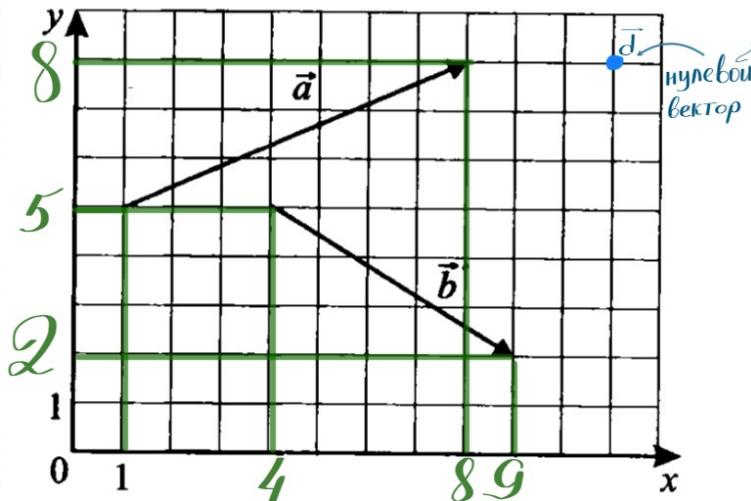


РАБОТА С ВЕКТОРАМИ

(2 тип ЕГЭ профиль)

Вектор – направленный отрезок



Координаты
 $\vec{a}\{x_1; y_1\}$
 „конец минус начало“
 $\vec{a}\{8; 5\}, \vec{b}\{9; 2\}$
 $\vec{a}\{7; 3\}, \vec{b}\{5; 3\}$

Как найти сумму (разность) векторов с известными координатами?

$$\vec{a}\{x_1, y_1\}, \vec{b}\{x_2, y_2\},$$

$$\vec{c}\{x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2\}.$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{c} = \{7+5, 3+(-3)\}$$

$$\vec{c} \{12; 0\}$$

Как умножить вектор на число?

$$k\vec{a}\{kx, ky\}$$

Найдем координаты вектора $3\vec{c}$

$$3\vec{c}(3 \cdot 12; 3 \cdot 0)$$

$$3\vec{c}(36; 0)$$



Как найти длину (модуль) вектора по его координатам?

$$|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

найдем длину вектора $\vec{3c}$

$$|\vec{3c}| = \sqrt{0^2 + 36^2} = \sqrt{36^2} = 36$$

Как найти скалярное произведение векторов?

$$(\vec{a}, \vec{b}) = x_1x_2 + y_1y_2$$

Найдем $\vec{a} \cdot \vec{b}$ через через координатную форму

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 5 + 3 \cdot (-3) = 26$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha,$$

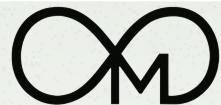
где α - угол между векторами

Условие: В треугольнике ABC:
 $AC = 9$, $AB = 14$, $\angle CAB = 60^\circ$.

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$

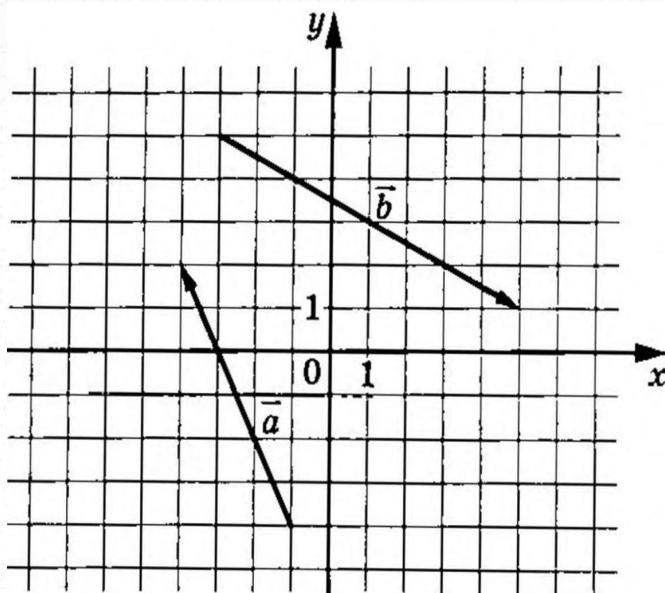
Решение:

$$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 9 \cdot 14 \cdot \cos 60^\circ = 63$$



Как найти косинус угла между векторами?

$$\cos \alpha = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$



Найдем $\cos \alpha$, где α — угол между векторами \vec{a} и \vec{b}

Решение:

По аналогии с вышеизложенной задачей найдем координаты векторов $\vec{a} (-3; 6)$, $\vec{b} (8; -4)$

Находим скалярное произведение:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -3 \cdot 8 + 6 \cdot (-4) = -48$$

И длину каждого вектора:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = \sqrt{45}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{8^2 + (-4)^2} = \sqrt{80}$$

И наконец находим косинус угла, разделив скалярное произведение на произведение длин векторов:

$$\cos \alpha = -48 \div \sqrt{45} \cdot \sqrt{80} = -0,8$$