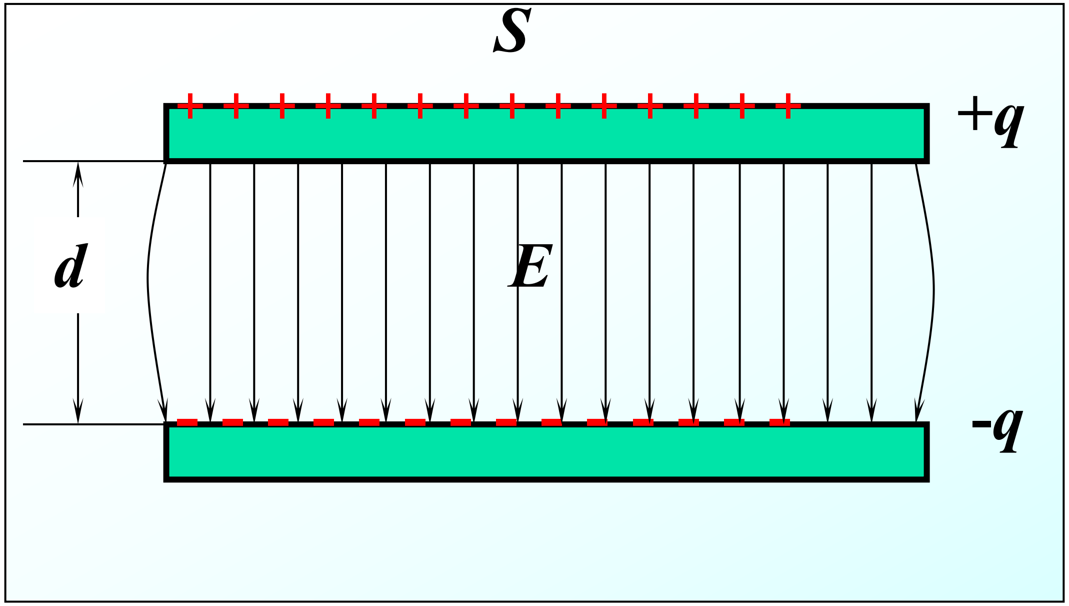
第 12 章　电容器和介电质



本章内容

【学习目的】

（1）理解电容器电容概念，掌握计算电容的方法和电容器串、并联时电荷、电压分配的规律；

（2）理解介电质极化概念，掌握有介质时的高斯定律

（3）理解介电质中的场强、电位移矢量的物理意义及其关系，并能熟炼地求出几何形状比较规则的各向同性的均匀介质内外的场强。

（4）掌握电容器的储能公式，了解电场能量和能量密度概念。

【教学重点】

介电质的极化规律，介电质中的高斯定律、场强与电位移矢量的物理意义及其关系。

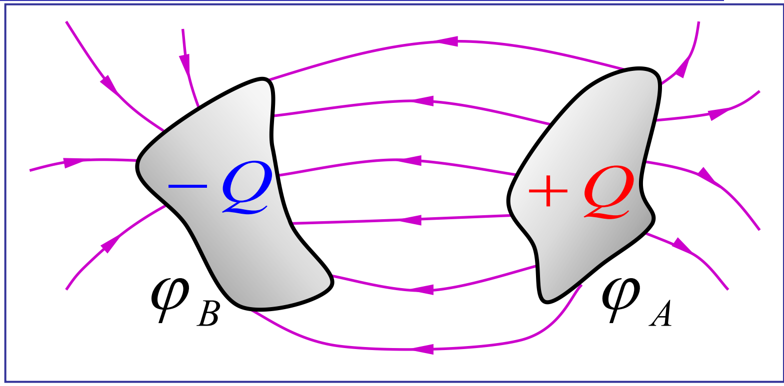
【教学难点】

介电质的极化、电位移、D的高斯定律。

作业

12-2，12-4，12-10、12-12、12-14。

§12.1　电容器及其电容



1、电容器电容的计算

（1）假设电容器的两个极板 ***A***、***B*** 分别带 **+Q** 和 **-Q** 电荷。

（2）求两极板间的电场分布。

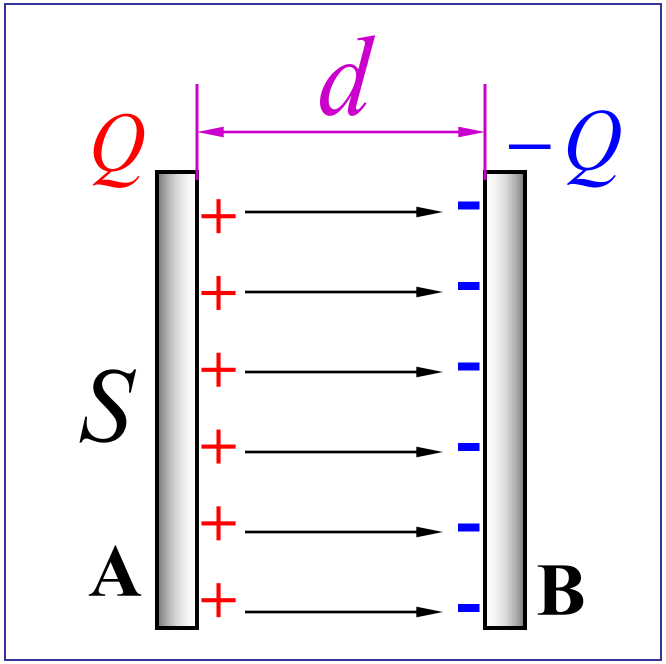
（3）由场强与电势的积分关系求两极板的电势差U；

（4）由定义式计算电容C：

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

•平板电容器.

$$C=\frac{Q}{U}=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}$$



• 圆柱形电容器:

$$C=\frac{Q}{U}=2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l/\ln\frac{R_B}{R_A}$$

•球形电容器:

$$C=\frac{Q}{U}=4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$$

说明

（1）比较：

电容器：两个导体的组合；

电容：描述导体组合的性质的物理量。

（2）电容是表征电容器容电能力大小的物理量。

单位：

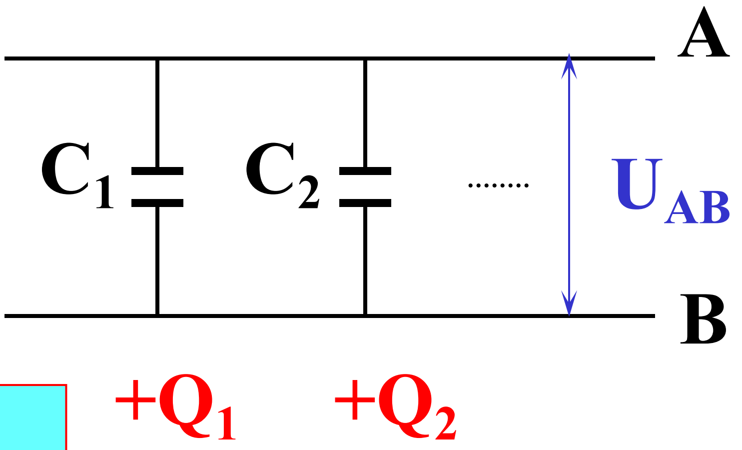
$$1\,\mathrm{F} = 1\,\mathrm{C/V}$$

$$1\,\mu\mathrm{F} = 10^{-6}\,\mathrm{F}$$

$$1\,\mathrm{pF} = 10^{-12}\,\mathrm{F}$$

§12.2　电容器的联接

1. 电容器的并联



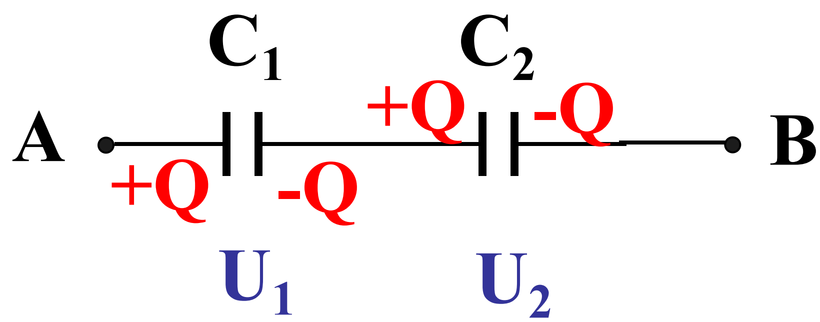
$$U_1 = U_2 = \cdots = U_n$$

$$\boxed{C = \frac{Q}{U_{AB}} = C_1 + C_2 + \cdots}$$

并联时，总电容等于各个分电容之和。并联后，总电容值增大了，但总电容的耐压能力降低了，只能等于分电容中最低的耐压值，否则就可能击穿。

2. 电容器的串联

$$Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_n$$



$$\frac{1}{C} = \frac{U_{AB}}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$$

串联时，总电容的倒数等于分电容的倒数和。显然，总电容值减小了，但总电容的耐压能力却提高了，总电容的耐压值大于任一分电容的耐压值。

§12.5 D矢量及其高斯定律

$$\oint_s \vec{D}\cdot \mathrm{d}s = q_0$$

电位移通量

该式表明：通过介电质中任一闭合曲面的电位移通量等于该面内所包围的自由电荷量的代数和。

说明

（1）$\vec{D}$ ------电位移矢量，单位 C/m²

（2）矢量 $\vec{D}$、$\vec{E}$ 之间的关系：

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{r}} \vec{E} = \varepsilon \vec{E}}$$

------介电质的性质方程

（只在各向同性的介电质中成立）

讨论

有电介质存在时的高斯定理 $\oint_s \vec{D}\cdot \mathrm{d}s = q_0$

（1）电位移矢量 $\vec{D}$ 是一辅助矢量，没有真实的物理意义，在介质中反映电场力性质仍是电场强度 $\vec{E}$，因而仍有 $\vec{F} = q\vec{E}$

（2）上式说明 $\vec{D}$ 对 S 面的通量等于 S 内的自由电荷量，与 q' 无关，但 $\vec{D}$ 本身与 q' 和 q_0 均有关。

（3）如果 $q_0 = 0$，则 $\oint_s \vec{D}\cdot ds = 0$

说明　电位移通量为0，但 $\vec{D}$ 不一定为0；*S*面内不一定无极化电荷和自由电荷,只是自由电荷的代数和为零。

（**4**）公式简洁对称，可与真空中的高斯定理类比。

$$\oint_s \vec{D}\cdot \mathrm{d}s = q_0 \qquad \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

真空中：　$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

$$\oint_s \vec{D}\cdot \mathrm{d}s = \oint_s \varepsilon_0 \vec{E}\cdot d\vec{s} = q_0$$

有介质时的高斯定理是真空中的高斯定理的推广，也可以说真空是介质的一个特例，真空是特殊的介质。

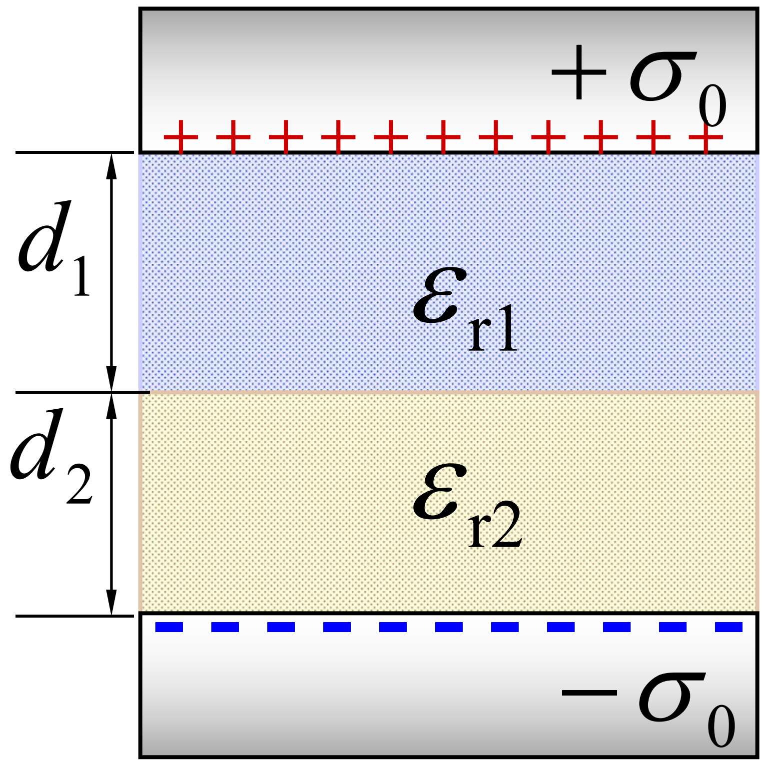
例　一平行平板电容器充满两层厚度各为 d_1 和 d_2 的电介质，它们的相对电容率分别为 $\varepsilon_{\mathrm{r}1}$ 和 $\varepsilon_{\mathrm{r}2}$，极板面积为 S，**求**电容器的电容。

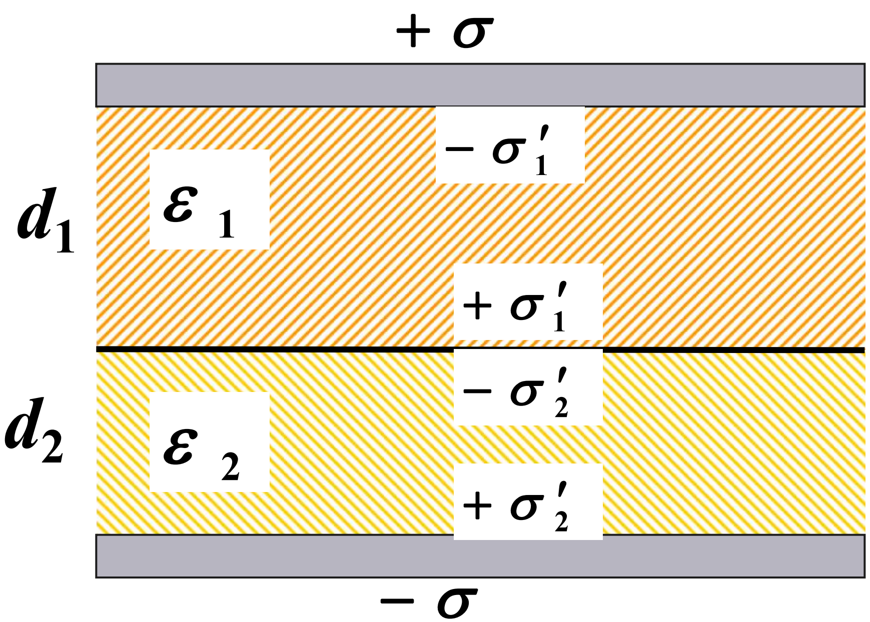
解

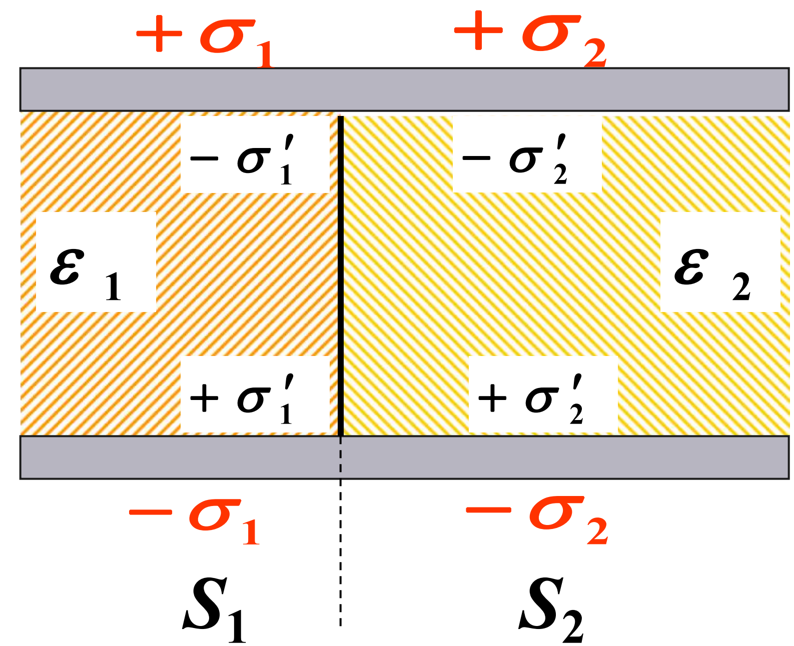
$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

$$C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}S}{d_1}\qquad C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S}{d_2}$$

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}1}\varepsilon_{\mathrm{r}2}S}{\varepsilon_{\mathrm{r}1}d_2+\varepsilon_{\mathrm{r}2}d_1}$$







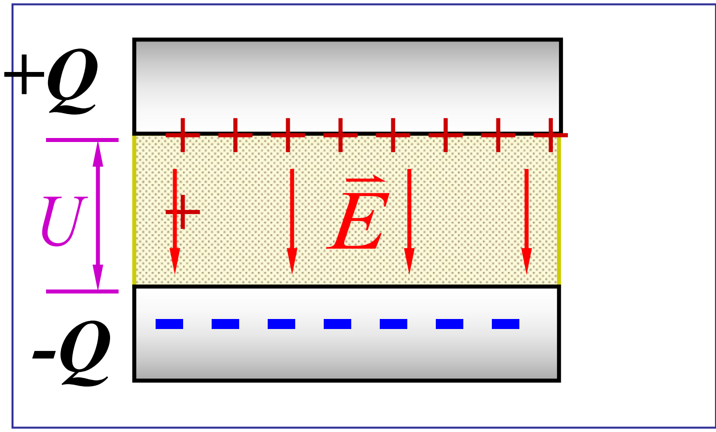
$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

串联

$$C = C_1 + C_2$$

并联

§12.6　电容器的能量



$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

适用于任意形状的电容器

§12.7 介电质中电场的能量

电场能量密度 $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}ED$

（1）说明电场是能量的携带者。

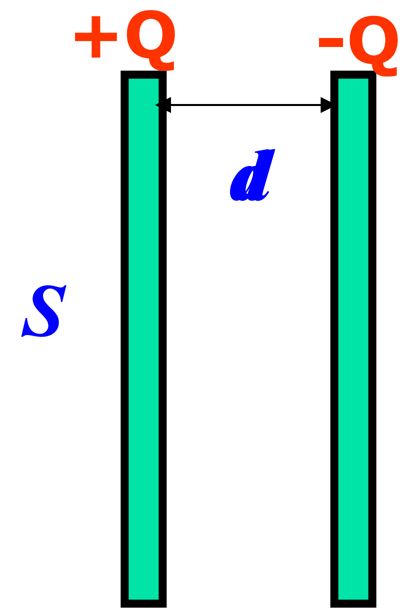
（2）可用于方便计算外力的功、外力、电容器的电容等。

例题 一平行板空气电容器极板面积为S，两极板的间距为d，用电源充电后两极板上带电分别为$\pm Q$，断开电源后再用外力缓慢地把两极板间距拉大到$2d$，试求在拉大过程中：

（1）外力克服两极板相互吸引力所作的功；

（2）两极板之间的相互吸引力。

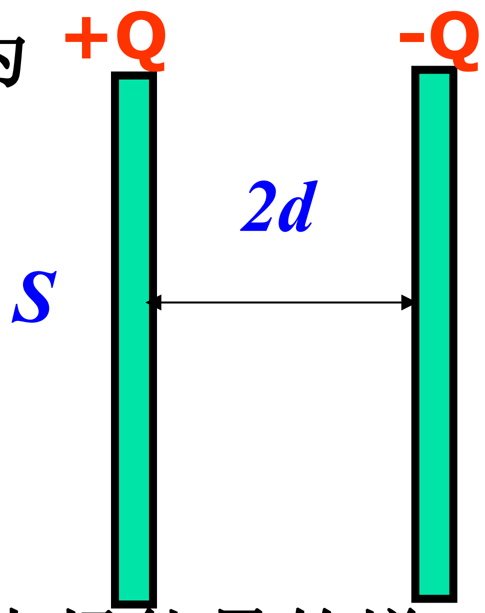
（空气的电容率为ε_0）



解：（1）两极板相距为d和$2d$时，平行板电容器的电容分别为

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \qquad C_2 = \varepsilon_0 \frac{S}{2d}$$

当极板上带电±Q时所储的电能分别为



$$W_1=\frac{Q^2}{2C_1}=\frac{1}{2}\frac{Q^2 d}{\varepsilon_0 S}$$

$$W_2=\frac{Q^2}{2C_2}=\frac{1}{2}\frac{Q^2\cdot 2d}{\varepsilon_0 S}$$

故两极板的间距拉开到$2d$后电容器中电场能量的增量为

$$\Delta W=W_2-W_1=\frac{1}{2}\frac{Q^2 d}{\varepsilon_0 S}$$

所以，外力所作的功A为:

$$A=\Delta W=\frac{1}{2}\frac{Q^2 d}{\varepsilon_0 S}$$

（2）由$A=Fd$，所以有

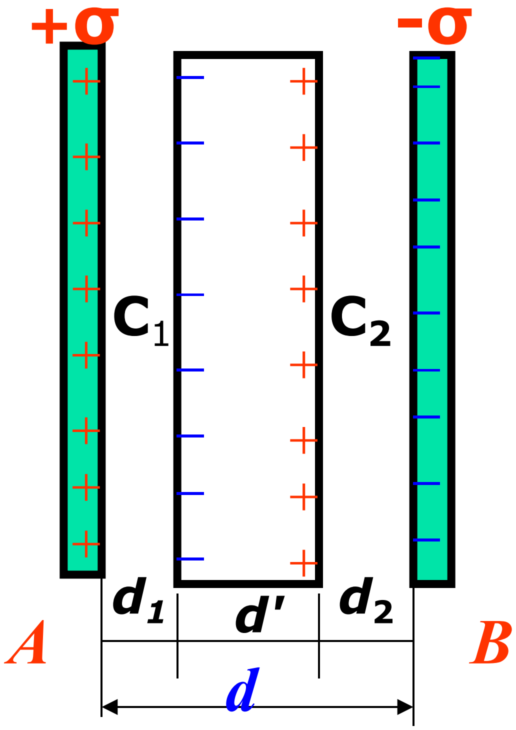
$$F=\frac{A}{d}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$$

例题4 平行板空气电容器每极板的面积S，极板间距为d今以厚度为d′=d/2的金属板平行地插入电容器内。

（1）计算此时电容器的电容；

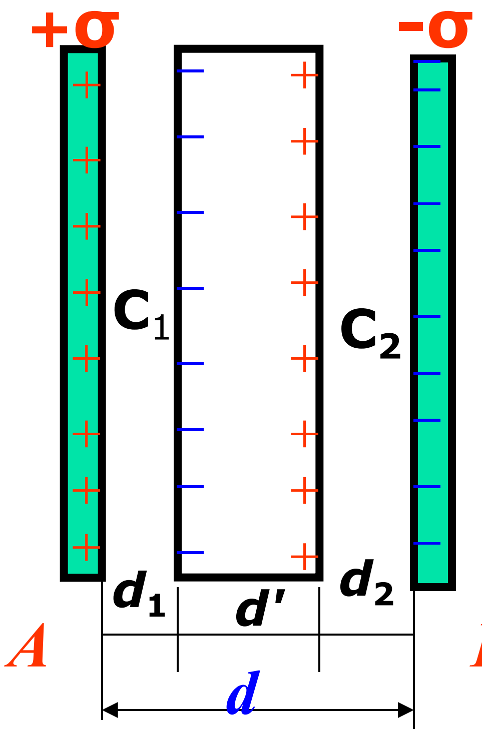
（2）金属板离极板的距离对上述结果是否有影响？

（3）使电容器充电到两极板的电势差为U后与电源断开，再把金属板从电容器中抽出，外界需作功多少？



解：金属板未插入前的电容为

$$C=\varepsilon_0\frac{S}{d}$$



空气中场强为

$$E_0=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon_0 S}$$

金属板中场强为 0

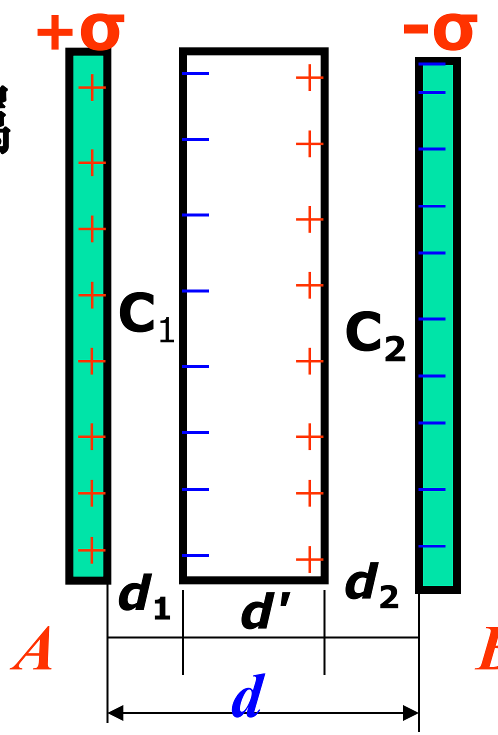
两极板 A、B间的电势差为：

$$U=\varphi_A-\varphi_B=E_0d_1+E_0d_2$$

$$=E_0(d-d')=\frac{q(d-d')}{\varepsilon_0 S}$$

所以金属板插入后的电容C'为

$$C' = \frac{q}{\varphi_A - \varphi_B} = \frac{\varepsilon_0 S}{d - d'}$$



（2） C'的值与d_1和d_2无关，所以金属板离极板的距离不影响 C'的值。

（3）金属板未抽出时，电容器被充电到 U，此时所带电荷量 $Q= C'U$，电容器中所储静电能为

$$W' = \frac{Q^2}{2C'}$$

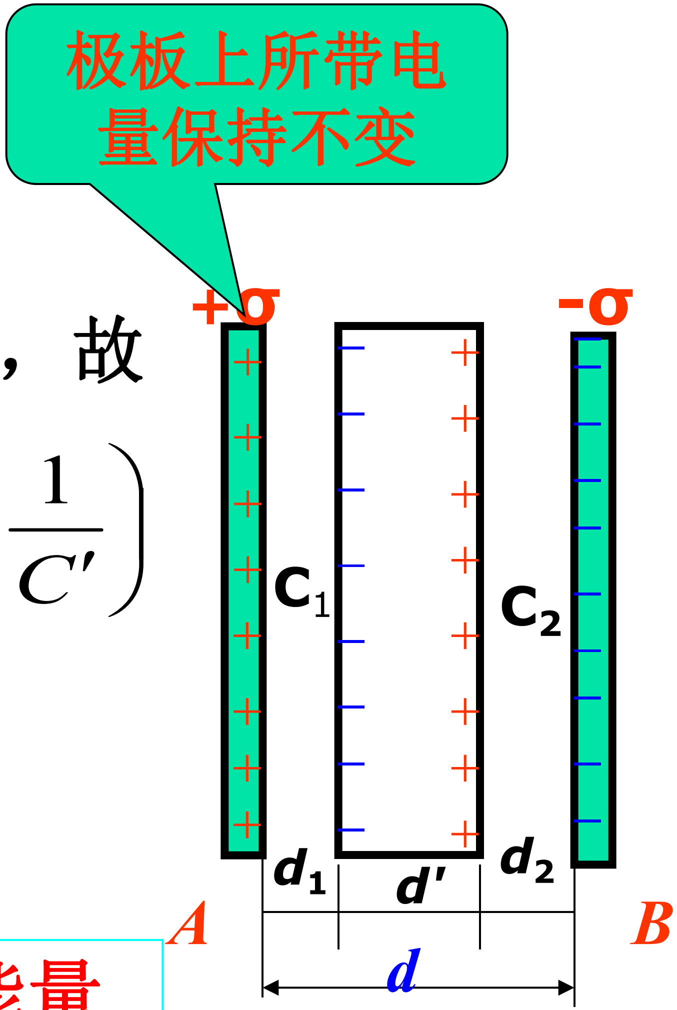
当电容器与电源切断后再抽出金属板时，电容器中所储静电能为

$$W=\frac{Q^2}{2C}$$

外力所作的功应等于能量的增量，故

$$A=\Delta W=W-W'=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C}-\frac{1}{C'}\right)$$

$$=\frac{Q^2d'}{2\varepsilon_0 S}=\frac{\varepsilon_0 Sd'U^2}{2(d-d')^2}$$



外力所做的功用来增加电容器的能量