大学物理I

2022上半年大物计...

群号：783974497

扫一扫二维码，加入群聊。

QQ

物理学院大学物理教研室　卢玉明

QQ:　330269085

Email:　ymlu@swu.edu.cn

2022年3月

课 程 内 容

第一篇 力学

第二篇 热学

第三篇 电磁学

第四篇 波动与光学

第五篇 量子物理基础

第一篇

力　学（Mechanics）　（约22学时）

机械运动： 宏观物体之间（或宏观物体各部分之间)的相对位置发生变化。

力学： 研究宏观物体做机械运动规律及其应用的学科。

- 运动学(kinematics)

用几何的方法描述物体位置随时间的变化。（不涉及引起运动和改变运动的原因）

- 动力学(dynamics)

研究物体运动与物体相互作用的内在联系及其规律。

- 静力学(statics)

研究物体在相互作用下的平衡问题。

第1章 质点运动学

(Particle Kinematics)

本章内容

【学习目的】

（1）掌握描述质点运动的基本物理量，位置矢量、位移、速度、加速度的概念，明确它们具有的矢量性、相对性、瞬时性；

（2）明确运动方程和轨道方程的物理意义，并能用求导方法由已知的运动方程求速度加速度；反之用积分方法由已知质点运动的速度或加速度求质点的运动方程；

（3）熟练掌握直线运动、抛体运动和圆周运动的规律。

（4）了解一般曲线运动的切向、法向加速度的概念。

重点

位矢、位移、速度、加速度、角速度和角加速度的概念和相互关联。

难点

矢量微分与标量微分的差别；各物理量的微积分运算。

§1.2 参考系

1、质点——具有质量但忽略其形状和大小的理想物体（几何点）。

把物体看作质点来处理的条件：

- 做平动的物体；
- 两相互作用着的物体，如果它们之间的距离远大于本身的线度。

意义：分析质点运动是研究实际物体复杂运动的基础。

2、参考系：

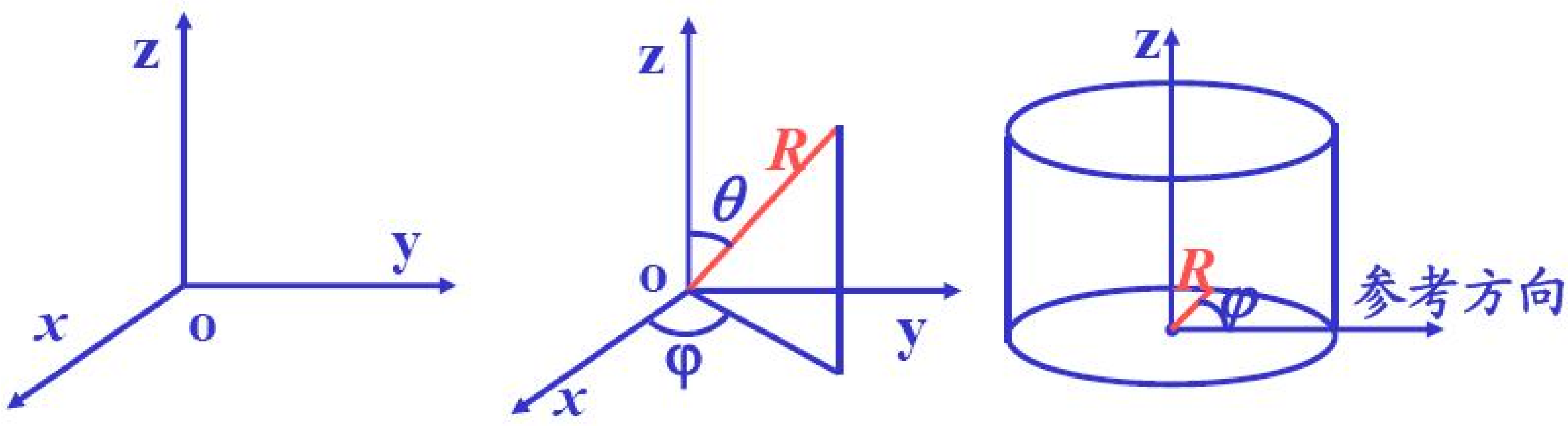
- 物质运动具有**绝对性**
- 描述物质运动具有**相对性**

如何科学地描述物体的运动？

❖参考物 —— 为描述物体的运动而选择的标准物。

❖**坐标系——定量**说明质点相对于参考物的空间位置。

常用的坐标系有直角坐标系(x,y,z)，极坐标系(ρ, θ)，球坐标系(R, θ, φ)，柱坐标系(R, φ, z)。

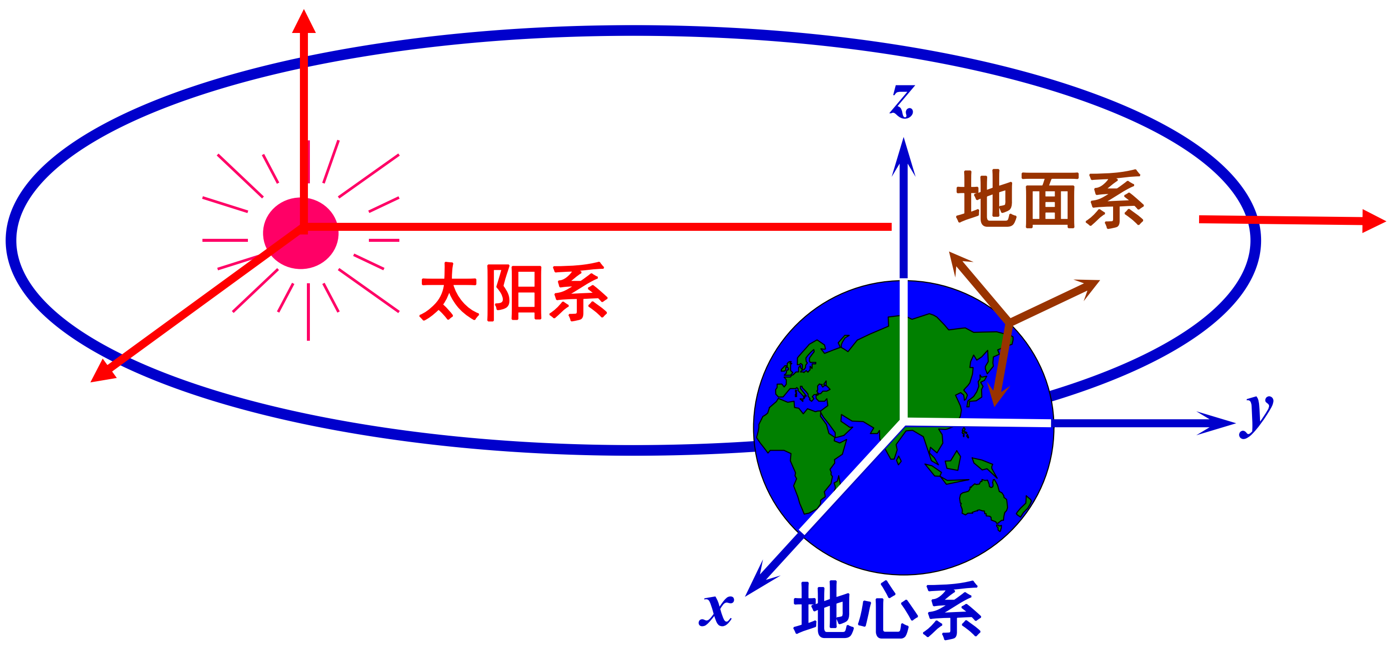


❖**同步时钟：**在坐标系中各处配置的在任意时刻指示都相同的钟；

❖参考系：

—— 一个固定在参考物上的坐标系和相应的一套同步的时钟。

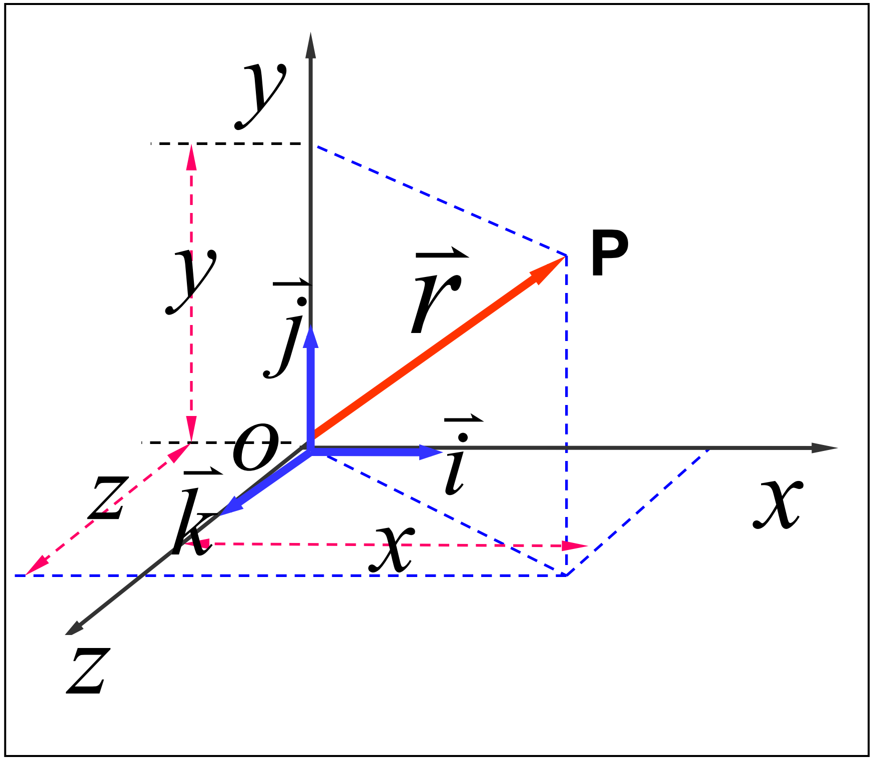
地面参考系、地心参考系、太阳参考系、实验室参考系



§1.3 质点的位矢、位移和速度

1、位置矢量

确定质点P 某一时刻在坐标系里的位置的物理量称位置矢量, 简称位矢 $\vec{r}$.



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

式中 $\vec{i}$ 、$\vec{j}$ 　$\vec{k}$ 分别为x、y、z 方向的单位矢量.

位矢$\vec{r}$ 的值为　　$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

位矢 $\vec{r}$ 的方向余弦

$$\begin{cases} \cos\alpha = x/r \\ \cos\beta = y/r \\ \cos\gamma = z/r \end{cases}$$

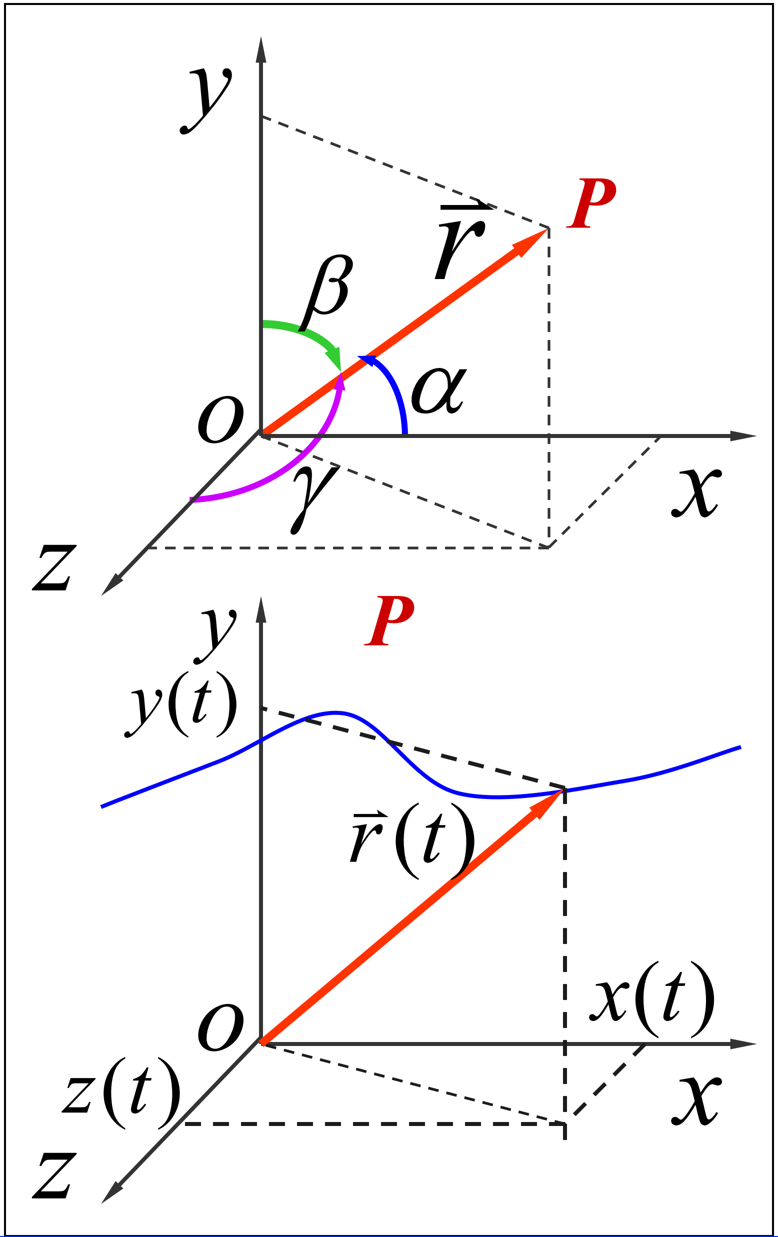
2、运动方程

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

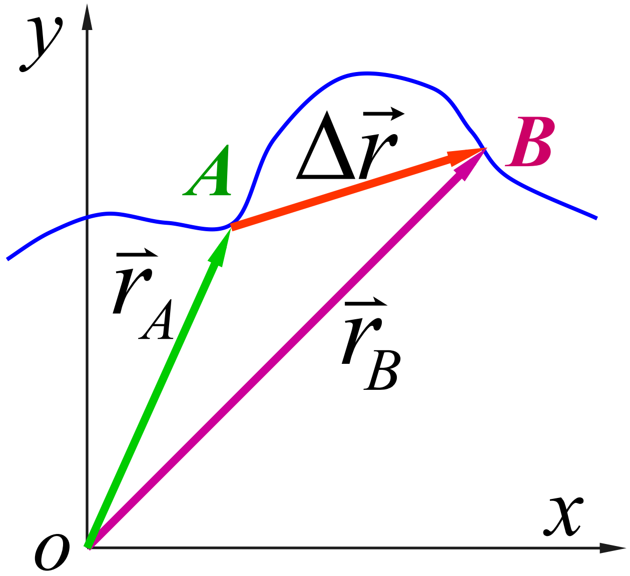
分量式 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$

从中消去参数 t 得轨迹方程

$$f(x,y,z) = 0$$



3、位移（反映质点位置的变化）

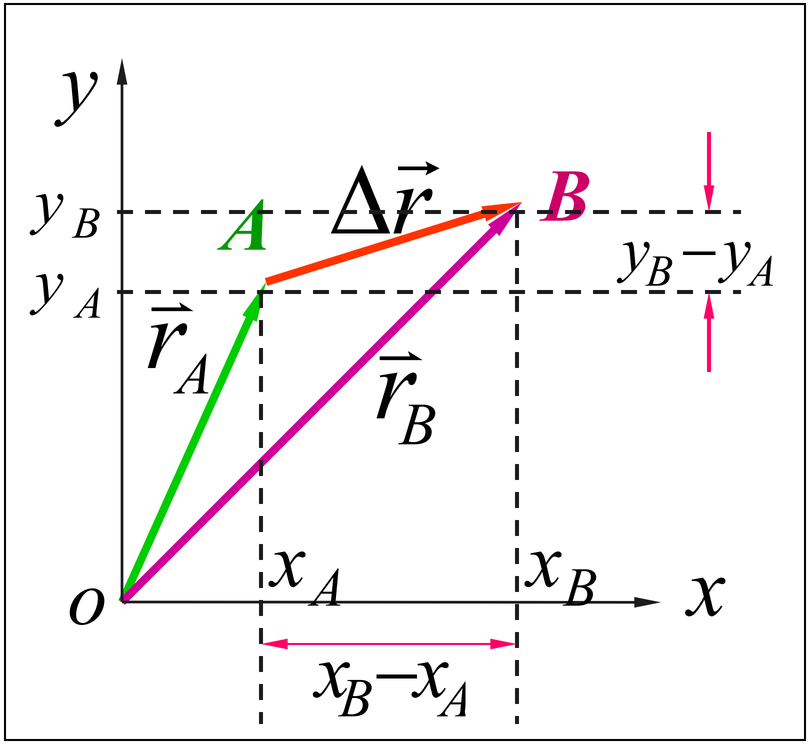


经过时间间隔 Δt 后，质点位置矢量发生变化，把由始点A指向终点 B 的有向线段 $\Delta\vec{r}$称为点A 到 B 的**位移矢量**，简称**位移**。

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\vec{r}_A = x_A\vec{i} + y_A\vec{j}$$

$$\vec{r}_B = x_B\vec{i} + y_B\vec{j}$$



位移 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$

$$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

若质点在三维空间中运动

$$\Delta\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

位移的大小为 $\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$

4 、路程（Δs）： 质点实际运动轨迹的长度。

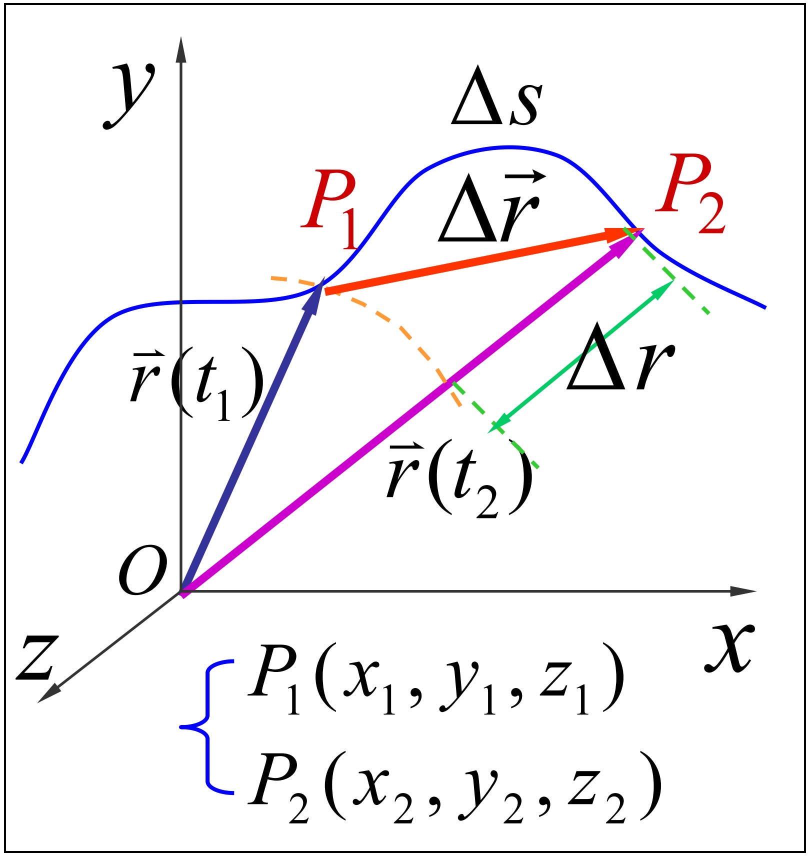
位移的物理意义

A） 确切反映物体在空间位置的变化，与路径无关，只决定于质点的始末位置.

B）反映了运动的矢量性和叠加性。

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$



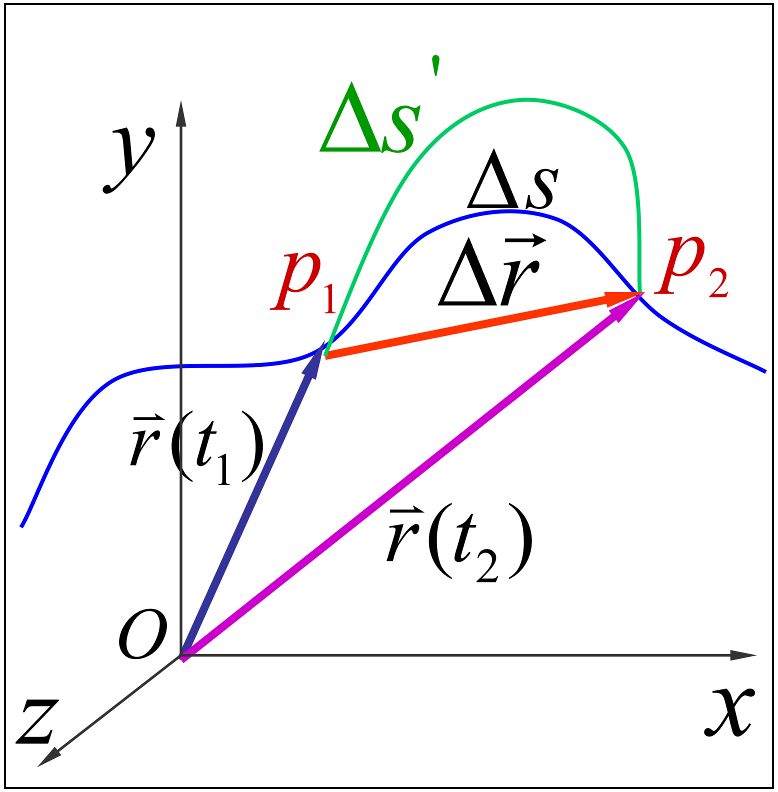
注意

$$\left|\Delta\vec{r}\right| \neq \Delta r$$ 位矢长度的变化

$$\Delta r = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

讨论　位移与路程

（A）P_1P_2 两点间的路程是不唯一的，可以是 Δs 或 $\Delta s'$ 而位移 $\Delta\vec{r}$ 是唯一的。



（B）　一般情况，位移大小不等于路程。

$$\left|\Delta\vec{\mathrm{r}}\right| \neq \Delta s$$

（C）什么情况 $\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta s$?

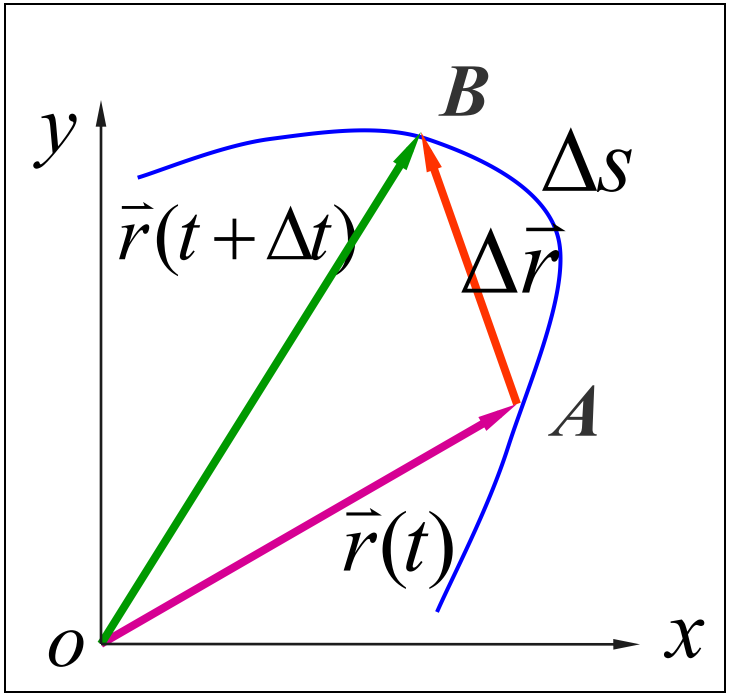
不改变方向的直线运动；当 $\Delta t \to 0$ 时，$\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta s$　。

（D）位移是矢量，路程是标量。

5、 速度　（反映质点位置变化的快慢和方向）

（1）平均速度

在Δt时间内，质点从点A运动到点B，其位移为：



$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)$$

Δt时间内，质点的平均速度

$$\overline{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j}$$

或 $\overline{\vec{v}}=\overline{v}_x\vec{i}+\overline{v}_y\vec{j}$　平均速度 $\overline{\vec{v}}$ 与 $\Delta\vec{r}$同方向。

平均速度大小　$|\overline{\vec{v}}|=\sqrt{(\frac{\Delta x}{\Delta t})^2+(\frac{\Delta y}{\Delta t})^2}$

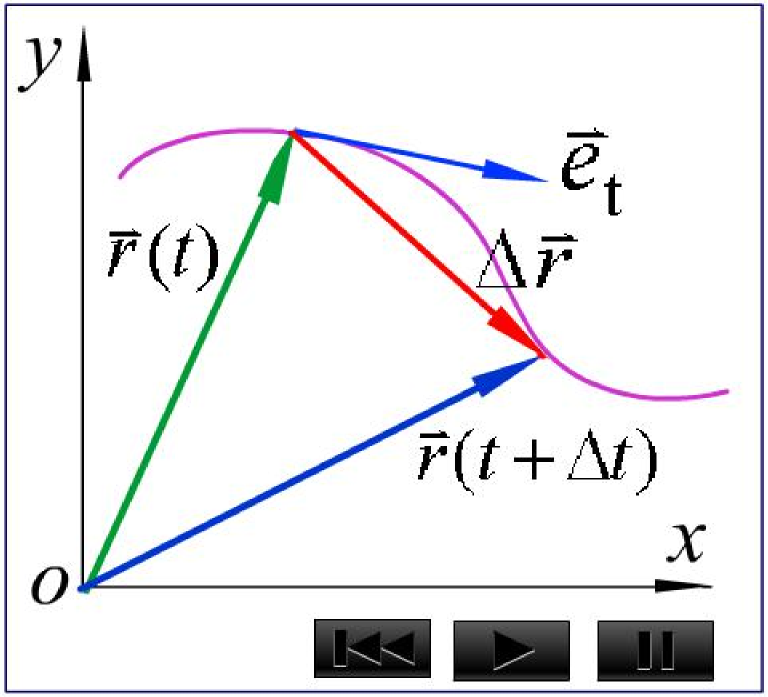
（2） 瞬时速度

当 $\Delta t \to 0$ 时平均速度的极限值叫做瞬时速度，简称速度。

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

当 $\Delta t \to 0$ 时，$\left|\mathrm{d}\vec{r}\right| = \mathrm{d}s$

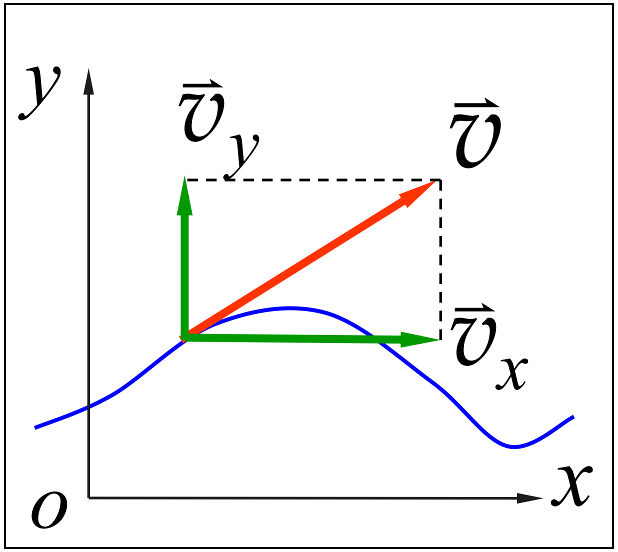
$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{t}}$$



当质点做曲线运动时，质点在某一点的速度方向就是沿该点曲线的切线方向并指向运动的一侧。

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$



若质点在三维空间中运动，其速度为：

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

瞬时速率：速度 $\vec{v}$ 的大小称为速率。

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})^2 + (\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t})^2 + (\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t})^2}$$

讨论

一运动质点在某瞬时位于矢径 $\vec{r}(x, y)$ 的端点处，其速度大小为

（A）$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　（B）$\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

（C）$\dfrac{\mathrm{d}\left|\vec{r}\right|}{\mathrm{d}t}$　　（D）$\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

§ 1.4 加速度（反映速度变化快慢的物理量）

（1）　平均加速度

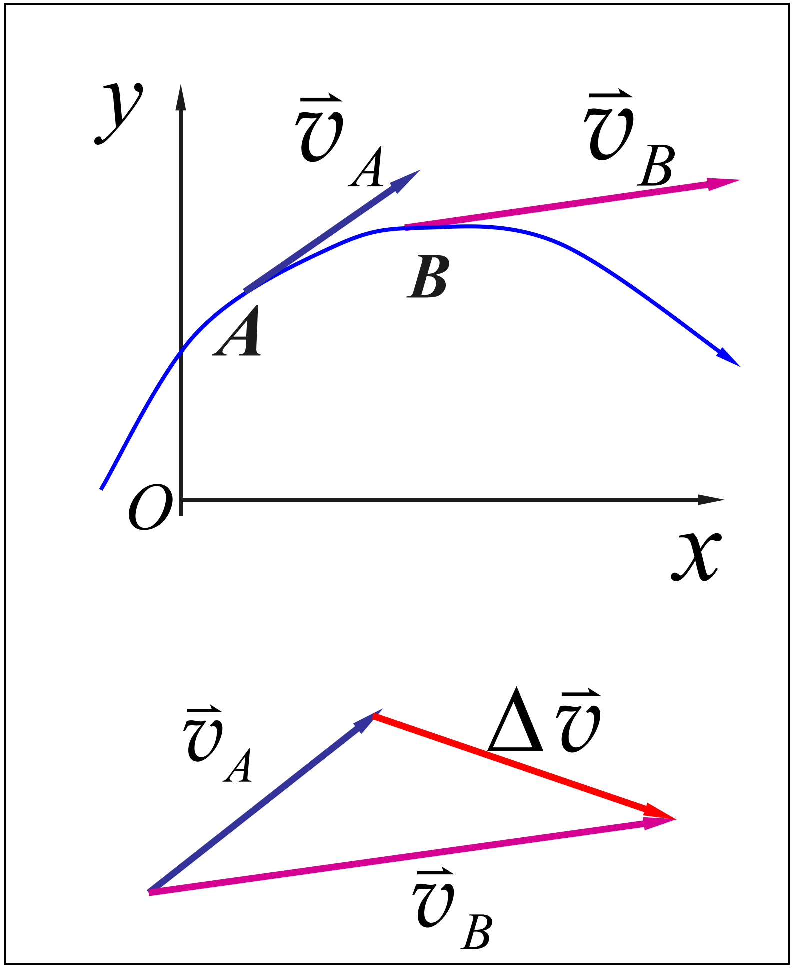
单位时间内的速度增量即平均加速度：

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$\bar{\vec{a}}$ 与 $\Delta \vec{v}$ 同方向 。

（2）（瞬时）加速度

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$



加速度 $\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}$

加速度大小 $a=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$

质点作三维运动时加速度为

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

$$\begin{cases} a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \end{cases}$$

加速度大小

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

讨论 $\left|\Delta\vec{v}\right| \cancel{\neq} \Delta v$ 吗？

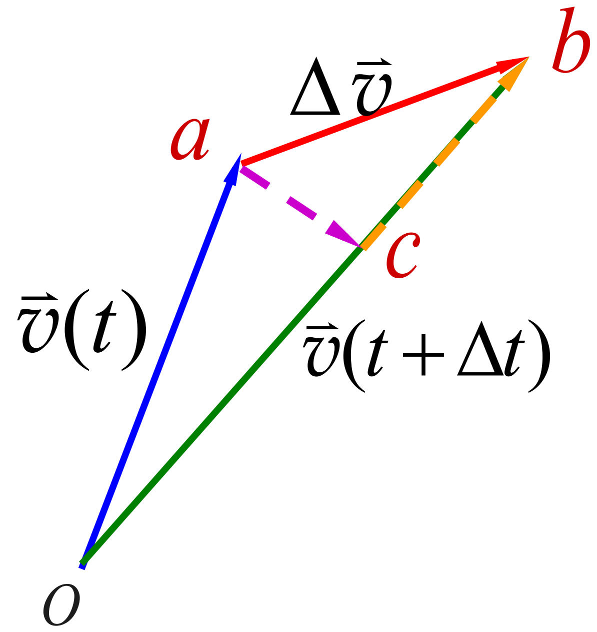
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$$

$$\left|\Delta\vec{v}\right| = \left|\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)\right|$$

在 $0b$ 上截取 $\overline{oc} = \overline{oa}$

有 $\Delta v = \overline{cb}$

$$\Delta\vec{v} = \overrightarrow{ac} + \overrightarrow{cb}$$



质点运动学两类基本问题

一、由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位矢、速度和加速度；

二、已知质点的加速度以及初始速度和初始位置，可求质点速度及其运动方程 。

$$\vec{r}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{v}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{a}(t)$$

第一类： 已知 $\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$

则：
$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$$

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

$$\begin{cases} a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_z=\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \end{cases}$$

第二类： 已知加速度 $\vec{a}$ 和初始条件，

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow d\vec{v} = \vec{a}dt,$$

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \vec{a}dt,$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt$$

$$\int_{v_{0x}}^{v_x} dv_x = \int_0^t a_x dt$$

$$\int_{v_{0y}}^{v_y} dv_y = \int_0^t a_y dt$$

+初始条件

$$\int_{v_{0z}}^{v_z} dv_z = \int_0^t a_z dt$$

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x dt \qquad v_y = v_{0y} + \int_0^t a_y dt \qquad v_z = v_{0z} + \int_0^t a_z dt$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\rightarrow d\vec{r}=\vec{v}dt,$$

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r}=\int_0^t \vec{v}dt,$$

$$\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\int_0^t \vec{v}dt$$

$$\boxed{\begin{aligned}\int_{x_0}^{x} dx &= \int_0^t v_x dt\\ \int_{y_0}^{y} dy &= \int_0^t v_y dt\\ \int_{z_0}^{z} dz &= \int_0^t v_z dt\end{aligned}}$$

+初始条件

$$x(t)=x_0+\int_0^t v_x dt \qquad y(t)=y_0+\int_0^t v_y dt \qquad z(t)=z_0+\int_0^t v_z dt$$

【例题1】：一质点运动轨迹为抛物线

$$x = -t^2 \quad y = -t^4 + 2t^2 \quad z = 0$$

求(1)质点的速度、速率、加速度。

解：质点的位置矢量为：$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$= -t^2\vec{i} + \left(-t^4 + 2t^2\right)\vec{j}$$

质点的速度为：$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = -2t\vec{i} + \left(-4t^3 + 4t\right)\vec{j}$

质点的速率：

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -2t \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = -4t^3 + 4t \qquad v_z = 0$$

$$v = \left|\vec{v}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

质点的加速度：

$$\because v = -2t\vec{i} + \left(-4t^3 + 4t\right)\vec{j}$$

$$\therefore \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -2\vec{i} + \left(-12t^2 + 4\right)\vec{j}$$

求：(2)质点的轨迹函数。

解：质点的轨迹函数为：

$$y = -x^2 - 2x$$

【例题2】 火箭从静止开始向上发射，设起动时即有最大加速度，以此为计时起点，在 0至5秒内加速度满足 $a(t)=100-4t^2(m/s^2)$，（1）求火箭在 3秒时的速度；（2）求加速阶段火箭的运动学方程。

解：（1）选坐标系oy轴，原点在火箭起动处，初始条件为： $t=t_0=0, v_y=v_{0y}=0, y=y_0=0$

由 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 有 $\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$ ，则 $\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t$

$$v_y=v_{0y}+\int_0^t(100-4t^2)\mathrm{d}t=100t-\frac{4}{3}t^3$$

当 $t=3$ 秒时速度为： $v=264m/s$

（2）求加速阶段火箭的运动学方程。

$$\because v_y = 100t - \frac{4}{3}t^3$$

由 $v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$ 得 $\int_{y_0}^{y} \mathrm{d}y = \int_0^t v_y \mathrm{d}t$

$$y = y_0 + \int_0^t (100t - \frac{4}{3}t^3)\mathrm{d}t = 50t^2 - \frac{1}{3}t^4$$

【例3】 一质点运动方程为 $\begin{matrix} x=-t^2 \\ y=-t^4+2t^2 \end{matrix}$ ，求轨迹方程；求x=−4时（t>0）粒子的速度、速率、加速度。

解： 轨迹方程为 $y=-x^2-2x$ （抛物线）

$x=-4, t=2$

$$v_x=\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=2}=-2t\big|_{t=2}=-4$$

$$v_y=\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=2}$$

$$=(-4t^3+4t)\big|=-24$$

$$\vec{v}=-4\hat{i}-24\hat{j}(SI)$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=4\sqrt{37}=24.3(SI)$$

$$\because \vec{v}=-2t\hat{i}+(-4t^3+4t)\hat{j}(SI)$$

加速度： $\vec{a}=-2\vec{i}+(-12t^2+4)\vec{j}\big|_{t=2}$ 　 $\vec{a}=-2\hat{i}-44\hat{j}(SI)$

§1.5 匀加速运动

$\vec{a}$ 为常矢量（大小、方向都不变）

初始条件: t=0 时质点的位矢 $\vec{r}_0$ 和速度 $\vec{v}_0$

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \vec{a}dt, \quad \rightarrow \vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}t,$$

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$$

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}dt \rightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2,$$

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2}$$

在解决实际问题中，通常采用分量形式。

速度分量式：

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + a_x t \\ v_y &= v_{0y} + a_y t \\ v_z &= v_{0z} + a_z t \end{aligned}\right\}$$

位矢分量公式：

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y &= y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \\ z &= z_0 + v_{0z} t + \frac{1}{2} a_z t^2 \end{aligned}\right\}$$

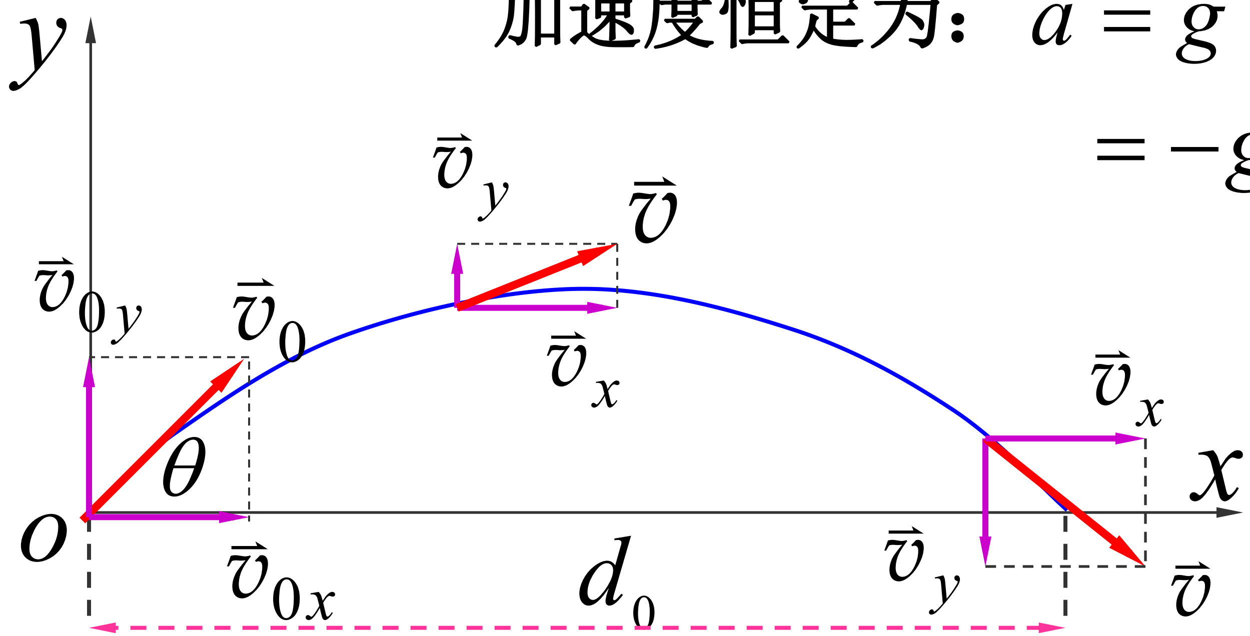
质点的实际运动就是这三个分运动的合成

§1.6 抛体运动

斜抛: 以抛射点为坐标原点建立坐标系，水平方向为x 轴，竖直方向为y 轴。设抛出时刻t =0的速率为v_0，抛射角为θ ，则初始条件为：

$$x_0 = y_0 = 0 \qquad v_{0x} = v_0 \cos\theta, \qquad v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

加速度恒定为：$\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$



已知 $t=0$ 时 $x_0=y_0=0$

$$V_{0x}=V_0\cos\theta \quad V_{0y}=V_0\sin\theta$$

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}=-g\vec{j} \qquad \overline{v_0}=v_0\cos\theta\vec{i}+v_0\sin\theta\vec{j}$$

1）速度：由 $a_x=\dfrac{dv_x}{dt}$ 和 $a_y=\dfrac{dv_y}{dt}$ 得

$$v_x=v_{ox}+\int_0^t a_x dt=v_0\cos\theta+\int_0^t odt=v_0\cos\theta$$

$$v_y=v_{oy}+\int_0^t a_y dt=v_0\sin\theta+\int_0^t -gdt=v_0\sin\theta-gt$$

$$\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}=v_0\cos\theta\vec{i}+(v_0\sin\theta-gt)\vec{j}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = v_0 \cos\theta \vec{i} + (v_0 \sin\theta - gt)\vec{j}$$

2）位置： 由 $v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ 和 $v_y(t) = \dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$ 得

$$x = x_0 + \int_0^t v_x(t)dt = \int_0^t v_0 \cos\theta dt = v_0 \cos\theta \cdot t$$

$$y = y_0 + \int_0^t v_y(t)dt = \int_0^t (v_0 \sin\theta - gt)dt$$

$$= v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = v_0 \cos\theta t \vec{i} + (v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2)\vec{j}$$

可见，抛体运动可看作是由水平方向的匀速直线运动与竖直方向的匀变速直线运动叠加而成。

或：

$$\vec{r}=(v_0\cos\theta\vec{i}+v_0\sin\theta\vec{j})t-\frac{1}{2}gt^2\vec{j}$$

$$=\vec{v}_0t+\frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

这就是抛体运动时，物体运动方程的矢量形式

抛体运动又可以看作由沿初速度方向的匀速直线运动和沿竖直方向的自由落体运动叠加而成。

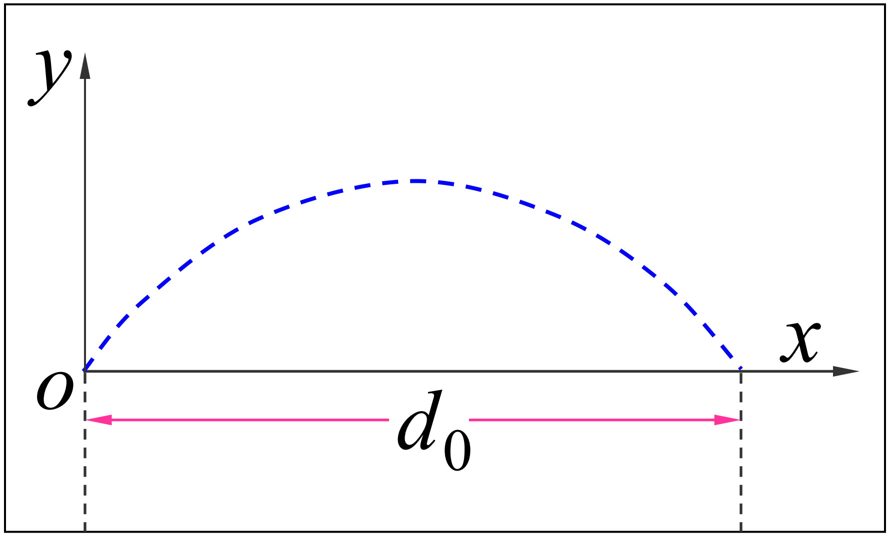
3）轨道方程： 消去方程中的参数 t 得轨迹方程

$$y=x\tan\theta-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

（4）最大射程 （y=0）

$$d_0 = \frac{2v_0^2}{g}\sin\theta\cos\theta$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$



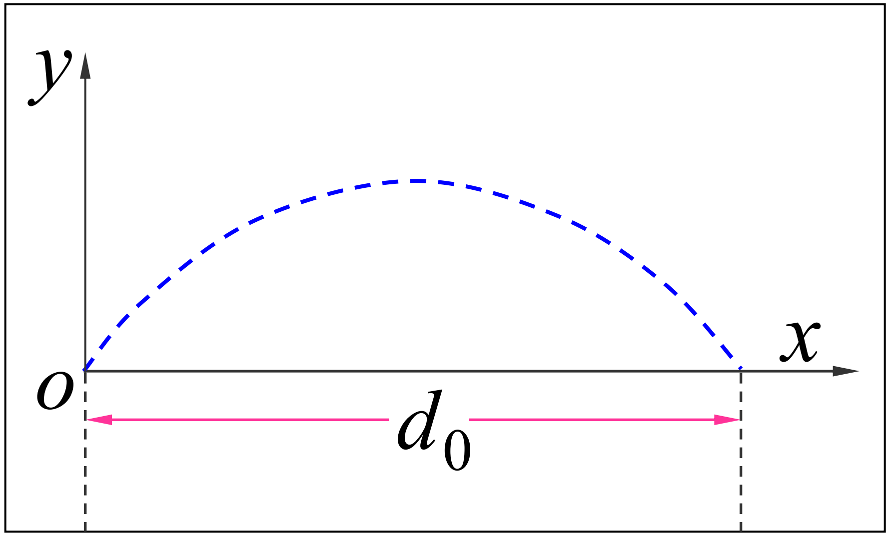
$$\frac{\mathrm{d}d_0}{\mathrm{d}\theta} = \frac{2v_0^2}{g}\cos 2\theta = 0$$

$$\theta = \pi/4$$

最大射程 $d_{0\mathrm{m}} = v_0^2 / g$

（5）上升时间：（$V_y=0$）

$$t=\frac{v_0\sin\theta}{g}$$



（6）最大高度：$$Y_m=\frac{v_0^{\ 2}\sin^2\theta}{2g}$$

（7）落地时间：（y=0）$$t=\frac{v_0\sin\theta}{g}$$

其他抛体运动：

$$\theta=\frac{\pi}{2},\text{竖直上抛。}$$

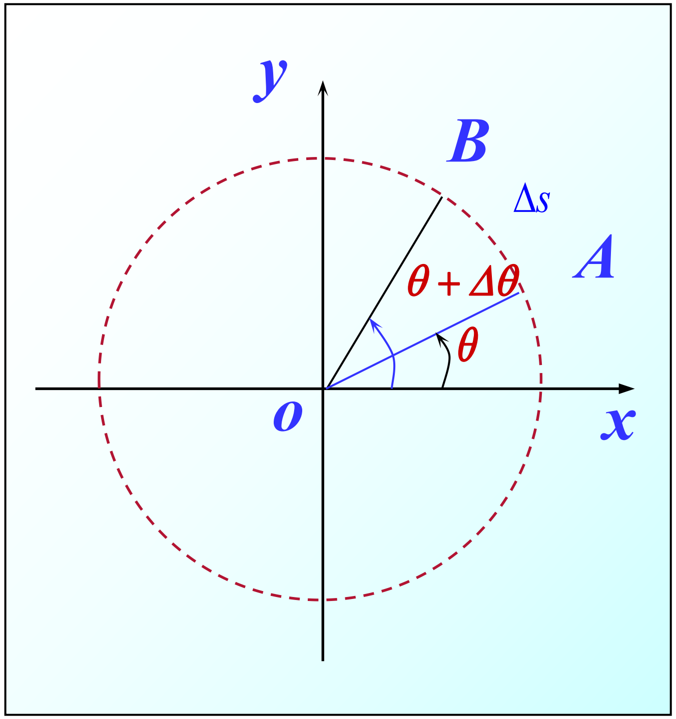
$$\theta=0,\text{平抛。}$$

§1.7 圆周运动

1、圆周运动的角量表示

(1) 角坐标与角位移

设t时刻质点在A点，$t+\Delta t$时刻运动到B点（如图）。



θ ：角坐标

$\Delta\theta$ ：角位移

(2) 角速度

平均角速度： $\overline{\omega} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

瞬时角速度： $\boxed{\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \overline{\omega} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}}$

(3)角加速度

平均角加速度： $\overline{\alpha}=\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$

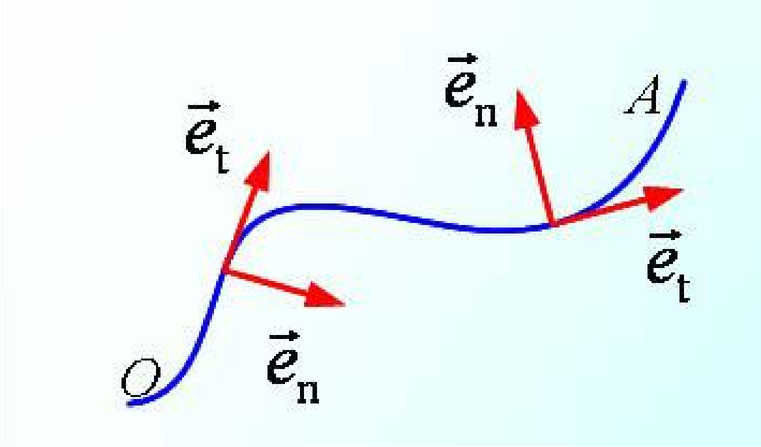
瞬时角加速度： $\boxed{\alpha=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}}$

在国际单位制中，角坐标θ 、角位移 $\Delta\theta$ 的单位为弧度（rad），角速度 ω 的单位为弧度每秒（rad/s），角加速度α 的单位为弧度每二次方秒（rad/s²）。

2、变速圆周运动的切向加速度和法向加速度

➤自然坐标系：

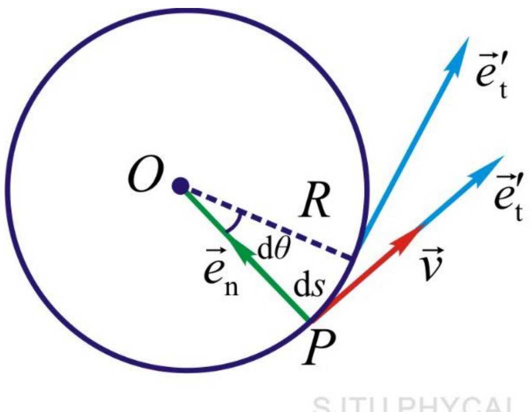
在质点运动轨迹上的任意点，均可建立如下坐标系：



其中一根坐标轴沿该点的切线方向，单位矢量为$\vec{e}_t$；另一条坐标轴沿该点轨迹的法线并指向曲线的凹侧，单位矢量为 e_n，称为自然坐标系。

（1）速度： $\vec{v} = v\vec{e}_t = \dfrac{ds}{dt}\vec{e}_t$

质点作圆周运动时，其速率通常叫线速度。 $v = R\omega$



（2）切向加速度和法向加速度

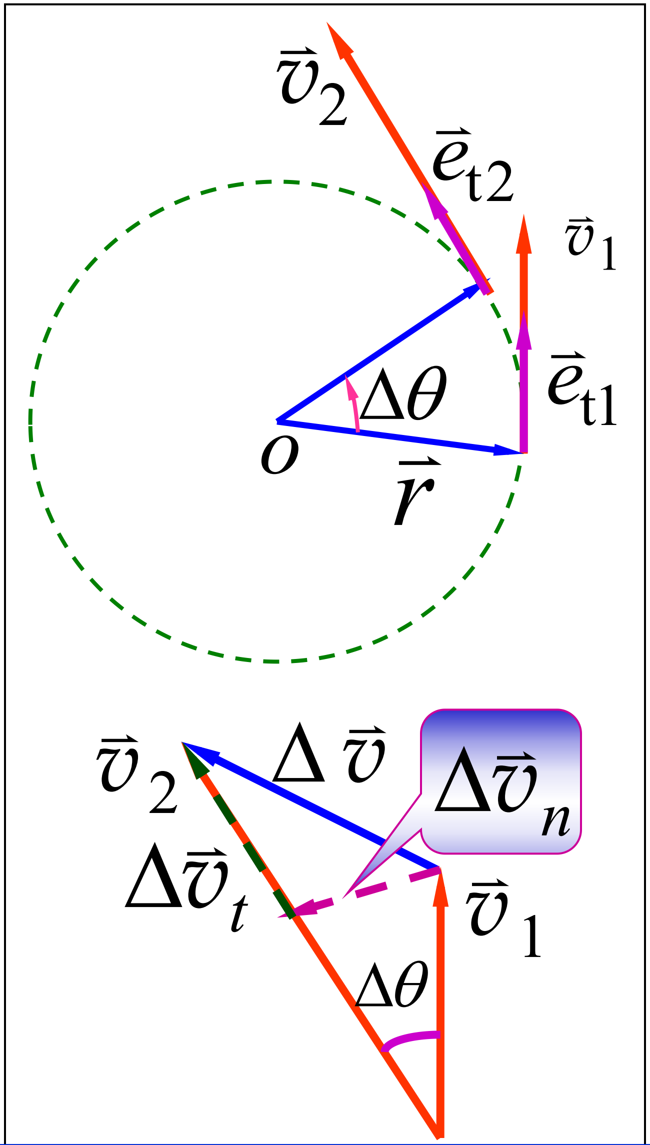
$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_{\mathrm{t}} + \Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}}{\Delta t}$$

*A*点的法向加速度的大小为

$$a_n = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

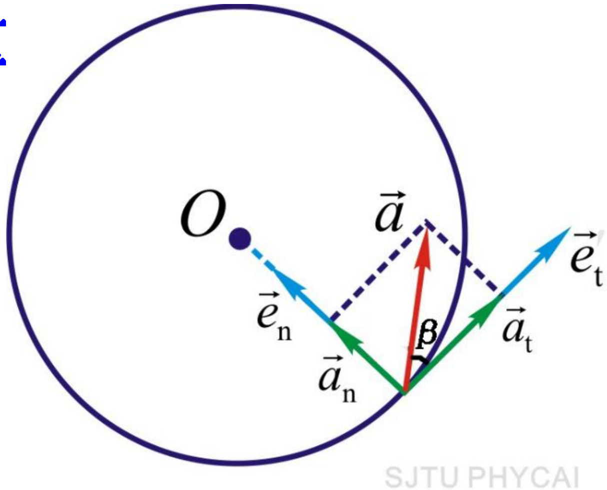
法向加速度是描述速度方向变化的物理量。因此，法向加速度只改变速度的方向，不改变速度的大小。



A点的切向加速度的大小为

$$|\vec{a}_t| = \frac{dv}{dt} = r\alpha$$

切向加速度是描述速度大小变化的物理量



总结： ➢ 圆周运动的加速度

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_t\vec{e}_t + a_n\vec{e}_n$$

切向加速度（速度大小变化引起）

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r\alpha$$

法向加速度（速度方向变化引起）

$$a_n = v\omega = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

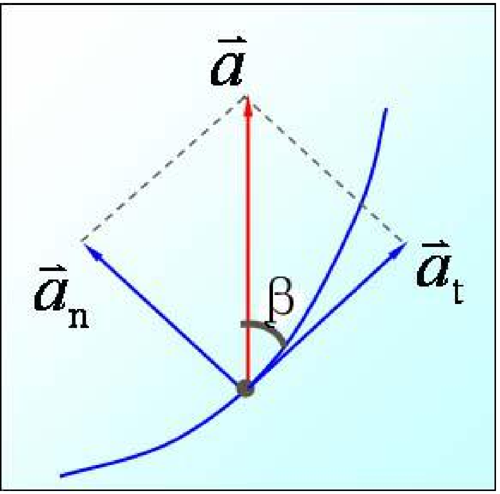
大小：

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

方向：

$\vec{a}$与$\vec{e}_t$ 夹角$\beta = \tan^{-1}\dfrac{a_n}{a_t}$

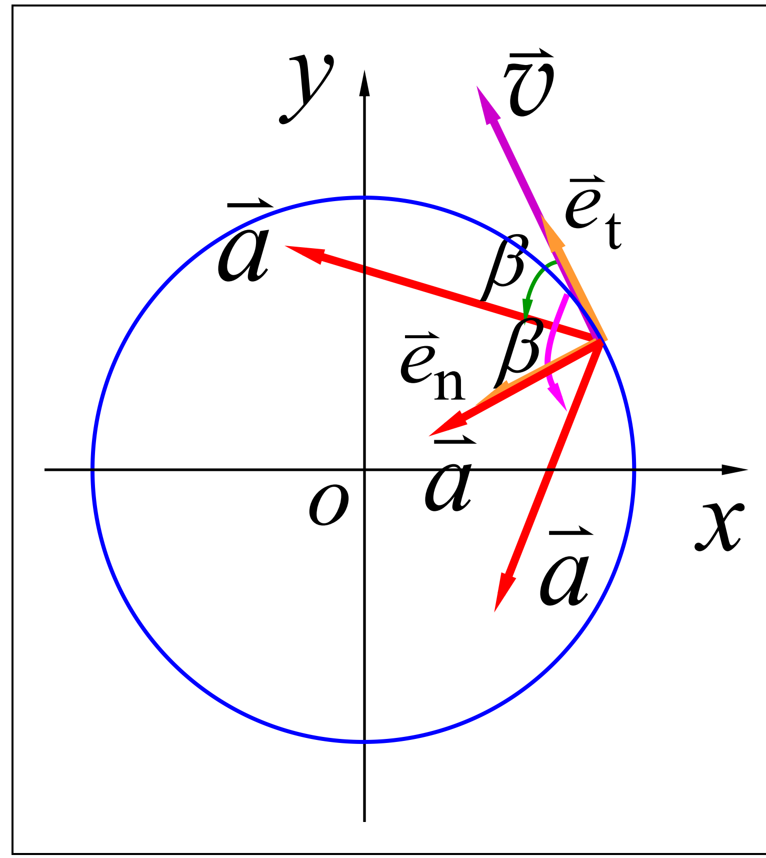
$$\beta = \tan^{-1}\frac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}} \qquad \because a_{\mathrm{n}} > 0 \quad \therefore 0 < \beta < \pi$$



➢ 切向加速度

$$a_{\mathrm{t}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\alpha$$

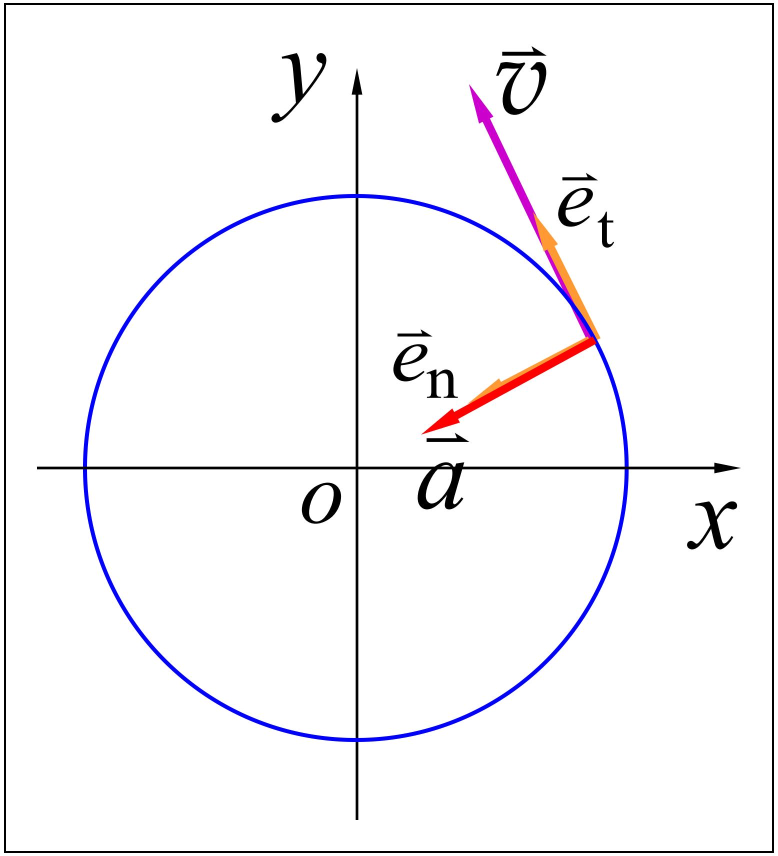
$$a_{\mathrm{t}} \begin{cases} > 0, & 0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}, \quad v \text{ 增大} \\ = 0, & \beta = \dfrac{\pi}{2}, \quad v \equiv \text{常量} \\ < 0, & \dfrac{\pi}{2} < \beta < \pi, \quad v \text{ 减小} \end{cases}$$



对于匀速率圆周运动 $a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{v^2}{r}\vec{e}_{\mathrm{n}} = \omega^2 r\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

向心加速度



对于一般的曲线运动

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{t}}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{t}} + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

其中 $\rho = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}$ 叫该点的曲率半径.

讨 论

对于作曲线运动的物体，以下几种说法中哪一种是正确的：

（A）切向加速度必不为零；

★（B）法向加速度必不为零（拐点处除外）；

（C）由于速度沿切线方向，法向分速度必为零，因此法向加速度必为零；

（D）若物体作匀速率运动，其总加速度必为零；

讨 论

例 质点作半径为R的变速圆周运动的加速度大小为：

（1） $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

（2） $\dfrac{v^2}{R}$

（3） $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+\dfrac{v^2}{R}$

★（4） $\sqrt{(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t})^2+(\dfrac{v^2}{R})^2}$

3、匀变角加速圆周运动公式

- 角加速度 $\alpha=\dfrac{d\omega}{dt}$
- 切向加速度 $a_t=\dfrac{dv}{dt}=r\alpha$
- 若 α = 常量，$t=0$ 时，$\theta=\theta_0$，$\omega=\omega_0$，可求

匀变角加速圆周运动公式.

$$\begin{cases}\omega=\omega_0+\alpha t\\ \theta=\theta_0+\omega_0 t+\dfrac{1}{2}\alpha t^2\\ \omega^2=\omega_0^2+2\alpha(\theta-\theta_0)\end{cases}$$

注意：仅适用于角加速度为恒量情况.

提要

1、参考系——一个固定在参考物上的坐标系和相应的一套同步的钟。

2、运动函数　$\vec{r}(t)=x(t)\hat{i}+y(t)\hat{j}+z(t)\hat{k}$

位移矢量　$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)$

3、速度和加速度　$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$　　$\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

速度合成　$\vec{v}=v_x\hat{i}+v_y\hat{j}+v_z\hat{k}$

加速度合成　$\vec{a}=a_x\hat{i}+a_y\hat{j}+a_z\hat{k}$

4、匀加速运动　$\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$　　$\vec{r}=\vec{r}_0+\vec{v}_0t+\dfrac{1}{2}\vec{a}t^2$

5、匀加速直线运动　$v = v_0 + at$　$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

6、抛体运动

$$v_x = v_0 \cos\theta \qquad x = v_0 t \cos\theta$$

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt \qquad y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2}gt^2$$

7、圆周运动

角速度　$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}$

加速度　$\vec{a} = a_t \hat{t} + a_n \hat{n}$

法向加速度　$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$

角加速度　$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

切向加速度　$a_t = \frac{dv}{dt} = R\alpha$

课后作业

1.3

1.6

1.10

1.16