

Complexité

Travaux Dirigés n° 1

Machines de Turing



Nicolas Monmarché

26 septembre 2016

1 Mise en place

Afin de vous permettre de tester vos Machines de Turing, vous pouvez utiliser un simulateur de machine de Turing.

1. récupérez le fichier `MdT.tar.gz` qui contient ce qu'il faut pour générer un simulateur de machine de Turing.
2. compiler (il faut disposer des outils flex et bison, livrés en général avec le compilateur gcc, donc disponibles en standard sous linux) en suivant les instructions du fichier `MdT_Lisezmoi.txt`.
3. vérifier le bon fonctionnement du simulateur sur l'exemple `div2.quad`

2 Conception d'une machine de Turing

L'objectif est de proposer une machine de Turing qui, recevant sur son ruban d'entrée une quelconque séquence $\varphi \in \{S_1, S_2, S_3\}^*$ encadrée, à l'infini à gauche et à droite, de blancs S_0 , délimite la séquence sur le ruban avec un marqueur X à gauche et un marqueur Y à droite. Au démarrage, la description instantanée initiale est $q_0\varphi$. Il faut penser à préciser la (ou les) situation(s) de blocage.

Par exemple, si la séquence φ initiale est $S_2S_2S_1S_3S_2S_3S_1$, sur le ruban, cela donne : $\dots S_0S_0S_2S_2S_1S_3S_2S_3S_1S_0S_0\dots$ on veut que lorsque la machine se bloque la séquence sur le ruban soit : $\dots S_0XS_2S_2S_1S_3S_2S_3S_1YS_0\dots$

Travail à faire :

1. concevoir le fonctionnement de la machine (point de vue algorithmique)
2. donner la liste des quadruplets de la machine
3. tester la machine proposée avec le simulateur
4. vérifier également que les cas particuliers fonctionnent : si $\varphi = \varepsilon$, $\varphi = S_1\dots$

3 Machine de Turing numérique

À partir de la machine vue en cours calculant la différence $g(x, y) = x - y$ (non définie si $x < y$), on veut construire une machine calculant la fonction (toujours définie) :

$$\begin{cases} h(x, y) = x - y \text{ si } x \geq y \\ h(x, y) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Travail à faire :

1. récupérer les instructions de la machine présentée en cours
2. proposer une modification pour calculer la fonction h
3. tester la machine proposée avec le simulateur (attention, le bâton sera représenté par un **i** majuscule)
4. vérifier également que les cas particuliers fonctionnent : si $h(0, 0), h(4, 1), h(1, 4), \dots$

4 Multiplication par 2

On veut construire une machine de Turing qui reçoit sur son ruban un entier et qui se bloque après avoir multiplié cet entier par 2. Travail à faire :

1. concevoir le fonctionnement de la machine (point de vue algorithmique)
2. donner la liste des quadruplets de la machine
3. tester la machine proposée avec le simulateur
4. vérifier également que les cas particuliers fonctionnent.

5 Multiplication de deux entiers

Construire une machine de Turing qui reçoit sur son ruban deux entiers m et n et qui se bloque après avoir multiplié ces deux entiers. La description instantanée initiale de la machine sera : $q_0 \bar{m} B \bar{n}$ et la description instantanée terminale sera $q_1 \bar{x}$ où $x = m \times n$.

1. concevoir le fonctionnement de la machine (point de vue algorithmique)
2. donner la liste des quadruplets de la machine
3. tester la machine proposée avec le simulateur
4. vérifier également que les cas particuliers fonctionnent.

6 Addition binaire

Construire une machine de Turing qui effectue l'addition de 2 entiers codés en binaire. Par exemple, si le ruban contient initialement :

$\dots BBBIOIIIOOIIIIIBIIIOIOOIOIOBBB \dots$

où I représente 1 et O représente 0, on veut obtenir en sortie :

$OOOIIIOOOIOI$

Cela correspond au calcul :

$$973 + 331 = 1304 \text{ soit } 1011001111 + 1101001010 = 00011000101$$

Remarque : pour simplifier la machine, les chiffres binaires sont écrits par ordre croissant des puissances binaires (le chiffre le plus à gauche correspond à 2^0).

1. concevoir le fonctionnement de la machine (point de vue algorithmique)
2. donner la liste des quadruplets de la machine
3. tester la machine proposée avec le simulateur
4. déposez votre machine sur celene et participez à l'évaluation des autres machines

7 Recherches personnelles

Faire une recherche sur internet pour trouver des simulateurs de machine de Turing (lister les modèles : caractéristiques, avantages, inconvénients...).