

Operations Research 1 5. Übungsblatt

Diskussion: Am 27.11. in der Übung.

Alle Antworten sind jeweils kurz zu begründen!

Aufgabe 16 (Modellierung: Geldtransport)

(Trainingsaufgabe)

Eine Sicherheitsfirma wurde mit dem Transport größerer Geldmengen beauftragt. Das Geld wird in Zentralbanken $i = 1, \dots, n$ gedruckt und soll von dort zu Geschäftsbanken $j = 1, \dots, m$ transportiert werden. Jede Zentralbank darf bis zu b_i Geldeinheiten drucken. Zu jeder Geschäftsbank j sollen mindestens d_j Geldeinheiten transportiert werden.

Die Sicherheitsfirma kann nun von jeder Zentralbank i zu jeder Geschäftsbank j jeweils einen Geldtransporter mit unbegrenzter Kapazität schicken, um Geld dorthin zu transportieren. Beim Transport besteht jedoch das Risiko des Überfalls. Damit der Verlust in diesem Fall nicht zu hoch ist, möchte die Bank das Geld so über die einzelnen Verbindungen (i, j) verteilen, dass die maximale Menge an Geld, die auf einer solchen Strecke transportiert wird, minimal ist.

- a) Formulieren Sie dieses Problem als ganzzahliges Programm.
- b) Unter Umständen ist es nicht sinnvoll, den Geldtransport über mehrere verschiedene Verbindungsstrecken zu verteilen. Stattdessen ist es evtl. weniger riskant, die Gesamtzahl der befahrenen Strecken (i, j) zu minimieren. Wie würde ein IP-Modell in diesem Fall aussehen?

Aufgabe 17 (Modellierung: Scheduling)

(Trainingsaufgabe)

Der ägyptische Pharao Tut-OR-Amun möchte eine Sphinx errichten lassen. Für die Bestandteile der Sphinx hat der Pharao folgende Bauzeiten veranschlagt:

Teil	Dauer
Vorderpfoten (2)	jew. 4 Monate
Hinterpfoten (2)	jew. 8 Monate
Torso	20 Monate
Kopf	12 Monate

Der Torso kann erst nach Fertigstellung der Vorder- und Hinterpfoten errichtet werden, ebenso wie der Kopf erst dann gebaut werden kann, wenn der Torso fertiggestellt ist.

Die beiden Vorderpfoten hingegen können auch gleichzeitig gebaut werden (bei gleicher Dauer), ebenso wie die beiden Hinterpfoten. Jedoch sollen nicht Vorder- und Hinterpfoten gleichzeitig gebaut werden.

Der Pharaon ist ein betagter Mann und befürchtet, die Fertigstellung der Sphinx nicht mehr zu erleben. Von seinen Beratern möchte er deshalb wissen, wie lange der Bau insgesamt mindestens dauern wird.

- a) Formulieren Sie diese Fragestellung als ganzzahliges Programm! Erklären Sie dabei die Bedeutung Ihrer Variablen und Nebenbedingungen.
- b) Wie kann das Problem alternativ als ganzzahliges Programm modelliert werden?

Aufgabe 18 (GAMS: Bau von Raffinerien)

(Bewertungsaufgabe: 15 Punkte)

Betrachten Sie das Problem aus Aufgabe 10 von Übungsblatt 3 in allgemeiner Form:

Gegeben sind eine Menge O von Ölfeldern und eine Menge S von möglichen Standorten. Außerdem seien für jeden Ort $p \in O \cup S$ eine x -Koordinate x_p und eine y -Koordinate y_p gegeben. Die Entfernung zwischen Standort $s \in S$ und Ölfeld $o \in O$ sei gegeben durch $d_{so} = \sqrt{(x_s - x_o)^2 + (y_s - y_o)^2}$.

Der Bau einer Raffinerie an Standort $s \in S$ kostet f_s Geldeinheiten und die Anbindung von Ölfeld $o \in O$ an Raffinerie an Standort $s \in S$ kostet $c \cdot d_{so}$ Geldeinheiten, wobei c ein gegebener Parameter ist.

Gesucht ist eine Auswahl der Raffinerien, die gebaut werden, und eine Zuordnung der gebauten Raffinerien an die Ölfelder, so dass jedes Ölfeld angebunden ist, jede Raffinerie an höchstens b Ölfelder angebunden ist, wobei b ein gegebener Parameter ist, und die Gesamtkosten minimal sind.

Im Lernraum finden Sie die Dateien `oil.gms` sowie `oil-data1.gms`, `oil-data2.gms` und `oil-data3.gms`. Ergänzen Sie die Datei `oil.gms`, so dass oben beschriebene Problem gelöst wird. Ein Teil der Parameter ist Ihnen in der Datei `oil-data1.gms` gegeben. Verwenden Sie diese als Input, wie schon in der Datei `oil.gms` vorvermerkt, und definieren Sie gegebenenfalls fehlende Parameter in der Datei `oil.gms`. Sie können die anderen Instanzen testen, indem Sie den `include`-Befehl ändern. Die optimalen Zielfunktionswerte lauten 1420.633914 für `oil-data1.gms`, 1965.414431 für `oil-data2.gms` und 922.532882 für `oil-data3.gms`.

Laden Sie Ihre GAMS-Datei anschließend unter

https://orb.or.rwth-aachen.de/ws15_or1/

hoch.

Achten Sie dabei darauf, dass die Daten vom Modell getrennt sind, d.h. die Daten werden weiterhin über den `$include`-Befehl eingelesen (und nicht in die Datei kopiert!) und das Problem wird so modelliert, dass die Daten ausgetauscht werden könnten.