Определения по матану, семестр 4

14 февраля 2018 г.

Содержание

1 Интеграл ступенчатой функции

$< \mathbb{X}, \mathbb{A}, \mu >$ - пространство с мерой
$f = \sum\limits_{k=1}^{n} (\lambda_k \cdot \chi_{E_k})$ - ступенчатая функция, E_k - измеримые дизъюнктные множества, $f \geqslant 0$
Интегралом ступенчатой функции f на множестве $\mathbb{X}$ назовём

$$\int\limits_{\mathbb{X}} f d\mu := \sum_{k=0}^{n} \lambda_k \cdot \mu E_k$$

Будем считать, что $[0 \cdot \infty = 0]$

2 Интеграл неотрицательной измеримой функции

$< \mathbb{X}, \mathbb{A}, \mu >$ - пространство с мерой
f - измеримо, $f \geqslant 0$, её интегралом на множестве $\mathbb{X}$ назовём

$$\int\limits_{\mathbb{X}} f d\mu := sup(\int\limits_{\mathbb{X}} g)$$

, где $0 \leqslant g \leqslant f, g-$ступенчатая

3 Суммируемая функция

$< \mathbb{X}, \mathbb{A}, \mu >$ - пространство с мерой
$f-$измерима, $\int\limits_{\mathbb{X}} f^+$ или $\int\limits_{\mathbb{X}} f^-$ конечен (хотя бы один из них).
Тогда интегралом f на $\mathbb{X}$ назовём

$$\int\limits_{\mathbb{X}} f d\mu := \int\limits_{\mathbb{X}} f^+ - \int\limits_{\mathbb{X}} f^+$$

Тогда если конечен $\int\limits_{\mathbb{X}} f$, (то есть конечны интегралы по обеим срезкам), то f называют суммируемой

4 Интеграл суммируемой функции

$< \mathbb{X}, \mathbb{A}, \mu >$ - пространство с мерой

$f-$ измерима, $E \in \mathbb{A}$
Тогда интегралом f на множестве E назовём

$$\int\limits_{\mathbb{E}} f d\mu := \int\limits_{\mathbb{X}} f \cdot \chi(E) d\mu$$

f суммируемая на E, если $\int\limits_{\mathbb{X}} f^{+}\chi(E)$ и $\int\limits_{\mathbb{X}} f^{-}\chi(E)$ конечны