Some Class
Random Examples

Ethan Ordaz

June 19, 2024

Contents

Chapter 1

Álgebra Lineal

1.1 Conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos, que llamamos elementos. De ahora en adelante nos referiremos a los conjuntos con una letra mayúscula $(A, B, C, \ldots)$. Mientras que los elementos se escribirán con letras minúsculas $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \in A)$.

1.1.1 Operaciones

Unión

La operación de unión se realiza entre conjuntos, y su símbolo es $\cup$.

$$A \cup B = \{x_i \mid x_i \in A \vee x_i \in B\}.$$

Intersección

La operación de intersección se realiza entre conjuntos, y su símbolo es $\cap$

$$A \cap B = \{x_i \mid x_i \in A \wedge x_i \in B\}.$$

Cardinalidad

Se puede entender la cardinalidad de un conjunto finito, por la cantidad elementos que lo conforman. La cardinalidad es denotada por $|A|$ donde A es un conjunto.

Example 1.1.1 (Cardinalidad)

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\} \tag{1.1}$$
$$|A| = 5 \tag{1.2}$$

Definition 1.1.1: $|A| = |B|$

La cardinalidad de A es igual a la cardinalidad de B si existe una función biyectiva entre sus elementos. Es decir si existe una función (f) cuya imagen asigne a todos los valores del conjunto B únicamente a un valor en A y vice-versa. Esto también implica que existe una función inversa (f^{-1})

Definition 1.1.2: $|A| \leqslant |B|$

La cardinalidad de A es menor que o igual a la de B si existe una función inyectiva de A a B es decir existe una función que asigna todos los elementos de A a B de forma única pero la imagen de la función no abarca todo el conjunto B.

Conjunto Potencia

Denotado por $P(A)$ donde A es un conjunto, este esta compuesto por todos los subconjuntos de A y el vacío.

$$A = \{a_1, a_2, a_3\} \tag{1.3}$$
$$P(A) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_1, a_2\}, \{a_2, a_3\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_2, a_3\}\} \tag{1.4}$$

El conjunto poder $P(A)$ tiene una cardinalidad de 2^n donde n es la cardinalidad de A.

1.2 Grupo

Un grupo es un conjunto con una operación $(f(x, y))$ que satisface algunas condiciones.

- De un elemento del conjunto se puede llegar al otro con la operación.
- Todo elemento del conjunto tiene un inverso.
- Existe un elemento neutro.
- La operación de dos elementos esta dentro del conjunto $(f(x, y) \in A \forall x, y \in A)$

Si la operación es conmutativa se le conoce como un Grupo Abeliano.

Example 1.2.1 ($\mathbb{Z}$ y +)

$\mathbb{Z}$ y la suma $(f(x, y) = x + y)$ son un grupo abeliano.

- Existe un neutro, 0. $f(x, 0) = x$
- Se puede llegar a todos los números desde uno dado

  Con x y z dados y x no es el neutro

  $$f(x, y) = z \tag{1.5}$$
  $$x + y = z \tag{1.6}$$
  $$y = z - x \tag{1.7}$$

  Entonces encontramos un número $y \neq z$ por el cual podemos llegar a cualquier z desde una x

  $$\tag{1.8}$$

- Todo número tiene su inverso.
- La suma es conmutativa.

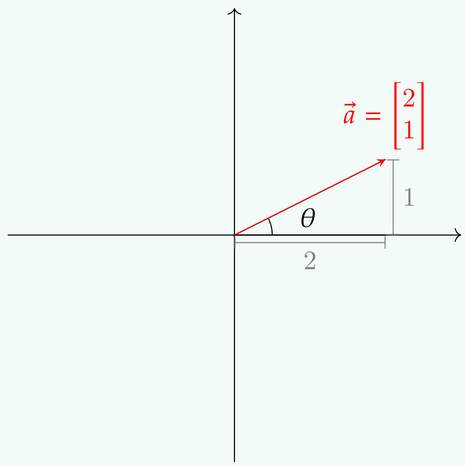
1.3 Vectores

Un vector es una lista (conjunto ordenado) de datos o cantidades que no se pueden expresar por una única cantidad. De ahora en adelante hablaremos de vectores euclidianos. Que tienen cantidades numéricas y una dimensión.

1.3.1 Vectores Euclidianos

Un vector tiene una dirección y una magnitud. Este tipo de vectores se denotan de la forma $\vec{a}$.

Example 1.3.1 (Vector en $\mathbb{R}^2$)



La magnitud de $\vec{a}$ se denota de la forma $|\vec{a}|$, en este caso sería.

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2} \tag{1.9}$$
$$= \sqrt{5} \tag{1.10}$$

Por geometría la dirección sería

$$\tan\theta = \frac{1}{2} \tag{1.11}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{1}{2} \tag{1.12}$$
$$\approx 0.4636 \tag{1.13}$$