FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM II FJFI ČVUT v Praze

Mikrovlny

Číslo úlohy: 8 Skupina: 4

Kruh: Středa Jméno: Denis Krapivin

Datum měření: 30.3.2022 Kolega: Kseniia Politskovaia

Klasifikace:



1 Pracovní úkoly

1. **DÚ**: Odvoďte vztah (1) pro výpočet polohy interferenčních maxim při difrakci na mřížce.

$$(sin(\varphi))_{\max} = m\frac{\lambda}{d}, \qquad m = 0, \pm 1, \dots$$
 (1)

- 2. Ověřte, že pole před zářičem je lineárně polarizované a určete směr polarizace. Ověřte Malusův zákon pro danou polarizační mřížku. Sestrojte dva grafy závislosti přijímaného napětí U na úhlu pootočení polarizační mřížky φ nejprve pro sondu vertikálně a potom horizontálně.
- 3. Proměřte rozložení elektromagnetického pole v rovině před zářičem a zobrazte jeho prostorový graf ve vhodném programu (GNUplot, Mathematica, Matlab). Do protokolu zpracujte podélné a příčné rozložení pole (nezávislou veličinou budou souřadnice a závislou velikost napětí).
- 4. Demonstrujte a proměřte stojaté vlnění. Z rozložení pole určete vlnovou délku λ . V druhé části pokusu vložte dielektrickou desku do pole stojaté vlny a pomocí vztahů odvozených v postupu stanovte index lomu dielektrické desky n.
- 5. Ověřte kvazioptické chování mikrovl
n difrakce na hraně, štěrbině a překážce, zákon lomu a fokusace čočkou. Spočítejte vlnovou délku λ z grafu vlnění na štěrbině a index lomu cukru n pomocí ohniskové vzdálenosti čočky. Sestrojte příslušné grafy.
- 6. Ověřte šíření mikrovln pomocí Lecherova vedení a vlnovodu. Ověřte, že podél Lecherova vedení se šíří stojatá vlna a určete z ní vlnovou délku λ .

2 Pomůcky

Gunnův oscilátor 737 01 (na držáku), sonda elektrického pole 737 35, zdroj napětí se zesilovačem 737 020, trychtýřovitý nástavec 737 21, kabely, USB link PASCO 2100, osobní počítač, program pro datový sběr Data Studio, kovové pravítko, polarizační mřížka, 2 držáky na desky, kartonová souřadnicová síť 10×10 , 2 kovové desky 230×230 mm, Lecherovo vedení na držáku, kovový vlnovod.

3 Teorie

3.1 Polarizace

Pro intenzitu I lineárně polarizovaného záření po průchodu polarizační mřížkou platí Malusův zákon:

$$I = I_0 \cos^2(\varphi),\tag{2}$$

kde I_0 je intenzita vstupujícího záření a φ je úhel mezi vektorem polarizace a pootočením mřížky.

Tento vztah je však odvozen za předpokladu, že průchozí směr je pro úhel $\varphi=0^{\circ}$ a detektor přijímá vlnění v libovolném směru. V našem experimentu je však průchozí směr pro $\varphi=90^{\circ}$ a naše sonda detekuje pouze složku intenzity rovnoběžnou s ní [1], proto musíme pro naše měření odvodit ze (2) vztah pro intenzitu sondu orientovanou vertikálně $I_{\rm V}$:

$$I_{\rm v} = I_0 \sin^4(\varphi),\tag{3}$$

a pro intenzitu sondu orientovanou vertikálně I_h :

$$I_{\rm v} = I_0(\sin(\varphi)\cos(\varphi))^2. \tag{4}$$

3.2 Stojaté vlnění

Pokud dojde k superpozici dvou postupných vln o stejné amplitudě opačného směru, dostaneme stojatou vlnu, její amplituda se s časem nemění. Jsou tam tedy místa, kde je amplituda nulová (uzly) a kde je maximální (kmitny). Tato maxima resp. minima jsou od sebe vzdálena právě $\frac{\lambda}{2}$.

Pro určení indexu lomu dielektrické desky n, skrz kterou prohází stojatá vlna, použijeme následující vztah:

$$n = \frac{\Delta z}{d} + 1,\tag{5}$$

kde d=20 mm je tloušťka používané desky a Δz je posunutí minima nebo maxima při vložení desky do stojaté vlny.

3.3 Difrakce

Pro polohy maxim při difrakci na štěrbině platí:

$$(\sin\varphi)_{\text{max}} = m\frac{\lambda}{2D}, \quad \text{kde } m = 0, 3, 5..., \tag{6}$$

kde φ je uhel maximální sledované intenzity, D je šířka štěrbiny a λ je vlnová délka.

3.4 Zákon lomu

Paprsek lomený v opticky hustším prostředí se chovají podle Snellova zákona:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{n_2},\tag{7}$$

kde α je úhel dopadu v prostředí o indexu lomu n_1 a β úhel lomu v prostředí o indexu lomu n_2 . Jako hustší prostředí n_1 používáme cukr, druhým prostředím je vzduch s $n_2 = 1$.

Při pokusu s čočkou tloušťky d a výšky h vzdálenost čočky od sondy je ohniskovou vzdáleností f. Z optiky víme, že pro tenkou spojnou čočku platí rovnice:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{r} \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right),\tag{8}$$

kde r je poloměr křivosti čočky. Ten určíme z jeho geometrického významu:

$$r^2 = \left(r - \frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2. \tag{9}$$

3.5 Lecherove vedení

Z harmonického tvaru vlnění s uhlovou rychlosti B odvodíme vztah pro vlnovou délku λ :

$$\lambda = \frac{2\pi}{B}.\tag{10}$$

4 Postup měření

4.1 Ověření lineární polarizace a Malusova zákona

Zapojíme Gunnuv oscilátor do zdroje střídavého napětí a sondu elektrického pole zapojíme přes zesilovač do počítače [1].

Pro ověření lineární polarizace mimovolního záření oscilátoru umístíme sondu ve vzdálenosti 30 cm od zdroje vln a otáčíme sondu ve směru kolmém na směr síření vln a hledáme polohu, ve které napětí na sondě bude co největší.

Pro ověření platností Malusova zákona umístíme mezi zdrojem a sondou otočnou polarizační mřížku a nastavíme uhel otočení na mřížce na 0° . Zaznamenáme hodnotu napětí na sondě, mřížku otočíme o 10° a zase zaznamenáme hodnotu napětí. Měřeni provádíme pro od 0° do 180° v krocích po 10° .

Stejným postupem provádíme měřeni pro horizontálně umístěnou sondu.

4.2 Rozložení elektromagnetického pole před zářičem

Umístíme před zářičem čtvercovou mřížku 10×10 . Do každého čtverců teto mřížky postupně umístíme sondu a zaznamenáme odpovídající hodnotu napětí. Výsledky zpracujeme do tabulky 10×10 .

4.3 Stojaté vlnění

Budeme měřit hodnotu napětí na sondu umístěnou mezi kovovou deskou a zdroj. Nejprve zjistíme rozložení stojaté vlny, tedy závislost napětí sondy na vzdálenosti od desky pro z od 50 mm do 150 mm s krokem 3 mm. Pak mezi zdroj a kovovou desku umístíme dielektrickou desku o tloušťce d=20 mm. Změříme vzdálenost několika blízkých minim od kovové desky.

4.4 Kvazioptické chování mikrovln

Sestavíme experiment podle Obr. 11 [1]. Sondou měříme intenzitu v závislosti na poloze do vzdálenosti 5 cm ve směru nezakrytém deskou a 8 cm ve směru deskou zakrytém s krokem 10 mm.

Pak měříme závislost napětí na úhlu popisujícím umístění sondy pro difrakci na štěrbině pro konfiguraci podle Obr. 12 [1]. Měření provádíme celkem dvakrát pro štěrbinu šířky 4 cm a 6 cm.

Měření ohybu na překážce provedeme pomocí konfigurace na Obr. 13 [1]. Měříme závislost intenzity na poloze ve vzdálenosti 200 mm od kovové desky o šířce 59 mm. Měření provádíme v rozsahu ± 15 cm s krokem 1 cm.

Sestavíme experiment podle Obr. 14 [1]. Pro testování platnosti zákona lomu postupně nastavujeme vysílač na určitý úhel α a sondou hledáme úhel β na stupnici s maximálním napětím.

Pak sestavíme experiment podle Obr. 15 [1] vpravo. Nejprve změříme napětí na sondě bez čočky. Následně vložíme čočku a pohybujeme s ní tak, aby dostali maximální napětí na sondě. Odečteme vzdálenost čočky od sondy, která je pak ohniskovou vzdáleností.

4.5 Lecherove vedení a vlnovod

Přístroje umístíme podle Obr. 16 [1]. Zářič namiřime na smyčku v takové vzdálenosti, aby napětí registrované sondou bylo co největší. Potom postupně posouváme sondou a měříme napětí podél vedení pomocí sondy.

Pro ověřovaní šíření vln vlnovodem nejdřív změříme sondou intenzitu záření tam, kde nebudou se mikrovlny šířit přímo ve směru sondy. Pak pomocí vlnovodu spojíme sondu s zářičem a změříme sondou intenzitu záření.

5 Zpracování dat

Vypracování DÚ je uvedeno v Příloze.

5.1 Ověření lineární polarizace a Malusova zákona

Otáčením sondy jsme našli určitou polohu, ve které detekovaná intenzita nablívá maximální hodnoty. Pro uhel otočení polarizační mřížky $\varphi = 90^{\circ}$ jsme našli hodnotu napětí I_0 :

$$I_0 = (1,05 \pm 0,03) \text{ V}.$$

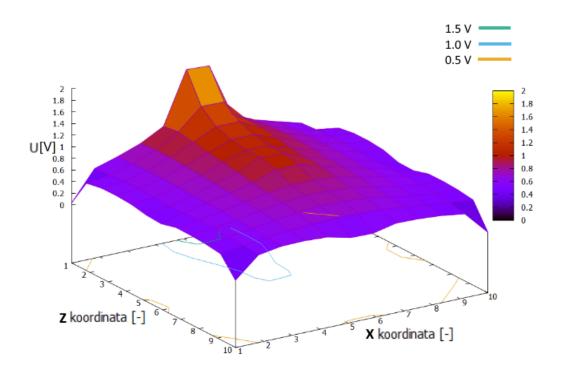
Naměřené hodnoty napětí U na sondě v závislostí na úhlu natočení polarizační mřížky φ a předpokládaná závislost podle Malusova zákona pro vertikální sondu jsou zobrazeny na Obr. 7.

Naměřené hodnoty napětí U na sondě v závislostí na úhlu natočení polarizační mřížky φ a předpokládaná závislost podle Malusova zákona pro vertikální sondu jsou zobrazeny na Obr. 8.

Chyby naměřených hodnot napětí U jsme odhadli pro každé měření, chyby měření uhlu $\sigma_{\varphi} = 5^{\circ}$ je chybou měření měřicího přístroje.

5.2 Rozložení elektromagnetického pole před zářičem

Zdroj záření jsme umístili ve vzdálenosti 1 cm od kraje mřížky mezi koordináty x=4 a x=6. Naměřené napětí U v závislosti na koordinátách x a z je na Obr. 1.



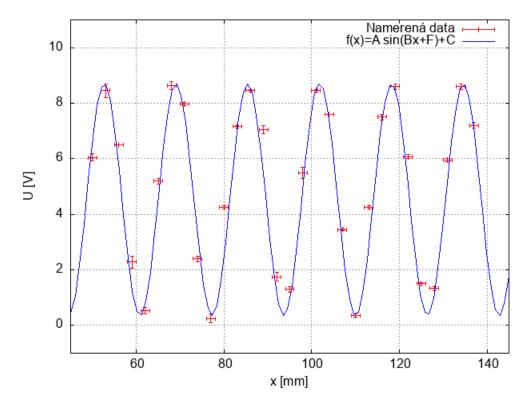
Obr. 1: Rozložení elektromagnetického pole před zářičem. Naměřené napětí U v závislosti na koordinátách x a z.

Podélné rozložení pole, tj. naměřené hodnoty napětí U v závislosti na koordinátě z pro x=5 je na Obr. 9. Příčné rozložení pole, tj. naměřené napětí U v závislosti na koordinátě x pro z=2 a z=4 je na Obr. 10.

5.3 Stojaté vlnění

Rozložení stojaté vlny mezi zářičem a kovovou deskou je na Obr. 2. Proložením závislosti napětí U na vzdálenosti sondy x od kovové desky funkcí ve tvaru f(x) = Asin(Bx + F) + C jsme určili hodnoty konstant:

$$A = 4,2 \pm 0,1$$
, $B = 0,384 \pm 0,002$, $C = 4,53 \pm 0,05$, $F = 6,5 \pm 0,2$.



Obr. 2: Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na vzdálenosti sondy x a proložení závislosti funkcí ve tvaru f(x) s koeficienty $A=4,2\pm0,1,\ B=0,384\pm0,002,\ C=4,53\pm0,05,\ F=6,5\pm0,2.$

Podle vztahu (10) jsme určili hodnotu vlnové délky stojatého vlnění λ s příslušnou chybou, kterou jsme určili jako chybu nepřímého měření [2]:

$$\lambda = (1, 62 \pm 0, 8) \text{ cm}.$$

Naměřené hodnoty poloh $z_{\text{měř}}$ několika blízkých minim pro měření s dielektrickou deskou a hodnoty poloh $z_{\text{př}}$ několika blízkých minim před vložením dielektrické desky a hodnoty indexu lomu n desky, které jsme spočítali podle (5) jsou v Tab. 1. Všechny chyby jsou chybami nepřímého měření.

$z_{ m m \check{e} \check{r}} [m cm]$	$z_{ m p\check{r}} [{ m cm}]$	$\Delta[\mathrm{cm}]$
$14,5 \pm 0,05$	$13, 4 \pm 0, 1$	$1,1 \pm 0,1$
$16,2\pm 0,05$	$15, 3 \pm 0, 1$	$1,1 \pm 0,1$
$17,5 \pm 0,05$	$16,6 \pm 0,1$	$0,9 \pm 0,1$

Tab. 1: Naměřené hodnoty poloh $z_{\text{měř}}$ několika blízkých minim pro měření s dielektrickou deskou a hodnoty poloh $z_{\text{př}}$ několika blízkých minim před vložením dielektrické desky a hodnoty indexu lomu n desky.

Výslednou hodnotu indexu lomu n pro desku jsme našli jako aritmeticky průměr a hodnotu chyby jako chybu aritmetického průměru [2]:

$$n = 1,54 \pm 0,1.$$

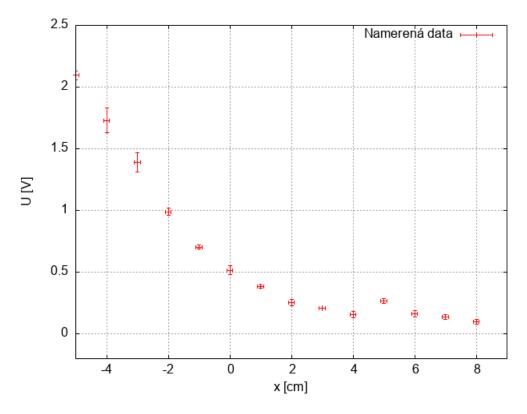
5.4 Kvazioptické chování mikrovln

Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na poloze x pro difrakce na hraně jsou na Obr. 3. Poloha x=0 odpovídá ose zářiče a x=8 odpovídá zakrytému deskou místu ve vzdálenosti 8 cm od osy zářiče. V bodě x=5 pozorujeme výrazný odraz, existenci kterého jsme předpokládali podle teorie [1].

Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na úhlu pootočení φ vůči štěrbině pro dvě štěrbiny šířky 40 mm a 60 mm jsou na Obr. 4. Podle vztahu (6) jsme našli hodnoty vlnových délek pro štěrbinu 40 mm λ_{40} a λ_{60} pro štěrbinu 60 mm:

Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na vzdálenosti x od osy zářiče pro ohyb na překážce jsou na Obr. 5.

$$\lambda_{40} = (13, 3 \pm 0, 4) \,\mathrm{cm}$$
 $\lambda_{60} = (18, 4 \pm 0, 6) \,\mathrm{cm}$.



Obr. 3: Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na poloze x, poloha x=0 odpovídá ose zářiče, x=8 odpovídá zakrytému deskou místu ve vzdálenosti 8 cm od osy zářiče.

Naměřené hodnoty uhlu α , β a spočítané podle (7) hodnoty indexu lomu n pro cukr jsou v Tab. 2.

α [°]	β [°]	n[-]
0	4	0,00
30	50	1,52
45	79	1,40
15	25	1,60

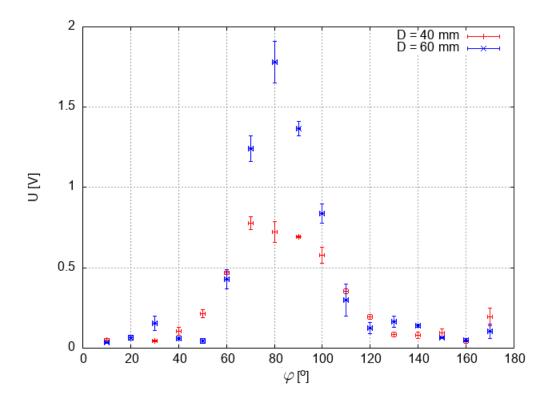
Tab. 2: Naměřené hodnoty uhlu α , β a spočítané hodnoty indexu lomu n pro cukr ze Snellova zákona.

Výslednou hodnotu indexu lomu $n_{\rm vys}$ pro cukr jsme našli jako aritmeticky průměr a hodnotu chyby jako chybu aritmetického průměru:

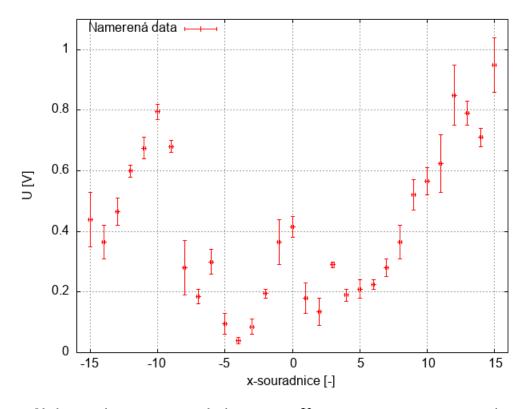
$$n_{\rm vvs} = 1, 5 \pm 0, 3.$$

Při vypočtu indexu lomu $n_{\check{\operatorname{coc}}}$ z ohniskové vzdálenosti a geometrických vlastností čočky pomoci vztahů (8) a (9) jsme dostali hodnotu:

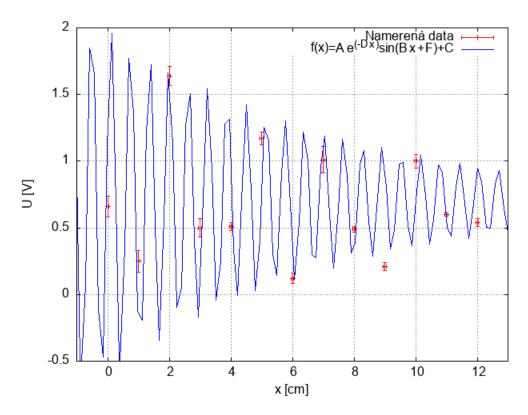
$$n_{\rm \check{c}o\check{c}} = 1, 3 \pm 0, 1.$$



Obr. 4: Difrakce na štěrbině. Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na úhlu pootočení φ vůči štěrbině pro dvě štěrbiny šířky 40 mm a 60 mm.



Obr. 5: Ohyb na překážce. Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na vzdálenosti x od osy zářiče.



Obr. 6: Naměřené hodnoty napětí U v závislosti na vzdálenosti x a proložení závislosti funkci ve tvaru f(x) s koeficienty $A=1,3\pm0,4,\,B=10,0\pm0,2,\,C=0,70\pm0,13,\,D=0,13\pm0,07,\,F=13\pm1.$

5.5 Lecherove vedení a vlnovod

Pro elektromagnetickou vlnu na Lecherově vedení jsme naměřili hodnoty napětí U v závislosti na vzdálenosti x a proložili tuto závislost funkci ve tvaru $f(x) = Ae^{-Dx}sin(Bx + F) + C$. Výsledky jsou na Obr. 6.

Hodnoty konstant A, B, C, D, F s příslušnými chybami jsme určili fitovánim:

$$A=1,3\pm 0,4\,,\qquad B=10,0\pm 0,2\,,\qquad C=0,70\pm 0,13\,,$$

$$D=0,13\pm 0,07\,,\qquad F=13\pm 1.$$

Podle vztahu (10) jsme určili hodnotu vlnové délky vlnění v Lecherově vedení λ s příslušnou chybou, kterou jsme určili jako chybu nepřímého měření:

$$\lambda = (0, 63 \pm 0, 01) \, \text{cm}.$$

Při ověřovaní šíření mikrovln vlnovodem jsme nejdřív detekovali sondou napětí 0,03 V, tedy v podstatě nulovou hladinu. Po přivedení mikrovln vlnovodem jsme pozorovali různé hodnoty napětí až do 10,24 V.

6 Diskuze

Chyby měření přístroje jsme experimentálně stanovili na 0,05 V, ale vzhledem k tomu, že elektromagnetické vlny se snadno odrazují od různých předmětu v laboratorní místnosti a způsobují rušení, museli jsme vymyslet metodu určovaní napětí z pořad se měnících dat. Při měření jsme zapisovali největší a nejmenší hodnotu napětí, kterou pozorujeme na počítače, pak výslednou hodnotu napětí jsme určovali jako aritmetický průměr těchto hodnot a systematickou chybu jako výchylku od hodnoty aritmetického průměru do těchto hodnot.

Z Obr. 7 a Obr. 8 je vidět, že naměřené hodnoty napětí v závislosti na uhlu natočení polarizační mřížky se dost dobře shoduji s předpokládanými podle Malusova zákona funkcemi při hodnotách napětí vice než 0,3 V. Při

menších hodnotách napětí se projevuje nepřesnost přístroje a na výsledky má velký vliv odrazy mikrovln. Naměřený hodnoty při těchto uhlu vždy vetší než předpověděné.

Výsledky mapování pole před zářičem jsou zobrazeny na Obr. 1, Obr. 9 a Obr. 10. Chovaní mikrovlnného záření odpovídá našim představám o tlumení elektrostatického poli v prostředí. Je vidět, že intenzita nabývá maximálních hodnot v těsně před zářičem a do stran prudce klesá.

Nalezená hodnota vlnové délky vlnění v Lecherově vedení $\lambda = (0, 63 \pm 0, 01)$ cm je zatížena relativně malou chybou cca 2%. Během proložení jsme zjistili, že není snadno zvolit vhodné počáteční hodnoty konstant, pro různé hodnoty konstant jsme dostávali trochu různé hodnoty konstanty B, kterou jsme použili k vypočtu vlnové délky λ , což určitě má vliv na její výslednou hodnotu. Zvetšením počtu měření rozhodně by šlo tento výsledek zpřesnit.

7 Závěr

- DÚ: V přípravě (viz Příloha. Domácí příprava) jsme odvodili vztah (1) pro výpočet polohy interferenčních maxim při difrakci na mřížce.
- 2. Ověřili jsme, že pole před zářičem je lineárně polarizované a určili jsme směr polarizace na $\varphi = 90^{\circ}$. Ověřili jsme Malusův zákon pro danou polarizační mřížku a sestrojili dva grafy závislosti přijímaného napětí U na úhlu pootočení polarizační mřížky φ pro sondu vertikálně (Obr. 7) a horizontálně (Obr. 8).
- 3. Proměřili jsme rozložení elektromagnetického pole v rovině před zářičem a zobrazili jeho prostorový graf na (Obr. 1). Do protokolu jsme zpracovali podélné (Obr. 9) a příčné (Obr. 10) rozložení pole.
- 4. Demonstrovali jsme a proměřili stojaté vlnění (Obr. 2). Z rozložení pole jsme určili vlnovou délku $\lambda = (1,62\pm0,8)$ cm. V druhé části pokusu jsme vložili dielektrickou desku do pole stojaté vlny a pomocí vztahů odvozených v teorie jsme stanovili index lomu dielektrické desky $n=1,54\pm0,1$.
- 5. Ověřili jsme kvazioptické chování mikrovln difrakce na hraně (Obr. 3), štěrbině (Obr. 4) a překážce (Obr. 5), zákon lomu a fokusace čočkou. Spočítali jsme vlnovou délku z grafu vlnění na štěrbině $\lambda_{40}=(13,3\pm0,4)$ cm a $\lambda_{60}=(18,4\pm0,6)$ cm a index lomu cukru pomocí ohniskové vzdálenosti čočky $n_{\rm coc}=1,3\pm0,1$.
- 6. Ověřili jsme šíření mikrovln pomocí Lecherova vedení a vlnovodu. Ověřili jsme, že podél Lecherova vedení se šíří stojatá vlna a určili jsme z ní vlnovou délku $\lambda = (0, 63 \pm 0, 01)$ cm.

Literatura

- [1] Kolektiv praktika, *Mikrovlny*, [online, cit.3.4.2022] https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435605/mod_resource/content/6/mikrovlny_220404.pdf
- [2] Petr Chaloupka, Základy fyzikálních měření, prezentace [online, cit.3.4.2022] https://people.fjfi.cvut.cz/chalopet/ZFM/ZFM.pdf

Příloha

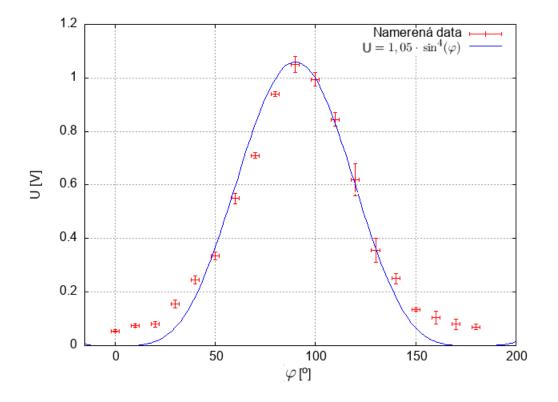
8 Domácí příprava

Intenzita pozovovana no stinitku:
$$L = \langle (ReE)^2 \rangle = DU$$
:

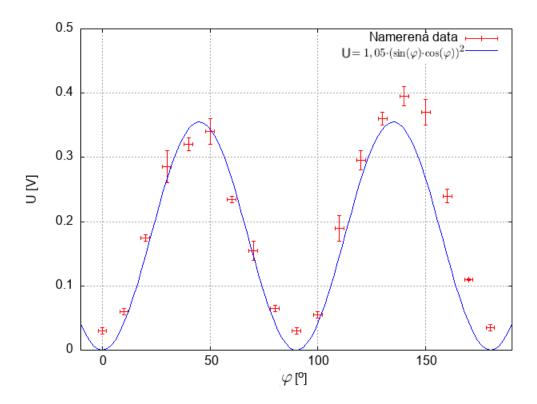
$$= \frac{4E_0^2}{R^2} \langle \cos^2(\Omega t - kR) \rangle \langle \cos^2(\frac{1}{2}kd\sin\theta) = \frac{2E_0^2}{R^2} \langle \cos^2(\frac{kd\sin\theta}{2}) \rangle$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |\sin\theta| \int_{-\infty}^{\infty} |\sin\theta| \int_{-\infty}^{\infty} |\cos\theta| \int_$$

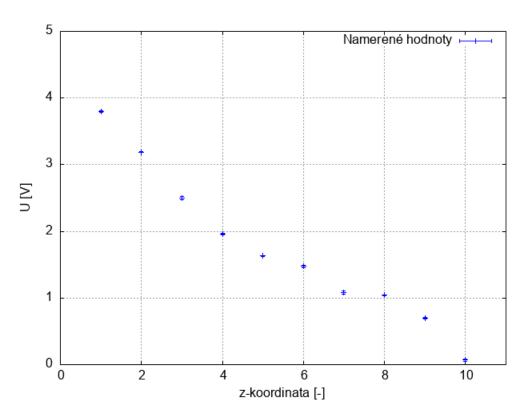
9 Grafy



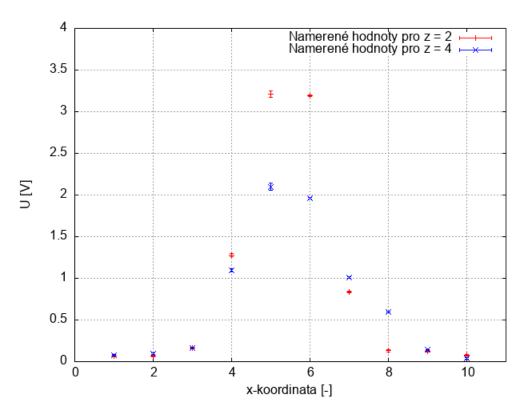
Obr. 7: Ověřování Malusova zákona pro vertikální sondu. Naměřené hodnoty napětí U na sondě v závislostí na úhlu natočení polarizační mřížky φ a funkce zobrazující závislost napětí U na uhlu φ podle Malusova zákona.



Obr. 8: Ověřování Malusova zákona pro horizontální sondu. Naměřené hodnoty napětí U na sondě v závislostí na úhlu natočení polarizační mřížky φ a funkce zobrazující závislost napětí U na uhlu φ podle Malusova zákona.



Obr. 9: Podélné rozložení pole před zářičem. Naměřené napětí U v závislosti na koordinátě z pro x=5.



Obr. 10: Příčné rozložení pole před zářičem. Naměřené napětí U v závislosti na koordinátě x pro z=2 a z=4.