华.

and gold has important practical significance. This paper conducts an empirical study on the quantile cointegration relationship between the two of them. In order to fully apply the information of mixed frequency data, this paper proposes a semi-parametric MIDAS quantile regression model together with the model's estimation and corresponding statistical inference. Different from the existing research methods and directions about Bitcoin, this paper focuses on to investigate the dynamic quantile cointegration relationship between Bitcoin and gold. Meanwhile, we assume that the cointegration relationship is state-dependent and time-varying in the semi-parametric MIDAS quantile regression model. The empirical results show that there exists a quantile cointegration relationship between the yield of Bitcoin and gold at 0.01 to 0.99 quantile and that the trend of risk is roughly opposite between the two markets, providing a basis for hedging using the combination of gold and bitcoin.

**Keywords** Bitcoin, gold, quantile cointegration, MIDAS, semiparametric quantile regression.

## 1 引言

比特币是一种数字虚拟货币,最早由 Nakamoto 在 2009 年正式推出,在 2009 年 1 月 12 日,发生了第一笔比特币交易,交易量为 10 比特币.近 3 年比特币市场迅速发展,截至 2019 年 3 月 1 日, CoinMarketCap 上已有的数字虚拟货币有 2093 种,其中比特币的交易最为活跃,比特币的循环供应量为 17,564,575,单个比特币的价格为 3856.4 美元,市场价值为 67,736,112,747 美元.在 2017 年美国、日本、韩国等国家的大量投资者涌入比特币市场,这一年比特币的价格持续暴涨,比特币一夜之间成为各界争相讨论的热点.随后,有关比特币的负面消息增多以及相关监管的建立和加强使得比特币热度消退,在 2018 年价格下跌回归理性价位.更多投资者回归理性化,各国政府相继出台税收政策和监管政策,以及世界网络技术发展的必然,使得比特币市场更加趋于规范和健全.比特币市场的良性发展意味着比特币不会被淘汰,而是可持续发展,与此同时对金融市场的影响也日益增大.杨晓陈和张明<sup>[1]</sup>研究表明比特币的发展前景值得期待. Kim<sup>[2]</sup>发现比特币兑换货币的交易成本低于零售外汇交易成本,那么比特币在国际交易中的增长可能给跨国企业和政府带来机遇和挑战.另外不少投资认为比特币是新型黄金,可能取代黄金作为对冲通货膨胀,成为新型避险资产用于风险管理等.因此,关于比特币和黄金之间的关系的研究有重要理论研究价值和现实意义.

随着比特币市场的急速发展壮大,对比特币进行研究的文献越来越多.已有的文献主要是集中于比特币与全球经济活动的相关性,比特币的金融资产能力,风险对冲能力以及对其他传统市场的影响等方面的研究. Conrad 等<sup>[3]</sup>应用了 GARCH-MIDAS 模型来提取比特币的长期和短期波动率成分,并指出比特币的波动性与全球经济活动密切相关. Corbet 等<sup>[4]</sup>及 Symitsi 和 Chalvatzis<sup>[5]</sup>分别研究了比特币与其他传统市场的关系.郭建峰等<sup>[6]</sup>研究表明与中国和美国的股票市场相比,比特币市场具有高风险性和高投机性. Katsiampa<sup>[7]</sup>和 Chu 等<sup>[8]</sup>通过使用 GARCH 模型探讨比特币的金融资产能力,结果表明比特币是投资组合管理,风险分析和市场情绪分析的有用工具.李梨<sup>[9]</sup>和邓伟<sup>[10]</sup>研究发现比特币是一种投机资产. Al-Khazali 等<sup>[11]</sup>研究了宏观经济新闻对黄金和比特币的回报和波动性的影响. Klein 等<sup>[12]</sup>建立了 BEKK-GARCH 模型来估计时变条件相关性,结果表明比特币作为资产时与股票市

场的联系,与黄金具有根本不同的属性.另外一些学者通过对比比特币和股票指数的标准差、风险价值 (VaR) 和期望损失 (ES) 等进行研究分析. Bouri 等<sup>[13]</sup> 基于 DCC 模型来检验比特币对冲黄金的效果,实证结果表明比特币大多数情况下更适用于多元化投资的目的. Bouri 等<sup>[14]</sup> 使用基于小波的 QQ 回归模型,证实了在极端比特币市场和全球不确定条件下,可以用比特币来对冲不确定性. Dyhrberg<sup>[15]</sup> 基于 GARCH 模型分析了比特币与黄金和美元之间的关系,并指出比特币的归类介于黄金和美元之间. Dyhrberg<sup>[16]</sup> 研究了比特币对 FTSE 指数和美元的套期保值能力. Henriques 和 Sadorsky<sup>[17]</sup> 则应用了 DCC, ADCC 和 GO-GARCH 等模型研究了在投资组合中比特币对黄金的替代性,结果发现有可能在投资组合中用比特币代替黄金,并获得更高的风险调整回报.

目前已有大量的文献对比特币的属性进行研究,业界投资者也对比特币的投资潜力进行充分的挖掘与利用,在利用比特币进行多元化投资及获得更高的风险回报的同时,套期保值者对于黄金和比特币之间是否存在协整关系也越来越感兴趣,以便在投资中构建套期保值组合. 比特币具有高收益率、高波动性等特点,但是与黄金相比缺乏流动性,二者的组合也可以平衡风险、收益、流动性等,因此分析二者之间的协整关系具有重要的研究价值. 通过对文献的研究我们发现,黄金和比特币在不同市场环境下有不同的关系,比特币作为资产时与股票市场的联系,与黄金具有不同的属性,大多数情况下比特币用于多元化投资的目的以获得更高的风险回报,而在极端市场条件下,比特币和黄金都可以作为避险资产来对冲不确定性,为了更准确地分析不同市场环境下两者之间的关系,本文使用分位点协整模型研究黄金和比特币的关系. 研究比特币与黄金之间的分位点协整关系有重要的现实意义,第一、揭示二者之间不同分位点上是否有协整的关系,如果存在,则表明协整的比特币和黄金投资组合将可能是一个合适的套期保值;第二、通过二者收益率分位点协整的关系也可以用于二者收益率分位点的预测;第三、分析比特币市场和黄金市场之间的风险以及风险传染等. 叶五一等<sup>[18]</sup> 构建了 c-D-Copula 模型,通过变点检测对美国次贷危机金融风险的传染进行分析. 韦起和魏云捷<sup>[19]</sup> 将 Markov 区制转换与 vine copula 相结合来研究我国网络借贷平台对传统金融机构的动态风险传染效应. 自 Engle 和 Granger<sup>[20]</sup> 提出协整检验以来,该方法倍受研究者的青睐 (如 Campbell 和 Shiller<sup>[21]</sup>, Kao<sup>[22]</sup>, Lettau 和 Ludvigson<sup>[23]</sup> 和 Mark 等<sup>[24]</sup> 等). 协整检验用于分析非平稳时间序列数据之间的关系,避免进行伪回归. 然而实证研究结果发现,有时经济变量之间的关系在危机期间与繁荣期间的关系可能是完全不一样的,两个变量长期可能没有明显的协整关系,但是不同时期下可能呈现出不同的关系. Xiao<sup>[25]</sup> 提出分位点协整回归模型,结果表明分位点协整回归模型可以反映出传统 OLS 协整模型不能反映出的重要信息,以及分位点回归分析可以扩展到误差具有无限方差的协整模型,分位点协整模型对误差要求更为宽松. Lee 和 Zeng<sup>[26]</sup>、Schweikert<sup>[27]</sup> 都基于分位点协整回归模型,分别研究了石油现货市场价格和期货市场价格,黄金和白银价格之间的分位点协整关系,允许协整关系可以是状态依赖的,实证结果表明变量之间存在不对称依赖以及状态依赖性的协整关系. 本文基于分位点协整模型分析黄金和比特币之间的关系,对二者之间状态依赖性和时变性的协整关系以及风险传染关系进行更细致全面的研究,这具有非常重要的实际应用价值.

本文模型及数据方面使用的是混合频率数据. Ghysels 等<sup>[28, 29]</sup> 提出的 MIDAS 方法,即混合频率数据方法对分位点回归模型进行建模. 黄哲豪等<sup>[30]</sup> 基于 MS-AR 模型对比特币收益率研究表明,在低收益率区制下,投资者所关注的是前一两天及一周左右的收益率,以及

当时间跨度较小时投资者的“羊群效应”明显. Pettenuzzo 等<sup>[31]</sup>建模时考虑到 MIDAS 随机波动, 从而改善了样本内和样本外密度预测. 许启发等<sup>[32]</sup>运用高频信息, 提高了金融资产间的动态关联关系估计精度. 刘汉和刘金全<sup>[33]</sup>基于 MIDAS 模型对中国宏观经济总量进行短期预测, 结果表明 MIDAS 模型能更精确的进行短期预测以及能有效的进行实时预报. 郑挺国和尚玉皇<sup>[34]</sup>则应用 GARCH-MIDAS 模型提高了中国股市波动预测效果. 刘金全等<sup>[35]</sup>实证研究表明 MIDAS 模型能有效的提取高频数据信息. 周德才等<sup>[36]</sup>使用混频数据编制了我国混频非对称金融景气指数 (MFMS-FPI), 结果表明 MFMS-FPI 具有很好的实时性和有效性. 通过对文献研究发现, 不同时间跨度下影响比特币收益率的主导因素不同, 为了充分利用比特币收益率不同频率数据所包含的信息及避免遗失重要信息, 同时考虑到 MIDAS 方法允许充分利用更为丰富的高频 (每日) 数据, 使用高频数据可以提高分位点的估计精确度, 因此本文使用 MIDAS 方法对数据进行研究分析. 此外, 为了更精确地研究比特币和黄金的协整关系随时间变化的趋势, 以及在不同市场环境下比特币和黄金的协整关系和极端市场环境下二者之间的风险及风险传染关系, 并且充分利用不同频率数据所包含的信息, 因此本文建立了半参数 MIDAS 分位点回归模型, 与已有的关于比特币和黄金之间的替代性、对冲性、货币或资产差异性等研究不同, 本文直接研究二者之间的协整关系与风险传染关系. 本文模型允许变量之间的协整关系可以存在不对称性依赖、状态依赖和时变性以及模型包含了高低频数据的信息, 并给出了模型的估计方法和统计推断, 能够更精确更全面的刻画变量之间的真实关系. 此外, 本文的模型可以进一步推广应用到国际市场之间或者大宗商品、股票等之间的协整关系研究. 因此, 本文的研究在方法上也具有一定的理论价值. 本文将在上述模型的基础上, 对比特币和黄金在 0.01-0.99 分位点的协整关系进行实证分析和检验.

## 2 半参数 MIDAS 分位点回归模型

### 2.1 半参数 MIDAS 分位点回归模型的构建

为了描述分位点回归模型参数的时变性, 并克服高频数据的噪音和低频数据可能遗失重要信息等不足, 本文将 Schweikert 提出的分位点协整回归模型与 Ghysels 等<sup>[37]</sup>中的 MIDAS 分位点回归模型相结合, 提出如下半参数 MIDAS 分位点回归模型

$$Q_{\tau}(Y|X = x_t) = \sum_{k=1}^K \alpha_{\tau,k}(U_t)x_{tk} + \alpha_{\tau,k+1}(U_t)z_t(x; \theta) = \mathbf{X}_t^T \boldsymbol{\alpha}_{\tau}(U_t) + \alpha_{\tau,k+1}(U_t)z_t(x; \theta), \quad (1)$$

其中  $Q_{\tau}(Y|X = x_t)$  是给定  $X$  的条件下  $Y$  的  $\tau$  条件分位点,  $\alpha_{\tau,k}(\cdot)$  为变系数函数,  $U_t$  是平滑变量, 可以是解释变量  $x_t$  的分量, 也可以是时间或者其他外生变量等,  $x_t$  为低频数据如周数据,  $z_t(x; \theta)$  为 MIDAS 项表示为

$$z_t(x; \theta) = \sum_{d=1}^D \psi(d; \theta)x_{t-d}, \quad (2)$$

其中  $x_{t-d}$  为高频数据如第  $t$  周滞后  $d$  天的日数据.  $D$  的取值是事先给定的, 如高频数据为日数据, 低频数据为周数据时  $D$  取值 5 或 7.  $z_t(x; \theta)$  项为高频数据的权重和, 权重函数  $\psi(d; \theta)$

设定为 Ghysels 等<sup>[38]</sup> 使用的如下指数 Almon 多项式函数

$$\psi(d; \theta) = \frac{\exp(\sum_{i=1}^q \theta_i d^i)}{\sum_{d=1}^D \exp(\sum_{i=1}^q \theta_i d^i)}. \quad (3)$$

## 2.2 半参数 MIDAS 分位点回归模型的估计

基于 Koenker 等<sup>[39]</sup> 提出的分位点回归估计方法和 Cai 等<sup>[40]</sup> 使用的局部多项式分位点估计方法, 可以对上述 MIDAS 分位点模型进行估计.

给定观测值  $\{Y_t, X_t, U_t\}_{t=1}^T$ , 假定动态平滑参数列向量  $\{\alpha_{\tau,k}(\cdot)\}$  有  $m+1$  阶导数  $m \geq 1$ . 给定任一点  $U_t = u_0$ , 在  $u_0$  附近, 基于局部多项式思想, 进行 Taylor 展开, 可以近似表示为

$$\alpha_{\tau,k}(U_t) \approx \sum_{j=0}^m \beta_{k,j}(U_t - u_0)^j, \quad (4)$$

其中  $\beta_{k,j} = \frac{\alpha_{\tau,k}^{(j)}(u_0)}{j!}$ ,  $\alpha_{\tau,k}^{(j)}(u_0)$  为  $\alpha_{\tau,k}(u_0)$  的第  $j$  阶导数,  $\beta_{k,0} = \alpha_{\tau,k}(u_0)$ .

基于局部多项式和分位点回归的思想, 参数估计具体过程为

**步骤 1** 假设  $\theta$  的初始值为  $\theta_0$ , 给定  $\theta_0$ , 在  $u_0$  的邻域中通过最小化公式 (5) 得到估计值  $\widetilde{\beta}_*$ .

$$\sum_{t=1}^n \rho_{\tau} \left( Y_t - \sum_{j=0}^m \mathbf{X}_t^T \beta_{1,j}(U_t - u_0)^j - \sum_{j=0}^m z_t(x; \theta) \beta_{2,j}(U_t - u_0)^j \right) K_h(U_t - u_0). \quad (5)$$

**步骤 2** 由估计值  $\widetilde{\beta}_*$  通过最小化公式 (6) 得到估计值  $\widetilde{\theta}$ ,

$$\sum_{t=1}^n \rho_{\tau} (Y_t - \mathbf{X}_t^T \widetilde{\beta}_{1,0} - z_t(x; \theta) \widetilde{\beta}_{2,0}), \quad (6)$$

$$K_h(u) = \frac{0.75(1 - (\frac{u}{h})^2)I(|\frac{u}{h}| < 1)}{h}, \quad (7)$$

其中  $K_h(\cdot)$  表示核函数, 本文采用的是 Epanechnikov 核函数  $K_h(u) = \frac{K(\frac{u}{h})}{h}$ , 其中  $h$  是窗宽.

**步骤 3** 以  $\widetilde{\theta}$  为  $\theta$  新一轮的初始值, 重复上述过程, 直至估计值  $\widetilde{\beta}_*$ ,  $\widetilde{\theta}$  收敛.

关于窗宽的选择是很重要的, 窗宽  $h$  过大时, 函数估计  $\alpha_{\tau}(U_t)$  过于平滑, 可能导致函数的估计失去意义. 窗宽  $h$  过小时, 进行函数估计时可使用的样本数据太少而导致不能准确地进行函数估计. 关于确定最优窗宽  $h$ , 本文基于 Cai 等<sup>[40]</sup> 提出了非参数下的偏差纠正 AIC 指标, 最小化公式 (8) 得到最优窗宽  $h$

$$AIC = \log(\widehat{\sigma}_{\tau}^2) + \frac{2(P_h + 1)}{(n - (P_h + 2))}. \quad (8)$$

在半参数 MIDAS 分位点回归模型中  $\widehat{\sigma}_{\tau}^2 = n^{-1} \sum_{t=1}^n \rho_{\tau}(Y_t - \mathbf{X}_t^T \alpha_{\tau}(U_t) - \alpha_{\tau,k+1}(U_t) z_t(x, \theta))$ ,  $P_h$  是非参数模型的自由度,  $P_h$  的具体设定详见 Cai 等<sup>[40]</sup> 的文章.

## 2.3 分位点协整检验和系数显著性分析

本文将对比特币和黄金之间的分位点协整关系进行研究, 给出如下统计检验, 揭示在不同市场环境下二者之间是否存在协整关系以及时变系数和 MIDAS 项的显著性, 通过显著性检验, 研究本文模型的合适性及比特币和黄金之间的协联动关系. 关于分位点协整的统计检验, 参考 Xiao 和 Phillips<sup>[41]</sup> 年提出的 Kolmogorof-Smirnoff 检验统计量, 通过衡量分位点残差

$\hat{u}_{\tau,j}$  的波动来检验是否存在分位点协整. 基于本文的半参数 MIDAS 分位点回归模型, 构造出如下的分位点协整检验统计量

$$Y_{n,\tau}^* = \max_{k=1,2,\dots,n} \frac{1}{\hat{\omega}_{\varphi}^* \sqrt{n}} \sum_{t=1}^k \varphi_{\tau}(\hat{u}_{\tau,j}), \quad (9)$$

其中  $\hat{u}_{\tau,j} = Y_t - \mathbf{X}_t^T \hat{\beta}_{1,0} - \hat{\beta}_{2,0} z_t(x; \hat{\theta})$ , 函数  $\varphi_{\tau}(u) = \tau - 1(u < 0)$ ,  $n$  是观测值个数.  $\hat{\omega}_{\varphi}^*$  是  $\varphi_{\tau}(\hat{u}_{\tau,t})$  长期方差的一致估计量

$$\hat{\omega}_{\varphi}^* = \sum_{j=-[h]}^{[h]} K_h(j) \sum n^{-1} \varphi_{\tau}(\hat{u}_{\tau,t}) \varphi_{\tau}(\hat{u}_{\tau,t+j}). \quad (10)$$

该检验的原假设是存在分位点协整, 备择假设是不存在分位点协整. 在备择假设下当  $n \rightarrow \infty$  时, 检验统计量  $Y_{n,\tau}^* \rightarrow \infty$ , 也就是说不存在分位点协整时, 分位点残差波动是剧烈的, 从而导致分位点残差权重和是趋于无穷的. 如果分位点残差权重和有限且低于临界值, 则接受原假设, 即变量之间存在分位点协整关系.

进行分位点协整检验之后, 对系数的显著性检验以及系数的置信区间进行分析. 本文的系数是时变的, 因此需要逐点对系数进行显著性检验和置信区间的分析. 本文采用的是 Cai<sup>[40]</sup> 等文章中提出的“三明治”方法来逐点估计系数的方差并进行分析. 其中, 方差  $\Sigma(u_0) = \frac{[\Omega^*(u_0)]^{-1} \Omega(u_0) [\Omega^*(u_0)]^{-1}}{f_u(u_0)}$  的一致估计量为  $\hat{\Sigma}(u_0) = \hat{\Omega}_{n,1}^{-1} \hat{\Omega}_{n,0}(u_0) \hat{\Omega}_{n,1}^{-1}$ , 以及

$$\hat{\Omega}_{n,0} = f_u(u_0) \Omega(u_0) + o_p(1), \quad (11)$$

$$\hat{\Omega}_{n,1} = f_u(u_0) \Omega^*(u_0) + o_p(1). \quad (12)$$

定义  $\hat{\Omega}_{n,0}(u_0) = n^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{H}_t \mathbf{H}_t^T K_h(U_t - u_0)$ , 为避免矩阵  $\hat{\Omega}_{n,1}$  是奇异阵而导致无法得到方差估计量, 本文定义  $\hat{\Omega}_{n,1} = n^{-1} \sum_{t=1}^n \hat{f}_{y_t|u,x}(\hat{q}_{\tau}(U_t, \mathbf{X}_t)) \mathbf{H}_t \mathbf{H}_t^T K_h(U_t - u_0)$ , 其中  $\hat{f}_{y_t|u,x}$  采用 Koenher 和 Xiao<sup>[42]</sup> 文章中提出的选择合适的分位点序列  $\{\tau_j\}$  得到  $Y_t$  的条件密度函数的估计  $\hat{f}_{y_t|u,x}(q_{\tau}(u, x)) = \frac{(\tau_j - \tau_{j-1})}{[q_{\tau_j}(u, x) - q_{\tau_{j-1}}(u, x)]}$ , 其中  $\mathbf{H}_t = (1, x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tk}, z_t)^T$  为列向量. 基于 Cai<sup>[43]</sup> 和 Cai<sup>[40]</sup> 等, 可以得到系数的渐近正态分布为

$$\sqrt{nh}[\hat{\alpha}(u_0) - \alpha(u_0) - \frac{h^{q+1}}{(q+1)!} \alpha^{(q+1)}(u_0) \mu_{q+1} + o(h^{q+1})] \longrightarrow N\{0, \tau(\tau-1)v_0 \Sigma(u_0)\}, \quad (13)$$

其中  $\mu_j = \int u^j K(u) du$ ,  $v_j = \int u^j K^2(u) du$ . 由上述的方差估计和系数的渐近分布, 进而可以对系数进行显著性检验的置信区间的分析.

### 3 实证分析

#### 3.1 数据描述

本文对比特币和黄金之间的分位点协整关系进行实证分析时, 采用的数据为从 2013 年 5 月 3 日至 2018 年 11 月 2 日的样本量  $n = 285$  的比特币和黄金的低频周收益率数据和 1425 个比特币和黄金的高频日收益率数据. 黄金的每日价格数据来源于伦敦黄金上午定盘价, 比特币的每日收盘价格数据来源于 CoinMarketCap. 本文采用的是对数收益率, 收益率定义为  $y_{t,d} = (\ln p_t - \ln p_{t-d})$ , 其中  $P_t$  表示价格,  $d = 1$  和  $d = 5$  分别对应日收益率和周收益率. 本

文基于半参数 MIDAS 分位点回归模型对 0.01–0.99 等分位点进行黄金和比特币之间的动态分位点协整分析.

3.2 描述性统计量

首先对黄金和比特币的低高频收益率进行简单分析, 如表 1 和图 1 所示. 由表 1 的描述性统计量和图 1 的黄金和比特币的价格和周收益率时间序列图可以看出, 比特币比黄金具有更高的平均收益率, 黄金的价格波动区间较小, 而且比特币的收益率波动明显大于黄金的收益率波动. 比特币的周收益率波动标准差为 11.7%, 黄金的周收益率波动标准差是 2.29%, 比特币的波动是黄金的 5 倍多, 而比特币的周收益率是黄金收益率绝对值的 24 倍多. 从风险调整后的收益率来看, 比特币是一种值得考虑的投资资产. 比特币的月收益率大约是日收益率的 28.9 倍, 而比特币的月收益率标准差大约是日收益率标准差的 7 倍, 月度持有可能获得更高的风险调整收益.

表 1 描述性统计量  
(Table 1 Summary statistics)

收益率	均值	标准差	中位数	最大值	最小值	偏度	峰度
黄金日收益率	−0.01	1.29	−0.02	−9.72	11.27	0.29	26.69
黄金周收益率	−0.06	2.29	0.00	−9.41	11.84	0.01	4.00
黄金月收益率	0.22	4.64	0.20	−26.62	35.75	−0.12	8.25
比特币周收益率	1.47	11.7	1.14	−35.59	61.29	0.57	3.81
比特币月收益率	6.35	32.38	3.20	−47.11	173.35	2.28	9.06

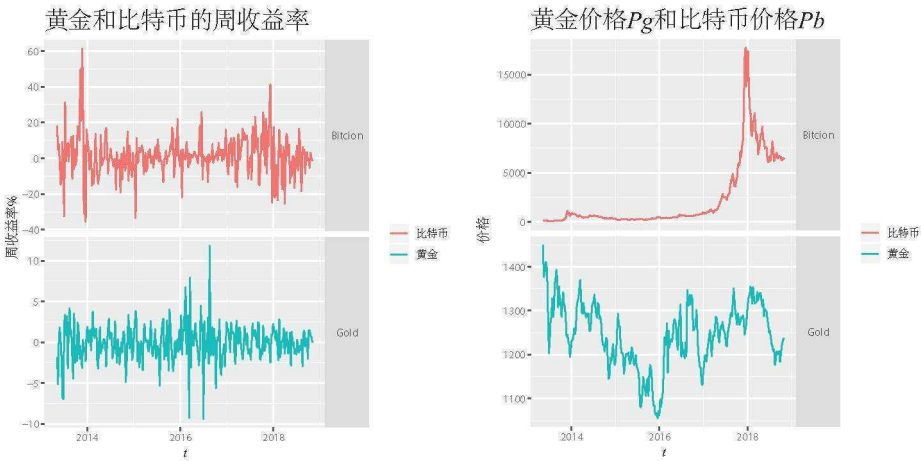


图 1 黄金和比特币的价格和周收益率时间序列图  
(Figure 1 Time series diagram of price and weekly yield of gold and Bitcoin)

3.3 模型估计结果

实证分析中, 黄金的对数周收益率为  $Y_{t,5}$ , 比特币的对数周收益率为  $x_{t,5}$ ,  $z_t(x; \theta)$  为加权比特币日收益率的 MIDAS 项,  $z_t(y; \theta)$  为加权黄金日收益率的 MIDAS 项. 应用半参数

MIDAS 分位点回归模型, 平滑变量  $U_t$  设定为时间变量  $t$ , 以便分析黄金与比特币随时间变化的动态分位点协整关系. 权重函数  $\psi(d, \theta)$  设定为双参数指数 Almon 多项式函数,  $D$  取值 5, 对 0.01–0.99 等分位数进行实证分析. 得到以黄金收益率为响应变量, 比特币收益率为自变量的如下半参数 MIDAS 分位点回归模型

$$Q_\tau(Y|X = x_{t,5}) = \alpha_{\tau,0}(t) + \alpha_{\tau,1}(t)x_{t,5} + \alpha_{\tau,2}(t)z_t(x; \theta), \quad (14)$$

$$z_t(x; \theta) = \sum_{d=1}^5 \psi(d; \theta)x_{t-d}, \quad (15)$$

$$\psi(d; \theta) = \frac{\exp(\theta_1 d + \theta_2 d^2)}{\sum_{d=1}^5 \exp(\theta_1 d + \theta_2 d^2)}. \quad (16)$$

由公式 (8) 最小化 AIC 选择最优窗宽, 考虑到计算量的问题, 本文中选取的是整数窗宽, 得到的是近似最优窗宽.

为了对系数函数及其一阶导数进行估计, 本文将采用局部线性方法. 对  $\alpha_{\tau,i}(t)$  进行泰勒展开, 得到线性近似  $\alpha_{\tau,i}(t) \approx \alpha_{\tau,i}(t_0) + \alpha'_{\tau,i}(t_0)(t - t_0)$ ,  $i = 0, 1, 2$ . 本文对  $\alpha_{\tau,i}(t)$  函数估计时的线性形式近似为  $\hat{\alpha}_{\tau,i}(t) \approx \hat{\alpha}_{\tau,i}(t_0) + \hat{\alpha}'_{\tau,i}(t_0)(t - t_0)$ ,  $i = 0, 1, 2$ . 给定初始值  $\theta_1 = \theta_2 = -0.05$ , 参数的估计步骤如下

**步骤 1** 基于  $\theta_1, \theta_2$  初始值, 在  $t_0$  的邻域中通过最小化公式 (17) 得到估计值  $\tilde{\alpha}_{\tau,i}(\cdot)$ .

$$\sum_{t=1}^n \rho_\tau \left( Y_{t,5} - [\alpha_{\tau,0}(t_0) + \alpha'_{\tau,0}(t_0)(t - t_0)] - [\alpha_{\tau,1}(t_0) + \alpha'_{\tau,1}(t_0)(t - t_0)]x_{t,5} - [\alpha_{\tau,2}(t_0) + \alpha'_{\tau,2}(t_0)(t - t_0)]z_t(x; \theta) \right) K_h(t - t_0). \quad (17)$$

**步骤 2** 由估计值  $\tilde{\alpha}_{\tau,i}(\cdot)$ , 通过最小化公式 (18) 得到估计值  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2$ .

$$\sum_{t=1}^n \rho_\tau(Y_{t,5} - \tilde{\alpha}_{\tau,0}(t) - \tilde{\alpha}_{\tau,1}(t)x_{t,5} - \tilde{\alpha}_{\tau,2}(t)z_t(x; \theta)). \quad (18)$$

**步骤 3** 以  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2$  为  $\theta_1, \theta_2$  新一轮的初始值, 重复上述过程, 直至估计值  $\tilde{\alpha}_{\tau,i}(\cdot), \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2$  收敛, 最终得到估计值  $\hat{\alpha}_{\tau,i}(\cdot), \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ .

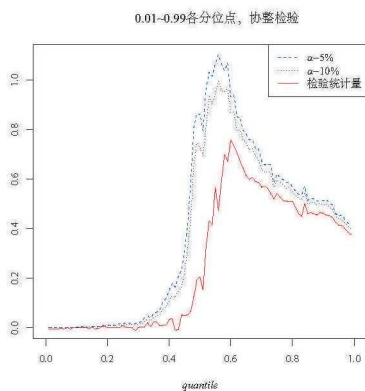


图 2 各分位点的协整检验

(Figure 2 Cointegration test of each quantile)

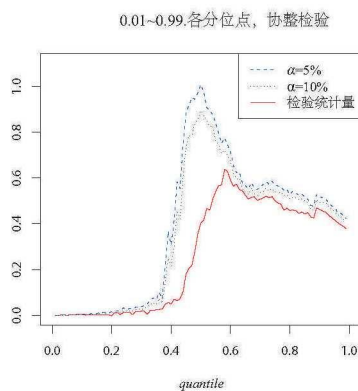


图 3 各分位点的协整检验

(Figure 3 Cointegration test of each quantile)



图2以黄金收益率为响应变量, 比特币收益率为自变量的各分位点协整检验; 实线表示各分位点的协整统计量; 短划线表示显著性水平为5%的协整检验临界值; 点线表示显著性水平为10%的协整检验临界值. 横轴表示分位点, 纵轴为协整检验统计量数值.

图3以比特币收益率为响应变量, 黄金收益率为自变量的各分位点协整检验; 实线表示各分位点的协整统计量; 短划线表示显著性水平为5%的协整检验临界值; 点线表示显著性水平为10%的协整检验临界值. 横轴表示分位点, 纵轴为协整检验统计量数值.

得到各参数的估计值后, 由公式(9)得到0.01-0.99等分位点的协整检验统计量  $Y_{n,\tau}^*$ . 为了进行假设检验, 本文将基于Bootstrap方法得到检验统计量的临界值. 基于Bootstrap方法进行1000组蒙特卡洛模拟实验, 每组样本量为  $n = 285$ , 可以得到显著性水平为5%和10%的协整检验临界值, 如图2和图3所示. 本文中分位点协整检验的原假设是存在分位点协整, 当  $Y_{n,\tau}^*$  大于给定显著性水平下的协整检验临界值时, 则在该显著性水平下拒绝原假设, 也就是说不存在分位点协整. 否则, 接受原假设, 即在该显著性水平下存在分位点协整关系. 以比特币收益率为响应变量, 黄金收益率为自变量的半参数MIDAS分位点回归模型处理过程原理如上.

图2是以黄金收益率为响应变量, 比特币收益率为自变量进行半参数MIDAS分位点回归时, 分位点协整的检验统计量和临界值. 在显著性水平为5%时, 0.01-0.99分位点的协整检验统计量  $Y_{n,\tau}^*$  均小于显著性水平为5%的协整检验临界值, 这说明在分位点0.01-0.99处都不能拒绝原假设, 也就是说比特币和黄金在0.01-0.99分位点存在分位点协整关系. 在显著性水平为10%时, 除  $\tau = 0.13, 0.18$  分位点的协整检验统计量大于显著性水平为10%的协整检验临界值外, 其余各分位点均不能拒绝原假设, 表明比特币和黄金存在分位点协整关系.

图3则是以比特币收益率为响应变量, 黄金收益率为自变量进行半参数MIDAS分位点回归时, 分位点协整的检验统计量和临界值. 在显著性水平为10%时, 除上尾极个别分位点处拒绝原假设外, 其余各分位点均不能拒绝原假设, 表明比特币和黄金存在分位点协整关系. 由图2和图3可知, 比特币和黄金之间存在分位点协整关系.

综上所述, 可以基于本文的模型对黄金或者比特币的收益率分位数做出一定的预测, 并且可以基于黄金和比特币的互补使用进行套期保值等.

本文对  $\{0.05, 0.25, 0.5, 0.75, 0.95\}$  分位点下的参数进行了相应的估计, 得到了常数函数以及斜率系数函数图, 如图4-5所示. 下面将对常数函数以及斜率系数函数进行分析. 首先, 应用叶五一和缪柏其<sup>[44]</sup>的分析方法. 基于条件VaR的定义对常数函数进行分析.

由条件VaR的定义, 得出以比特币收益率为条件的黄金市场风险为

$$\text{VaR}_{y|x,\tau} = -Q_{\tau}(Y|X = x_{t,5}) = -\alpha_{\tau,0}(t) - \alpha_{\tau,1}(t)x_{t,5} - \alpha_{\tau,2}(t)z_t(x; \theta). \quad (19)$$

以黄金收益率为条件的比特币市场风险为

$$\text{VaR}_{x|y,\tau} = -Q_{\tau}(X|Y = y_{t,5}) = -\alpha_{\tau,0}(t) - \alpha_{\tau,1}(t)y_{t,5} - \alpha_{\tau,2}(t)z_t(y; \theta). \quad (20)$$

由公式(19)-(20)可知, 常数函数值越小, 相对应的市场风险越大.

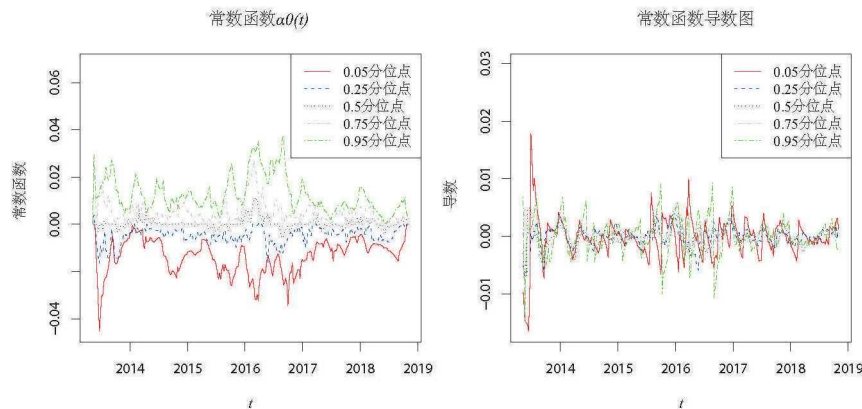


图4 各分位点的常数函数和常数函数导数图

(Figure 4 Constant function and constant function derivative of each quantile)

图4以黄金收益率为响应变量, 比特币收益率为自变量的模型, 得到的常数函数和常数函数导数图.

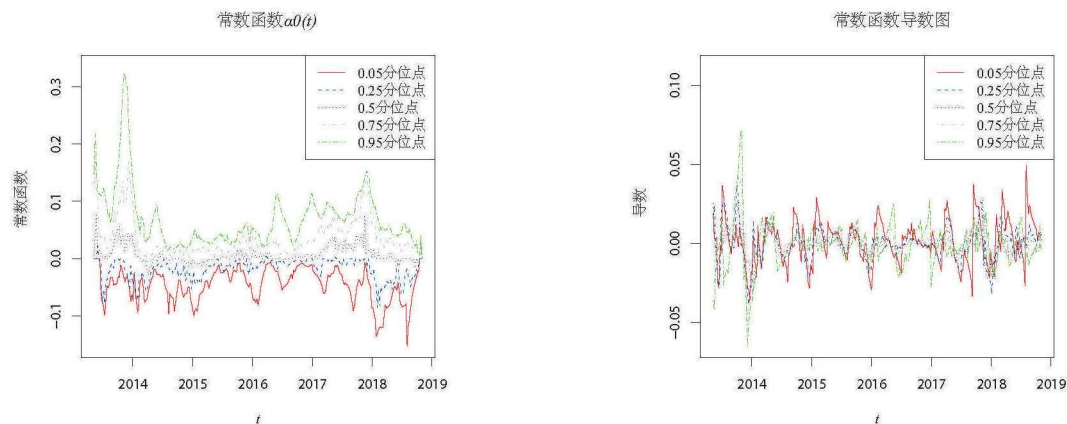


图5 各分位点的常数函数和常数函数导数图

(Figure 5 Constant function and constant function derivative of each quantile)

图5以比特币收益率为响应变量, 黄金收益率为自变量的模型, 得到的常数函数和常数函数导数图.

结合图4对以比特币收益率为条件的黄金市场风险进行分析, 可以看出在0.05分位点时, 2013年6月21日、2016年3月11日以及2016年9月30日等时间点, 常数函数达到局部最小值, 表明黄金市场风险达到局部最大值. 2013年6月21日, 基于美国联邦储备局主席伯南克讲话, 市场认为美国将放缓或退出量化宽松政策, 这导致市场情绪大幅波动, 金价大跌. 2016年3月10日欧洲央行决议公布, 一系列的货币宽松措施将要实施, 货币有贬值的风险, 避险需求提振金价. 2016年9月30日美联储宣布维持利率水平, 市场加息预期落空, 以及日本出台了量化质化宽松政策, 黄金受益金价上涨. 由图4的常系数导数图在2016年变化幅度更大, 在2016年黄金市场风险的波动也较大.

结合图 5 对以黄金收益率为条件的比特币市场风险进行分析, 得出在 0.05 分位点时, 2018 年 8 月 3 日比特币的市场风险达到局部最大值, 由于 2017 年比特币的暴涨积累了市场泡沫, 比特币的负面消息增多造成比特币市场恐慌, 以及相关监管加强使得比特币热度消退, 由图 5 的常数导数图可以看出在 2018 年比特币市场风险的波动也较大.

由图 4 和图 5, 在 0.05 和 0.95 分位点时, 常数函数变化具有不对称性, 并且在比特币市场中这种不对称性更加明显. 此外, 由图 4 和图 5 的常数导数周期性变化可以发现, 比特币市场与黄金市场的风险大致呈现周期性变化, 并且在极端市场中常数函数导数变化跨度更大, 说明在极端市场常数函数波动大, 市场风险的变化更加难以预测以及图 4 和图 5 的常数导数变化趋势大致是相反的, 这也为黄金和比特币的配合使用进行套期保值提供了可能性.

图 6-8 是以黄金收益率为响应变量, 比特币收益率为自变量的斜率函数及其置信区间. 结果表明在分位点 (25%, 50%, 75%) 下除少数时间点外的比特币收益率项斜率系数和 MIDAS 项斜率系数都是显著的, 说明应用半参数 MIDAS 分位点回归模型研究比特币和黄金的分位点协整关系是合适的.

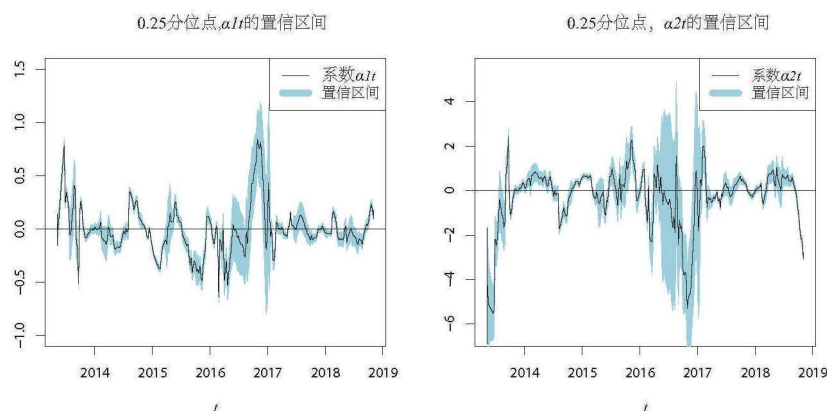


图 6 分位点为 0.25 的斜率函数及其置信区间

(Figure 6 The slope function and confidence interval of 0.25 quantile)

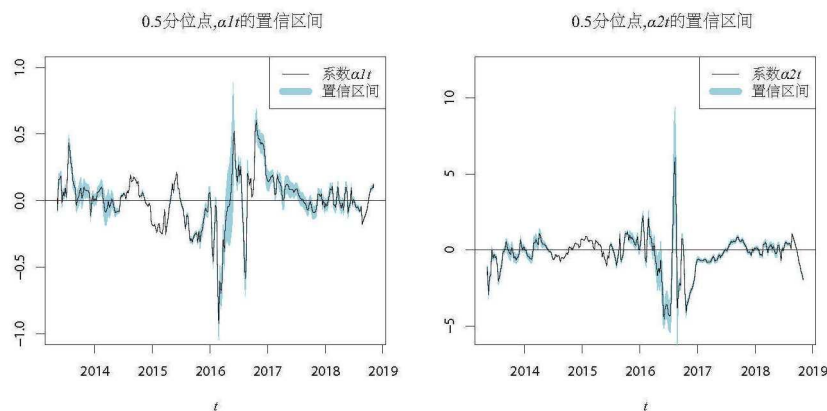


图 7 分位点为 0.35 的斜率函数及其置信区间

(Figure 7 The slope function and confidence interval of 0.5 quantile)

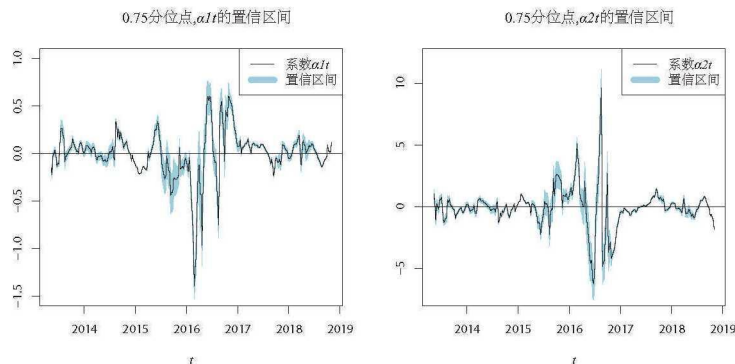


图 8 分位点为 0.75 的斜率函数及其置信区间

(Figure 8 The slope function and confidence interval of 0.75 quantile)

图 6–8 是以黄金收益率为响应变量, 比特币收益率为自变量的模型回归结果; 各小图中的阴影区域表示半参数 MIDAS 分位点回归结果的各分位点的斜率函数及其 95% 的置信区间; 黑色实线表示各分位点的斜率函数. 左图表示比特币收益率项的斜率系数, 右图表示 MIDAS 项的斜率系数. 横轴表示时间, 纵轴为回归得到的系数值.

由图 6 分析可知, 在 0.25 分位点时, 2016 年 8 月–2016 年 10 月比特币收益率项斜率系数为正且逐渐减小, 说明黄金市场受到比特币市场的风险传染在逐渐增大, 这是因为在 2016 年 8 月比特币市场发生了 Bitfinex 黑客袭击事件. 与 0.5 和 0.75 分位点的斜率系数相比, 0.25 分位点的斜率函数与 0.75 分位点的斜率函数具有不对称性, 而 0.25 分位点处斜率系数的变化更为剧烈, 则在下行市场时, 黄金更易受到比特币市场的影响. 另外, MIDAS 项斜率系数是显著的, 说明该模型中 MIDAS 项的引入是恰当的. MIDAS 项斜率系数为负值且在大幅减小, 则高频数据 MIDAS 项的影响是与低频数据比特币的周收益率的影响是相反的, 它刻画了低频数据不能包含的信息. 这也进一步表明了本文模型的合适性.

图 9–11 是以比特币收益率为响应变量, 黄金收益率为自变量的模型回归结果; 各小图中的阴影区域表示半参数 MIDAS 分位点回归结果的各分位点的斜率函数及其 95% 的置信区间; 黑色实线表示各分位点的斜率函数. 左图表示比特币收益率项的斜率系数, 右图表示 MIDAS 项的斜率系数. 横轴表示时间, 纵轴为回归得到的系数值.

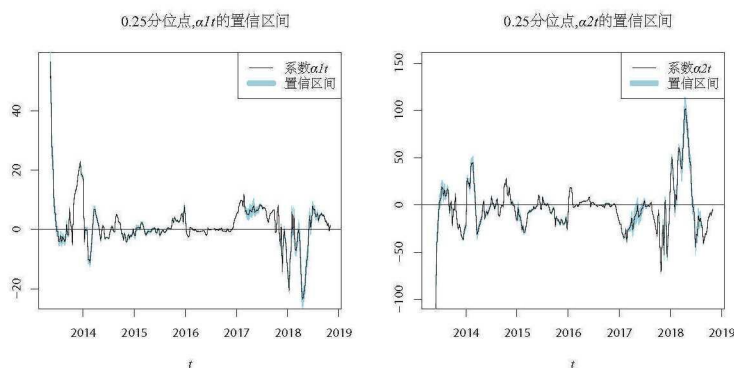


图 9 分位点为 0.25 的斜率函数及其置信区间

(Figure 9 The slope function and confidence interval of 0.25 quantile)

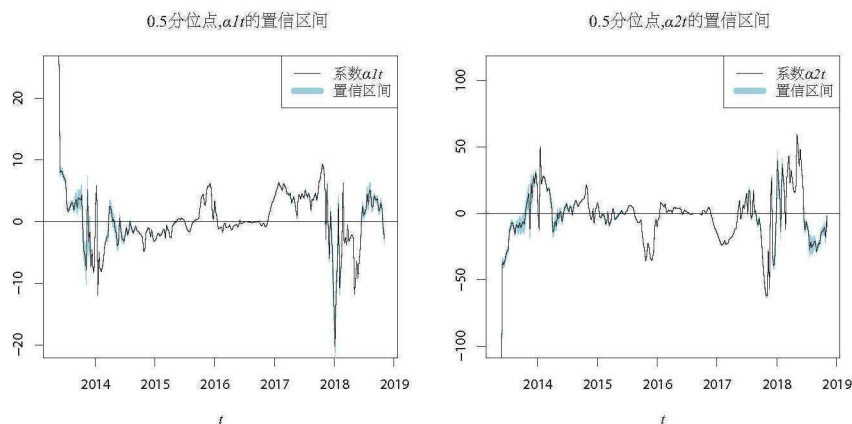


图 10 分位点为 0.5 的斜率函数及其置信区间

(Figure 10 The slope function and confidence interval of 0.5 quantile)

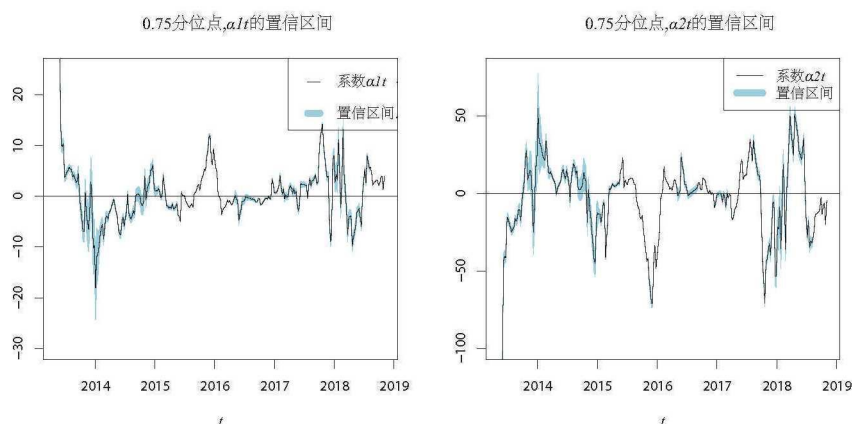


图 11 分位点为 0.75 的斜率函数及其置信区间

(Figure 11 The slope function and confidence interval of 0.75 quantile)

图 9-11 是以比特币收益率为响应变量, 黄金收益率为自变量的模型回归结果, 图中是斜率函数及其置信区间. 由图 9-11 分析可知, 除少数时间点外, 在分位点 (25%, 50%, 75%) 下的黄金收益率项斜率系数和 MIDAS 项斜率系数都是显著的. 由图 9 分析可知, 在 0.25 分位点时, 2018 年上半年黄金收益率项斜率系数为负且急剧减小, 说明比特币市场受到黄金市场风险传染的影响在增大, 因美联储实行货币紧缩政策以及正值美元指数走强, 使得国际市场上黄金价格下跌. 此外 MIDAS 项斜率系数是显著的, 为负值且在逐渐增加, 也就是说该模型中 MIDAS 项的引入是合适的并且高频数据 MIDAS 项的影响是与低频数据比特币的周收益率的影响是相反的, 这与图 6-8 结论一致. 与 0.25 和 0.5 分位点的斜率系数相比, 0.75 分位点的斜率函数与 0.25 分位点的斜率函数具有不对称性, 并且 0.75 分位点处斜率系数的变化更为剧烈, 这表明在上行市场时, 比特币市场更易受到黄金市场波动的影响, 结合图 6-8 的结果表明, 在下行市场时, 黄金易受到比特币市场的影响; 在上行市场时, 比特币市场更易受到黄金市场的影响. 由图 6-8 结合图 9-11 的结果, 说明比特币和黄金之间存在分位点协整关系, 且用半参数 MIDAS 分位点回归模型研究比特币和黄金的分位点协整关系是合适的.



## 4 结束语

关于比特币的众多研究主要是集中于比特币本身的投资属性或者与其他传统市场的影响, 以及与黄金之间的替代性. 本文则从比特币和黄金的组合投资以及两者相互之间风险传递的角度进行研究, 揭示二者用于套期保值组合的可能性. 本文将对黄金和比特币之间的分位点协整关系进行分析, 通过使用混合频率数据 (MIDAS) 方法, 对黄金和比特币之间的分位点关系进行更精准的刻画, 以及使用变系数分位点回归模型, 对正常市场和极端市场下的分位点协整关系进行分析.

经过实证分析表明在 0.01–0.99 分位点, 5% 的显著性水平下, 不能拒绝比特币和黄金之间的分位点协整关系, 这说明黄金和比特币的配合使用可能是一种合适的套期保值组合. 同时, 基于常系数函数和常系数导数函数, 对比特币市场和黄金市场的风险进行了简单分析, 结果表明黄金和比特币市场风险呈现大致相反的变化趋势, 这与二者投资组合可以套期保值的结论相一致, 该结论对套期保值需求者具有一定的参考意义. 另外本文对半参数 MIDAS 分位点回归模型当中的斜率系数进行了分析, 研究了黄金市场和比特币市场相互之间的风险传染, 得出如下的结论: 当一方处于极端市场时对另一市场的风险传染加强, 以及在下行市场时, 黄金易受到比特币市场的影响, 在上行市场时, 比特币市场更易受到黄金市场的影响.

## 参 考 文 献

- [1] 杨晓陈, 张明. 比特币: 运行原理、典型特征与前景展望. 金融评论, 2014, 1: 38–53.  
(Yang X C, Zhang M. Bitcoin: Operation mechanism, stylistic facts, and development perspective. *Chinese Review of Financial Studies*, 2014, 1: 38–53.)
- [2] Kim T. On the transaction cost of Bitcoin. *Finance Research Letters*, 2017, 23: 300–305.
- [3] Conrad C, Custovic A, Ghysels E. Long-and short-term cryptocurrency volatility components: A GARCH-MIDAS analysis. *Journal of Risk and Financial Management*, 2018, 11(2): 23–34.
- [4] Corbet S, Meegan A, Larkin C, et al. Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 2018, 165: 28–34.
- [5] Symitsi E, Chalvatzis K J. The economic value of Bitcoin: A portfolio analysis of currencies, gold, oil and stocks. *Research in International Business and Finance*, 2019, 48: 97–110.
- [6] 郭建峰, 傅一玮, 靳洋. 监管视角下比特币市场动态变化的实证研究 —— 基于政策事件的对比分析. 金融与经济, 2019, 2: 16–22.  
(Guo J F, Fu Y W, Jin Y. An empirical study on the dynamic changes of the Bitcoin market from a regulatory perspective — A comparative analysis based on policy events. *Journal of Finance and Economics*, 2019, 2: 16–22.)
- [7] Katsiampa P. Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 2017, 158: 3–6.
- [8] Chu J, Chan S, Nadarajah S, et al. GARCH modelling of cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 2017, 10(4): 17–31.
- [9] 李梨. 比特币会成为货币吗? 当代经济研究, 2015, 4: 60–65.  
(Li C. Will Bitcoin become a currency? *Contemporary Economic Research*, 2015, 4: 60–65.)

- [10] 邓伟. 比特币价格泡沫: 证据、原因与启示. 上海财经大学学报, 2017, **19**(2): 50–62.  
(Deng W. Price bubbles in Bitcoin: Evidence, causes and implications. *Journal of Shanghai University of Finance and Economics*, 2017, **19**(2): 50–62.)
- [11] Al-Khazali O, Bouri E, Roubaud D. The impact of positive and negative macroeconomic news surprises: Gold versus Bitcoin. *Economics Bulletin*, 2018, **38**(1): 373–382.
- [12] Klein T, Thu H P, Walther T. Bitcoin is not the new gold — A comparison of volatility, correlation, and portfolio performance. *International Review of Financial Analysis*, 2018, **59**: 105–116.
- [13] Bouri E, Peter Molnár P, Azzi G, et al. On the hedge and safe haven properties of Bitcoin: Is it really more than a diversifier?. *Finance Research Letters*, 2017, **20**: 192–198.
- [14] Bouri E, Gupta R, Tiwari A K, et al. Does Bitcoin hedge global uncertainty? Evidence from wavelet-based quantile-in-quantile regressions. *Finance Research Letters*, 2017, **23**: 87–95.
- [15] Dyhrberg A H. Bitcoin, gold and the dollar — A GARCH volatility analysis. *Finance Research Letters*, 2016, **16**: 85–92.
- [16] Dyhrberg A H. Hedging capabilities of Bitcoin. Is it the virtual gold?. *Finance Research Letters*, 2016b, **16**: 139–144.
- [17] Henriques I, Sadorsky P. Can Bitcoin replace gold in an investment portfolio?. *Journal of Risk and Financial Management*, 2018, **11**(3): 48–66.
- [18] 叶五一, 董筱雯, 缪柏其. c-D-Copula 模型构建及其在金融风险传染中的应用. 系统科学与数学, 2018, **38**(5): 553–568.  
(Ye W Y, Dong X W, Miao B Q. Linkage of international stock market and financial infection analysis based on c-D-copula model. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2018, **38**(5): 553–568.)
- [19] 韦起, 魏云捷. 基于 Markov-vine copula 的我国网贷平台对传统金融机构风险传染效应研究. 系统工程理论与实践, 2018, **38**(2): 317–328.  
(Wei Q, Wei Y J. An empirical study of contagion effect from the Internet lending platform of China to the traditional financial institutions based on Markov-vine copula. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2018, **38**(2): 317–328.)
- [20] Engle R F, Granger C W J. Cointegration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 1987, **55**: 252–276.
- [21] Campbell J Y, Shiller R J. Cointegration and tests of present value models. *Journal of Political Economy*, 1987, **95**(5): 1062–1088.
- [22] Kao C. Spurious regression and residual-based tests for cointegration in panel data. *Journal of Econometrics*, 1999, **90**(1): 1–44.
- [23] Lettau M, Ludvigson S. Consumption, aggregate wealth, and expected stock returns. *Journal of Finance*, 2001, **56**(3): 815–849.
- [24] Mark N C, Ogaki M, Sul D. Dynamic seemingly unrelated cointegrating regressions. *Review of Economic Studies*, 2005, **72**(3): 797–820.
- [25] Xiao Z J. Quantile cointegrating regression. *Journal of Econometrics*, 2009, **150**(2): 248–260.
- [26] Lee C C, Zeng J H. Revisiting the relationship between spot and futures oil prices: Evidence from quantile cointegrating regression. *Energy Economics*, 2011, **33**(5): 924–935.
- [27] Schweikert K. Are gold and silver cointegrated? New evidence from quantile cointegrating regressions. *Journal of Banking and Finance*, 2018, **88**: 44–51.
- [28] Ghysels E, Santa-Clara P, Valkanov R. There is a risk-return tradeoff after all. *Journal of Financial Economics*, 2005, **76**(3): 509–548.
- [29] Ghysels E, Santa-Clara P, Valkanov R. Predicting volatility: Getting the most out of return data sampled at different frequencies. *Journal of Econometrics*, 2006, **131**(1–2): 59–95.
- [30] 黄哲豪, 李正辉, 董浩. 虚拟金融资产收益率分布特征研究 —— 以比特币为例. 系统科学与数学, 2018, **38**(4): 468–483.  
(Huang Z H, Li Z H, Dong H. The distribution of virtual financial assets return: Based on Bitcoin market. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2018, **38**(4): 468–483.)

- [31] Pettenuzzo D, Timmermann A, Valkanov R. A MIDAS approach to modeling first and second moment dynamics. *Journal of Econometrics*, 2016, **193**: 315–334.
- [32] 许启发, 左俊青, 蒋翠侠. 基于 DCC-MIDAS 与参数化策略的时变组合投资决策. *系统科学与数学*, 2018, **38**(4): 438–455.  
(Xu Q F, Zuo J Q, Jiang C X. Time-varying portfolio selection based on DCC-MIDAS and parametric scheme. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2018, **38**(4): 438–455.)
- [33] 刘汉, 刘金全. 中国宏观经济总量的实时预报与短期预测 —— 基于混合频率数据预测模型的实证研究. *经济研究*, 2011, **3**: 4–17.  
(Liu H, Liu J Q. Nowcasting and short-term forecasting of Chinese macroeconomic aggregates: Based on the empirical study of MIDAS model. *Economic Research Journal*, 2011, **3**: 4–17.)
- [34] 郑挺国, 尚玉皇. 基于宏观基本面的股市波动度量与预测. *世界经济*, 2014, **12**: 118–139.  
(Zheng T G, Shang Y H. Measurement and prediction of stock market volatility based on macro fundamentals. *The Journal of World Economy*, 2014, **12**: 118–139.)
- [35] 刘金全, 刘汉, 印重. 中国宏观经济混频数据模型的应用 —— 基于 MIDAS 模型的实证研究. *经济科学*, 2010, **5**: 23–34.  
(Liu J Q, Liu H, Yin Z. Application of China's macroeconomic mixing data model — Empirical research based on MIDAS model. *Economic Science*, 2010, **5**: 23–34.)
- [36] 周德才, 朱志亮, 纪应心, 等. 混频非对称金融景气指数编制及应用研究 —— 基于 MF-MS-DFM 模型的经验分析. *管理评论*, 2019, **31**(8): 71–83.  
(Zhou D C, Zhu Z L, Ji Y X, et al. Research on the compilation and application of mixed-frequency asymmetric financial prosperity index — Based on MF-MS-DFM model empirical analysis. *Business Review*, 2019, **31**(8): 71–83.)
- [37] Ghysels E, Plazzi A, Valkanov R. Why invest in emerging markets? The role of conditional return asymmetry. *The Journal of Finance*, 2016, **71**(5): 2145–2192.
- [38] Ghysels E, Santa-Clara A, Valkanov R. MIDAS regressions: Further results and new directions. *Econometric Reviews*, 2007, **26**(1): 53–90.
- [39] Koenker R, Bassett J G. Regression quantiles. *Journal of the Econometric Society*, 1978, **46**: 33–50.
- [40] Cai Z W, Xu X P. Nonparametric quantile estimations for dynamic smooth coefficient models. *Journal of the American Statistical Association*, 2008, **103**(484): 1595–1608.
- [41] Xiao Z J, Phillips P C B. A cusum test for cointegration using regression residuals. *Journal of Econometrics*, 2002, **108**(1): 43–61.
- [42] Koenker R, Xiao Z J. Unit root quantile autoregression inference. *Journal of the American Statistical Association*, 2004, **99**(467): 775–787.
- [43] Cai Z W. Regression quantile for time series. *Econometric Theory*, 2002, **18**: 169–192.
- [44] 叶五一, 缪柏其. 基于动态分位点回归模型的金融传染分析. *系统工程学报*, 2012, **27**(2): 214–223.  
(Ye W Y, Miao B Q. Analysis of financial contagion based on dynamic quantile regression model. *Journal of Systems Engineering*, 2012, **27**(2): 214–223.)