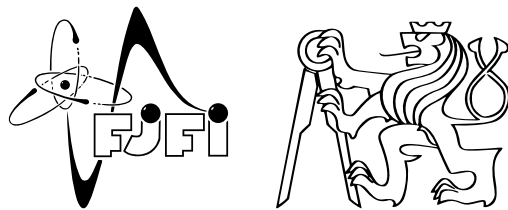


Měření Heisenbergova principu neurčitosti pomocí difrakce na štěrbině.

Jméno: **Krapivin Denis** Kolega: **Roman Jnovčík**Datum měření: **10.04.2025** Klasifikace:

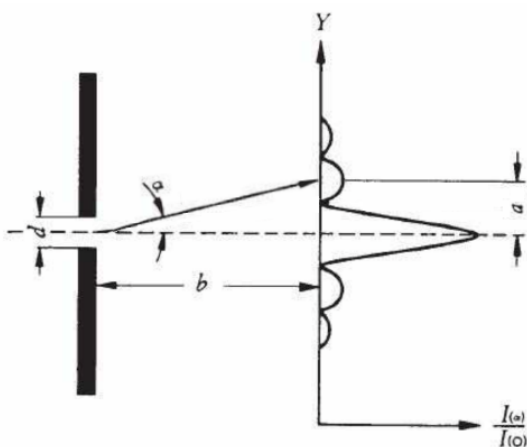
1 Pracovní úkoly

- Sestavte experimentální aparaturu. Nezapomeňte ověřit, že jsou všechny optické elementy na lavici ve stejné výšce a že paprsek dopadá do středu CCD kamery.
- Spustěte na počítači aplikaci Vimba a nastavte CCD detektor tak, abyste na obrazovce viděli difrakční obrazec. Využijte polarizační filtry, které se nachází na optické desce vedle světlotěsného boxu ke snížení nebo zvýšení světelné intenzity.
- Nastavte štěrbinu do vámi zvolené vzdálenosti d . Pro tři hodnoty šířky štěrby Δx snímejte difrakční obrazec a ověřte, že experimentální hodnoty naměřených úhlů α_i odpovídají předpovědím z rovnic (2) a (3).
- Ve stejné vzdálenosti d pak určete úhel prvního minima a ověřte platnost rovnice (7).
- Zvolte novou vzdálenost d a postup opakujte. Naměřte hodnoty celkově alespoň pro čtyři různé vzdálenosti.

2 Pomůcky

Laserová dioda, polarizační filtry ke snížení intenzity, štěrba, CCD detektor, světlotěsný box, optická lavice.

3 Teoretický úvod



Obr. 1: Fraunhoferův difrakční obrazec na stínítku při průchodu monochromatického a koherentního svazku o šířce d . Úhel α určuje polohu prvního maxima a b je vzdálenost od štěrby ke stínítku.

Na obr. 1 je znázorněna difrakce na štěrbině při průchodu monochromatického a koherentního svazku o vlnové délce λ štěrbinou o šířce d . Na stínítku lze pozorovat střídání maxim pod úhly α_i s různou intenzitou $I(\alpha_i)$. Rozdělení intenzity je popsáno následujícím vztahem:

$$I(\alpha_i) = I(0) \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin(\alpha_i)\right)}{\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin(\alpha_i)\right)} \right]^2. \quad (1)$$

Při analýze této funkce je patrné, že nulového maxima je dosaženo při úhlu $\alpha_0 = 0$, zatímco prvního a druhého maxima je dosaženo při úhlech α_1 a α_2 :

$$\alpha_1 = \arcsin\left(1,430 \frac{\lambda}{d}\right), \quad \alpha_2 = \arcsin\left(2,459 \frac{\lambda}{d}\right). \quad (2)$$

Pro výšky příslušných maxim platí:

$$I(\alpha_1) = 0,0472 I(0), \quad I(\alpha_2) = 0,0165 I(0). \quad (3)$$

Experimentálně měřit úhly α_i je problematické, proto využijeme trigonometrie pro určení α_i pomocí vzdálenosti stínítka od štěrbin b a vzdálenosti mezi nulovým maximem a i -tým maximem a_i :

$$\tan(\alpha_i) = \frac{a_i}{b} \rightarrow \alpha_i = \arctan\left(\frac{a_i}{b}\right). \quad (4)$$

Při analýze výrazu (1) lze také teoreticky určit úhel odpovídající prvnímu minimu $\alpha'_{\text{teor.}}$ a pomocí trigonometrie zjistit úhel $\alpha'_{\text{exp.}}$ experimentálně přes vzdálenost a' od nulového maxima k prvnímu minimu:

$$\alpha'_{\text{teor.}} = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right), \quad \alpha'_{\text{exp.}} = \arctan\left(\frac{a'}{b}\right). \quad (5)$$

Při kvantově-mechanickém zkoumání tohoto experimentu se za neurčitost polohy Δx považuje šířka štěrbin d . Pro neurčitost hybnosti Δp pak při použití výrazu (5) platí následující vztah:

$$\Delta p \frac{\lambda}{h} = \sin(\alpha'_{\text{exp.}}) \rightarrow \Delta p = \frac{h}{\lambda} \sin\left(\arctan\left(\frac{a'}{b}\right)\right). \quad (6)$$

Při dosažení výrazu (6) do Heisenbergovy relace neurčitosti $\Delta x \Delta p \gtrsim h$ získáme konečný výraz:

$$\frac{d}{\lambda} \sin\left(\arctan\left(\frac{a'}{b}\right)\right) = 1. \quad (7)$$

4 Postup měření

Nejprve jsme na optické lavici uvnitř světelotěsné krabičky umístili CCD kameru, polarizační filtr pro snížení intenzity paprsku a štěrbinu. Laserová dioda byla umístěna mimo krabičku. Poté jsme spustili aplikaci Vimba na počítači, nastavili první vzdálenost mezi štěrbinou a detektorem b , zvolili první šířku štěrbin d a následně posouvali detektor tak, aby byl na stínítku jasně viditelný difrakční obrazec.

Poté jsme uložili vzniklý obraz ve formátu BMP, změnili šířku štěrbin d a provedli další měření. Pro čtyři různé vzdálenosti b jsme provedli měření pro tři různé hodnoty šířky štěrbin d .

Vzniklý obraz jsme zpracovali pomocí napsaného kódu v Pythonu (příklad informací, které nám poskytoval skript, lze nalézt v Příloze A, B), který průměroval hodnoty intenzity (podle jasů pixelů) horizontálně a vyhledával maxima a minima intenzity. Znae velikost jednoho pixelu detektoru jsme mohli určit vzdálenosti mezi maximy a podle střední intenzity vypočítat relativní intenzitu.

5 Výsledky měření

Naměřené hodnoty vzdálenosti od štěrbin b , šířky štěrbin d , vzdálenosti k prvnímu maximu a_1 a druhému maximu a_2 a vypočtené podle (2) hodnoty úhlů $\alpha_1^{\text{teor.}}$ a $\alpha_2^{\text{teor.}}$, stejně jako hodnoty úhlů $\alpha_1^{\text{exp.}}$ a $\alpha_2^{\text{exp.}}$ určené podle vzorce (4), jsou uvedeny v Tab. 1.

Chybu měření veličin b a d jsme nebrali v úvahu, protože chyby měření $\sigma_{a_i} = 50 \mu\text{m}$ mají větší vliv na výsledek. Chyby $\sigma_{\alpha_1} = 0,0005 \text{ rad}$ a $\sigma_{\alpha_2} = 0,001 \text{ rad}$ jsou vypočtené jako chyby nepřímého měření.

Naměřené hodnoty intenzity záření pro tři první píky I_0 , $I_1^{\text{exp.}}$ a $I_2^{\text{exp.}}$ a jejich srovnání s teoretickým předpovědí $I_1^{\text{teor.}}$, $I_2^{\text{teor.}}$ určenými podle vzorce (3) jsou uvedeny v Tab. 2.

Hodnoty intenzity byly určeny podle střední jasnosti pixelů v píku, proto nemají žádné jednotky.

Naměřená vzdálenost prvního minima a' pro různé hodnoty d a b a také experimentálně určená hodnota levé strany vztahu (7) jsou uvedeny v Tab. 3.

Chyba měření je $\sigma_{a_i} = 50 \mu\text{m}$ a ostatní chyby jsou vypočteny jako chyby nepřímého měření.

	b [cm]	d [μm]	a_1 [μm]	a_2 [μm]	$\alpha_1^{\text{teor.}}$ [rad]	$\alpha_1^{\text{exp.}}$ [rad]	$\alpha_2^{\text{teor.}}$ [rad]	$\alpha_2^{\text{exp.}}$ [rad]
1	14,4	142	800	1320	0,0054	0,0056	0,009	0,009
2	14,4	100	1020	1600	0,0076	0,0071	0,013	0,011
3	13,5	132	650	1350	0,0055	0,0048	0,010	0,010
4	13,5	136	740	1480	0,0056	0,0055	0,010	0,011
5	16,5	115	1000	1540	0,0066	0,0061	0,011	0,009
6	16,5	147	810	1880	0,0052	0,0049	0,009	0,008
7	16,5	101	1300	1370	0,0075	0,0079	0,013	0,011
8	10,2	76	840	1420	0,0100	0,0079	0,017	0,014
9	10,2	81	1150	1740	0,0094	0,0113	0,016	0,017
10	10,2	60	1210	2130	0,0127	0,0119	0,022	0,021
11	6,2	60	800	1420	0,0127	0,0129	0,022	0,023
12	6,2	75	840	1300	0,0101	0,0135	0,017	0,023
13	6,2	57	900	1470	0,0134	0,0145	0,023	0,023

Tabulka 1: Naměřené hodnoty vzdálenosti od šterbiny k obrazovce b , šířky šterbiny d , vzdálenosti k prvnímu maximu a_1 a druhému maximu a_2 s chybou $\sigma_{a_i} = 50 \mu\text{m}$. Hodnoty úhlů $\alpha_1^{\text{teor.}}$ a $\alpha_2^{\text{teor.}}$ byly určeny podle (2), hodnoty úhlů $\alpha_1^{\text{exp.}}$ a $\alpha_2^{\text{exp.}}$ byly určeny podle vzorce (4) s příslušnou chybou $\sigma_{\alpha_1} = 0,0005 \text{ rad}$ a $\sigma_{\alpha_2} = 0,001 \text{ rad}$.

	b [cm]	d [μm]	I_0 [-]	$I_1^{\text{teor.}}$ [-]	$I_1^{\text{exp.}}$ [-]	$I_2^{\text{teor.}}$ [-]	$I_2^{\text{exp.}}$ [-]
1	14,4	142	127	6	62	2	48
2	14,4	100	70	3	44	1	31
3	13,5	132	139	7	77	2	53
4	13,5	136	233	11	96	4	57
5	16,5	115	202	10	112	3	63
6	16,5	147	244	12	131	4	64
7	16,5	101	217	10	190	4	100
8	10,2	76	193	9	70	3	52
9	10,2	81	255	12	206	4	80
10	10,2	60	190	9	62	3	52
11	6,2	60	252	12	93	4	58
12	6,2	75	254	12	102	4	66
13	6,2	57	230	11	63	4	52

Tabulka 2: Naměřené hodnoty vzdálenosti od šterbiny k obrazovce b , šířky šterbiny d , intenzity nulového maxima I_0 , prvního $I_1^{\text{exp.}}$ a druhého $I_2^{\text{exp.}}$ maxima. Hodnoty intenzit $I_1^{\text{teor.}}$ a $I_2^{\text{teor.}}$ byly určeny podle vzorce (3).

6 Diskuze

Experimentálně naměřené hodnoty úhlů $\alpha_1^{\text{exp.}}$, $\alpha_2^{\text{exp.}}$ mají relativní malou chybu od 3% do 13% a shodují se v rámci $\sigma \leq 3\sigma$ s teoreticky předpovězenými hodnotami $\alpha_1^{\text{teor.}}$, $\alpha_2^{\text{teor.}}$ pro všechna měření kromě měření 8 a 12. Fotografie získaných měření vyšly poměrně špatně, proto se na ně nebudeme příliš zaměřovat. Špatná kvalita je obecný problém všech pořízených snímků, přičemž zřejmě jsme při manipulaci dotkli detektoru nebo polarizačního filtru, což způsobilo, že obraz obsahoval skvrny v některých oblastech. Tím pádem lze konstatovat, že výraz (2) funguje.

Se změřením relativní intenzity je situace horší. Náš skript převádí obraz do černobílého formátu a určuje průměrnou jasnost pixelů patřících k píklům. Bohužel naměřená data se zcela liší od teoretických, zřejmě by pro získání informací o intenzitě měl být použit jiný algoritmus. Takto jsme nemohli potvrdit výraz (3).

	b [cm]	d [μm]	a' [μm]	$\frac{d}{\lambda}$ [-]	$\sin \left(\arctan \left(\frac{a'}{b} \right) \right)$ [-]	$\frac{d}{\lambda} \sin \left(\arctan \left(\frac{a'}{b} \right) \right)$ [-]
1	14,4	142	560	267	$0,0039 \pm 0,0002$	$1,00 \pm 0,05$
2	14,4	100	720	188	$0,0050 \pm 0,0002$	$0,94 \pm 0,04$
3	13,5	132	540	259	$0,0040 \pm 0,0002$	$1,04 \pm 0,05$
4	13,5	136	600	256	$0,0044 \pm 0,0002$	$1,13 \pm 0,05$
5	16,5	115	850	216	$0,0052 \pm 0,0002$	$1,12 \pm 0,04$
6	16,5	147	600	276	$0,0036 \pm 0,0002$	$0,99 \pm 0,06$
7	16,5	101	1040	190	$0,0063 \pm 0,0002$	$0,92 \pm 0,04$
8	10,2	76	650	143	$0,0064 \pm 0,0005$	$1,20 \pm 0,05$
9	10,2	81	780	152	$0,0076 \pm 0,0005$	$1,16 \pm 0,08$
10	10,2	60	850	113	$0,0083 \pm 0,0005$	$0,94 \pm 0,06$
11	6,2	60	600	113	$0,0097 \pm 0,0010$	$1,10 \pm 0,10$
12	6,2	75	740	141	$0,0120 \pm 0,0010$	$1,69 \pm 0,10$
13	6,2	57	690	107	$0,0111 \pm 0,0010$	$1,19 \pm 0,10$

Tabulka 3: Naměřené hodnoty vzdálenosti od štěrby k obrazovce b , šířky štěrby d , vzdálenosti k prvnímu minimu a' s chybou $\sigma_{a'} = 50 \mu\text{m}$.

Experimentálně naměřené hodnoty vzdálenosti prvního minima a' mají relativní malou chybu od 5 % do 9 % a vypočtené z nich levé části výrazu (7) se shodují v rámci $\sigma \leq 3\sigma$ s hodnotou 1 pro všechna měření kromě měření 8 a 12. Tím pádem lze konstatovat, že výraz (7) funguje.

7 Závěr

Během experimentu jsme provedli celkem 13 měření, z nichž dvě dvojice měření měla stejnou hodnotu b pro různé d a tři trojice měření měla shodné b , ale různou šířku štěrby d .

Pro všechna měření jsme sledovali difrakční obrazec a ověřili, že experimentální hodnoty naměřených úhlů α_i odpovídají předpovědím rovnice (2), kromě měření 8 a 12.

Platnost vztahu (3) se nám bohužel nepodařilo potvrdit.

Ve stejné vzdálenosti d jsme pak určili úhel prvního minima a ověřili platnost rovnice (7), kromě měření 8 a 12.

A Příloha

```
This version of python seems to be incorrectly compiled
(internal generated filenames are not absolute).
This may make the debugger miss breakpoints.
Related bug: http://bugs.python.org/issue1666807
Detected maxima with refined positions and uncertainty:
Peak 0: position = 76.03 ± 6.01 px, intensity = 127.39, relative = 1.0000
Peak 1: position = 176.02 ± 6.00 px, intensity = 61.93, relative = 0.4862
Peak 2: position = 240.94 ± 5.98 px, intensity = 48.26, relative = 0.3789
Peak 3: position = 295.91 ± 5.97 px, intensity = 42.80, relative = 0.3360
Peak 4: position = 335.86 ± 5.96 px, intensity = 40.24, relative = 0.3159
Peak 5: position = 370.90 ± 5.98 px, intensity = 34.06, relative = 0.2674

Detected minima with refined positions and uncertainty:
Min 0: position = 145.97 ± 6.14 px, intensity = 46.52
Min 1: position = 214.93 ± 6.13 px, intensity = 38.42
Min 2: position = 271.01 ± 6.14 px, intensity = 33.07
Min 3: position = 316.00 ± 6.16 px, intensity = 33.79
Min 4: position = 357.03 ± 6.13 px, intensity = 31.41
Min 5: position = 389.92 ± 6.12 px, intensity = 27.98

Maxima positions relative to the brightest peak with errors:
Peak 0: 0.00 ± 8.51 px, 0.00 ± 68.04 μm
Peak 1: 99.99 ± 8.50 px, 799.90 ± 67.99 μm
Peak 2: 164.91 ± 8.48 px, 1319.27 ± 67.84 μm
Peak 3: 219.88 ± 8.47 px, 1759.04 ± 67.77 μm
Peak 4: 259.83 ± 8.47 px, 2078.62 ± 67.74 μm
Peak 5: 294.87 ± 8.48 px, 2358.95 ± 67.85 μm

Minima positions relative to the brightest peak with errors:
Min 0: 69.94 ± 8.60 px, 559.51 ± 68.77 μm
Min 1: 138.89 ± 8.59 px, 1111.16 ± 68.72 μm
Min 2: 194.97 ± 8.59 px, 1559.77 ± 68.75 μm
Min 3: 239.96 ± 8.61 px, 1919.69 ± 68.84 μm
Min 4: 280.99 ± 8.59 px, 2247.96 ± 68.70 μm
Min 5: 313.88 ± 8.58 px, 2511.05 ± 68.63 μm
```

B Příloha

