RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE AACHEN
FAKULTÄT FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN
DEUTSCHE POST LEHRSTUHL FÜR OPTIMIERUNG VON DISTRIBUTIONSNETZWERKEN
Prof. Dr. Hans-Jürgen Sebastian

Methoden und Anwendungen der Optimierung
Wintersemester 2015/2016
2. Übungsblatt

Aufgabe 5 (Branch & Bound)

Vor einer Maschine warten vier Aufträge mit folgenden Daten:

Auftrag i	Bearbeitungszeit t_i	Lieferdatum l_i
1	6	5
2	8	17
3	5	9
4	4	10

Bestimmen Sie mit einem Branch & Bound Verfahren eine Bearbeitungsreihenfolge, welche die gesamte Lieferzeitverzögerung minimiert.

Aufgabe 6 (Branch & Bound)

Auf einer Maschine müssen vier Aufträge bearbeitet werden. Die Rüstzeiten der Maschine, die von der Bearbeitungsreihenfolge abhängen, sind in folgender Tabelle wiedergegeben:

	Auftrag A	Auftrag B	Auftrag C	Auftrag D
Auftrag A	0	3	4	6
Auftrag B	7	0	2	4
Auftrag C	3	3	0	2
Auftrag D	4	2	6	0

Bestimmen Sie mit einem Branch & Bound-Verfahren eine Reihenfolge mit minimaler Gesamtrüstzeit.

Aufgabe 7 (Verfahren von Dakin)

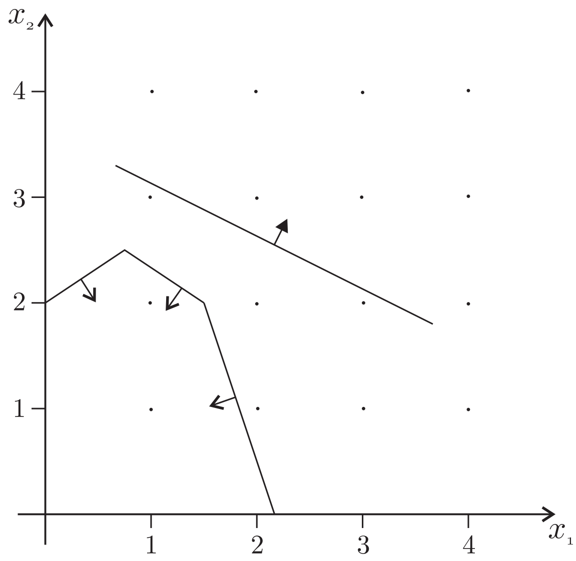
Gegeben ist das folgende ganzzahlige lineare Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 4x_2 \\ \text{s.d.} \quad & -2x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ & x_1 + x_2 \leq 8 \\ & x_1,\ x_2 \in \mathbb{N}_0 \end{aligned}$$

Lösen Sie dieses mit Hilfe des Verfahrens von Dakin.

Aufgabe 8 (Verfahren von Dakin)

Der nachfolgenden Zeichnung kann der zulässige Lösungsbereich eines zweidimensionalen ganzzahligen linearen Optimierungsproblems entnommen werden, der durch drei Restriktionen sowie die Nichtnegativitätsbedingungen beschrieben wird. Ferner lautet die Zielfunktion max $z = x_1 + 2x_2$.



Führen Sie anhand obiger Grafik das Verfahren von Dakin durch. Stellen Sie hierfür den entsprechenden Entscheidungsbaum auf und kennzeichnen Sie für die dabei entstehenden Knoten den zulässigen Lösungsbereich in den im Anhang befindlichen Grafiken.

Aufgabe 9 (Implizite Enumeration)

Lösen Sie das folgende binäre lineare Optimierungsproblem mittels impliziter Enumeration:

$$\begin{array}{lcl} \max\ z & = & 8x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 7x_4 - x_5 \\ \\ \text{s.d.} & & 3x_1 + 3x_2 + \ \ x_3 + 2x_4 + 3x_5 \leq 4 \\ & & 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 + \ \ x_5 \leq 4 \\ & & x_1, \ldots, x_5 \in \{0; 1\} \end{array}$$

Aufgabe 10 (Ersatznebenbedingung)

Gegeben ist das folgende binäre lineare Optimierungsproblem B.

$$\begin{array}{lcl} \max\ z & = & -8x_1 - 4x_2 - 5x_3 - 12x_4 - 6x_5 \\ \\ \text{s.d.} & & -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 8x_4 + 3x_5 \leq -2 \\ & & \ \ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 \qquad\quad - 4x_5 \leq \ \ 0 \\ & & -4x_1 + \ \ x_2 + 3x_3 - 4x_4 + \ \ x_5 \leq -6 \\ \\ & & x_1, \ldots, x_5 \in \{0; 1\} \end{array}$$

Die optimale Lösung der LP-Relaxation von B lautet $x^* = (2/3,\ 0,\ 0,\ 1,\ 2/3)$.

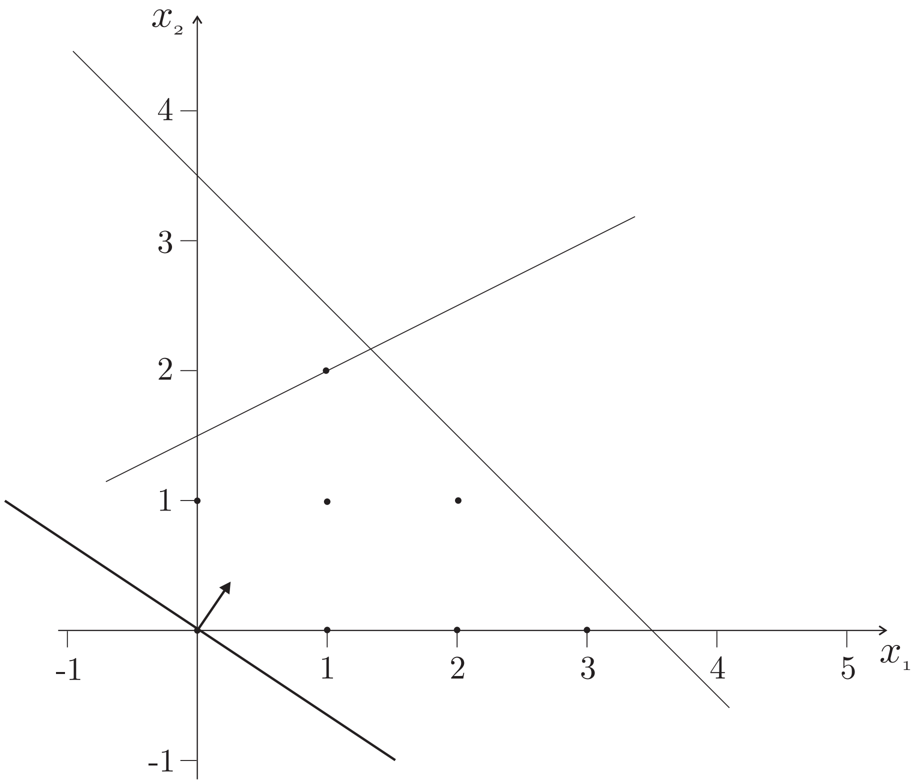
Stellen Sie für B die beste Ersatznebenbedingung auf und überprüfen Sie, welche Variablen anhand dieser fixiert werden können und geben Sie deren Werte explizit an.

Aufgabe 11 (Schnittebenenverfahren von Gomory)

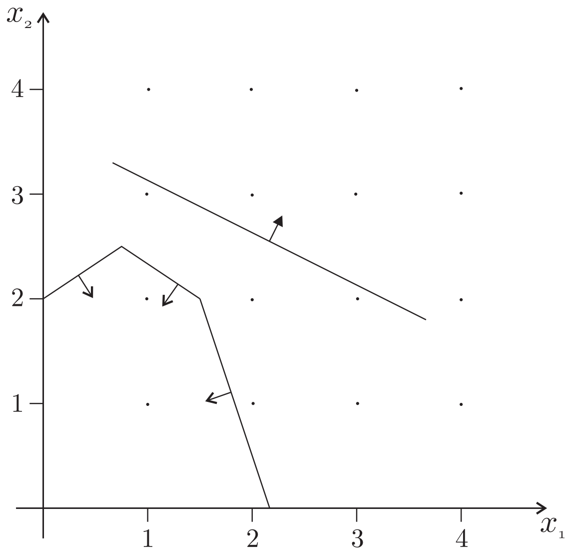
Bestimmen Sie mit Hilfe des Schnittebenenverfahrens von Gomory eine optimale Lösung für das folgende ganzzahlige lineare Optimierungsproblem:

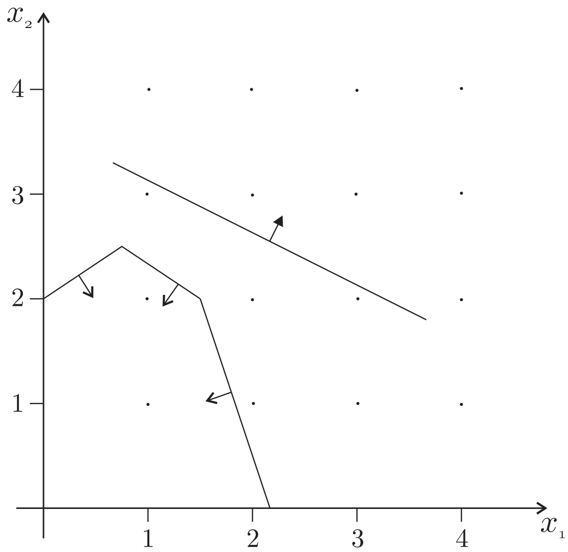
$$\begin{array}{lcl} \max\ z & = & 2x_1 + 3x_2 \\ \\ \text{s.d.} & & \ 2x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & & -\ \ x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & & x_1,\ x_2 \in \mathbb{N}_0 \end{array}$$

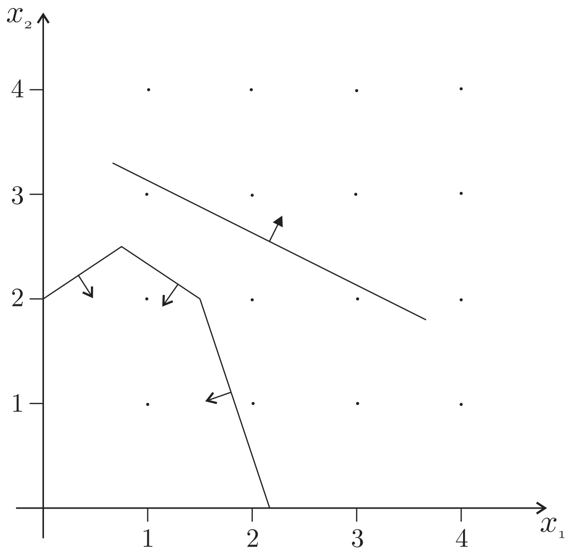
Stellen Sie den zulässigen Lösungsbereich des obigen Problems grafisch dar und zeichnen Sie die generierten Schnittebenen ein.

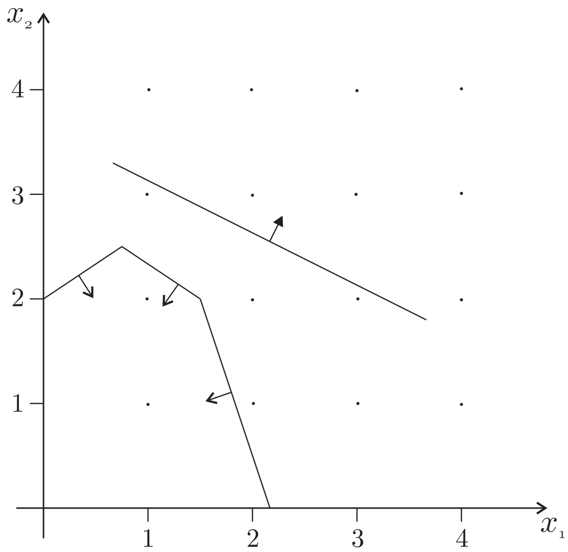


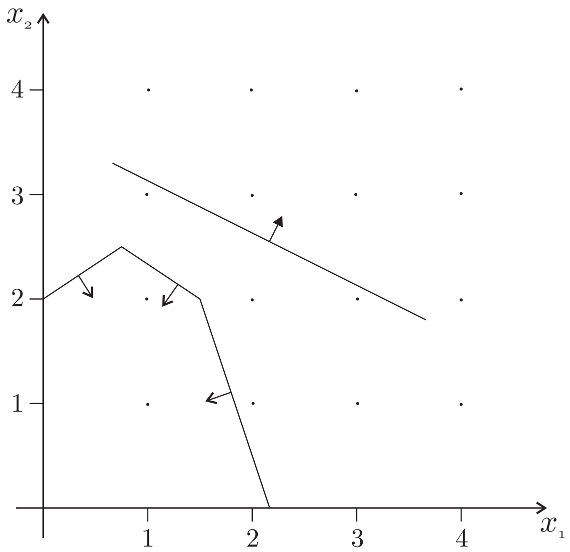
zu Aufgabe 8

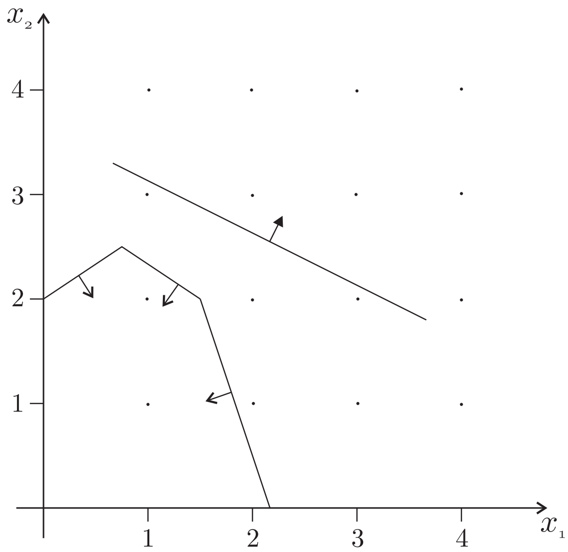

x_2
4
3
2
1
1
2
3
4
x_1


x_2
4
3
2
1
1
2
3
4
x_1


x_2
4
3
2
1
1
2
3
4
x_1


x_2
4
3
2
1
1
2
3
4
x_1


x_2
4
3
2
1
1
2
3
4
x_1


x_2
4
3
2
1
1
2
3
4
x_1