Aufgabe 8

$$\begin{array}{rll} \max & \sum\limits_{i=1}^{8}\sum\limits_{j=1}^{8} x_{i,j} & \\ s.t. & x_{i,j}(x_{i-2,j-1}+x_{i-1,j-2}+x_{i+1,j-1}+x_{i+2,j-1} & \\ & x_{i-2,j+1}+x_{i-1,j+2}+x_{i+1,j+1}+x_{i+2,j+1})=0 \quad \forall i,\forall j & \\ & x_{i,j}\geq 0 & \end{array} \tag{1}$$

Die boolche Variable $x_{i,j}$ besitz den Wert 1 genau dann, wenn an der Position (i,j) auf dem Schachbrett ein Springer steht. Für alle $i,j \leq 0$, $i,j \geq 8$ folgt $x_{i,j} = 0$. Dies dient für eine vereinfachte Darstellung des LPs.

Die erste Gleichung legt fest, dass wenn an der Stelle (i,j) ein Springer steht an den umliegenden Springerpositionen kein Springer steht, oder dass an der Position (i,j) sonst kein Springer steht. Ein Teil des Produktes muss 0 sein um diese Gleichung für jedes Feld zu erfüllen.

In der Zielfunktion sollen möglichst viele Springer auf das Feld gestellt werden, weshalb über alle Positionen auf dem Feld die $x_{i,j}$ summiert werden.

Aufgabe 9

$$\begin{array}{lll} \min \sum_{i=0}^{n} y_i s.t. & x_{v,j}\cdot x_{u,j}=0 & \forall (u,v)\in E,\,\forall j\in\{1,...,n\} \\ & x_{v,j}\leq y_j & \forall v\in V,\forall j\in\{0,...,n\} \end{array} \tag{2}$$

Die boolsche Variable $x_{v,j}$ ist genau dann 1, wenn der Knoten v die Farbe j besitzt. Die boolsche Variable y_j ist genau dann 1, wenn es einen Knoten gibt, der die Farbe j besitzt.

Die erste Gleichung sorgt dafür, dass es keine zwei Knoten gibt, die die gleiche Farbe besitzen.

Die zweite Gleichung garantiert, dass falls ein Knoten die Farbe j besitzt die Variable y auch mindestens den Wert 1 besitzt.

Aufgabe 10

$$\begin{array}{lll} \min & 1.8\cdot y_{s1}+2.5\cdot y_{s2}+2.5\cdot y_{s3} & \\ & +0.6\cdot x_{s1,o1}+0.5\cdot x_{s1,o2}+3.9\cdot x_{s1,o3}+3.6\cdot x_{s1,o4} & \\ & +1.4\cdot x_{s2,o1}+2\cdot x_{s2,o2}+0.9\cdot x_{s2,o3}+2.8\cdot x_{s2,o4} & \\ & +2.4\cdot x_{s3,o1}+1.8\cdot x_{s3,o2}+1.2\cdot x_{s3,o3}+1.1\cdot x_{s3,o4} & \\ s.t. & \sum\limits_{i\in\{s1,s2,s3\}} x_{i,o}\geq 1 & \forall o\in\{o1,o2,o3\} \\ & \sum\limits_{o\in\{o1,o2.o3\}} x_{i,o}\leq 2 & \forall i\in\{s1,s2,s3\} \\ & x_{i,o}\leq y_i & \forall i\in\{s1,s2,s3\},\forall o\in\{o1,o2,o3\} \end{array} \tag{3}$$

Die boolsche Variable $x_{i,o}$, wobei i die Raffinerie bezeichnet und o das Ölfeld, ist genau dann 1, wenn die Raffinerie i gebaut ist, um das Ölfeld o zu nutzen.

Die boolsche Variable y_i ist genau dann 1, wenn die Raffinerie $i \in \{s1, s2, s3\}$ gebaut wird.

Die erste Gleichung fordert, dass jedes Ölfeld mit wenigstens einer Raffinerie verbunden ist. Die zweite Gleichung begrenzt die Anzahl der Ölfelder die mit einer Raffinerie verbunden mit zwei begrenzt ist.