

Číslo úlohy: 10 Skupina: 4  
Kruh: Středa Jméno: Denis Krapivin  
Datum měření: 13.4.2022 Kolega: Kseniia Politskovaia  
Klasifikace:

---

## 1 Pracovní úkoly

1. **DŮ:** Ve vztazích (9), (13) a (18) vyjádřete  $\sin \theta$  pomocí polohy maxima/minima od středu a uražené dráhy laserového paprsku.
2. Změřte průměr tří nejmenších kruhových otvorů užitím Fraunhoferovy difrakce světla s pomocí měřicího mikroskopu a výsledky srovnejte. Odhadněte chybu měření šířky štěrbinového mikroskopem. Pro který průměr kruhového otvoru je přesnější měření interferencí a pro který mikroskopem?
3. Změřte 10 různých šířek štěrbinového mikroskopem užitím Fraunhoferovy difrakce světla a srovnejte s hodnotou na mikrometrickém šroubu. Pro jaké šířky štěrbinového mikroskopem je výhodnější měření interferencí a pro jaké mikrometrickým šroubem?
4. Změřte mřížkovou konstantu optické mřížky a srovnejte s hodnotou uvedenou na mřížce.
5. Sestavte Michelsonův interferometr a změřte vlnovou délku laserového svazku.

## 2 Pomůcky

Železná deska s magnetickými stojánky, stojánky a držáky na přístroje, optická lavice s jezdcí, He-Ne laser (633 nm, 5 mW), 2 spojky (+50, +200), 2 zrcadla na stojánku, sada kruhových otvorů na držáku, stínítko s posuvným měřítkem na zdi, měřicí mikroskop, ochranné brýle, nastavitelná štěrbina s mikrometrickým šroubem, optická mřížka (600 vrypů/mm), Abbeho kostka, rovinné zrcadlo s mikrometrickým šroubem, rovinné zrcadlo, rozptylka -100, stínítko.

## 3 Teoretický úvod

Dle Babinetova principu lze považovat kruhový otvor nahradit soustavou bodových zdrojů (Obr. 4 [1]). Z těchto zdrojů se budou šířit cylindrické vlny se stejnou amplitudou, fází a úhlovou frekvencí.

Z teorie [1] lze dokázat, že při difrakci světla o vlnové délce  $\lambda$  na kruhovém otvoru o průměru  $D$  pro uhel  $\theta$ , pod kterým se nahází různá interferenční minima platí:

$$\sin \theta = C_i \frac{\lambda}{D}, \quad \text{pro } i = 1, 2, 3, \dots,$$

kde  $C_i$  je konstanta vypočtená z kořenů Besselovy funkce (Tab. 1).

Hodnotu  $\sin \theta$  lze najít pomocí vzdálenosti interferenčních minim od středu  $x$  a uražené dráhy laserového paprsku  $L$  (viz Příloha. Domácí příprava). Pak pro průměr kruhového otvoru  $D_{ko}$  platí:

$$D_{ko} = C_i \lambda \sqrt{\left(\frac{L}{x}\right)^2 + 1}, \quad \text{pro } i = 1, 2, 3, 4. \quad (1)$$

$C_1 [-]$	$C_2 [-]$	$C_3 [-]$	$C_4 [-]$
1, 219	2, 233	3, 238	4, 241

Tab. 1: Hodnoty konstant  $C_i$  vypočtené z kořenů Besselové funkce [3].

Stejně při difrakce světla na štěrbině o průměru  $D_{\text{st}}$  lze pomocí Babinetova principu štěrbinu nahradit soustavou zdrojů a pro uhel  $\theta$ , pod kterým se nahází  $m$ -tý interferenční minimum platí:

$$D_{\text{st}} = m\lambda \sqrt{\left(\frac{L}{x}\right)^2 + 1}, \quad \text{pro } m = 1, 2. \quad (2)$$

Stejným způsobem lze odvodit i hodnotu mřížkové konstanty  $d$  při difrakce na polarizační mřížce:

$$d = m\lambda \sqrt{\left(\frac{L}{x}\right)^2 + 1}, \quad \text{pro } m = 1, 2. \quad (3)$$

Interference na Michelsonovem interferometru se projevuje tak, že na kruhovém průmětu laserového svazku zobrazí čáry odpovídající interferenčním maximům a minimům. Při posunu zrcadla o  $\Delta x$  se mění dráhový rozdíl mezi dvěma vlny a tím pádem interferenční proužky se posouvají.

Pro vlnovou délku laseru Michelsonova interferometru při posunu zrcadla o  $\Delta x$  platí:

$$\lambda = \frac{2\Delta x}{n}, \quad (4)$$

kde  $n$  je počet prošlých přes referenční bod na stínítku interferenčních proužků.

## 4 Postup měření

Před samotným měřením umístíme na optickou lavici po poradě laser, spojnu čočku +50 a +200. Zapneme laser a změnou vzdálenosti čoček mezi sebou se snažíme paprsek zaostřit.

Pro splnění Fraunhoferovy difrakce použijeme dvě rovinné zrcadla. Jedno ze zrcadel umístíme na magnetický stůl tak, aby laserový paprsek po průchodu čočkami 50+ a 200+ dopadal na zrcadlo a se odrazil pod malým úhlem do zrcadla umístěného na stole za laserem. Po odražení od druhého zrcadla paprsek by měl dopadat v okolí posuvného stínítku, které se nachází na zdi před laserem.

### 4.1 Měření kruhových otvorů

Umístíme mezi čočkou +200 na optické lavici a zrcadlem kovovou destičku s kulovým otvorem. Pásmovým měřítkem změříme celkovou vzdálenost mezi otvorem a stínítkem na zdi. Pomocí posuvného měřítka odečítáme polohy rozlišitelných interferenčních minim. Měření provádíme pro otvory označené 0, 5, 1, 2.

Pak odebereme sadu otvorů ze stojanu a změříme průměr každého otvoru pomocí měřicího mikroskopu.

### 4.2 Měření štěrbin

Místo destičky s kulovými otvory umístíme na optické lavici nastavitelnou štěrbinu s mikrometrického šroubem. Postupně pomocí posuvného měřítka měříme polohy prvních dvou interferenčních minim pro 10 různých šířek štěrbin. Referenční šířku štěrbin odečítáme na stupnici micrometrického šroubu.

### 4.3 Měření mřížkové konstanty

Odebereme nastavitelnou štěrbinu ze stojanu a umístíme polarizační mřížku v takové vzdálenosti od stínítka, aby bylo možné na stínítku pozorovat dva prvních interferenčních maxima. Pak pomocí posuvného měřítka změříme

polohy těchto dvou maxim a změním vzdálenost mřížky od stínítka. Měření provádíme pro tři různé vzdálenosti mřížky.

#### 4.4 Michelsonův interferometr

Na stolek sestavíme Michelsonův interferometr dle Obr. 2 [1]. Zvolíme referenční bod na stínítku a posuneme pomocí mikrometrického šroubu jedno ze zrcadel interferometru na určitou vzdálenost. Zaznameneáme počet interferenčních proužků prošlých přes zvolený referenční bod. Měření opakujeme pro 5 různých vzdáleností posunutí zrcadla.

## 5 Vypracování

Vypracování DÚ je uvedeno v Příloze (Obr. 1).

### 5.1 Difrakce na kruhovém otvoru

Ceklová vzdálenost mezi otvorem a stínítkem na zdi je určena na  $L = (7,85 \pm 0,07)$  m. Chyba měření je stanovena jako chyba nepřímého měření [2].

Naměřené hodnoty vzdálenosti  $x_i$  prvních čtyř interferenčních minim pro měření difrakce na třech kruhových otvorech o různých poloměrech jsou v Tab. 2. Metoda, podle kterou byly odhadnuty chyby měření vzdáleností  $x_i$  je uvedena v Diskuze.

	Řad minima			
	1	2	3	4
$x_1$ [cm]	$1,46 \pm 0,17$	$2,46 \pm 0,17$	$3,54 \pm 0,17$	$4,69 \pm 0,17$
$x_2$ [cm]	$0,66 \pm 0,08$	$1,18 \pm 0,08$	$1,61 \pm 0,08$	$2,30 \pm 0,08$
$x_3$ [cm]	$0,36 \pm 0,05$	$0,65 \pm 0,05$	$0,86 \pm 0,05$	$1,10 \pm 0,05$

Tab. 2: Naměřené hodnoty vzdálenosti  $x_i$  prvních čtyř interferenčních minim pro měření difrakce na třech kruhových otvorech o různých poloměrech.

Vypočtené podle (1) hodnoty průměrů  $D_i$  pro tři různé kruhové otvory jsou v Tab. 3. Chyby jednotlivých délek  $D_i$  pro každý ze tří otvorů jsou vypočtené jako chyby nepřímého měření.

	Řad minima			
	1	2	3	4
$D_1$ [mm]	$0,41 \pm 0,05$	$0,45 \pm 0,03$	$0,45 \pm 0,02$	$0,45 \pm 0,02$
$D_2$ [mm]	$0,90 \pm 0,10$	$0,94 \pm 0,06$	$1,00 \pm 0,05$	$0,92 \pm 0,03$
$D_3$ [mm]	$1,70 \pm 0,20$	$1,88 \pm 0,13$	$1,87 \pm 0,09$	$1,92 \pm 0,07$

Tab. 3: Vypočtené ze vzdálenosti prvních čtyř interferenčních minim hodnoty průměrů  $D_i$  pro tři různé kruhové otvory.

Naměřené pomocí mikroskopu hodnoty průměrů  $D_{mi}$  pro tři různé kruhové otvory jsou v Tab. 4. Chyba měření průměrů  $D_{mi}$  je přímo chybou měřicího přístroje.

Vypočtené ze vzdálenosti interferenčních minim  $D$  a naměřené pomocí mikroskopu  $D_m$  hodnoty průměrů pro tři různé kruhové otvory jsou v Tab. 5. Hodnoty vzdálenosti  $D$  a  $D_m$  pro každý z otvorů jsou spočítané podle vzorce pro vážený průměr, chyba je stanovena jako chyba váženého průměru [2].

$D_{m1}$ [mm]	$D_{m2}$ [mm]	$D_{m3}$ [mm]
0,498	0,988	1,970
0,488	1,003	1,983
0,495	0,995	1,978

Tab. 4: Naměřené pomocí mikroskopu hodnoty průměrů  $D_{mi}$  pro tři různé kruhové otvory s chybou 0,003 mm.

$N^\circ$	$D$ [mm]	$D_m$ [mm]
1	$0,449 \pm 0,012$	$0,494 \pm 0,002$
2	$0,940 \pm 0,020$	$0,995 \pm 0,002$
3	$1,880 \pm 0,050$	$1,977 \pm 0,002$

Tab. 5: Vypočtené ze vzdálenosti interferenčních minim  $D$  a naměřené pomocí mikroskopu  $D_m$  hodnoty průměrů pro tři různé kruhové otvory.

## 5.2 Difrakce na šterbině

Naměřené hodnoty vzdálenosti  $x_i$  prvních dvou interferenčních minim pro měření difrakce na šterbině a vypočtené z polohy interferenčních minim hodnoty šířky šterbiny  $D_s$  jsou v Tab. 5. Referenční šířka šterbiny  $D_n$  je naměřena pomocí micrometrického šroubu.

Hodnoty šířky šterbiny pro každé ze dvou interferenčních minim jsou vypočtené podle vztahu (2) zvlášť a výsledné hodnoty šířky  $D_s$  jsou nalezeny jako vážený průměr. Chyby jsou vypočtené jako chyby nepřímého měření.

$D_n$ [mm]	$x_1$ [cm]	$x_2$ [cm]	$D_s$ [mm]
0,340	4,8	9,1	$0,363 \pm 0,001$
0,540	4,6	8,8	$0,554 \pm 0,001$
0,740	4,3	8,7	$0,812 \pm 0,002$
0,840	4,3	8,8	$0,847 \pm 0,003$
1,040	4,3	8,7	$1,012 \pm 0,005$
1,140	3,8	8,3	$1,160 \pm 0,007$
1,340	3,9	8,3	$1,330 \pm 0,010$
1,540	4,1	8,3	$1,360 \pm 0,015$
1,740	3,6	8,4	$1,740 \pm 0,020$
1,840	4,1	8,2	$1,570 \pm 0,020$
2,040	3,3	7,8	$2,110 \pm 0,020$

Tab. 6: Naměřené hodnoty vzdálenosti  $x_i$  prvních dvou interferenčních minim s chybou 0,3 cm pro měření difrakce na šterbině a vypočtené z polohy interferenčních minim hodnoty šířky šterbiny  $D_s$ . Referenční šířka šterbiny  $D_n$  s chybou 0,007 mm je naměřena pomocí micrometrického šroubu.

## 5.3 Difrakce na mřížce

Naměřené hodnoty vzdálenosti  $x_i$  prvních dvou interferenčních maxim pro měření difrakce na mřížce umístěnou ve vzdálenosti  $S$  od stínítka a vypočtené hodnoty mřížkové konstanty  $d$  jsou v Tab. 7. Hodnoty mřížkové konstanty pro každé ze dvou interferenčních maxim jsou vypočtené podle vztahu (3) zvlášť a výsledné hodnoty konstanty  $d$  jsou nalezeny jako vážený průměr. Chyby jsou vypočtené jako chyby nepřímého měření.

Výsledná hodnota mřížkové konstanty  $d_v$  je stanovena jako vážený průměr konstant  $d$  pro různé vzdálenosti mřížky a chyba měření je nalezena jako chyba váženého průměru:

$$d_v = (0,00192 \pm 0,00001) \text{ mm.}$$

$S$ [cm]	$x_1$ [cm]	$x_2$ [cm]	$d$ [mm]
$56 \pm 0,5$	$21,0 \pm 0,5$	$48,0 \pm 0,5$	$0,001927 \pm 0,000014$
$40 \pm 0,5$	$15,0 \pm 0,5$	$35,0 \pm 0,5$	$0,001908 \pm 0,000020$
$32 \pm 0,5$	$12,5 \pm 0,5$	$27,5 \pm 0,5$	$0,001913 \pm 0,000020$

Tab. 7: Naměřené hodnoty vzdálenosti  $x_i$  prvních dvou interferenčních maxim pro měření difrakce na mřížce umístěnou ve vzdálenosti  $S$  od stínítka a vypočtené z polohy interferenčních maxim hodnoty mřížkové konstanty  $d$ .

## 5.4 Michelsonův interferometr

Naměřený počet interferenčních proužků prošlých přes zvolený interferenční bod na stínítku při posunutí zrcadla o  $\Delta x$  a vypočtené podle (4) hodnoty vlnové délky laseru  $\lambda$  je v Tab. 8. Chyby hodnot  $\Delta x$  a  $\lambda$  jsou chybami nepřímého měření.

$\Delta x$ [nm]	$N$ [–]	$\lambda$ [nm]
$3200 \pm 140$	15	$426 \pm 20$
$4200 \pm 140$	17	$494 \pm 16$
$5000 \pm 140$	19	$526 \pm 15$
$6200 \pm 140$	20	$620 \pm 14$
$7200 \pm 140$	24	$600 \pm 12$

Tab. 8: Naměřený počet interferenčních proužků prošlých přes zvolený interferenční bod na stínítku při posunutí zrcadla o  $\Delta x$  a vypočtené hodnoty vlnové délky laseru  $\lambda$ .

Výsledná hodnota vlnové délky  $\lambda_v$  je stanovena jako vážený průměr délek  $\lambda$  pro různé měření a chyba měření je nalezena jako chyba váženého průměru:

$$\lambda_v = (552 \pm 7) \text{ nm}.$$

## 6 Diskuze

Pro výpočet celkové vzdálenosti mezi kruhovým otvorem a stínítkem jsme změřili pomocí měřicího pasu zvlášť vzdálenost mezi otvorem a prvním zrcadlem, pak vzdálenost mezi prvním a druhým zrcadlem a mezi druhým zrcadlem a stínítkem. Chyby měření těchto třech hodnot jsme odhadli experimentálně a výslednou hodnotu chyby jsme spočítali jako chybu nepřímého měření. Pravděpodobné největší vliv na výslednou chybu měření mělo měření vzdálenosti mezi dvěma zrcadly a je důsledkem toho, že samotný pas se během měření ohýbal pod vlastní vahou a pro odečtení výsledku jsme ho museli natahovat.

Při měření poloh interferenčních minim/maxim vzhledem k maximu nultého řádu jsme zanedbali chybu měřicího přístroje (0,001 mm). Pak chybu určení polohy interferenčního minima jsme zkusili odhadnout z šířky náhodného interferenčního pásma a to jako půlku šířky tohoto pásma. Pro možnost použití této hodnoty pro ostatní minima či maxima jsme převedli tuto chybu na relativní chybu měření  $\sigma_r = 7\%$ .

Výsledky měření průměru kruhových otvorů z poloh interferenčních minim se shodují v rámci  $3\sigma$  s hodnotami, které byli naměřeny pomocí mikroskopu (Tab. 5). Tím pádem hodnoty můžeme považovat za shodné. Chyba měření průměru mikroskopem ale mnohem (pro menší otvor šestkrát, pro větší pětadvacetkrát) menší než ve případě měření z poloh interferenčních minim. Pokud spočítáme relativní chyby měření dvou metod, zjistíme že na rozdíl od měření mikroskopem, při kterém relativní chyba při zmenšení otvoru stoupa (pro větší otvor relativní chyba nabývá cca 0,1%, pro menší 0,4%) relativní chyba měření z poloh interferenčních minim zůstává neměnnou (cca 0,2%).

Výsledky měření šířky štěrbin z poloh interferenčních minim se shodují v rámci  $3\sigma$  s hodnotami, které byli nastavený pomocí mikrometrického šroubu (Tab. 6). Z výsledku měření je vidět, že pro štěrbin menší cca 1,150

mm už má smysl kontrolovat hodnotu šířky pomocí difrakce. Pro větší šířky hodnota nastavena na mikrometrickém šroubu je přesnější.

Při měření difrakce na optické mřížce jsme určili hodnotu mřížkové konstanty na  $d_v = (0,00192 \pm 0,00001)$  mm s relativně malou chybou cca 0,5%. Při srovnání s referenční hodnotou mřížkové konstanty  $d_r = 0,00166$  mm je vidět, že hodnoty se neshodují v rámci  $3\sigma$ , ale od sebe liší na cca 13%. Pravděpodobně k výsledku měření jsme měli přičíst systematickou chybu.

Při sestavení Michelsonova interferometru jsme měli rozptylku s rozbitým pouzdrém, pravděpodobně to ovlivnilo výsledky pro počítání vlnové délky laseru, kterou jsme určili na  $\lambda = (552 \pm 7)$  nm. Při porovnání s referenční hodnotou použitého laseru  $\lambda_r = 633$  nm je vidět, že hodnoty se neshodují v rámci  $3\sigma$ .

## 7 Závěr

Seznámili jsme s difrakcí na kulovém otvoru, štěrbíně, optické mřížce a principem pozorování interference pomocí Michelsonova interferometru.

Změřili jsme průměr tří nejmenších kruhových otvorů užitím Fraunhoferovy difrakce světla a porovnali jsme výsledky s měřením pomocí měřicího mikroskopu (Tab. 5).

Užitím Fraunhoferovy difrakce světla jsme změřili šířky štěrbiny a porovnali jsme výsledky s nastavenými hodnotami šířky na mikrometrickém šroubu (Tab. 6).

Změřili jsme mřížkovou konstantu optické mřížky na  $d_v = (0,00192 \pm 0,00001)$  mm.

Sestavili jsme Michelsonův interferometr a změřili jsme vlnovou délku laserového svazku na  $\lambda = (552 \pm 7)$  nm.

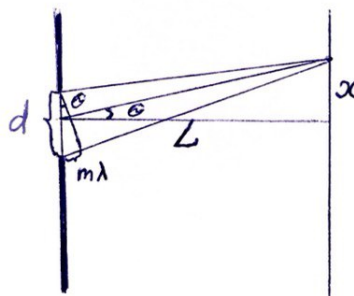
## Literatura

- [1] Kolektiv praktika, *Interference a difrakce světla*, [online, cit.15.4.2022] - [https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435630/mod\\_resource/content/8/10\\_interference\\_170218.pdf](https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435630/mod_resource/content/8/10_interference_170218.pdf)
- [2] Petr Chaloupka, *Základy fyzikálních měření*, prezentace [online, cit.15.4.2022] - <https://people.fjfi.cvut.cz/chalopet/ZFM/ZFM.pdf>
- [3] Wolfram, *Bessel Function Zeros*, prezentace [online, cit.15.4.2022] - <https://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionZeros.html>

# Příloha

## 8 Domácí příprava

DÚ:



Z geometrie úlohy  $\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$

1) difrakce na mřížce:

$$\sin \theta_{\max} = \frac{m\lambda}{d} = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}, \text{ kde } m = 0 \pm 1, \dots, \pm \left[ \frac{d}{\lambda} \right]$$

$d$  je mřížková konstanta

2) difrakce na štěrbině:

$$\sin \theta_{\min} = \frac{m\lambda}{D} = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}, \text{ kde } m = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \left[ \frac{D}{\lambda} \right]$$

$D$  je šířka štěrbin

3) difrakce na kruhovém otvoru

$$\sin \theta_1 = 1,219 \frac{\lambda}{D} = \frac{x_1}{\sqrt{L^2 + x_1^2}} \quad \sin \theta_2 = 2,233 \frac{\lambda}{D} = \frac{x_2}{\sqrt{L^2 + x_2^2}} \quad \sin \theta_3 = 3,238 \frac{\lambda}{D} = \frac{x_3}{\sqrt{L^2 + x_3^2}}$$

Fakulta Vědecká  
Fyzikální ústav  
Inženýrský  
Ústav fyziky

Obr. 1: Domácí příprava. Vyjádření  $\sin \theta$  pomocí polohy maxima/minima od středu  $x$  a uražené dráhy laserového paprsku  $L$ .