

Číslo úlohy: 5 Skupina: 4
 Kruh: Středa Jméno: Denis Krapivin
 Datum měření: 9.3.2022 Kolega: Kseniia Politskovaia
 Klasifikace:

1 Pracovní úkoly

1. DŮ: Z Planckova vyzařovacího zákona odvoďte Stefan-Boltzmannův zákon a určete tvar konstanty σ pomocí c , k a \hbar .
2. Ocejchujte referenční žárovku pomocí měření odporu. Diskutujte, zda α v rovnici (6) je konstanta. Výsledky zpracujte graficky. Ověřte správnost výsledků pomocí závislosti výkonu na čtvrté mocnině teploty. Pomocí fitu určete konstantu β .
3. Ověřte Stefan-Boltzmannův zákon (2), výsledky vynesete do grafu a určete konstantu ϵ .
4. Zjistěte teplotu žárovky připojené k neznámému zdroji (alespoň 6 měření) pomocí závislosti transmise na vlnové délce. Graficky zpracujte a teplotu získejte pomocí aritmetického průměru z fitů závislosti intenzity na vlnové délce $I = I(\lambda)$.

2 Pomůcky

Pulfrichův fotometr, zdroj napětí 0 - 30 V, wolframová vlákna (dvě světelné žárovky), dva multimetry, zdroj referenčního napětí, vodiče.

3 Teorie

3.1 Planckův vyzařovací zákon

Planckův vyzařovací zákon vyjadřuje závislost intenzity záření J absolutně černého tělesa na vlnových délkách λ vztahem:

$$J = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (1)$$

kde $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ Js je Planckova konstanta [3], $c = 2,99 \cdot 10^8$ ms⁻¹ je rychlost světla ve vakuu [4], $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ JK⁻¹ je Boltzmannova konstanta [5], T je teplota.

Stefan-Boltzmannův zákon říká, že intenzita vyzařování J černého respektive šedého tělesa roste se čtvrtou mocninou jeho teploty T^4 :

$$J = \sigma T^4, \text{ resp. } J = \epsilon \sigma T^4, \quad (2)$$

kde $\sigma = 5,76 \cdot 10^{-8}$ Wm⁻²K⁻⁴ je Stefan-Boltzmannova konstanta a ϵ je emisivita povrchu tělesa. Stefan-Boltzmannovu rovnici pro žárovku lze přepsat i v jiném tvaru:

$$P = UI = \beta T^4, \quad (3)$$

kde P je výkon žárovky která je napojena na napětí U a proud I , β je konstanta.

S rostoucí teplotou se zvětšuje intenzita záření a maximum intenzity se posunuje ke kratším vlnovým délkám. Pak platí Wienův posunovací zákon:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (4)$$

kde $b = 2,898 \cdot 10^{-3}$ Km je Wienova konstanta [1], λ_{\max} je vlnová délka odpovídající maximu intenzity.

Transmise τ je poměrem světelných intenzit před J_0 a po J absorpci tělesem. Pro výpočet intenzity záření měřené žárovky $J_{\text{měř}}$ tedy platí vztah:

$$J_{\text{měř}} = J_{\text{ref}} \frac{\tau_{\text{měř}}}{\tau_{\text{ref}}} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \frac{\tau_{\text{měř}}}{\tau_{\text{ref}}}, \quad (5)$$

kde J_{ref} je intenzita záření referenční žárovky.

3.2 Závislost odporu vodiče na teplotě

Při studiu závislosti odporu R vodiče na teplotě T bylo zjištěno, že odpor vodiče R při malé změně teploty ΔT lze najít jako:

$$R = R_0(\alpha \Delta T + 1), \quad (6)$$

kde hodnota $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ [1] se nazývá teplotní součinitel elektrického odporu pro wolfram a R_0 je referenční hodnotou odporu.

Hodnotu odporu R lze najít podle Ohmova zákona:

$$R = \frac{U}{I}, \quad (7)$$

kde U je napětí a I proud.

Pro velkou změnu teploty lze použít mnohem přesnější vztah:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (8)$$

kde S je obsah kolmého průřezu vodiče, l je délka vodiče, ρ je rezistivita materiálu.

Rezistivita závisí na teplotě vodiče T a v rozmezí teplot od 100 K až po 3600 K pro ρ platí vztah:

$$\rho_{100-3600} = -0,968 + 19,274 \left(\frac{T}{1000} \right) + 7,826 \left(\frac{T}{1000} \right)^2 - 1,8517 \left(\frac{T}{1000} \right)^3 + 0,2079 \left(\frac{T}{1000} \right)^4. \quad (9)$$

4 Postup měření

4.1 Závislost odporu vodiče na teplotě

Při samotném cejchování žárovky změříme teplotu v místnosti pomocí digitálního teploměru. Pak ještě před zapojením změříme pomocí multimetru odpor zkoumané žárovky při pokojové teplotě.

Připojíme žárovku k regulovatelnému zdroji přes ampérmetr, napětí na žárovce budeme měřit voltmetrem. Postupně měníme napětí a proud zdroje tak, aby výkon byl menší než 50 W. Hodnoty napětí a proudu zapisujeme do tabulky. Měření provádíme pro 20 různých dvojic napětí a proudu.

4.2 Měření teploty žárovky

Teplotu žárovky změříme pomocí Pulfrichova fotometru. Detailnější popis Pulfrichova fotometru můžeme najít v návodu [1].

Referenční žárovku připojíme ke zdroji referenčního napětí, hodnotu kterého můžeme měnit. Druhou žárovku připojíme k neznámému zdroji. Pro referenční žárovku nastavíme napětí a proud tak, aby svítila méně než žárovka měřená. Clonku měřené žárovky nastavíme na vhodnou hodnotu transmise a postupně vkládáme filtry 1-10. Otáčením měřicího bubnu měníme otvor clonky tak, aby byly barvy viděné ve fotometru stejné. Zvolenou transmissi u měřené žárovky už neměníme. Pak zaznamenáme hodnotu transmise u referenční žárovky.

Postup opakujeme 4-krát pro referenční žárovku svítící méně než žárovka měřená a 4-krát pro opačný případ.

5 Zpracování dat

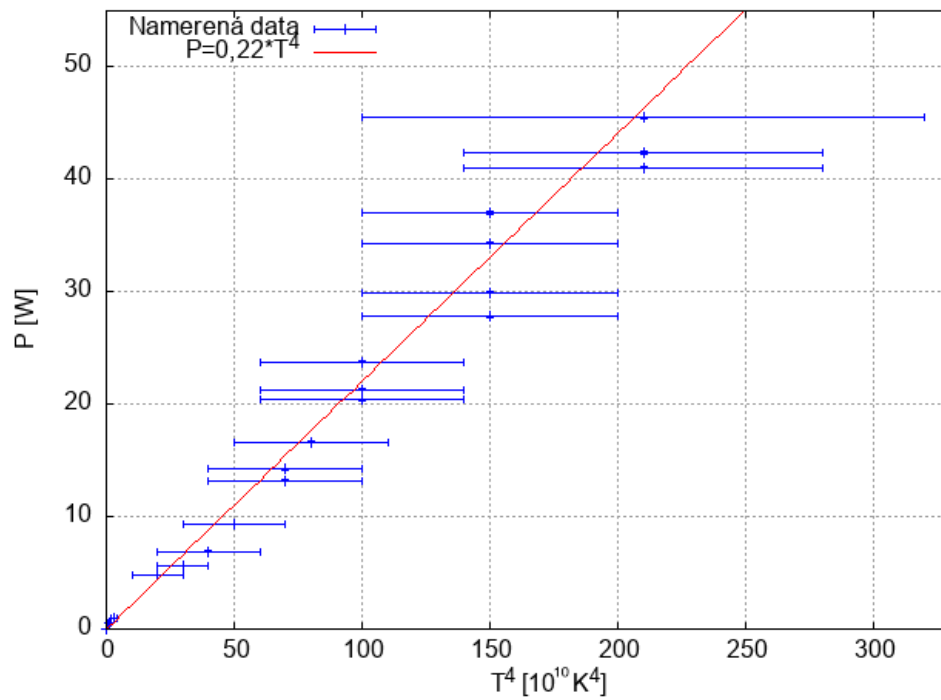
5.1 Závislost odporu vodiče na teplotě

Měření se provádělo v místnostech o teplotě $t_0 = (297,0 \pm 0,1)$ K. Odpor referenční žárovky jsme změřili na $R_0 = (0,2 \pm 0,1) \Omega$. Vzhledem k velké chybě měření, uvažovali jsme odpor R_0 bez chyby. Pak ze vzorců (8) a (9) jsme dostali hodnotu podílu $\frac{l}{S} = (0,037 \pm 0,003) \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$.

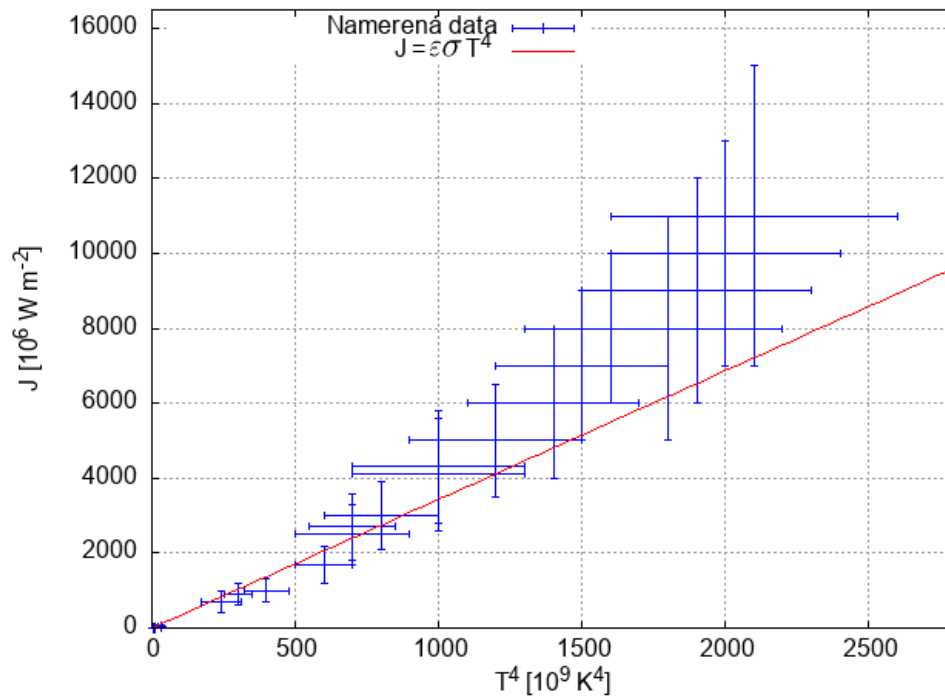
Napětí U s chybou $\sigma_U = 0,01$ V a proud I s chybou $\sigma_I = 0,01$ A a vypočtené pomocí nich hodnoty jsou v Tab. 1. Chyby σ_U a σ_I jsou chybami měřicích přístrojů. Výkon žárovky P jsme spočetli pomocí (3), odpor R žárovky pomocí Ohmova zákona (7), pak pomocí vztahů (8) a (9) jsme našli hodnoty teplot wolframového vlákna T pro každé měření. Chyby měření hodnot P , R , T jsou vypočteny jako chyby nepřímého měření [2].

U [V]	I [A]	P [W]	R [Ω]	ρ [$10^{-8} \Omega \text{m}^{-1}$]	T [K]	λ_{max} [nm]	J [10^6Wm^{-2}]
0,08	0,54	$0,04 \pm 0,01$	$0,148 \pm 0,020$	$4,0 \pm 0,6$	240 ± 30	12000 ± 2000	10 ± 5
0,36	1,50	$0,54 \pm 0,02$	$0,240 \pm 0,007$	$6,5 \pm 0,6$	340 ± 30	8500 ± 800	60 ± 30
0,55	1,73	$0,95 \pm 0,02$	$0,318 \pm 0,006$	$8,6 \pm 0,7$	430 ± 40	6700 ± 500	190 ± 70
1,68	2,86	$4,80 \pm 0,03$	$0,587 \pm 0,004$	$15,8 \pm 1,3$	700 ± 70	4100 ± 300	2000 ± 800
1,87	3,00	$5,61 \pm 0,04$	$0,623 \pm 0,004$	$16,8 \pm 1,4$	740 ± 70	3900 ± 300	3000 ± 1000
2,15	3,22	$6,92 \pm 0,04$	$0,668 \pm 0,004$	$18,0 \pm 1,5$	780 ± 80	3700 ± 200	4000 ± 1000
2,61	3,58	$9,34 \pm 0,04$	$0,729 \pm 0,003$	$19,7 \pm 1,6$	840 ± 80	3500 ± 200	5000 ± 2000
3,24	4,08	$13,22 \pm 0,05$	$0,794 \pm 0,003$	$21,5 \pm 1,7$	900 ± 90	3200 ± 200	8000 ± 2000
3,42	4,16	$14,23 \pm 0,05$	$0,822 \pm 0,003$	$22,0 \pm 2,0$	900 ± 100	3200 ± 200	8000 ± 2000
3,78	4,40	$16,63 \pm 0,06$	$0,859 \pm 0,003$	$23,0 \pm 2,0$	950 ± 100	3000 ± 200	10000 ± 3000
4,30	4,74	$20,38 \pm 0,06$	$0,907 \pm 0,003$	$25,0 \pm 2,0$	1000 ± 100	2900 ± 200	13000 ± 3000
4,43	4,81	$21,31 \pm 0,07$	$0,921 \pm 0,003$	$25,0 \pm 2,0$	1000 ± 100	2900 ± 200	14000 ± 5000
4,75	5,00	$23,75 \pm 0,07$	$0,950 \pm 0,003$	$26,0 \pm 2,0$	1000 ± 100	2800 ± 200	16000 ± 6000
5,26	5,29	$27,83 \pm 0,07$	$0,994 \pm 0,003$	$27,0 \pm 2,0$	1100 ± 100	2700 ± 200	19000 ± 7000
5,51	5,43	$29,92 \pm 0,08$	$1,015 \pm 0,003$	$27,0 \pm 2,0$	1100 ± 100	2600 ± 200	21000 ± 8000
6,02	5,70	$34,31 \pm 0,08$	$1,056 \pm 0,003$	$29,0 \pm 2,0$	1100 ± 100	2600 ± 200	24000 ± 9000
6,32	5,86	$37,04 \pm 0,09$	$1,078 \pm 0,003$	$29,0 \pm 2,0$	1100 ± 100	2500 ± 200	26000 ± 10000
6,75	6,08	$41,04 \pm 0,09$	$1,110 \pm 0,002$	$30,0 \pm 2,0$	1200 ± 100	2500 ± 200	30000 ± 12000
6,89	6,15	$42,37 \pm 0,09$	$1,120 \pm 0,002$	$30,0 \pm 2,0$	1200 ± 100	2400 ± 200	31000 ± 13000
7,21	6,31	$45,50 \pm 0,10$	$1,143 \pm 0,002$	$31,0 \pm 3,0$	1200 ± 160	2400 ± 200	33000 ± 15000

Tab. 1: Naměřené hodnoty napětí U s chybou $\sigma_U = 0,01$ V a proud I s chybou $\sigma_I = 0,01$ A. P je výkon žárovky, ρ je rezistivita, T je teplota wolframového vlákna, λ_{max} je vlnová délka, J je intenzita záření pro délku λ_{max} .



Obr. 1: Stanovené hodnoty výkonu žárovky P v závislosti na čtvrté mocnině teploty T^4 a jejich proložení funkcí ve tvaru $P = \beta T^4$ s koeficientem $\beta = (0,22 \pm 0,01) \cdot 10^{-10} \text{ WK}^{-4}$.



Obr. 2: Stanovené hodnoty intenzity záření žárovky J v závislosti na čtvrté mocnině teploty T^4 a jejich proložení funkcí ve tvaru $P = \epsilon \sigma T^4$ s koeficientem $\epsilon = (0,6 \pm 0,2) [-]$ a hodnotou Stefan-Boltzmannovy konstanty $\sigma = 5,76 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

Pomocí programu GNUpot jsme proložili závislost výkonu žárovky P na čtvrté mocnině teploty T^4 lineární funkcí ve tvaru (3). Výsledky jsme vynesli do grafu na Obr. 1. Proložení dat jsme dostali hodnotu konstanty β s příslušnou chybou:

$$\beta = (0,22 \pm 0,01) \cdot 10^{-10} \text{ WK}^{-4}.$$

5.2 Ověření Stefan-Boltzmanova zákona

Pro ověření Stefan-Boltzmanova zákona jsme našli pomocí vztahu (4) hodnotu vlnových délek λ_{\max} a odpovídající intenzitu záření J pomocí vztahu (1). Vypočtené hodnoty jsou v Tab. 1. Chyby měření hodnot λ_{\max} a J jsou vypočtena jako chyba nepřímého měření [2].

Pomocí programu GNUpot jsme proložili závislost intenzity záření J na čtvrté mocnině teploty T^4 lineární funkcí ve tvaru (2). Výsledky jsme vynesli do grafu na Obr. 2. Proložení dat jsme dostali hodnotu konstanty ε :

$$\varepsilon = (0,6 \pm 0,2) [-].$$

5.3 Měření teploty žárovky

Naměřili jsme hodnoty napětí U a proudu I , transmise pro referenční žárovku τ_i^{ref} a pro měřenou žárovku $\tau_i^{\text{měř}}$. Výkon P jsme našli pomocí vztahu (3), hodnoty teplot referenční žárovky T_{ref} jsme našli pomocí vztahu (3), kde jsme použili hodnotu $\beta = (0,22 \pm 0,01) \cdot 10^{-10} \text{ WK}^{-4}$. Chyby všech hodnot jsou chybami nepřímého měření. Data jsou v Tab. 2.

$U [\text{V}]$	4,66	4,22	3,48	6,94	7,26	6,60
$I [\text{A}]$	4,97	4,71	4,24	6,19	6,34	6,02
$P [\text{W}]$	$23,16 \pm 0,07$	$19,88 \pm 0,06$	$14,76 \pm 0,05$	$42,96 \pm 0,09$	$46,03 \pm 0,10$	$39,73 \pm 0,09$
$T_{\text{ref}} [\text{K}]$	1013 ± 12	980 ± 10	900 ± 10	1182 ± 13	1203 ± 14	1159 ± 13
filtr	τ_1^{ref}	τ_2^{ref}	τ_3^{ref}	τ_4^{ref}	τ_5^{ref}	τ_6^{ref}
1	50 ± 2	45 ± 2	—	39 ± 2	33 ± 2	39 ± 2
2	75 ± 2	43 ± 2	83 ± 2	43 ± 2	28 ± 2	44 ± 2
3	70 ± 1	40 ± 1	71 ± 1	34 ± 1	29 ± 1	35 ± 1
4	68 ± 1	35 ± 1	60 ± 1	35 ± 1	28 ± 1	36 ± 1
5	69 ± 1	32 ± 1	54 ± 1	37 ± 1	29 ± 1	40 ± 1
6	54 ± 1	28 ± 1	40 ± 1	38 ± 1	34 ± 1	40 ± 1
7	47 ± 1	23 ± 1	35 ± 1	39 ± 1	38 ± 1	41 ± 1
8	46 ± 1	20 ± 1	30 ± 1	41 ± 1	39 ± 1	42 ± 1
9	40 ± 1	19 ± 1	27 ± 1	44 ± 1	43 ± 1	43 ± 1
10	38 ± 2	18 ± 2	26 ± 2	40 ± 2	40 ± 2	43 ± 2
	$\tau_1^{\text{měř}}$	$\tau_2^{\text{měř}}$	$\tau_3^{\text{měř}}$	$\tau_4^{\text{měř}}$	$\tau_5^{\text{měř}}$	$\tau_6^{\text{měř}}$
	25 ± 1	10 ± 1	7 ± 1	98 ± 1	100 ± 1	80 ± 1

Tab. 2: Naměřené hodnoty napětí U s chybou $\sigma_U = 0,01 \text{ V}$ a proud I s chybou $\sigma_I = 0,01 \text{ A}$, P je výkon žárovky, T_{ref} je vypočtená hodnota teploty referenční žárovky, τ_i^{ref} jsou naměřené hodnoty transmise pro referenční žárovku, $\tau_i^{\text{měř}}$ jsou nastavené hodnoty transmise pro měřenou žárovku.

Pak podle vztahu (5) jsme spočetli hodnoty intenzity záření měřicí žárovky $J_{\text{měř}}^i$ v závislosti na délkách vln λ pro různé hodnoty teploty referenční žárovky T_{ref} .

Pomocí programu GNUpot jsme proložili závislost intenzity záření J na délkách vln λ funkcí ve tvaru (1) pro konstantní hodnoty teploty referenční žárovky T_{ref} . Výsledky jsme vynesli do grafů (Obr. 3, Obr. 4, Obr. 5, Obr. 6, Obr. 7, Obr. 8). Proložení dat jsme dostali hodnoty teplot měřené žárovky (Tab. 2).

Pro výpočet výsledné hodnoty teploty měřené žárovky T_v jsme použili vzorec pro aritmetický průměr a pro hodnotu chyby vzorec pro chybu aritmetického průměru [2]:

$$T_v = (1070 \pm 30) \text{ K}.$$

$T_{\text{ref}} [K]$	1013 ± 12	975 ± 11	905 ± 10
$\lambda [\text{nm}]$	$J_{\text{měř}}^1 [10^3 \text{ Wm}^{-2}]$	$J_{\text{měř}}^2 [10^3 \text{ Wm}^{-2}]$	$J_{\text{měř}}^3 [10^3 \text{ Wm}^{-2}]$
420	$0,036 \pm 0,004$	$0,022 \pm 0,002$	—
430	$0,110 \pm 0,010$	$0,040 \pm 0,010$	$0,008 \pm 0,001$
470	$1,100 \pm 0,100$	$0,470 \pm 0,050$	$0,100 \pm 0,010$
500	$5,000 \pm 0,400$	$2,000 \pm 0,200$	$0,500 \pm 0,050$
530	$18,000 \pm 2,000$	$7,200 \pm 0,700$	$2,010 \pm 0,140$
570	$63,000 \pm 6,000$	$31,000 \pm 3,000$	$8,500 \pm 0,600$
610	$200,000 \pm 20,000$	$100,000 \pm 10,000$	$33,000 \pm 2,000$
660	$780,000 \pm 80,000$	$360,000 \pm 40,000$	$138,000 \pm 17,000$
720	$2600,000 \pm 300,000$	1450 ± 140	$600,000 \pm 70,000$
750	$4000,000 \pm 400,000$	$2500,00 \pm 300,00$	$1140,000 \pm 90,000$
$T_{\text{měř}} [K]$	1050 ± 4	1013 ± 2	965 ± 1

Tab. 3: Hodnoty intenzity záření měřicí žárovky $J_{\text{měř}}^i$ v závislosti na délkách vln λ pro různé hodnoty teploty referenční žárovky T_{ref} , $T_{\text{měř}}$ je vypočtená teplota zkoumané žárovky. Chyby všech hodnot jsou chybami nepřímého měření.

$T_{\text{ref}} [K]$	1182 ± 13	1203 ± 14	1159 ± 13
$\lambda [\text{nm}]$	$J_{\text{měř}}^4 [10^3 \text{ Wm}^{-2}]$	$J_{\text{měř}}^5 [10^3 \text{ Wm}^{-2}]$	$J_{\text{měř}}^6 [10^3 \text{ Wm}^{-2}]$
420	$0,92 \pm 0,07$	$1,3 \pm 0,1$	$0,63 \pm 0,06$
430	$1,80 \pm 0,20$	$1,8 \pm 0,2$	$1,30 \pm 0,10$
470	$10,00 \pm 1,00$	$13,0 \pm 1,2$	$7,50 \pm 0,60$
500	$18,00 \pm 4,00$	$43,0 \pm 3,2$	$28,00 \pm 2,00$
530	$112,00 \pm 13,00$	$128,0 \pm 12,0$	$94,00 \pm 7,00$
570	$400,00 \pm 40,00$	$510,0 \pm 40,0$	$340,00 \pm 30,00$
610	$1200,00 \pm 100,00$	$1600,0 \pm 100,0$	$1000,00 \pm 100,00$
660	$3800,00 \pm 300,00$	$5000,0 \pm 400,0$	$3300,00 \pm 300,00$
720	12000 ± 1000	$16000,0 \pm 1000,0$	$11000,00 \pm 1000,00$
750	18100 ± 1600	$24000,0 \pm 2000,0$	$17000,00 \pm 2000,00$
$T_{\text{měř}} [K]$	1128 ± 3	1143 ± 2	1122 ± 2

Tab. 4: Hodnoty intenzity záření měřicí žárovky $J_{\text{měř}}^i$ v závislosti na délkách vln λ pro různé hodnoty teploty referenční žárovky T_{ref} , $T_{\text{měř}}$ je vypočtená teplota zkoumané žárovky. Chyby všech hodnot jsou chybami nepřímého měření.

6 Diskuze

6.1 Závislost odporu vodiče na teplotě

Naměřena hodnota odporu $R_0 = (0,2 \pm 0,1) \Omega$ má relativně velkou chybu (chyba měřicího přístroje), proto rozhodli jsme pro dálnější výpočty považovat hodnotu R_0 za přesnou (bez chyby). To určitě má velký vliv na výsledek. Pro zlepšení měření šlo by použít ohmmetr s větší přesností.

Z výpočtu hodnot teploty T je vidět, že vlákno se ohřívá do více než 1000 K, pak pro naše výpočty nemůžeme považovat teplotní součinitel elektrického odporu α nezávislým na teplotě a vztah (6) je nepřesný.

Proložením závislost výkonu žárovky P na čtvrté mocnině teploty T^4 jsme určili hodnotu konstanty $\beta = (0,22 \pm 0,01) \cdot 10^{-10} \text{ WK}^{-4}$ s relativně malou chybou cca 5%.

6.2 Ověření Stefan-Boltzmanova zákona

Při ověření Stefan-Boltzmanova zákona proložením dat jsme dostali hodnotu konstanty $\varepsilon = (0,6 \pm 0,2) [-]$, která je zatížena relativně velkou chybou cca 34%.

Z Obr. 2 je vidět, že jednotlivé hodnoty intenzity záření žárovky J a čtvrté mocniny teploty T^4 mají dost velké chyby a fit neprokládá vypočtená data dobře. Ale vypočtená hodnota ε leží v intervalu $(0,1)$, tím pádem vztah (2) považujeme za ověřený.

6.3 Měření teploty žárovky

Teplotu měřené žárovky jsme určili na $T_v = (1070 \pm 30) \text{ K}$ s relativně malou chybou cca 3%. Chybu měření transmise jsme odhadli empiricky, pro filtry 1, 2, 10 předpokládáme chybu větší, než pro ostatní.

7 Závěr

1. DŮ: V přípravě (viz Příloha. Domácí příprava) jsme odvodili z Planckova vyzařovacího zákona Stefan-Boltzmannův zákon a určili jsme tvar konstanty σ pomocí c , k a \hbar .
2. Ocejovali jsme referenční žárovku pomocí měření odporu R . V diskusi jsme uvedli, že α v rovnici (6) není konstanta. Ověřili jsme správnost výsledků pomocí závislosti výkonu na čtvrté mocnině teploty (Obr. 1). Pomocí fitu jsme určili konstantu $\beta = (0,22 \pm 0,01) \cdot 10^{-10} \text{ WK}^{-4}$.
3. Ověřili jsme Stefan-Boltzmannův zákon (2), výsledky jsme vynesli do grafu na Obr. 1 a určili konstantu $\varepsilon = (0,6 \pm 0,2) [-]$.
4. Zjistili jsme teplotu žárovky připojené k neznámému zdroji (pro 6 měření) pomocí závislosti transmise na vlnové délce. Data jsme graficky zpracovali (Obr. 3, Obr. 4, Obr. 5, Obr. 6, Obr. 7, Obr. 8) a teplotu jsme získali pomocí aritmetického průměru $T_v = (1070 \pm 30) \text{ K}$.

Literatura

- [1] FJFI ČVUT: Měření teploty wolframového vlákna [online] - https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435568/mod_resource/content/22/wolfram190213.pdf [cit.14.3.2022]
- [2] Petr Chaloupka, Základy fyzikálních měření, prezentace [online] - <https://people.fjfi.cvut.cz/chalopet/ZFM/ZFM.pdf> [cit.14.3.2022]
- [3] CODATA Value: Planck constant [online] - <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?h> [cit.14.3.2022]
- [4] WolframAlpha: Light speed [online] - <https://www.wolframalpha.com/input?i=light+speed> [cit.14.3.2022]
- [5] WolframAlpha: Boltzmann constant [online] - <https://www.wolframalpha.com/input?i=Boltzmann+constant> [cit.14.3.2022]

Příloha

8 Domácí příprava

$$DU: dI_\omega = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \frac{\omega^3}{\exp(\frac{\hbar\omega}{kT}) - 1} d\omega$$

$$I = \int_0^{+\infty} I(\omega) d\omega = \left| \begin{matrix} x = \frac{\hbar\omega}{kT} \\ \omega = \frac{kT}{\hbar} x \end{matrix} \right| d\omega = \frac{kT}{\hbar} dx = \frac{k^4 T^4}{4\pi^2 \hbar^3 c^2} \underbrace{\int_0^{+\infty} x^3 \frac{1}{e^x - 1} dx}_{\frac{\pi^4}{15}} = \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^2} T^4 = \sigma T^4$$

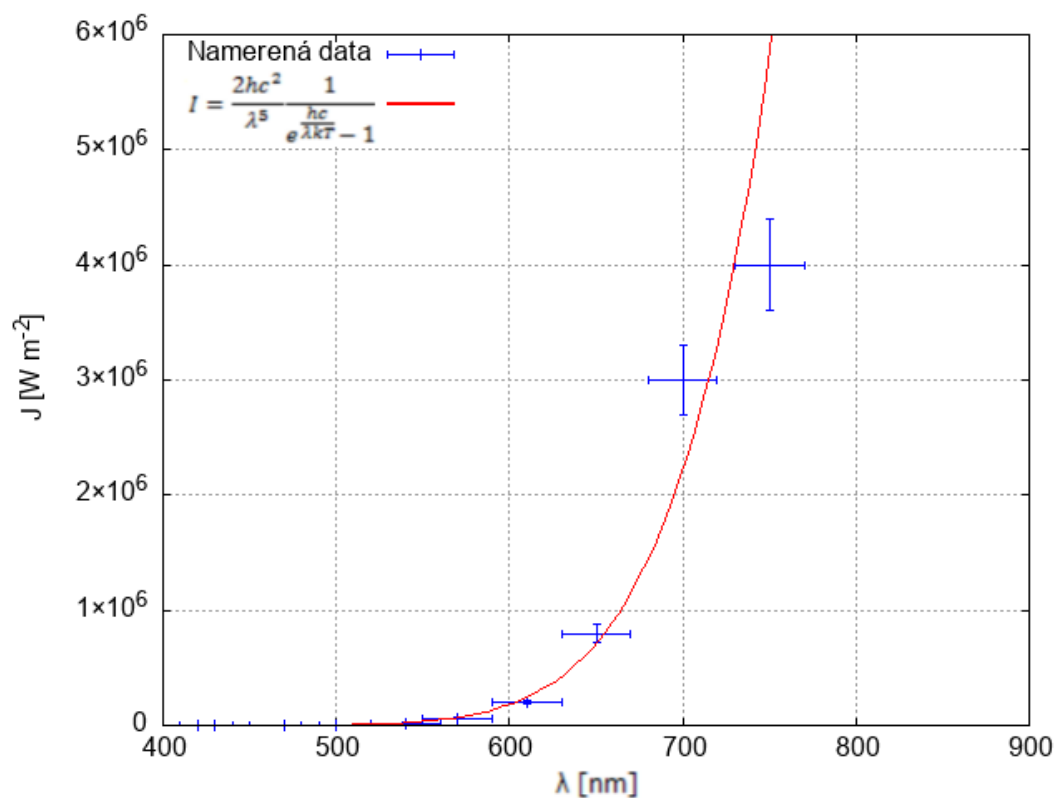
$$\frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{x^3 e^{-x}}{1 - e^{-x}} = x^3 e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-x})^n = x^3 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \int_0^{\infty} x^3 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} x^3 e^{-nx} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} y^3 e^{-y} dy \left(\frac{1}{n^4} \right)$$

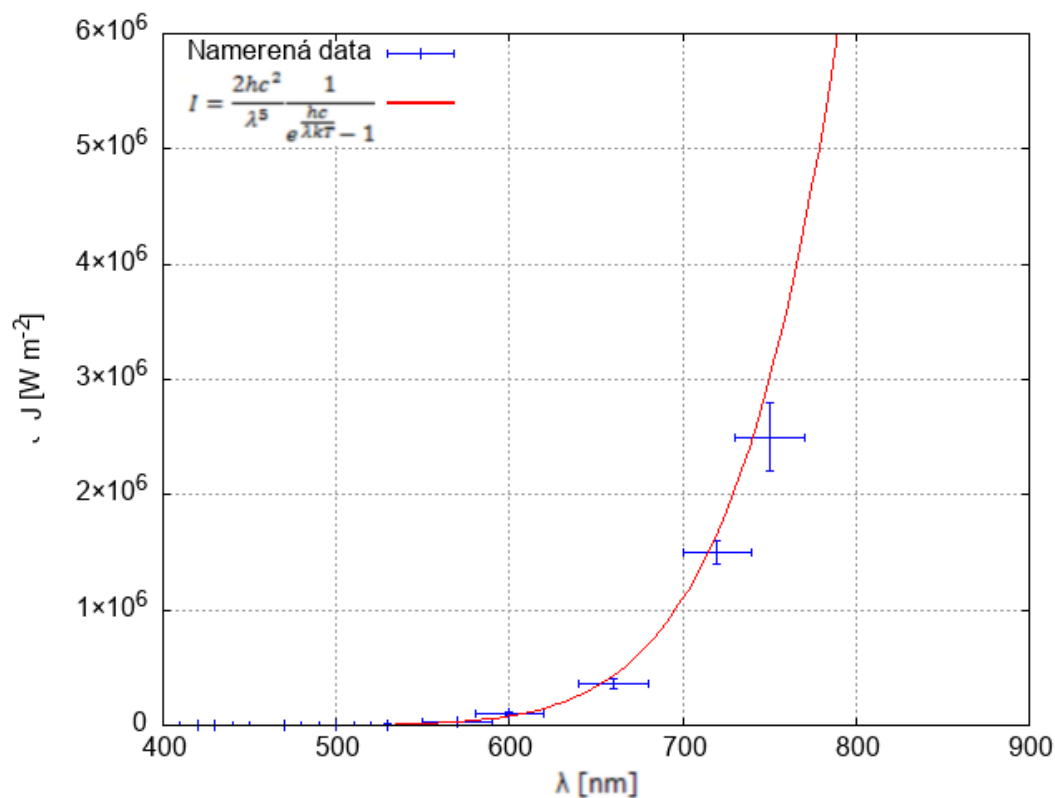
$$\int_0^{\infty} y^3 e^{-y} dy = 3! = 6 \Rightarrow \int_0^{\infty} x^3 \frac{1}{e^x - 1} dx = 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{15}$$

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Fyzikální praktikum II - letní semestr
zabloudil

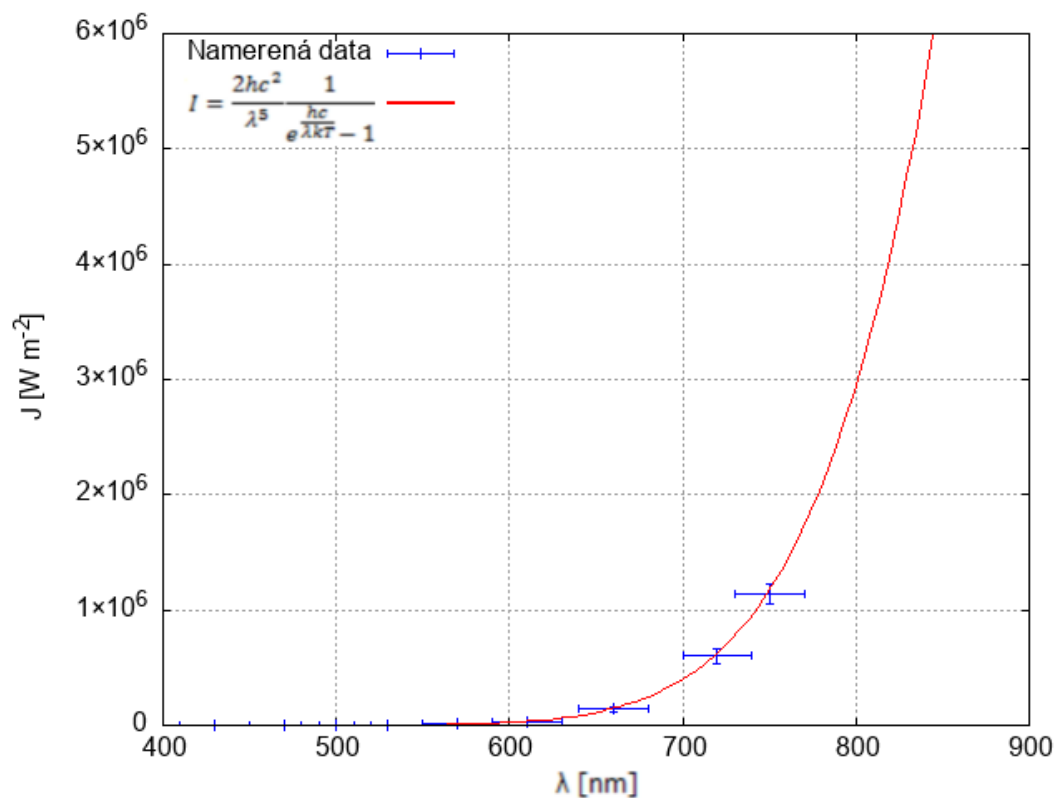
9 Grafy



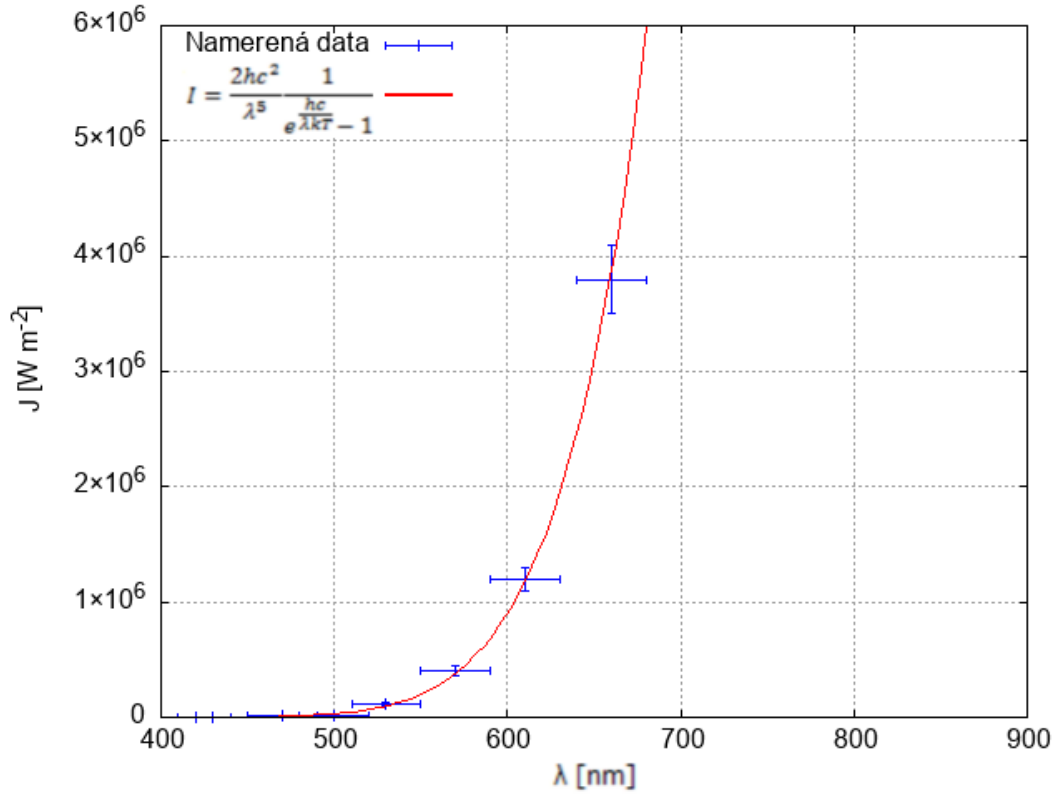
Obr. 3: Stanovené hodnoty intenzity záření měřeně žárovky J v závislosti na vlnové délce λ pro hodnotu teploty referenční žárovky $T_R = (1013 \pm 12)$ K a jich proložení nelineární funkcí (5) s koeficientem $T_M = (1050 \pm 4)$ K.



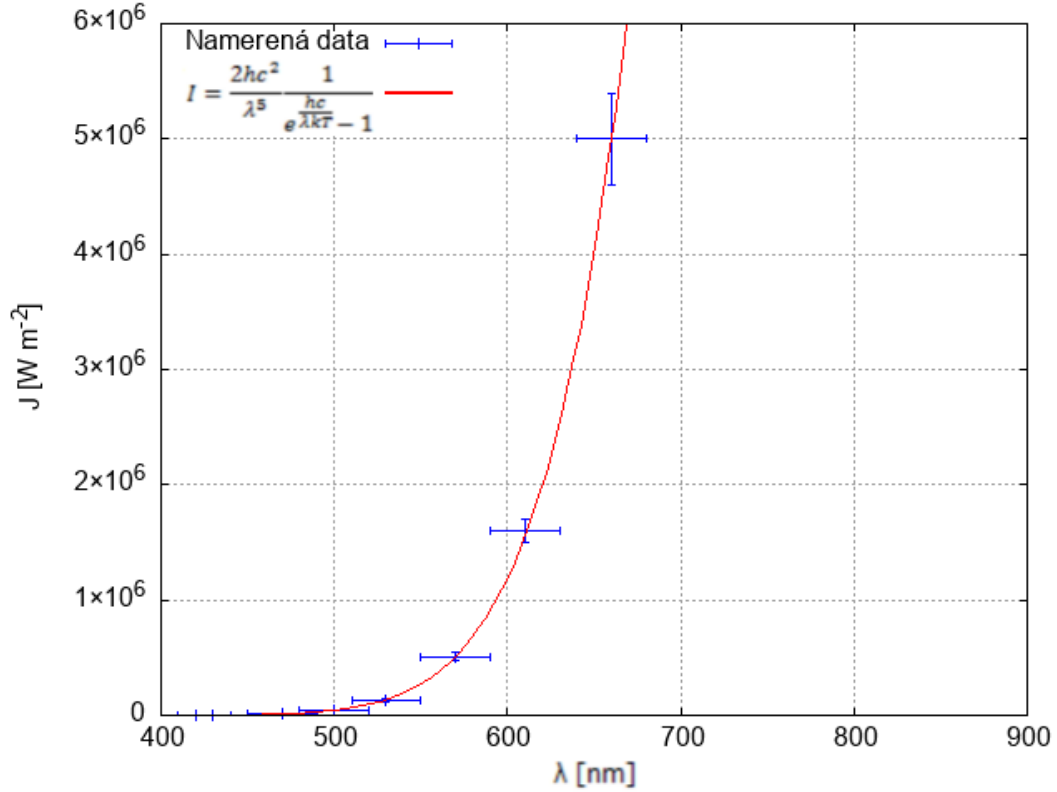
Obr. 4: Stanovené hodnoty intenzity záření měřeně žárovky J v závislosti na vlnové délce λ pro hodnotu teploty referenční žárovky $T_r = (975 \pm 11)$ K a jich proložení nelineární funkcí (5) s koeficientem $T_m = (1013 \pm 2)$ K.



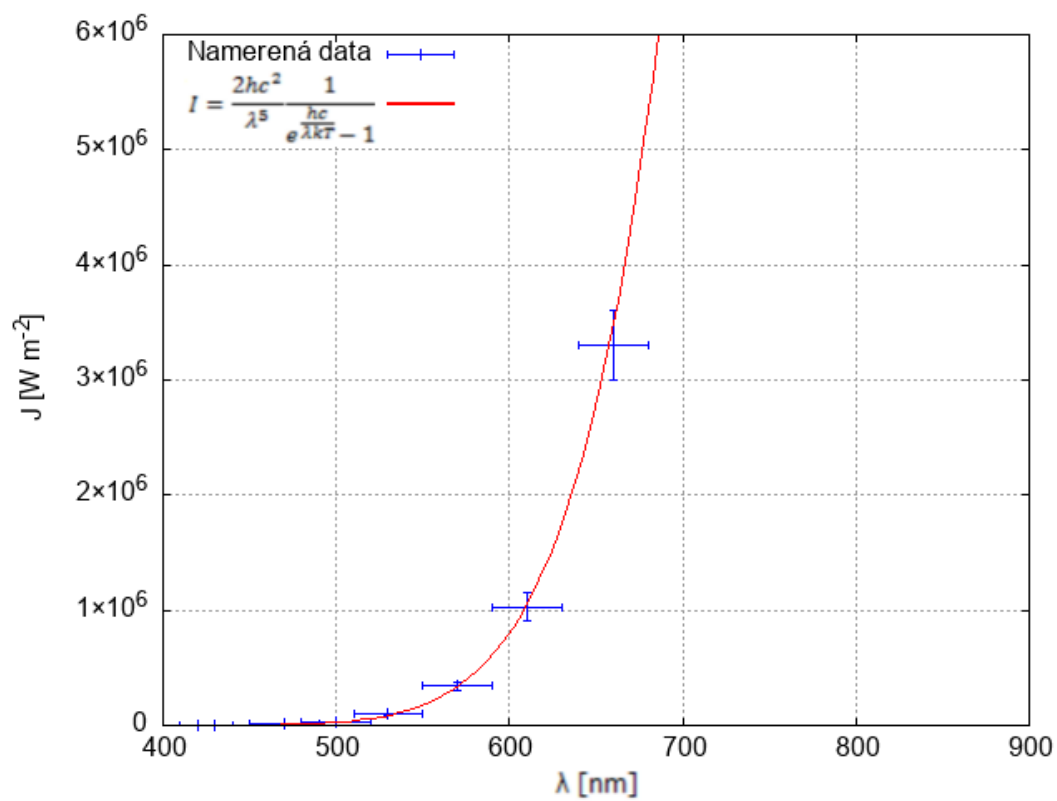
Obr. 5: Stanovené hodnoty intenzity záření měřeně žárovky J v závislosti na vlnové délce λ pro hodnotu teploty referenční žárovky $T_r = (905 \pm 10)$ K a jich proložení nelineární funkcí (5) s koeficientem $T_m = (965 \pm 1)$ K.



Obr. 6: Stanovené hodnoty intenzity záření měřeně žárovky J v závislosti na vlnové délce λ pro hodnotu teploty referenční žárovky $T_r = (1182 \pm 13)$ K a jich proložení nelineární funkcí (5) s koeficientem $T_m = (1128 \pm 3)$ K.



Obr. 7: Stanovené hodnoty intenzity záření měřeně žárovky J v závislosti na vlnové délce λ pro hodnotu teploty referenční žárovky $T_r = (1203 \pm 14)$ K a jich proložení nelineární funkcí (5) s koeficientem $T_m = (1143 \pm 2)$ K.



Obr. 8: Stanovené hodnoty intenzity záření měřeně žárovky J v závislosti na vlnové délce λ pro hodnotu teploty referenční žárovky $T_r = (1159 \pm 13)$ K a jich proložení nelineární funkcí (5) s koeficientem $T_m = (1122 \pm 2)$ K.