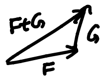
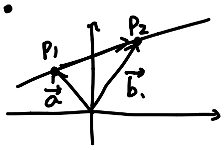
* CH6. Vector, Vector Space.

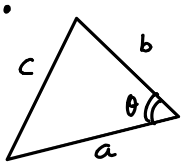
P.16, P.27, P.33

- 

$\|F+G\| \le \|F\| + \|G\|$.

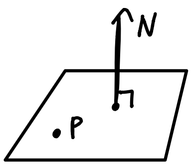
- 

P_1, P_2 지나는 직·방. $\vec{P} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a})$.

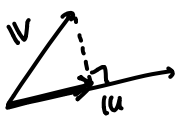
- $\|F+G\|^2 = \|F\|^2 + 2F\cdot G + \|G\|^2$.
- 

$$a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta = c^2$$
$$\Downarrow$$
$$\cos\theta = \frac{F\cdot G}{\|F\|\,\|G\|}$$
$$\Downarrow \quad (\because -1 \le \cos\theta \le 1)$$
$$|F\cdot G| \le \|F\|\,\|G\|$$

- 두 직선 사잇각 = 두 방향벡터 사잇각.
- normal vector $N = \langle a, b, c\rangle$,
  평면 위의 한 점 $P = (x_0, y_0, z_0)$ $\Rightarrow$ 평면 $\pi = a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$.



- $\mathrm{Proj}_{u} v$: v의 u 위로의 정사영.



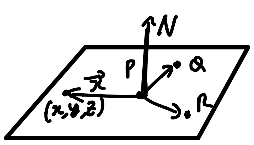
- $F = \langle a_1, b_1, c_1\rangle$, $G = \langle a_2, b_2, c_2\rangle$.

$$F\times G = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} k.$$

- 외적 방향: 오른손 엄지 $F \to G$ 감아올리는 방향.
- $\|F\times G\| = \|F\|\,\|G\| \sin\theta$.
- $\|F\times G\|^2 = \|F\|^2 \|G\|^2 - (F\cdot G)^2$.
- 세 점 collinear? $\longrightarrow$ 벡터 2개 외적해서 0이면 collinear.

$F\times G = 0 \Leftrightarrow F, G$ 평행.

- 세 점 포함하는 평면 : 두 벡터 외적해서 법벡, $N\cdot\vec{x} = 0$.



$$N = \vec{PQ} \times \vec{PR}.$$
$$\vec{x} = \langle x, y, z\rangle - P$$
$$N\cdot\vec{x} = 0.$$

- 벡터들이 orthonormal : 단위벡터 (길이 1), mutually orthogonal. (서로 직각).
- subspace S : 영벡터 포함, 합, 곱에 대해 closed.

- trivial subspace : $S=\{0\}$.
- Span : $\mathbb{R}^n$의 벡터 여러 개의 선형결합을 모두 모아둔 set을, 그 벡터들의 span이라 한다.
  임의의
- linear Combination : $a_1F_1+a_2F_2+\cdots+a_kF_k$.
- 벡터들이 linearly dependent하다 = 한 벡터가 다른 벡터들의 선형결합으로 나타난다.
  〃 linearly independent하다 = not dependent.
- S의 basis : S를 span하는 선형독립인 vector set.
- S의 dimension : S의 basis의 벡터 개수.

- Orthogonalization. : S의 basis $X_1, \cdots, X_m$을
  orthogonal basis $V_1, \cdots, V_m$으로.
  ① $V_1 = X_1$.
  ② $V_2 = X_2 - \mathrm{proj}_{V_1} X_2$.
  ③ $V_3 = X_3 - \mathrm{proj}_{V_1} X_3 - \mathrm{proj}_{V_2} X_3$
  ⋮

- S의 모든 vector에 대해 수직인 벡터를 담는 $S^{\perp}$: orthogonal complement.

- func. space. p.77 ~ p.90.

CH7. Matrices, Linear System.

- $(AB)^T = B^T A^T$

- Elementary Row Operations : ① 행 순서 ② 실수배 ③ 행 덧셈
- A에 operation 해서 B 얻을 수 있다 $\Leftrightarrow$ $B = \Omega A$인 Ω가 존재.
  (Ω : I_n에 operation 순서대로 똑같이 준 것.)
  $\Leftrightarrow$ A, B는 row-equivalent.
- row-equivalent : 역성립. transitivity 성립.

- Reduced REF : 각 행의 leading entry = 1 이고,
  leading entry가 있는 열은 그거 빼고 다 0이고,
  비스듬한 모양. (↘)
- 모든 matrix A에 대해 $\Omega A = A_R$인 Ω가 존재.
  $\Leftrightarrow$ operation 해서 Reduced REF 만들 수 있다.
- Augmented matrix : $[A : I_n]$
  $\Rightarrow$ Ω 구하는 과정도 같이 기록.

- Row space, Column space, Rank p.48 ~.