SPRAWOZDANIE – LABOLRATORIUM NR 5

Poszukiwanie zer wielomianów metodą iterowanego dzielenia

(metoda Newtona)14.04.2021r.

Przemysław Rodzik

1. **Wstęp teoretyczny**

Metoda Newtona (Newtona-Raphsona ,stycznych) polega na wyznaczaniu przybliżeń wartości pierwiastka funkcji ciągłej w sposób iteracyjny.

Algorytm polega na:

1. Z końca lub początku przedziału prowadzimy styczną do wykresu funkcji w y =f(x), punkt przecięcia otrzymanej stycznej z osią Ox jest pierwszym przybliżeniem miejsca zerowego.
2. Jeśli przybliżenie nie spełnia naszych oczekiwań prowadzimy kolejną styczną tylko z obecnego punktu przecięcia.
3. Kolejne przecięcie stycznej z osią Ox będzie kolejnym przybliżeniem.
4. Krok 2-3 są powtarzane do momentu spełnienia warunku |xk+1 − xk | ⩽ ε, gdzie ε jest dokładnością którą przyjęliśmy lub do przekroczenia limitu iteracji.

Z ogólnego równania stycznej w k-tym przybliżeniu, wyznaczamy punkt przecięcia z Ox przyjmując y=0.

Y – f(xk) = f ’(xk)(x - xk),

xk+1 = xk -

1. **Opis problemu**

Zadanie polega na znalezieniu miejsc zerowych wielomianu:

F(x) = x5 + 14x4 + 33x3 - 92x2 – 196x +240

f(x) = anxn + an−1xn−1 + . . . + a1x1 + a0 = 0

Wielomian można zapisać w postaci:

f(x) = (x − xj )(bn−1x n−1 + bn−2x n−2 + . . . + b0) + Rj

f(x) = (x − xj ) 2 (cn−2x n−2 + cn−3x n−3 + . . . + c0) + R ′j (x − xj ) + Rj

Współczynniki nowego wielomianu (bn−1x n−1 + bn−2x n−2 + . . . + b0) wyznaczamy rekurencyjnie:

bn = 0

bk = ak+1 + xj bk+1, k = n − 1, n − 2, . . . , 0

Rj = a0 + xjb0

Współczynniki cn  i Rj’ wyznaczamy tak samo jak bn i Rj. W metodzie Newtona wyznaczamy zera wielomianu możemy wyznaczać iteracyjnie za pomocą formuły:

xj+1 = xj -

gdzie: xj+1 to kolejne, lepsze przybliżenie zera.

1. **Wyniki**

**L = 1 , it = 1, x0 = 0.0000e+00f , Rj = 2.4000e+02f , Rj\_prim = -1.9600e+02f**

**L = 1 , it = 2, x0 = 1.2245e+00f , Rj = -4.3129e+01f , Rj\_prim = -1.5881e+02f**

**L = 1 , it = 3, x0 = 9.5292e-01f , Rj = 1.0571e+01f , Rj\_prim = -2.2886e+02f**

**L = 1 , it = 4, x0 = 9.9911e-01f , Rj = 1.9569e-01f , Rj\_prim = -2.2018e+02f**

**L = 1 , it = 5, x0 = 1.0000e+00f , Rj = 7.9647e-05f , Rj\_prim = -2.2000e+02f**

**L = 1 , it = 6, x0 = 1.0000e+00f , Rj = 1.3273e-11f , Rj\_prim = -2.2000e+02f**

Miejscem zerowym jest x = 1

**===========================================================**

**L = 2 ,it = 1, x0 = 0.0000e+00f ,Rj = -2.4000e+02f ,Rj\_prim = -4.4000e+01f**

**L = 2 ,it = 2, x0 = -5.4545e+00f ,Rj = -1.2098e+02f ,Rj\_prim = 1.2207e+02f**

**L = 2 ,it = 3, x0 = -4.4635e+00f ,Rj = -2.4275e+01f ,Rj\_prim = 6.8330e+01f**

**L = 2 ,it = 4, x0 = -4.1083e+00f ,Rj = -4.3175e+00f ,Rj\_prim = 4.3754e+01f**

**L = 2 ,it = 5, x0 = -4.0096e+00f ,Rj = -3.4798e-01f ,Rj\_prim = 3.6689e+01f**

**L = 2 ,it = 6, x0 = -4.0001e+00f ,Rj = -3.2366e-03f ,Rj\_prim = 3.6006e+01f**

**L = 2 ,it = 7, x0 = -4.0000e+00f ,Rj = -2.9089e-07f ,Rj\_prim = 3.6000e+01f**

Miejscem zerowym jest x = -4

**===========================================================**

**L = 3 ,it = 1, x0 = 0.0000e+00f ,Rj = -6.0000e+01f ,Rj\_prim = 4.0000e+00f**

**L = 3 ,it = 2, x0 = 1.5000e+01f ,Rj = 5.8500e+03f ,Rj\_prim = 1.0090e+03f**

**L = 3 ,it = 3, x0 = 9.2022e+00f ,Rj = 1.6875e+03f ,Rj\_prim = 4.6049e+02f**

**L = 3 ,it = 4, x0 = 5.5375e+00f ,Rj = 4.6926e+02f ,Rj\_prim = 2.1782e+02f**

**L = 3 ,it = 5, x0 = 3.3832e+00f ,Rj = 1.1816e+02f ,Rj\_prim = 1.1277e+02f**

**L = 3 ,it = 6, x0 = 2.3353e+00f ,Rj = 2.2070e+01f ,Rj\_prim = 7.1739e+01f**

**L = 3 ,it = 7, x0 = 2.0277e+00f ,Rj = 1.6750e+00f ,Rj\_prim = 6.0944e+01f**

**L = 3 ,it = 8, x0 = 2.0002e+00f ,Rj = 1.2884e-02f ,Rj\_prim = 6.0007e+01f**

**L = 3 ,it = 9, x0 = 2.0000e+00f ,Rj = 7.8373e-07f ,Rj\_prim = 6.0000e+01f**

Miejscem zerowym jest x = 2

**===========================================================**

**L = 4 ,it = 1, x0 = 0.0000e+00f , Rj = 3.0000e+01f ,Rj\_prim = 1.3000e+01f**

**L = 4 ,it = 2, x0 = -2.3077e+00f ,Rj = 5.3254e+00f ,Rj\_prim = 8.3846e+00f**

**L = 4 ,it = 3, x0 = -2.9428e+00f ,Rj = 4.0341e-01f ,Rj\_prim = 7.1143e+00f**

**L = 4 ,it = 4, x0 = -2.9995e+00f ,Rj = 3.2153e-03f ,Rj\_prim = 7.0009e+00f**

**L = 4 ,it = 5, x0 = -3.0000e+00f ,Rj = 2.1093e-07f ,Rj\_prim = 7.0000e+00f**

Miejscem zerowym jest x = -3

**===========================================================**

**L = 5 ,it = 1, x0 = 0.0000e+00f ,Rj = 1.0000e+01f , Rj\_prim = 1.0000e+00f**

**L = 5 ,it = 2, x0 = -1.0000e+01f ,Rj = 0.0000e+00f , Rj\_prim = 1.0000e+00f**

Miejscem zerowym jest x = -10

**===========================================================**

W tabelach wyżej kolejne iteracje naszego algorytmu obliczającego przybliżenia pierwiastków wielomianu. Podczas oblicze przyjąłem limit 20 iteracji, w żadnym pierwiastku nie przekroczyła ona 10 iteracji. Potwierdza to skuteczność metody Newtona. Widzimy szybką poprawę przybliżenia wyniku z każdą iteracją.

1. **Wnioski**

Metoda Newtona jest wydajną metodą szukania miejsc zerowych funkcji. W naszym przykładzie metoda sprawdziła się znakomicie. Jednym z problemów tej metody jest to że nie mamy gwarancji zbieżność przed czym zabezpieczamy się za pomocą ograniczenia możliwych iteracji. Aby uniknąć tej sytuacji używa się mniej wydajnych programów aby znaleźć przedział zbieżności a następnie stosuje się metodę Newtona.