FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM I
FJFI ČVUT v Praze

Měření povrchového napětí a dynamické viskozity kapalin a plynů

Číslo úlohy:	**7**	Skupina:	**2**
Kruh:	**Čtvrtek**	Jméno:	**Denis Krapivin**
Datum měření:	**4.11.2021**	Kolega:	**Kseniia Politskovaia**
Klasifikace:			

---

1 Pracovní úkoly

1. **DÚ**: Odvoďte vztah pro závislost hustoty látky ρ_θ jako funkci teploty θ.

2. **DÚ**: Odvoďte vztah pro relativní chybu nepřímého měření:

   (a) pro povrchové napětí kapkovou metodou $\frac{\sigma_{\sigma_1}}{\sigma_1}$. Teoretická funkční závislost povrchového napětí $\sigma_1 = \sigma_1(m_1, m_2)$ je popsána vzorcem pro chyby nepřímého měření [2].

   (b) pro dynamickou viskozitu měřenou Stokesovou metodou $\frac{\sigma_\eta}{\eta}$. Teoretická funkční závislost dynamické viskozity $\eta = \eta(r, u, \underline{\rho})$ je popsána rovnicí pro chyby nepřímého měření [2].

   (c) pro dynamickou viskozitu měřenou Stokesovou metodou opravenou na rozměry viskozimetru $\frac{\sigma_\eta}{\eta^{\mathrm{opr}}}$. Teoretická funkční závislost dynamické viskozity $\eta^{\mathrm{opr}} = \eta^{\mathrm{opr}}(r, u, \overline{\rho}, R, h)$ je popsána rovnicí pro chyby nepřímého měření [2].

3. Změřte a určete dynamickou viskozitu oleje Stokesovou metodou. Měření opakujte 10-krát pro alespoň dva typy kuliček. Spočtěte dynamickou viskozitu bez i s korekcí na rozměry Stokesova viskozimetru, diskutujte rozdílnost výsledků. Uvažujte statistickou i systematickou chybu měření.

4. Proveďte měření objemu protékajícího vzduchu při daném úbytku tlaku v kapiláře pomocí měřící aparatury na Obr.1. Měření proveďte alespoň pro 10 různých hodnot úbytku tlaku. Výsledky vyneste do grafu ve tvaru $\left(\frac{{p_1}^2 - {p_2}^2}{2p_2}\right) = f(V_{\mathrm{t}})$ a nafitujte vhodnou funkcí. Z výsledků fitu určete dynamickou viskozitu vzduchu při pokojové teplotě.

5. Určete povrchové napětí lihu kapkovou metodou pomocí dvou různých kapilár. Uskutečněte 6 měření pro každou z kapilár. Proveďte korekci na těkavost lihu. Uvažujte statistickou i systematickou chybu měření.

2 Pomůcky

Teploměr, analytické váhy se sadou závaží, stopky, líh, voda, skleněné kapiláry, stojánek s nálevkou (upraveno na odkapávání kapaliny z kapiláry), Petriho miska, lahvičky s víčkem, Stokesův viskozimetr s olejem, ocelové kuličky, pásové měřítko, mikrometrický šroub, vodní 'U' manometr, Mariotteovy láhve, těsnící a spojovací materiál, sada odměrných baněk a válců.

3 Teorie

3.1 Měření povrchového napětí kapalin

Uvažujeme kapalinu vytékající ze svislé trubici malého poloměru R. Na kapku kapaliny o hmotnosti m^{real} působí na konci trubice tíhová síla $F_{\text{g}} = mg$ a v opačném směru síla $F_{\sigma} = 2\pi R\sigma$ vyvolaná povrchovým napětím σ působícím na vnějšku obvodu trubice. Těsně před odtřením kapky od trubice teto síly jsou v rovnováze:

$$m^{\text{real}}g = 2\pi R\sigma.$$

Hmotnost m^{real} však nelze změřit, neboť menší část kapky zůstane lpět na spodním konci trubice. Teď uvažujeme dvě různé kapaliny s různým povrchovým napětím. Při stejném průřezu trubice poměr povrchových napětí odpovídá poměru hmotnosti kapek:

$$\frac{m_1^{\text{real}}g}{m_2^{\text{real}}g} = \frac{2\pi R\sigma_1}{2\pi R\sigma_2} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{m_1^{\text{real}}}{m_2^{\text{real}}}.$$

Nechť při odtření kapičky ulpívá na hrdle stále též množství kapaliny, pak vážením stejného množství kapek dvou různých kapalin dostaneme hmotnosti m_1^{meas} a m_2^{meas}, které jsou ve stejném poměru jako hmotnosti celých kapek před jejich odtržením. Celkem dostaneme vzorec pro výpočet povrchového napětí σ_1:

$$\frac{m_1^{\text{meas}}}{m_2^{\text{meas}}} = \frac{m_1^{\text{real}}}{m_2^{\text{real}}} \qquad \Longrightarrow \qquad \sigma_1 = \frac{\sigma_2 m_1^{\text{meas}}}{m_2^{\text{meas}}}. \tag{1}$$

3.2 Měření dynamické viskozity tekutin

Měření dynamické viskozity tekutin budeme provádět pomocí Stokesova viskozimetru. Jedná o skleněný válec naplněny kapalinou o hustotě ρ_{kap} Vhazujeme-li do kapaliny kovovou kuličku hmotnosti M, poloměru r, objemu V a hustoty $\rho > \rho_{\text{kap}}$.

Po vhození kuličky do viskozimetru, bude zpočátku urychlována tíhovou silou, dokud se velikost tíhové F_{g} síly nevyrovná síle vztlakové F_{vz} a odporové F_{odp}:

$$F_{\text{g}} = F_{\text{odp}} + F_{\text{vz}}.$$

Pak kulička nabude mezní rychlosti v a nadále bude konat rovnoměrný pohyb. Odporovou sílu F_{odp} v prostředí s viskozitou η lze popsat jako $F_{\text{odp}} = 6\pi\eta r v$, vztlaková síla se rovna $F_{\text{vz}} = Vg\rho_{\text{kap}}$, kde g je gravitační zrychlení. Po dosazení a postupných úpravách dostaneme:

$$Mg = Vg\rho_{\text{kap}} + 6\pi\eta r v \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_{\text{kap}}) = 6\pi\eta r v.$$

Nyní z této rovnice vyjádříme kýženou viskozitu kapaliny η jako:

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{gr^2}{v}(\rho - \rho_{\text{kap}}). \tag{2}$$

V praxi se ještě používá korekce na konečnou velikost trubice:

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho - \rho_{\text{kap}})}{9v\left(1 + \frac{2{,}4r}{R}\right)\left(1 + \frac{3{,}3r}{h}\right)}, \tag{3}$$

kde R je poloměr trubice a h výška olejového sloupce uvnitř trubice.

3.3 Měření dynamické viskozity vzduchu

Stacionární laminární proudění plynu válcovou trubicí poloměru r a délky l v rozmezí tlaků 10^2 až 10^5 Pa popisuje Poiseuillova rovnice:

$$V_t = \frac{\pi}{8\eta}\frac{r^4}{l}(p_1 - p_2)\frac{p_1 + p_2}{2p_2}, \tag{4}$$

kde V_t je objem plynu V protékajícího trubicí za čas t, p_1 a p_2 jsou tlaky na začátku a na konci trubice.

Pro naše účely představíme vztah (4) ve tvaru lineární funkci s konstantními koeficienty A a B:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_2} = AV_t + B, \quad \text{kde } A = \frac{8\eta l}{\pi r^4}.$$

Z toho dostaneme vztah pro viskozitu plynu η:

$$\eta = A\frac{\pi r^4}{8l}. \tag{5}$$

4 Postup měření

4.1 Měření povrchového napětí kapalin

Budeme měřit hodnotu povrchového napětí líhu kapkovou metodou. Jako referenční kapalina se známým povrchovým napětím σ_2 se používá voda. Pro urychlení měřeni používáme dvě různé lahvičky, postup ale pro každou lahvičku je stejný. Před samotným experimentem potřebujeme určit hmotnosti prázdné velké lahvičky m_1 a malé m_2, to uděláme pomoci analytických vah.

Necháme kapalinu odkapávat určitý počet kapek do zabroušené skleněné lahvičky přes kapiláru. Lahvičku po odkapávání uzavíráme, a tak zamezíme vypařování. Pomocí analytických vah určíme hmotnost nádoby s odkapanou kapalinou. Po každém měření skleničku důkladně vysušíme. Měření opakujeme několikrát pro každou kapalinu. Při práci s lihem měříme navíc dobu kapání, abychom mohli zpětně provést korekci na jeho těkavost.

Pro určení hmotnosti vypařeného během odkapávání líhu měříme navíc čas kapání t pomocí stopek. Po odkapávání určitého počtu kapek do lahvičky určíme hmotnost lahvičky s kapalinou, pak otevřeme lahvičku na střední dobu odkapávání a zase změříme hmotnost. Rozdíl hmotností nám dává korekci na vypařování lihu. Teto měření provedeme několikrát pro každou z lahví.

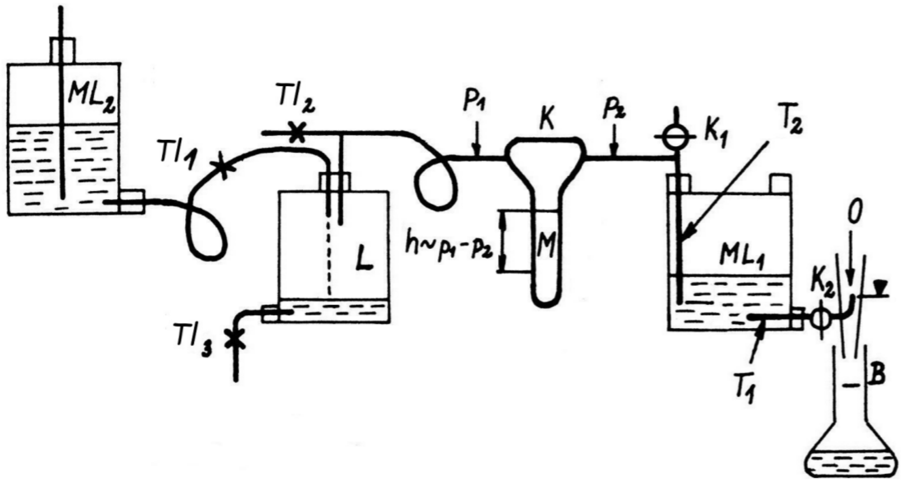
4.2 Měření dynamické viskozity tekutin

Máme válcový olejový viskozimetr a kovové kuličky dvou typu. Nejdřív změříme hmotnosti kuliček m na digitálních vahách. Kuličky jsou velmi malé, proto vážíme 10 kuliček najednou a následně spočítáme průměrnou hmotnost kuliček. Pak pomoci mikrometrického šroubu změříme pro několik náhodně vybraných kuliček obou typů hodnotu poloměru r kuliček.

Dalším krokem je změřit vnitřní poloměr viskozimetru R a vyšku h olejového sloupce v trubici. Pro výpočet hustoty oleje potřebujeme změřit teplotu místnosti θ.

Měření budeme provádět pro oba dva typy kuliček ve střední častí viskozimetru. Před samotným měřením jsme ověřili, že kulička ve střední častí viskozimetru koná rovnoměrný pohyb. Kuličky vhazujeme do viskozimetru a měříme pomocí stopek čas t, za který urazí dráhu délkou l. Dráhu jsme vyznačili na viskozimetru lihovým fixem a změřili metrem. Při vhazování kuliček do jsme si snažili kontrolovat aby se kuličky nepohybovaly blízko stěn.

Pro každý typ kuliček opakujeme měření 10-krát.



Obr. 1: Schéma aparatury pro měření dynamické viskozity plynu. ML1, ML2, L jsou Mariotteovy láhve, M označuje manometr, K je kapilára o vstupním tlaku p_1 a výstupním tlaku p_2. K1, K2 a Tl1, Tl2, Tl3 jsou kohouty pro manipulaci s vodou a plynem. T1 a T2 jsou skleněné trubice, B je odměrný válec.

4.3 Měření dynamické viskozity vzduchu

Budete měřit dynamickou viskozitu vzduchu průtokovou metodou. Měřící aparatura je zobrazena na Obr. 1. Přečerpáváním vody z ML2 do L vyvoláme přetlak p_1 v láhvi L. Při otevřeni uzávěru K1 hodnota výstupního tlaku p_2 odpovídá atmosférickému tlaku. Změnu tlaku $p_1 - p_2$ určíme z výšky vodního sloupce v "U" manometru jako změnu hydrostatického tlaku.

Po odečtení hodnot s manometru zavřeme kohout K1 a otevřeme kohout K2. Plyn vycházející z L trubicí T2 začne probublávat vodní lázeň ML1 a vytlačovat vodu trubicí T1. Změříme objem vycházející vody V odměrným válcem B za čas t, který měříme stopkami.

5 Zpracování dat

5.1 Měření povrchového napětí kapalin

Nejdřív jsme změřili hmotnost prázdné male lahvičky m_1 a velké lahvičky m_2:

$$m_1 = (55,1734 \pm 0,00005)\text{g} \qquad m_2 = (84,6809 \pm 0,00005)\text{g}.$$

Chyba analytických vah je 0,005 mg, hmotnost prázdných lahviček jsme měřili jen jeden krát, proto jako chybu hmotnosti máme přímo chybu měřicího přístroje.

Naměřené hodnoty hmotnosti malé lahvičky s vodou m_1^{v}, s lihem m_1^{l}, velké lahvičky s vodou m_2^{v} a s lihem m_2^{l} jsou v Tab. 1. Hodnoty průměru hmotnosti a statistické chybu σ_{statist} spočteny podle vzorců pro aritmetický průměr a chybu aritmetického průměru [2]. Odečtením hodnost hmotnosti prázdných lahviček od aritmetických průměru v Tab. 1 dostaneme výsledné hodnoty hmotnosti 30 kapek vody a lihu pro dvě různé lahvičky. Vzhledem k relativně velké statistické chybě σ_{statist} můžeme zanedbat chybu analytických vah.

Pro prováděni korekci na vypařovaní lihu jsme několikrát změřili hodnoty hmotnosti dvou lahviček s lihem do otevření nádoby a po otevření nádoby na dobu 50 s (čas odkapování 30 kapek lihu).

Naměřené hodnoty hmotnosti malé lahvičky s lihem do vypařovaní $m_{1\text{d}}$, po vypařování $m_{1\text{p}}$, hmotnosti pro velkou lahvičku do vypařování $m_{2\text{d}}$ a po vypařování $m_{2\text{p}}$ jsou v Tab. 2. Hodnoty průměru hmotnosti vypařeného líhu Δm a statistická chyba $\sigma_{\Delta m}$ spočteny podle vzorců pro aritmetický průměr a chybu aritmetického průměru.

	m_1^{v}[g]	m_1^{l}[g]	m_2^{v}[g]	m_2^{l}[g]
	58,1126	56,0770	87,5410	85,6062
	58,0801	56,1110	87,5662	85,6060
	58,0840	56,0416	87,6461	85,5495
	58,0508	–	87,5926	–
průměr [g]	58,082	56,080	87,590	85,587
$\sigma_{\mathrm{statist}}$[g]	0,013	0,020	0,020	0,019

Tab. 1: Naměřené hodnoty hmotnosti nádob dvou různých rozměru s 30 kapkami dvou různých kapalin pro určení hodnoty povrchového napětí kapkovou metodou. m_1^{v} je hmotnost menší nádoby s vodou, m_1^{l} hmotnost menší nádoby s lihem, m_2^{v} hmotnost vetší nádoby s vodou, m_2^{l} hmotnost vetší nádoby s lichém. $\sigma_{\mathrm{statist}}$ je statistická chyba průměru.

	$m_{1\mathrm{d}}$[g]	$m_{1\mathrm{p}}$[g]	$m_{1\mathrm{d}}$[g]	$m_{2\mathrm{p}}$[g]
	56,1110	56,1096	85,5407	85,5382
	56,0416	56,0406	85,5382	85,5360
	56,0406	56,0389	–	–
Δm[g]	0,0014		0,00235	
$\sigma_{\Delta m}$[g]	0,0002		0,00015	

Tab. 2: Naměřené hodnoty hmotnosti nádob dvou různých rozměru s lihem do vypařovaní a po vypařovaní pro korekcí výsledku měření hodnoty povrchového napětí lihu kapkovou metodou. $m_{1\mathrm{d}}$ je hmotnost menší nádoby s lihem do vypařovaní, $m_{1\mathrm{p}}$ hmotnost menší nádoby s lihem po vypařovaní, $m_{2\mathrm{d}}$ hmotnost vetší nádoby s lihem do vypařovaní, $m_{2\mathrm{p}}$ hmotnost vetší nádoby s lihem po vypařovaní. Δm je průměr hmotnosti vypařeného lihu pro každou z nádob, $\sigma_{\Delta m}$ je statistická chyba průměru.

Přičtením k hodnotám průměru hmotnosti 30 kapek vody a líhu z Tab. 1 veličin hmotnosti vypařeného lihu $\sigma_{\Delta m}$ provedeme korekci na vypařování. Při provedení korekci můžeme zanedbat hodnotu statistické chyby $\sigma_{\Delta m}$.

Dosazením do vzorce (1) výsledných hmotnosti pro vodu a líh s korekci při použiti tabulkové hodnoty povrchového napětí vody $\sigma_v = 0,0728\ \mathrm{N\,m^{-1}}$ [3] dostaneme veličiny povrchového napětí lihu vypočtené pomocí malé σ_m a velké lahvičky σ_v:

$$\sigma_m = (0,0226 \pm 0,0005)\ \mathrm{N\,m^{-1}} \qquad \sigma_v = (0,0228 \pm 0,0005)\ \mathrm{N\,m^{-1}}.$$

Chybu nalezení povrchového napětí jsme spočítali pomoci vzorce odvozeného v domácí přípravě.

Výslednou hodnotu povrchového napětí lihu dostaneme jako průměr výsledků pro obě dvě lahvičky:

$$\sigma_m = (0,0227 \pm 0,0007)\ \mathrm{N\,m^{-1}}$$

5.2 Měření dynamické viskozity tekutin

Nejdřív jsme změřili teplotu v místnosti θ, výšku h a vnitřní poloměr viskozimetru R. Pro nalezení hmotnosti kuliček potřebujeme hmotnost Petriho misky m_{m}, kterou jsme změřili na digitálních vahách.

$$\theta = (23,1 \pm 0,1)\ ^\circ\mathrm{C} \qquad h = (64,5 \pm 0,1)\ \mathrm{cm}$$

$$R = (1,5 \pm 0,1)\ \mathrm{cm} \qquad m_{\mathrm{petr}} = (15,00 \pm 0,09)\ \mathrm{g}$$

Chybu jsou chybami měřicích přístrojů. Chybu měření hmotnosti digitálními váhy jsme našli bodle datasheetu [4].

Naměřili jsme průměry kuliček dvou typu a našli je poloměry (r_{m} pro malé a r_{v} pro velké kuličky). Pomoci digitálních vah jsme našli hmotnosti 10 kuliček v Petrivo misce a pak spočetli hmotnost jedné kuličky (m pro malou a M pro velkou kuličku).

$$r_{\mathrm{m}} = (1,490 \pm 0,003)\,\mathrm{mm} \qquad r_{\mathrm{v}} = (2,370 \pm 0,003)\,\mathrm{mm}$$

$$m = (0,06 \pm 0,013)\,\mathrm{g} \qquad M = (0,434 \pm 0,013)\,\mathrm{g}$$

Chyby byly spočteny jako chyby nepřímého měření [2].

Podle vzorce odvozeného v domácí přípravě (viz Příloha) a s použitím hodnoty hustoty oleje při 18 °C $\rho_{18} = 961$ kg·m^{-3} [1] a objemové teplotní roztažnosti $\beta_{\mathrm{olej}} = 0,69 \cdot 10^{-3}$ K^{-1} jsme našli hustotu oleje ρ_{olej}:

$$\rho_{\mathrm{olej}} = (957,63 \pm 0,07)\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$$

Podle vzorce pro objem koule jsme našli hustotu malých ρ_{m} a velkých ρ_{v} kouli. Chybu jsme našli jako chybu nepřímého měření.

$$\rho_{\mathrm{m}} = (4300,06 \pm 900)\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \qquad \rho_{\mathrm{v}} = (7800 \pm 200)\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$$

Naměřené hodnoty času, za který kuličky prošli dráhu délky $30,0 \pm 0,1$ cm jsou v Tab. **??**. Hodnota t_{m} reprezentuje tento čas pro malé kuličky, t_{v} pro velké kuličky. Průměr času jsme našli jako aritmetický průměr a chybu jako chybu aritmetického průměru.

											průměr	chyba
t_{m}[s]	21,95	21,90	22,05	21,92	21,85	21,76	21,66	21,83	21,66	21,82	21,84	0,04
t_{v}[s]	7,15	7,19	7,25	7,15	7,23	7,08	7,10	7,15	7,13	6,96	7,14	0,03

Tab. 3: Naměřené hodnoty času, za který kuličky prochází dráhu délky $30,0 \pm 0,1$ cm ve Stokesovem viskozimetru s olejem. t_{m} je čas pro malé kuličky, t_{v} pro velké kuličky.

Našli jsme hodnoty střední rychlosti malé v_{m} a velké v_{v} kuličky na draze délky $30,0 \pm 0,1$ cm.

$$v_{\mathrm{m}} = (1,37 \pm 0,03)\,\mathrm{cm\,s^{-1}} \qquad v_{\mathrm{v}} = (4,20 \pm 0,06)\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$$

Podle vzorce (2) dostaneme hodnoty viskozity oleje pro malé η_{m} a velké η_{v} kuličky:

$$\eta_{\mathrm{m}} = (1,2 \pm 0,3)\,\mathrm{Pa\,s} \qquad \eta_{\mathrm{v}} = (1,98 \pm 0,06)\,\mathrm{Pa\,s}.$$

Pro hodnoty viskozity oleje po opravě na velikost viskozimetru podle vzorce (3) máme pro malé $\eta_{\mathrm{m}}^{\mathrm{opr}}$ a velké $\eta_{\mathrm{v}}^{\mathrm{opr}}$ kuličky:

$$\eta_{\mathrm{m}}^{\mathrm{opr}} = (1,0 \pm 0,3)\,\mathrm{Pa\,s} \qquad \eta_{\mathrm{v}}^{\mathrm{opr}} = (1,4 \pm 0,3)\,\mathrm{Pa\,s}.$$

Při vypočtu jsme použili hodnoty tíhového zrychlení g [5]. Chybu měření κ jsme určili podle vzorce odvozeného v domácí přípravě (viz Příloha).

5.3 Měření dynamické viskozity vzduchu

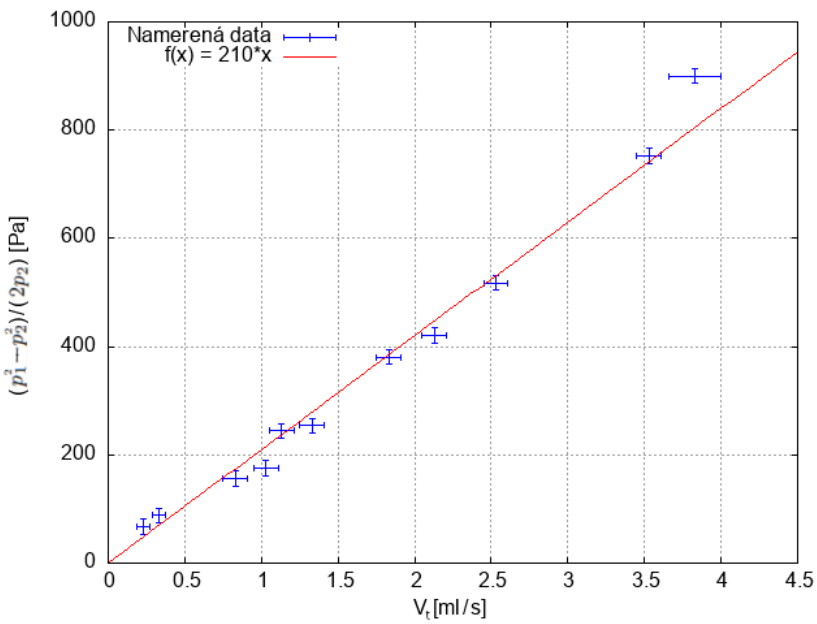
Průměr kapiláry nad "U" manometrem je d, délku kapiláry l [1] a hodnotu atmosférické tlaku ρ_2 [6] považujeme ve výpočtech za přesné (tj. s nulovou chybou):

$$r = 0,39\,\mathrm{mm} \qquad l = 91,6\,\mathrm{mm} \qquad \rho_2 = 100500\,\mathrm{Pa}$$

V Tab. 4 jsou naměřené hodnoty výšek hladin vodního sloupce h_1 a h_2 v "U" manometru, vypočtený rozdíl přetlaku $\Delta\rho$, naměřené hodnoty objemu vody V vycházející trubicí T1 za čas t, vypočtené hodnoty průtoku V_t a hodnoty průtok po korekci s příslušnou chybou σ_{V_t}, kterou jsme našli jako chybu nepřímého měření. Pro korekci hodnot průtoku jsme změřili objem vody V_{kor}, která vytéká ze trubice při atmosférickém tlaku za $t_{\mathrm{kor}} = 210$ s. Pak od hodnot průtoku V_t jsme odečetli $\dfrac{V_{\mathrm{kor}}}{t_{\mathrm{kor}}}$.

$h_1\,$[mm]	$h_2\,$[mm]	$\Delta\rho$[Pa]	t[s]	$V\,$[ml]	$V_t\,$[ml s^{-1}]	$V_t^{\mathrm{k}}\,$[ml s^{-1}]	$\sigma_{V_t^{\mathrm{k}}}\,$[ml s^{-1}]
86	102	156	30, 0	30, 0	1, 0	0, 83	0, 08
74	113	381	30, 0	60, 0	2, 0	1, 83	0, 08
47	139	900	15, 0	60, 0	4, 0	3, 83	0, 17
89	98	88	60, 0	30, 0	0, 5	0, 33	0, 04
81	106	244	30, 0	40, 0	1, 3	1, 13	0, 08
55	132	753	30, 0	110, 0	3, 7	3, 53	0, 08
90	97	68	60, 0	25, 0	0, 4	0, 23	0, 04
84	102	176	30, 0	35, 0	1, 2	1, 03	0, 08
80	106	254	30, 0	45, 0	1, 5	1, 33	0, 08
72	115	420	30, 0	70, 0	2, 3	2, 13	0, 08
67	120	518	30, 0	80, 0	2, 7	2, 53	0, 08

Tab. 4: Naměřená data pro měření dynamické viskozity vzduchu průtokovou metodou. h_1 a h_2 jsou výšky hladin vodního sloupce v "U" manometru s chybou 1 mm, $\Delta\rho$ je vypočtený rozdíl mezi tlakem na vstupu kapiláry a atmosférickým tlakem 100500 Pa s chybou 14 Pa, V s přesnosti 2, 5 ml je objem vytlačené vody za čas t vypočtený s chybou 0, 1 s, V_t je hodnota průtoku a V_t^{k} je hodnota průtoku s korekci a $\sigma_{V_t^{\mathrm{k}}}$ je příslušná chyba.



Obr. 2: Vypočtené hodnoty $\dfrac{\rho_1^2-\rho_2^2}{2\rho_2}$ v závislosti na průtoku V_t^{k} s příslušnými chyby a proložení dat lineární funkcí.

Chybu měření výsek h_1, h_2 jsme stanovili na 1 mm, chybu rozdílu tlaku $\Delta\rho$ na 14 Pa jako chybu nepřímého měření, čas t jsme měřili s přesností 0, 1 s. Chyba měření objemu V je 2, 5 ml jako půlka nejmenšího dílku. Pro hodnoty

Fitováním závislosti $\dfrac{\rho_1^2-\rho_2^2}{2\rho_2}$ na průtoku V_t^{k} lineární funkci jsme dostali koeficient A s příslušnou chybou:

$$A = (210 \pm 5)\,\mathrm{Pa\,s\,ml^{-1}}.$$

Podle vztahu (5) najdeme výslednou hodnotu dynamické viskozity vzduchu η, chybu vypočteme jako chybu nepřímého měření:

$$\eta = (20{,}8 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Pa\,s}.$$

6 Diskuze

6.1 Měření povrchového napětí kapalin

Hodnotu povrchové napětí lihu jsme kapkovou metodou naměřili na $\sigma = (0,0227 \pm 0,0007)$ N m^{-1} s relativně malou chybou cca 3%, při srovnání s tabulkovou hodnotou povrchové napětí lihu $\sigma_{\text{tab}} = 0,02275$ N m^{-1} [7] je vidět, že naměřená hodnota se rovná tabulkové až na hodnotu chyby. Tím pádem hodnoty můžeme považovat za shodné. Chyba měření je přímo statistickou chybou, kterou můžeme snížit zvetšením počtu měření. Korekce na vypařování lihy nebyla moc potřebná pro námi zvoleny počet kapek a rychlost kapaní, hmotnost vypařeného lihu je menší než statistická chyba měření hmotnosti líhu. Ale při zvětšení počtu měření hmotnosti a zmenšením statistické chyby to by dávalo smysl.

6.2 Měření dynamické viskozity tekutin

Naměřené hodnoty dynamické viskozity pro dva různých typů kuliček se liši skoro o 50%, ale každá z nich ma k tomu i relativně velkou chybu kolem 30%. Tato chyba způsobena chybo měření hmotností kuliček, která je chybou měřicího přístroje (digitálních vah). Pravděpodobně by šlo výsledek zpřesnit použitím analytických vah.

Výsledky bohužel nemůžeme porovnat s žádnou tabulkovou hodnotou, různé ricinový oleji mají velmi odlišnou hodnotu a nevíme který olej se používá v Stokesovem viskozimetru.

6.3 Měření dynamické viskozity vzduchu

Fitováním podle naměřených a vypočtených hodnot jsme určili hodnotu dynamické viskozity vzduchu $\eta = (20,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-6}$ Pa s s chybou 2,4%, ale při srovnání s tabulkovou hodnotou $\eta_{\text{tab}} = 18,2 \cdot 10^{-6}$ Pa s [8] je vidět, že hodnoty od sebe vzdáleny $\geq 5\sigma$, tím pádem hodnoty nemůžeme považovat za shodné. Nesoulad s tabulkovou hodnotou je pravděpodobně způsoben systematickou chybou, která mohla byt způsobena například unikem vzduchu přes těsnění a spojení.

7 Závěr

Určili jsme povrchové napětí lihu kapkovou metodou pomocí jenom jedné kapiláry na $\sigma = (0,0227 \pm 0,0007)$ N m^{-1}. Provedli jsme korekci na těkavost lihu, Systematická chyba ve srovnání se systematickou je zanedbatelná.

Změřili jsme dynamickou viskozitu oleje Stokesovou metodou na $\eta_{\text{m}}^{\text{opr}} = (1,0 \pm 0,3)$ Pa s pro malé a velké koule s korekci na rozměry Stokesova viskozimetru na

$$\eta_{\text{m}}^{\text{opr}} = (1,0 \pm 0,3)\,\text{Pa s} \qquad \eta_{\text{v}}^{\text{opr}} = (1,4 \pm 0,3)\,\text{Pa s},$$

a bez korekci na

$$\eta_{\text{m}} = (1,2 \pm 0,3)\,\text{Pa s} \qquad \eta_{\text{v}} = (1,98 \pm 0,06)\,\text{Pa s}.$$

Systematická chyba měření kvůli nepřesnosti určení hmotnosti kuliček je mnohém větší než statistická chyba. Kvůli velkému rozdílu mezi nalezenými hodnotami pro různé typy kuliček nemůžeme spočítat společný výsledek.

Provedli jsme měření objemu protékajícího vzduchu při daném úbytku tlaku v kapiláře pomocí měřící aparatury na Obr. 1. Výsledky jsme vynesli do grafu(Obr. 2) ve tvaru $\left(\dfrac{{p_1}^2 - {p_2}^2}{2p_2}\right) = f(V_t)$ a nafitovali linearní funkcí. Z výsledků fitu určli jsme dynamickou viskozitu vzduchu při pokojové teplotě na $\eta = (20,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-6}$ Pa s. Výsledná hodnota vzdálena od tabulkové $\geq 5\sigma$, což pravděpodobně způsobeno neznámou systematickou chybou.

Literatura

[1] Návod - Měření povrchového napětí a dynamické viskozity kapalin a plynů - https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435356/mod_resource/content/7/navod_uloha7_200921.pdf [cit.8.11.2021]

[2] Základy fyzikálních měření, prezentace - https://people.fjfi.cvut.cz/chalopet/ZFM/ZFM.pdf [cit.8.11.2021]

[3] WolframAlpha - https://www.wolframalpha.com/input/?i=surface+tension+of+water [cit.8.11.2021]

[4] Digital scale LUTRON GM-600P Datasheet - https://eshop.micronix.eu/data/eu/att/001/1237-588.pdf [cit.8.11.2021]

[5] WolframAlpha - https://www.wolframalpha.com/input/?i=gravitation+acceleration+in+prague [cit.8.11.2021]

[6] WolframAlpha - https://www.wolframalpha.com/input/?i=atmospheric+pressure+prague [cit.8.11.2021]

[7] WolframAlpha - https://www.wolframalpha.com/input/?i=surface+tension+of+Alcohol [cit.8.11.2021]

[8] WolframAlpha - https://www.wolframalpha.com/input/?i=dynamic+air+viscosity [cit.8.11.2021]

Příloha

8 Domácí příprava

DÚ

1) $V(\vartheta) = V_0(1+\beta\Delta\vartheta) = V_0(1+\beta(\vartheta-\vartheta_0))$

$\rho_0 = \frac{m}{V_0}$, pro konstantní hmotnost m: $\rho(\vartheta) = \frac{m}{V(\vartheta)} =$

$$= \frac{m}{V_0(1+\beta(\vartheta-\vartheta_0))} = \frac{V_0\rho_0}{V_0(1+\beta(\vartheta-\vartheta_0))} = \frac{\rho_0}{(1+\beta(\vartheta-\vartheta_0))}$$

2) Relativní chyba nepřímého měření:

a) $$G_1 = G_2 \frac{m_1^{meas}}{m_2^{meas}} \; ; \quad \frac{\partial G_1}{\partial m_1^{meas}} = \frac{G_2}{m_2^{meas}} \; ; \quad \frac{\partial G_1}{\partial m_2^{meas}} = -\left(\frac{G_2 m_1^{meas}}{(m_2^{meas})^2}\right)$$

$$\Delta G_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial G_1}{\partial m_1^{meas}}\right)^2 (\Delta m_1^{meas})^2 + \left(\frac{\partial G_1}{\partial m_2^{meas}}\right)^2 (\Delta m_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{G_2}{m_2^{meas}}\Delta m_1^m\right)^2 + \left(\frac{G_2 m_1^m}{(m_2^{meas})^2}\Delta m_2^m\right)^2} =$$

$$= G_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1^{meas}}{m_1^{meas}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2^{meas}}{m_2^{meas}}\right)^2} \implies \frac{\Delta G_1}{G_1} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1^{meas}}{m_1^{meas}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2^{meas}}{m_2^{meas}}\right)^2}$$

b) $$\eta = \frac{2}{9}\frac{gr^2}{u}(\rho - \rho_p) = \frac{2}{9}\frac{gr^2}{u}\bar{\rho}, \text{ kde } \eta = \eta(r, u, \bar{\rho})$$

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial r}\right)^2(\Delta r)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial u}\right)^2(\Delta u)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial\bar{\rho}}\right)^2(\Delta\bar{\rho})^2} = \eta\sqrt{\left(\frac{2\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta u}{u}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\bar{\rho}}{\bar{\rho}}\right)^2}$$

$$\implies \frac{\Delta\eta}{\eta} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta u}{u}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\bar{\rho}}{\bar{\rho}}\right)^2}$$

c) $$\eta_k = \frac{2}{9}\frac{gr^2}{u}\bar{\rho}\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)^{-1}\cdot\left(1+\frac{3{,}3r}{h}\right)^{-1}, \quad \eta_k = \eta(r, u, \bar{\rho}, R, h)$$

$$\eta_k = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta_k}{\partial r}\right)^2(\Delta r)^2 + \left(\frac{\partial\eta_k}{\partial u}\right)^2(\Delta u)^2 + \left(\frac{\partial\eta_k}{\partial\bar{\rho}}\right)^2(\Delta\bar{\rho})^2 + \left(\frac{\partial\eta_k}{\partial R}\right)^2(\Delta R)^2 + \left(\frac{\partial\eta_k}{\partial h}\right)^2(\Delta h)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{9}\frac{g\bar{\rho}}{u}\frac{r}{1+\frac{2{,}4r}{R}}\cdot\frac{1}{1+\frac{3{,}3r}{h}}\cdot\left(2+\frac{r}{\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)}\cdot\frac{2{,}4}{R}+\frac{r}{\left(1+\frac{3{,}3r}{h}\right)}\cdot\frac{3{,}3}{h}\right)\Delta r\right)^2 + \left(\frac{2}{9}\frac{gr^2}{u^2}\bar{\rho}\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)^{-1}\right.}$$

$$\left.\cdot\left(1+\frac{3{,}3r}{h}\right)^{-1}\Delta u\right)^2 + \left(\frac{2}{9}\frac{gr^2}{u}\left(1+\frac{3{,}3}{h}r\right)^{-1}\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)^{-1}\Delta\bar{\rho}\right)^2 + \left(\frac{2}{9}\frac{gr^2}{u}\bar{\rho}\left(1+\frac{3{,}3r}{h}\right)^{-1}\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)^{-1}\frac{2{,}4r}{R^2}\Delta R\right)^2 +$$

$$+\left(\frac{2}{9}\frac{gr^2}{u}\bar{\rho}\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)^{-1}\left(1+\frac{3{,}3}{h}r\right)^{-1}\left(\frac{3{,}3}{h^2}r\Delta h\right)\right)^2 \implies \frac{\Delta\eta_k}{\eta_k} = \sqrt{\left[\left(2+2{,}4r\cdot\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)^{-1}R^{-1}+3{,}3r\left(1+\frac{3{,}3r}{h}\right)^{-1}h^{-1}\right)\frac{\Delta r}{r}\right]^2 +}$$

$$+\left(\frac{\Delta u}{u}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\bar{\rho}}{\bar{\rho}}\right)^2 + \left(\frac{2{,}4}{\left(1+\frac{2{,}4r}{R}\right)}\frac{\Delta R}{R^2}\right)^2 + \left(\frac{3{,}3r}{\left(1+\frac{3{,}3r}{h}\right)}\frac{\Delta h}{h^2}\right)^2$$