

Klausur Methoden und Anwendungen der Optimierung (PT2) 22. März 2013

Klausurnummer:

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Studiengang / Fachrichtung:

Hinweise:

- Füllen Sie die Felder oben vollständig aus bzw. korrigieren Sie ggf. die entsprechenden Einträge und unterschreiben Sie die Klausur.
- Sämtliche Einträge in dem Klausurexemplar sind mit dokumentenechten Schreibutensilien vorzunehmen (Kein Bleistift!).
- Die Antworten sind in diesem Klausurexemplar einzutragen. Bei Bedarf erhalten Sie weitere leere Blätter.
- Es sind keine Hilfsmittel außer Stift und Lineal zugelassen. Insbesondere ist die Benutzung von Taschenrechnern und Vorlesungs-/Übungsunterlagen unzulässig!
- Handys dürfen nicht zur Klausur mitgebracht werden bzw. sind auszuschalten.
- Die Höchstpunktzahl beträgt 90 Punkte; die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
- Beantworten Sie die Aufgaben möglichst stichpunktartig.
- Überprüfen Sie die Klausur auf Vollständigkeit (Seiten 1 bis 8)!

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, die obigen Hinweise zur Kenntnis genommen zu haben und diese zu akzeptieren.

Unterschrift: _____

Aufgabe	Fragen	A1	A2	A3	A4	A5	Σ	Note
max. Punkte	30	13	11	12	13	11	90	
Punkte								

Aufgabenteil (60 Punkte)

Aufgabe 1: Schnittebenenverfahren von Gomory (13 Punkte)

Gegeben ist das folgende ganzzahlige lineare Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned}
 \max z &= x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.d.} \quad &2x_1 + x_2 \leq 10 \\
 &-x_1 + x_2 \leq 5 \\
 &x_1 \leq 4 \\
 &x_1, x_2 \in \mathbb{N}_0
 \end{aligned}$$

Die Anwendung des Simplex-Algorithmus auf dessen LP-Relaxation führt zu folgendem optimalen Endtableau:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	b_i^*
x_1	1	0	1/3	-1/3	0	5/3
x_2	0	1	1/3	2/3	0	20/3
s_3	0	0	-1/3	1/3	1	7/3
Δz_j	0	0	1	1	0	15

Da die optimale Lösung der LP-Relaxation für das ursprüngliche Problem nicht zulässig ist, soll diese mit Hilfe des Schnittebenenverfahrens von Gomory bestimmt werden.

(a) Stellen Sie die dafür notwendige Gomory-Restriktion für die Basisvariable x_1 auf. (3 Punkte)

(b) Erweitern Sie obiges Endtableau des primalen Simplex-Algorithmus um die in (a) aufgestellte Gomory-Restriktion und führen Sie einen dualen Simplex-Schritt durch. (6 Punkte)

		b_i^*
Δz_j		

		b_i^*
Δz_j		

(c) Ist die in Aufgabenteil (b) bestimmte Lösung zulässig für das ursprüngliche Problem? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)

(d) Bestimmen Sie für die in Aufgabenteil (a) aufgestellte Gomory-Restriktion die Gleichung der entsprechenden Schnittebene und geben Sie diese explizit an. (3 Punkte)

Aufgabe 2: Implizite Enumeration / Ersatznebenbedingung (11 Punkte)

Gegeben ist das folgende binäre lineare Optimierungsproblem (B).

$$\begin{aligned} \max z &= -24x_1 - 12x_2 - 30x_3 - 48x_4 - 24x_5 \\ \text{s.d.} \quad &2x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 2x_4 + 3x_5 \leq -5 \\ &-2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \quad \quad - 4x_5 \leq -3 \\ &-4x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 \leq -2 \\ &x_1, \dots, x_5 \in \{0; 1\} \end{aligned}$$

Die optimale Lösung der LP-Relaxation von B lautet $x^T = (5/6, 1, 1/6, 1, 0)$.

(a) Zeigen Sie, dass die Nebenbedingung

$$-24x_1 - 17x_2 - 30x_3 - 54x_4 + 55x_5 \leq -96$$

beste Ersatznebenbedingung für obiges binäres Problem (B) ist. (10 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie den Satz des komplementären Schlupfes.

(b) Überprüfen Sie, welche Variablen anhand der in Aufgabenteil (a) aufgestellten bzw. gegebenen Ersatznebenbedingung fixiert werden können und geben Sie deren Werte explizit an. (1 Punkte)

Aufgabe 4: Nichtlineare Programmierung (13 Punkte)

Gegeben ist das folgende nichtlineare Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \frac{1}{4}x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 10x_2 \\ \text{s.d.} \quad x_1 &\leq 8 \\ &\quad x_2 \leq 7 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Geben Sie die Kuhn-Tucker-Bedingungen für obiges Problem an. Verwenden Sie dabei die Formulierung als **Sattelpunkt der Lagrange-Funktion**. (6 Punkte)

- (b) Ist das Verfahren von Wolfe auf obiges Problem anwendbar? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

- (c) Obiges Problem soll nun mit dem Verfahren von Wolfe gelöst werden. Stellen Sie hierfür das Starttableau **vollständig** auf, bestimmen Sie das erste Pivotelement und begründen Sie Ihre Wahl. (5 Punkte)

		b_i^*
Δz_j		

Der Inhaber eines fertigenden Betriebs hat für die nächsten sieben Perioden die folgenden Bedarfsmengen (in Tonnen) eines für die Produktion benötigten Rohstoffes ermittelt:

Periode	1	2	3	4	5	6	7
Bedarf [Tonnen]	25	60	80	35	50	30	65

- Bestellfixe Kosten K in Höhe von 250 €/Bestellung
- Lagerkosten h in Höhe von 2€/(Tonne·Periode)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Verfahrens von Wagner-Whitin eine optimale Bestellpolitik und geben Sie diese zusammen mit den optimalen **Gesamtkosten** explizit an. (11 Punkte)

[illegible]

Optimale Gesamtkosten: