

Лабораторная работа №7.

Решение систем линейных алгебраических уравнений. Исследование систем линейных алгебраических уравнений с параметром на совместность

Задание 1. Решить СЛАУ (систему линейных алгебраических уравнений) (см. табл. 1) двумя способами (матричным и по формулам Крамера). Сделать проверку решения.

Задание 2. Решить СЛАУ (см. табл. 2) методом Гаусса. Сделать проверку решения.

Задание 3. Дана матрица A (см. табл. 3). Найти ранг матрицы A при помощи элементарных преобразований.

Задание 4. Выяснить, является линейно зависимой или линейно независимой система векторов $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ (см. табл. 4).

Задание 5. Найти собственные числа и соответствующие им собственные векторы матрицы (см. табл. 5).

Таблица 1

Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ
1	$\begin{cases} x + 5y + 5z = 9 \\ x + 5y + z + 0 \\ 3x + 4y + 2z = 8 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x + 9y - 4z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$	3	$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 2x - 4y + z = -4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x + y - 2z = 6 \\ 2x + 3y - 7z = 16 \\ 5x + 2y + z = 16 \end{cases}$	5	$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 10 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 7x + 2y + 2z = 15 \\ 5x - 2y + 2z = 15 \\ 10x - 11y + 5z = 36 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 2x - y - 2z = 8 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x - 2y + z = 1 \\ 4x - 5y + z = 0 \\ -9x + y - 2z = -10 \end{cases}$	9	$\begin{cases} 2x - y + 5z = 6 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$
10	$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x - 3y - 2z = -8 \end{cases}$	11	$\begin{cases} x + 2y - 4z = 0 \\ 3x + y - 3z = -1 \\ 2x - y + 5z = 3 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ x + y - 2z = 4 \\ 3x - 2y + 6z = 0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ x - 2y - z = 7 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x - y + 2z = -4 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0 \\ x + y - 2z = -7 \\ x - 2y + 3z = 3 \end{cases}$
16	$\begin{cases} x + 5y - z = -1 \\ 2x + y - 2z = 7 \\ x - 4y - z = 0 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 3x - 2y + 2z = 3 \\ 2x + y - z = -5 \\ 5x - y + 3z = 4 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2x + 3y - z = 2 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x - y - 2z = 6 \end{cases}$

19	$\begin{cases} 3x + y + 2z = -4 \\ x - 2y - z = -1 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$	21	$\begin{cases} 3x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + 3z = 5 \\ 2x + 3y - z = -4 \end{cases}$
-----------	---	-----------	--	-----------	--

Таблица 2

Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ
1	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_4 = -4 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 6 \\ 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 9 \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$	6	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7 \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases}$

13	$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -3 \\ 5x_1 - 6x_2 - x_3 - x_4 = -7 \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -4 \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = -5 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ -2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 5 \\ -x_1 - 4x_2 - 3x_4 = -3 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -8 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -7 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ -4x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_2 - 4x_3 - x_4 = -10 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$

Таблица 3

Вар	Матрица	Вар	Матрица	Вар	Матрица
1	$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 & 15 \\ -4 & 14 & -2 & 23 \\ 2 & 2 & -2 & 9 \end{bmatrix}$	2	$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 & -3 & 5 \\ 4 & 3 & 8 & 5 & -1 \\ 5 & 4 & 10 & -2 & 7 \\ -3 & 5 & -6 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 8 & -6 \end{bmatrix}$	3	$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 0 & 4 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ -6 & 2 & 14 \\ 4 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 4 & -6 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 5 & -3 & 8 & -18 \\ 13 & -15 & 18 & -24 \\ 5 & -5 & 12 & -24 \end{bmatrix}$	5	$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 10 & 4 & 1 \\ -3 & 3 & -6 & -6 & 3 \\ -6 & 4 & -12 & -5 & -1 \\ 4 & 5 & 8 & 3 & 1 \\ -8 & 1 & -16 & -10 & 2 \end{bmatrix}$	6	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & -3 \\ 5 & -6 & -16 \\ 8 & 2 & -14 \\ -3 & 10 & 13 \\ -3 & 10 & 13 \end{bmatrix}$

7	$\begin{bmatrix} -4 & 10 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & -8 & 30 \\ -11 & 21 & -14 & 32 \\ -3 & -1 & -4 & 24 \end{bmatrix}$	8	$\begin{bmatrix} -3 & 2 & -6 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 10 & -9 \\ 10 & 4 & 20 & 3 & 7 \\ -4 & 5 & -8 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 8 & 14 & -10 \end{bmatrix}$	9	$\begin{bmatrix} 1 & -4 & -6 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 10 & 16 \\ -8 & 2 & 18 \\ 1 & -6 & -7 \\ 1 & -6 & -7 \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 & 1 & 7 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & 3 \\ 7 & -2 & -6 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & -9 & 1 & -15 \end{bmatrix}$	11	$\begin{bmatrix} 7 & 2 & 14 & -3 & 10 \\ 5 & 3 & 10 & -3 & 8 \\ -3 & 4 & -6 & -7 & 4 \\ -3 & 5 & -6 & -5 & 2 \\ -2 & 1 & -4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$	12	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 7 & 5 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 8 & 10 \\ 7 & 3 & -2 & -6 \end{bmatrix}$
13	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 & 1 & 7 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & 3 \\ 7 & -2 & -6 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & -9 & 1 & -15 \end{bmatrix}$	14	$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & -5 & -1 & -7 \\ -4 & -2 & 6 & -2 & 10 \\ -5 & 3 & 6 & -4 & 0 \end{bmatrix}$	15	$\begin{bmatrix} -4 & 2 & -8 & 3 & -7 \\ -5 & 3 & -10 & 2 & -7 \\ 2 & 4 & 4 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & 6 & 5 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
16	$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & -5 & -1 & -7 \\ -4 & -2 & 6 & -2 & 10 \\ -5 & 3 & 6 & -4 & 0 \end{bmatrix}$	17	$\begin{bmatrix} -5 & 0 & -3 & -13 & -3 \\ -4 & 1 & 6 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & -10 & -16 & -6 \\ 6 & 3 & -12 & 0 & -18 \end{bmatrix}$	18	$\begin{bmatrix} -3 & 2 & -6 & -5 & 2 \\ 6 & 3 & 12 & -4 & 10 \\ -4 & 4 & -8 & 3 & -7 \\ -5 & 5 & -10 & -6 & 1 \\ 9 & 1 & 18 & 1 & 8 \end{bmatrix}$
19	$\begin{bmatrix} -5 & 0 & -3 & -13 & -3 \\ -4 & 1 & 6 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & -10 & -16 & -6 \\ 6 & 3 & -12 & 0 & -18 \end{bmatrix}$	20	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 12 & 8 \\ -5 & 1 & -3 & -13 & -5 \\ 8 & -2 & 4 & 20 & 8 \\ -3 & 3 & -15 & -21 & -21 \end{bmatrix}$	21	$\begin{bmatrix} 8 & 2 & 16 & 2 & 6 \\ -3 & 3 & -6 & -5 & 2 \\ -5 & 4 & -10 & -8 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & -1 \\ -11 & 1 & -22 & -7 & -4 \end{bmatrix}$

Таблица 4

Вар	Система векторов $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$
1	$\bar{a}_1(1, 2, 3, -4), \bar{a}_2(2, 3, -4, 1), \bar{a}_3(2, -5, 8, -3), \bar{a}_4(3, -4, 1, 2)$
2	$\bar{a}_1(3, 2, -5, 4), \bar{a}_2(3, -1, 3, -3), \bar{a}_3(3, 5, -13, 11), \bar{a}_4(9, 3, -7, 5)$
3	$\bar{a}_1(4, 3, -1, 1), \bar{a}_2(2, 1, -3, 2), \bar{a}_3(1, -3, 0, 1), \bar{a}_4(1, 5, 2, -2)$
4	$\bar{a}_1(2, 1, -2, -1), \bar{a}_2(-9, 5, -6, 21), \bar{a}_3(2, -5, -1, 3), \bar{a}_4(-1, -1, 1, 5)$
5	$\bar{a}_1(1, 1, 1, 1), \bar{a}_2(2, 0, 1, -1), \bar{a}_3(3, -4, 0, -1), \bar{a}_4(15, -10, 3, -2)$
6	$\bar{a}_1(-1, 0, 2, 4), \bar{a}_2(2, 3, -1, 2), \bar{a}_3(0, 3, 3, 10), \bar{a}_4(7, 9, -5, 2)$
7	$\bar{a}_1(1, -1, 2, -1), \bar{a}_2(2, 3, -1, 2), \bar{a}_3(4, 1, 3, 1), \bar{a}_4(-1, -9, 8, -7)$
8	$\bar{a}_1(1, 1, -4, -1), \bar{a}_2(1, 2, -1, 4), \bar{a}_3(0, 1, 3, 5), \bar{a}_4(3, 8, 3, 22)$

9	$\overline{a_1}(1, 2, -2, 1), \overline{a_2}(-3, 1, 2, -3), \overline{a_3}(0, 7, -4, 0), \overline{a_4}(0, 1, 2, 3)$
10	$\overline{a_1}(2, 3, 0, -2), \overline{a_2}(1, 4, 2, 10), \overline{a_3}(0, 1, -3, 2), \overline{a_4}(3, 5, 8, 4)$
11	$\overline{a_1}(2, -1, 3, 5), \overline{a_2}(4, -3, 1, 3), \overline{a_3}(4, -1, 15, 17), \overline{a_4}(7, -6, -7, 0)$
12	$\overline{a_1}(2, 4, 11, 15), \overline{a_2}(-10, -11, -1, 4), \overline{a_3}(12, 15, 12, 9), \overline{a_4}(1, 2, 3, 0)$
13	$\overline{a_1}(1, 2, 3, -4), \overline{a_2}(2, 3, -4, 1), \overline{a_3}(3, -4, 1, 2), \overline{a_4}(5, 26, -9, -12)$
14	$\overline{a_1}(0, 2, -3, 4), \overline{a_2}(1, 3, 0, 5), \overline{a_3}(1, 9, 6, 6), \overline{a_4}(2, 4, 0, 1)$
15	$\overline{a_1}(2, -3, 4, -5), \overline{a_2}(1, -2, 7, -8), \overline{a_3}(3, -4, 1, -2), \overline{a_4}(4, -5, 6, -7)$
16	$\overline{a_1}(3, 2, 1, -4), \overline{a_2}(5, 10, 2, 0), \overline{a_3}(21, 34, 8, -8), \overline{a_4}(2, 8, 1, 4)$
17	$\overline{a_1}(2, -1, 3, 5), \overline{a_2}(4, -3, 1, 3), \overline{a_3}(3, -2, 3, 4), \overline{a_4}(4, -1, 15, 17)$
18	$\overline{a_1}(3, 6, 18, 0), \overline{a_2}(1, 2, -4, 3), \overline{a_3}(0, 2, 1, 2), \overline{a_4}(2, 2, 1, 1)$
19	$\overline{a_1}(2, 3, -4, -1), \overline{a_2}(1, -2, 1, 3), \overline{a_3}(5, -3, -1, 8), \overline{a_4}(3, 8, -9, -5)$
20	$\overline{a_1}(19, -12, 5, -17), \overline{a_2}(4, -2, 0, 8), \overline{a_3}(2, -1, 0, 4), \overline{a_4}(3, -2, 1, -5)$

Таблица 5

Вар	Матрица	Вар	Матрица	Вар	Матрица
1	$\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 15 & 12 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	3	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	5	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} -2 & 8 & 6 \\ -4 & 10 & 6 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 1 & -2 & 3 \\ -3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 8 & -10 & 4 \\ 10 & -14 & 6 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 5 & 6 & 3 \\ -22 & -26 & -13 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} -22 & -22 & -16 \\ 16 & 16 & 12 \\ 8 & 8 & 6 \end{pmatrix}$

19	$\begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -9 & 12 & -3 \\ -9 & 9 & 0 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} -6 & -15 & 36 \\ -8 & -17 & 42 \\ -5 & -11 & 27 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
----	---	----	---	----	---