

Определения по матану, семестр 4

15 февраля 2018 г.

Содержание

1	Свойство, выполняющееся почти везде	2
2	Сходимость почти везде	2
3	Сходимость по мере	2
4	Теорема Егорова о сходимости почти везде и почти равномерной сходимости	2
5	Интеграл ступенчатой функции	2
6	Интеграл неотрицательной измеримой функции	2
7	Суммируемая функция	3
8	Интеграл суммируемой функции	3

1 Свойство, выполняющееся почти везде

(X, \mathbb{A}, μ) - пространство с мерой, и $\omega(x)$ - утверждение, зависящее от точки x .
 $E := \{x : \omega(x) \text{ — ложно}\}$ и $\mu E = 0$. Тогда говорят, что $\omega(x)$ верно при почти всех (п.в.) x .

2 Сходимость почти везде

(X, \mathbb{A}, μ) - пространство с мерой, и $f_n, f : X \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$.
Говорим, что $f_n \rightarrow f(x)$ почти везде, если $\{x : f_n(x) \not\rightarrow f(x)\}$ измеримо и имеет меру 0.

3 Сходимость по мере

4 Теорема Егорова о сходимости почти везде и почти равномерной сходимости

5 Интеграл ступенчатой функции

$\langle X, \mathbb{A}, \mu \rangle$ - пространство с мерой

$f = \sum_{k=1}^n (\lambda_k \cdot \chi_{E_k})$ - ступенчатая функция, E_k - измеримые дизъюнктные множества,
 $f \geq 0$

Интегралом ступенчатой функции f на множестве X назовём

$$\int_X f d\mu := \sum_{k=1}^n \lambda_k \cdot \mu E_k$$

Будем считать, что $[0 \cdot \infty = 0]$

6 Интеграл неотрицательной измеримой функции

$\langle X, \mathbb{A}, \mu \rangle$ - пространство с мерой

f - измеримо, $f \geq 0$, её интегралом на множестве X назовём

$$\int_X f d\mu := \sup \left(\int_X g \right)$$

, где $0 \leq g \leq f$, g - ступенчатая

7 Суммируемая функция

$\langle X, \mathbb{A}, \mu \rangle$ - пространство с мерой

f -измерима, $\int_X f^+$ или $\int_X f^-$ конечен (хотя бы один из них).

Тогда интегралом f на X назовём

$$\int_X f d\mu := \int_X f^+ - \int_X f^-$$

Тогда если конечен $\int_X f$, (то есть конечны интегралы по обеим срезкам), то f называют суммируемой

8 Интеграл суммируемой функции

$\langle X, \mathbb{A}, \mu \rangle$ - пространство с мерой

f -измерима, $E \in \mathbb{A}$

Тогда интегралом f на множестве E назовём

$$\int_E f d\mu := \int_X f \cdot \chi(E) d\mu$$

f суммируемая на E , если $\int_X f^+ \chi(E)$ и $\int_X f^- \chi(E)$ конечны