第17-18章　振动 波动

【内 容】

1 简谐振动

2 振动的合成

3 平面简谐波

4 波的能量

5 惠更斯原理 波的传播特性

6 波的干涉

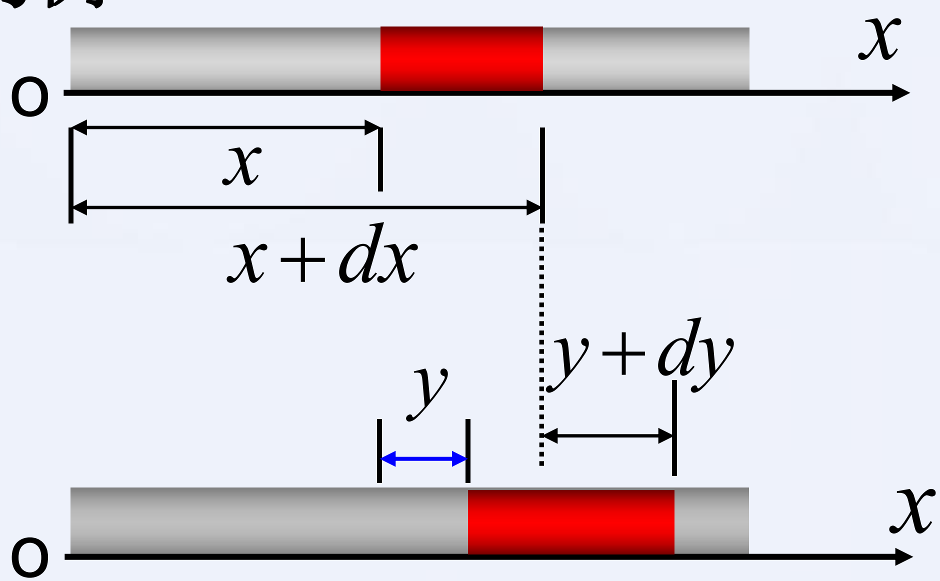
第四讲 波的能量

一、波的能量

振动动能 + 形变势能 = 波的能量

1、以棒内简谐纵波的传播为例

设介质的密度为ρ，质元原长为dx，横截面为s，其绝对形变为dy，



质元 $dm = \rho dV = \rho s dx$

平面简谐波 $y(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$

任意时刻**振动动能**

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-A\omega\sin\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$

$$dW_k=\frac{1}{2}(dm)v^2=\frac{1}{2}(\rho dV)A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$

弹性形变势能为

$$dW_P=\frac{1}{2}k(dy)^2=\frac{1}{2}\frac{ES}{dx}(dy)^2=\frac{1}{2}ESdx(\frac{dy}{dx})^2$$

$$dW_P=\frac{1}{2}\rho u^2(dV)A^2\frac{\omega^2}{u^2}\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi_0\right]$$

$$=\frac{1}{2}(\rho dV)A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi_0\right]$$

$$dW_k = \frac{1}{2}(\rho dV)A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$

$$dW_P = \frac{1}{2}(\rho dV)A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$

即在平面简谐波中，每一质元的动能和弹性势能是同相地随时间变化的.

总能量:

$$dW = dW_K + dW_P = (\rho dV)A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$

波动在介质中传播时，介质中任一体积元的总能量也随时间作周期性变化。 ——能量在传播

2、能量密度—— 单位体积的机械能

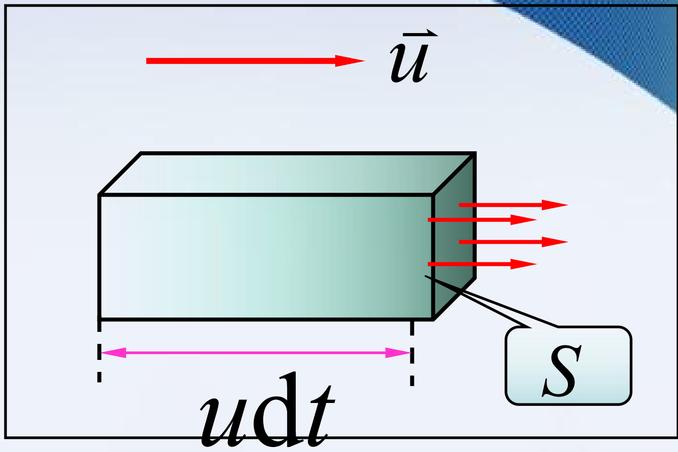
$$w=\frac{dW}{dV}=\rho A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$

平均能量密度——一个周期内能量密度的平均值

$$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T wdt=\frac{1}{T}\int_0^T \rho A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]dt=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

平均能量密度和介质的密度、振幅的平方以及频率的平方成正比。

二、波动能量的传播



1、能流：

单位时间内垂直通过某一面积的能量，用P表示：

$$P = wuS \qquad (J/s)$$

- 平均能流：能流在一个周期内的平均值

$$\boxed{\overline{P} = \overline{w}uS}$$

2、波的强度：

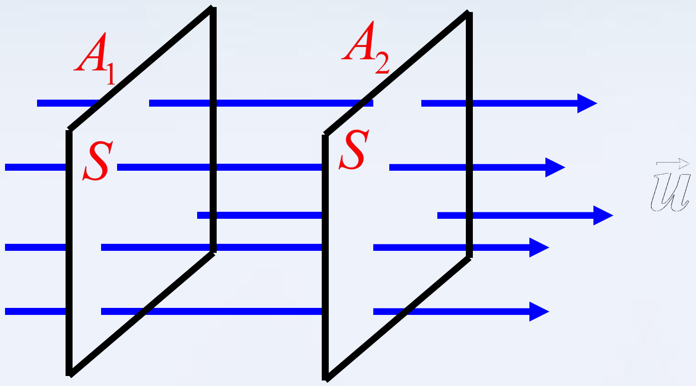
（也称为波的平均能流密度）

通过垂直于波传播方向的单位面积的平均能流.

$$I = \overline{P}/S = \overline{w}u = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 u \qquad (J/m^2 \cdot s)$$

三、波的吸收

1、平面余弦行波在均匀的、无吸收的介质中传播：



$$\overline{P}_1=\overline{w}_1uS=\frac{1}{2}\rho A_1^2\omega^2uS$$

$$\overline{P}_2=\overline{w}_2uS=\frac{1}{2}\rho A_2^2\omega^2uS$$

若 $\overline{P}_1=\overline{P}_2$ ，有 $A_1=A_2$ 。

介质不吸收能量时，平面余弦行波振幅不变，

若介质吸收机械波的能量，则传播时波的振幅将减小。

第五讲　惠更斯原理　波的传播特性

波的共同特征：

能量传播、衍射、反射、折射、叠加性、干涉等 。

一、　惠更斯原理

◆　介质中波动传播到的各点都可以看作是发射子波的波源，而在其后的任意时刻，这些子波的包络就是新的波前。这就是惠更斯原理。

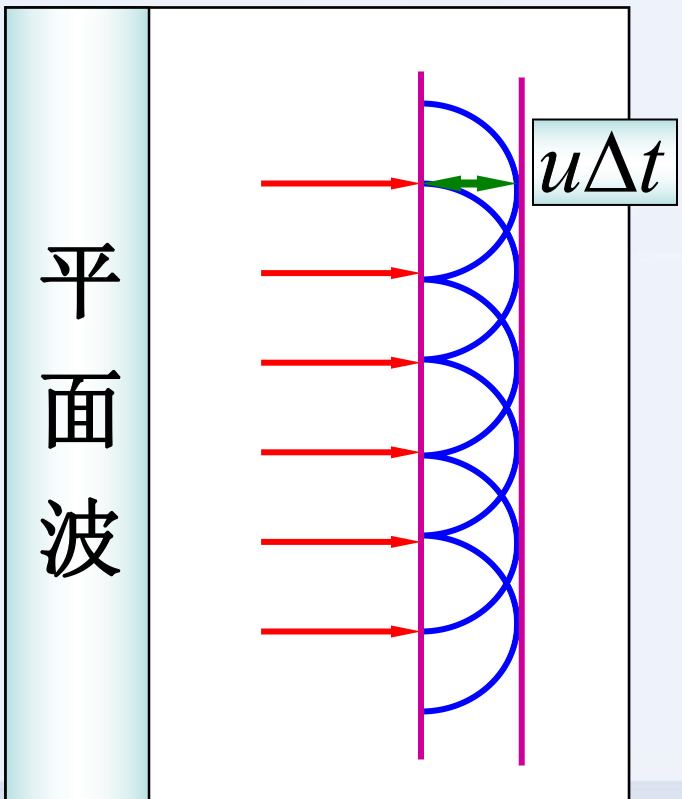
惠更斯，C.

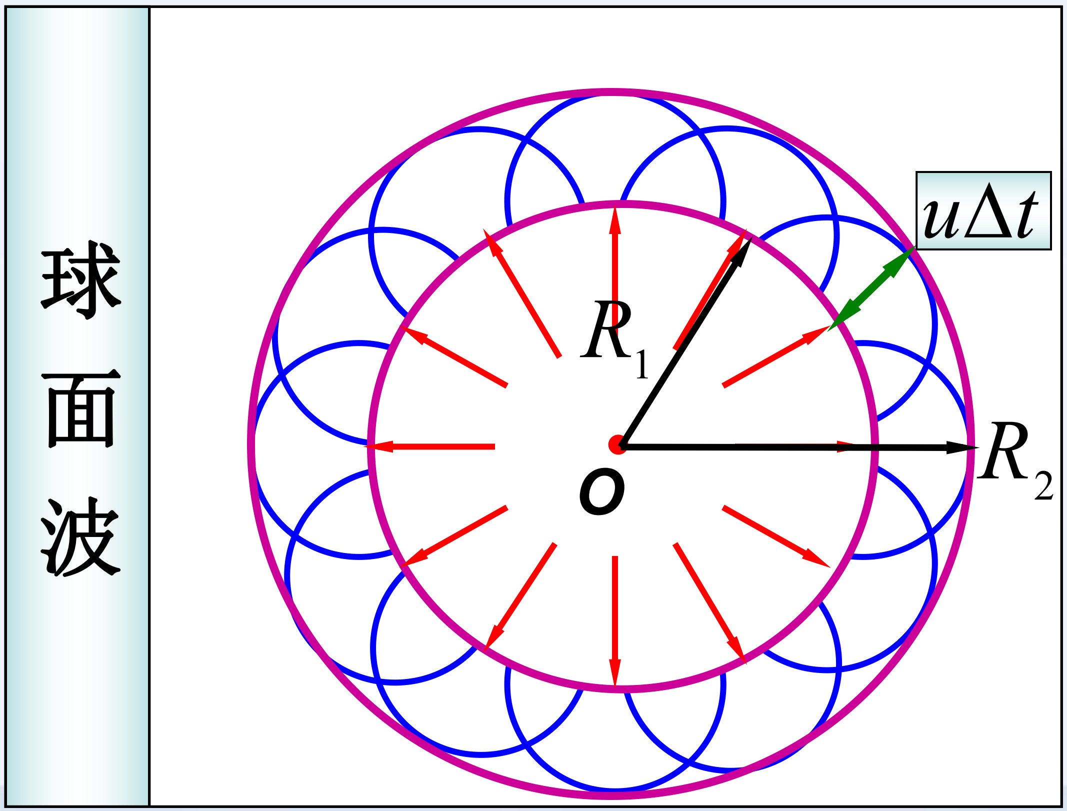
荷兰的物理学家、数学家、天文学家

• 惠更斯原理不仅适用于机械波，也适用于电磁波。

• 应用：

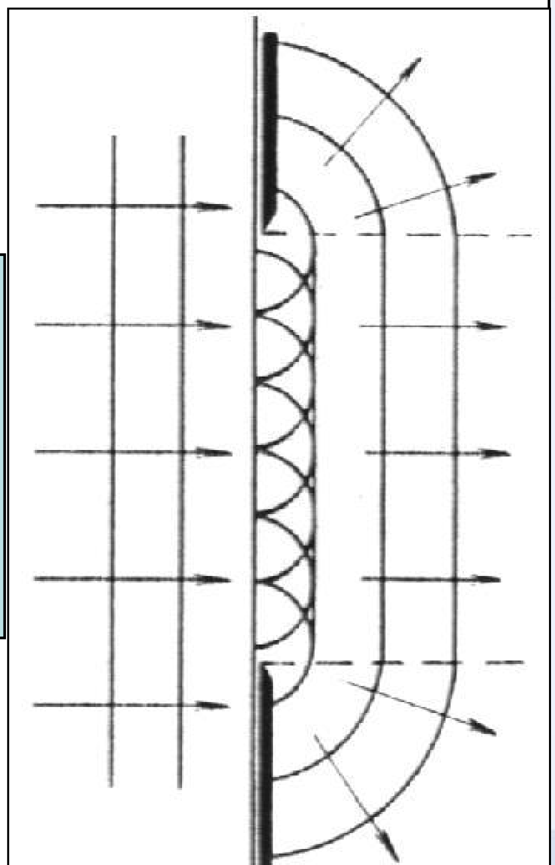
t 时刻波面 → $t+\Delta t$ 时刻波面 → 波的传播方向



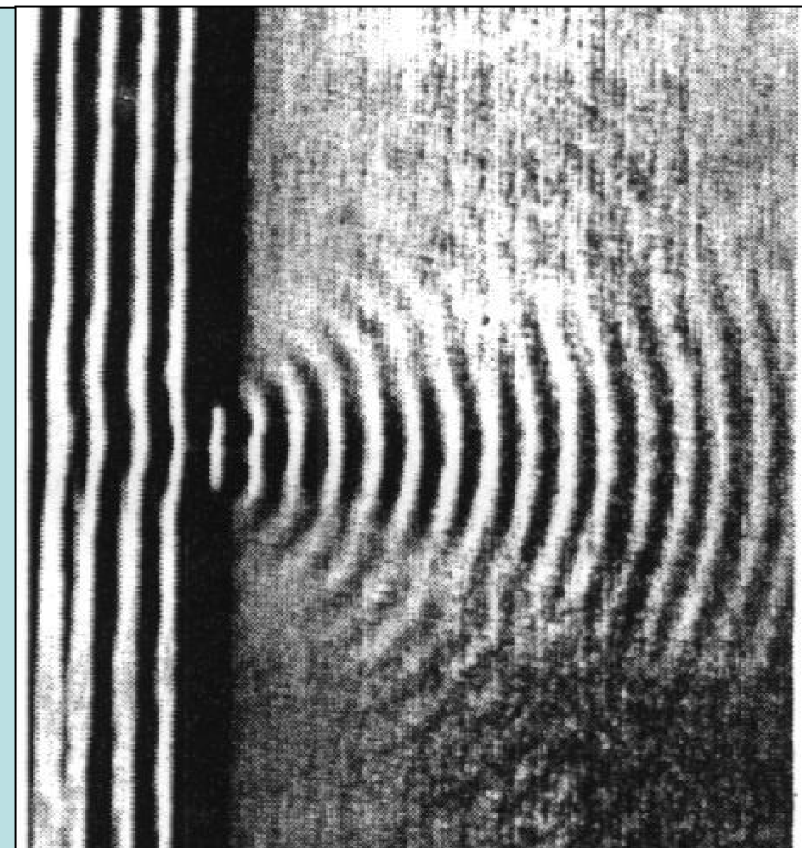


二、波的衍射现象

波在传播过程中遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘，在障碍物的阴影区内继续传播的现象。

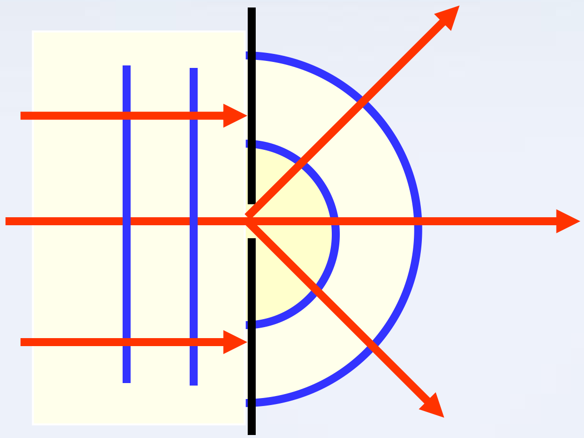


波的衍射

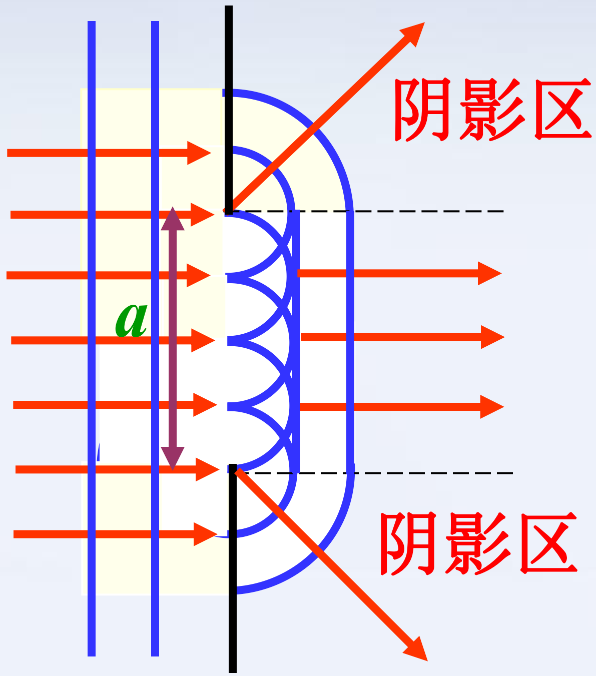


水波通过狭缝后的衍射

可用惠更斯原理解释：



（1）$a \ll \lambda$



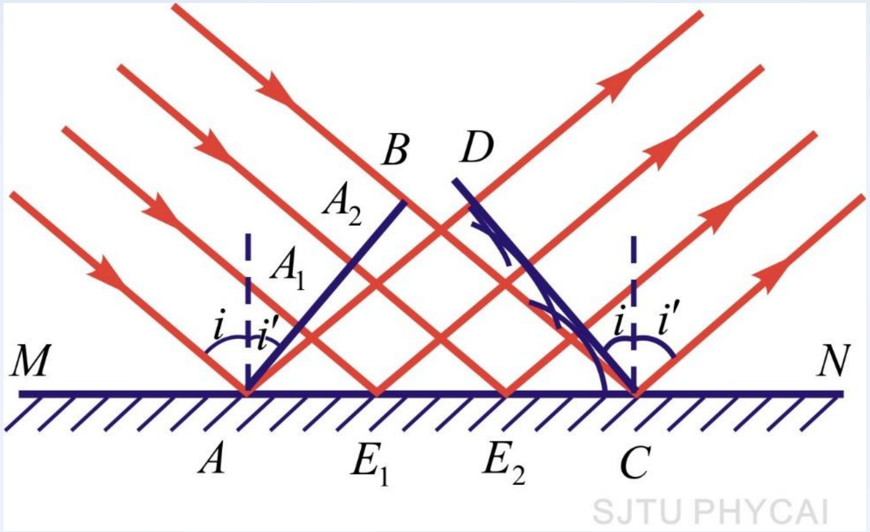
（2）$a \approx \lambda$

可见，长波衍射现象明显，方向性不好；

短波衍射现象不明显，方向性好。

(长波、短波是以波长与障碍物的线度相比较而言的)

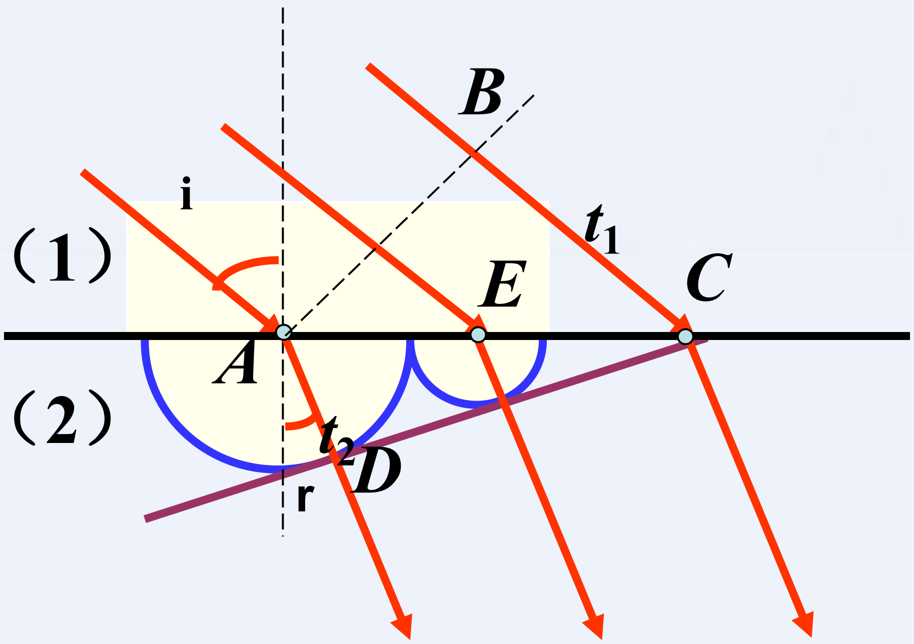
三、波的反射和折射现象



反射定律： $i = i'$

折射定律：

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{u_1}{u_2} = n_{21}$$

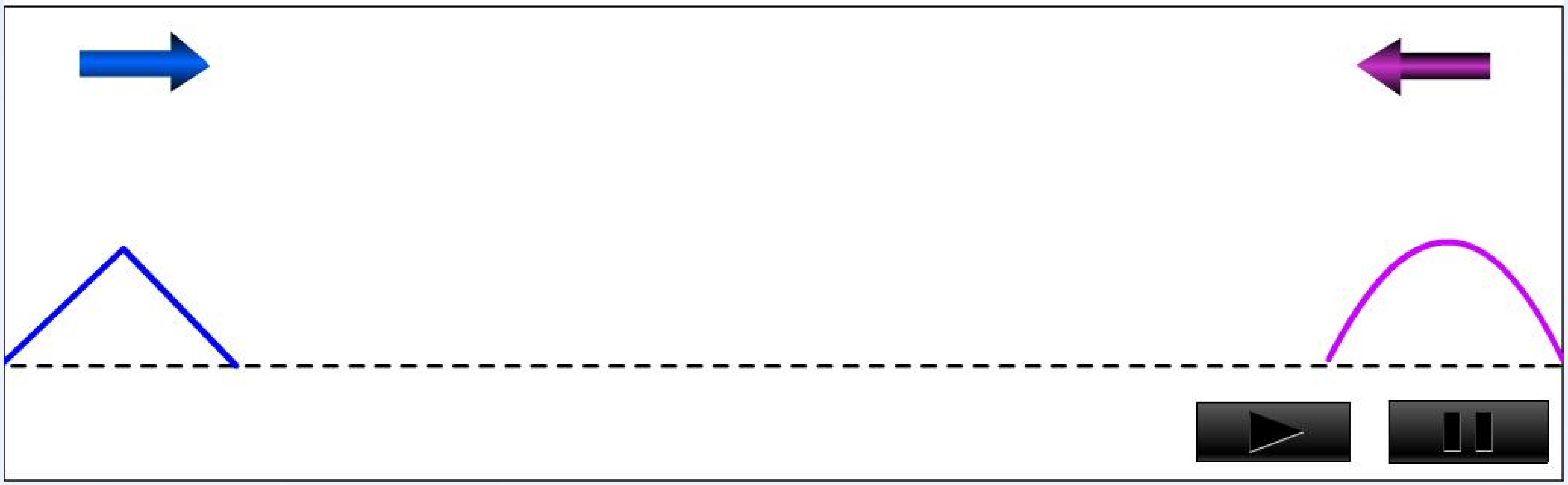


折射波传播方向

第六讲　　波的干涉

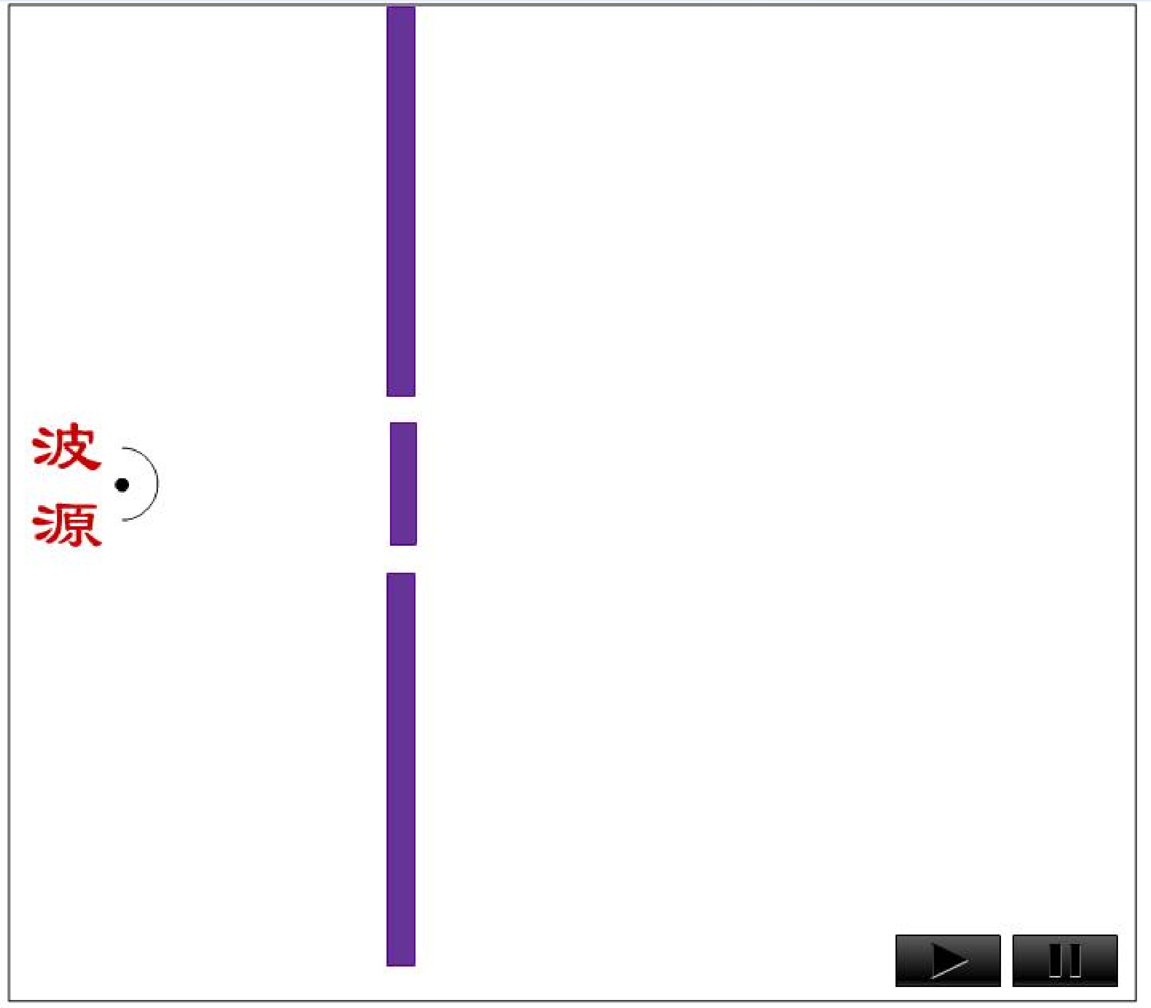
* 听乐队演奏
* 红绿光束空间交叉相遇
* 空中无线电波很多

一、 波的叠加原理



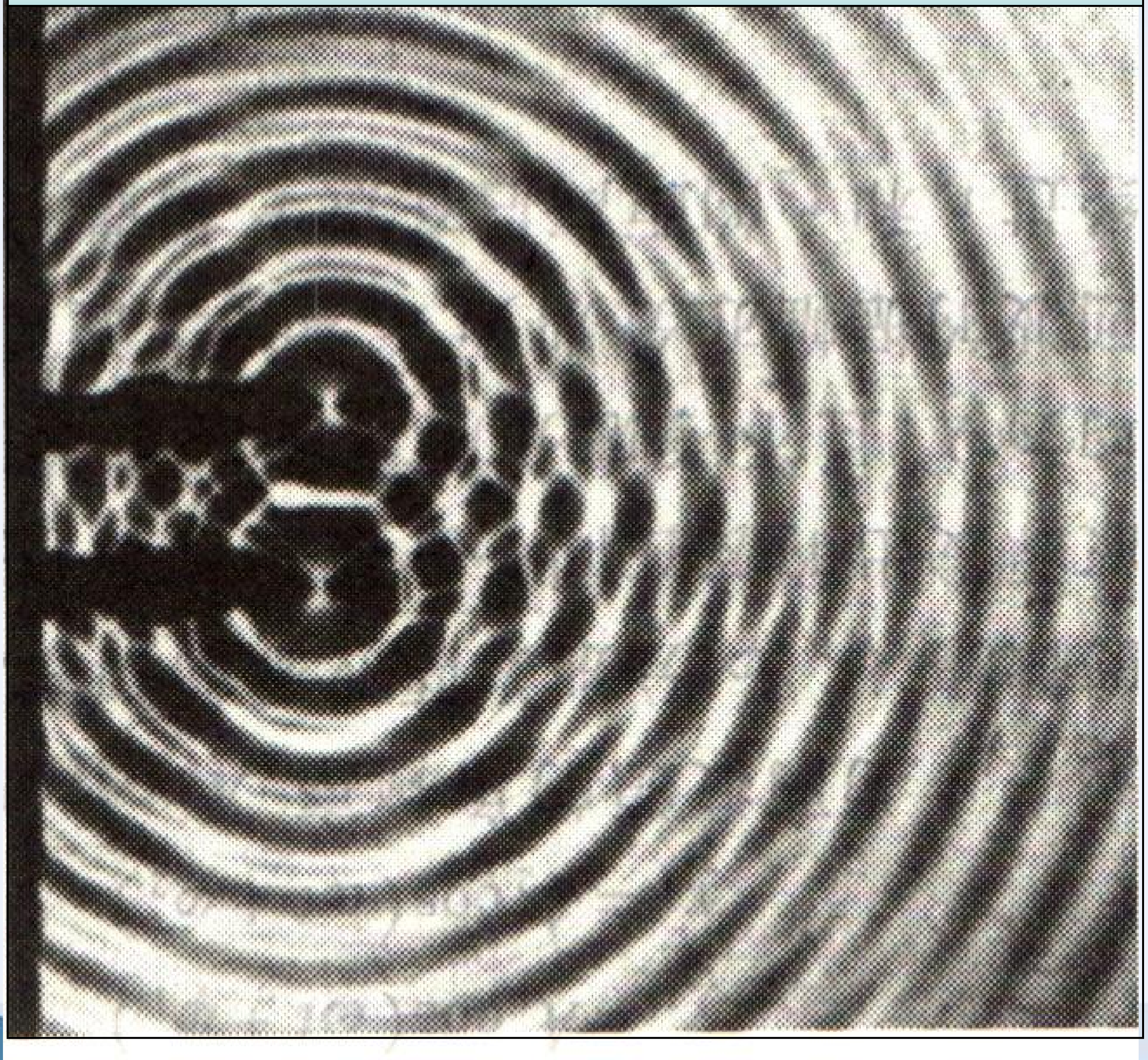
- 几列波相遇之后， 仍然保持它们各自原有的特征（频率、波长、振幅、振动方向等）不变，并按照原来的方向继续前进，如同没有遇到过其他波一样.
- 在相遇区域内任一点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和.

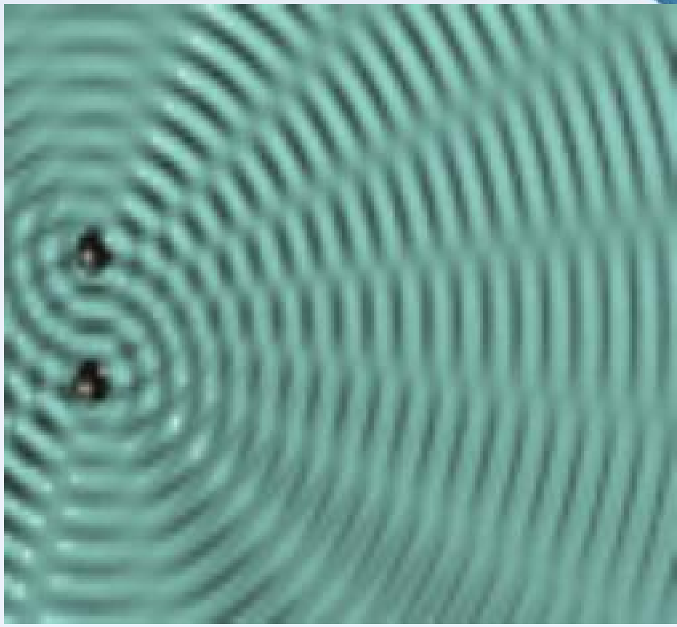
二、波的干涉现象

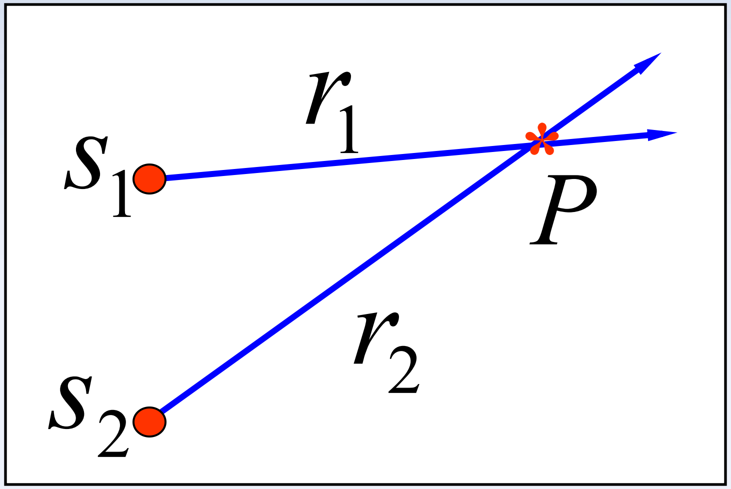


频率相同、振动方向平行、相位相同或相位差恒定的两列波相遇时，使某些地方振动始终加强，而使另一些地方振动始终减弱的现象，称为**波的干涉现象.**

水波的干涉现象







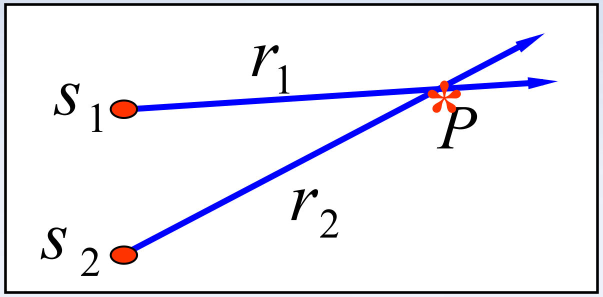
- 波的相干条件
  1）频率相同；
  2）振动方向平行；
  3）相位相同或相位差恒定.

波源振动

$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

点***P***的两个分振动

$$\begin{cases} y_{1p} = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi\dfrac{r_1}{\lambda}) \\ y_{2p} = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi\dfrac{r_2}{\lambda}) \end{cases}$$



$$y_p = y_{1p} + y_{2p}$$

$$= A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\tan\varphi_0 = \frac{A_1\sin(\varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2\sin(\varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})}{A_1\cos(\varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2\cos(\varphi_2 - \frac{2\pi r_1}{\lambda})}$$

振幅： $$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

合成波的强度： $$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

其中： $$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

常量

讨 论

$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \\ \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} \end{cases}$$

1） 合振动的振幅（波的强度）在空间各点的分布随位置而变，但是稳定的。

2）

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \\ \quad A = A_1 + A_2 \\ \Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \\ \quad A = \left|A_1 - A_2\right| \\ \Delta\varphi = \text{其他} \quad \left|A_1 - A_2\right| < A < A_1 + A_2 \end{cases}$$

振动始终加强

振动始终减弱

讨 论

$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \\ \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} \end{cases}$$

若 $\varphi_1 = \varphi_2$ 则 $\Delta\varphi = -2\pi\dfrac{\delta}{\lambda}$

波程差 $\delta = r_2 - r_1$

3）

$$\begin{cases} \delta = \pm k\lambda \quad k = 0,1,2,\cdots \\ A = A_1 + A_2 \quad \text{振动始终加强} \\ \delta = \pm(2k+1)\lambda/2 \quad k = 0,1,2,\cdots \\ A = |A_1 - A_2| \quad \text{振动始终减弱} \\ \delta = \text{其他} \quad |A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2 \end{cases}$$

波的强度 $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$

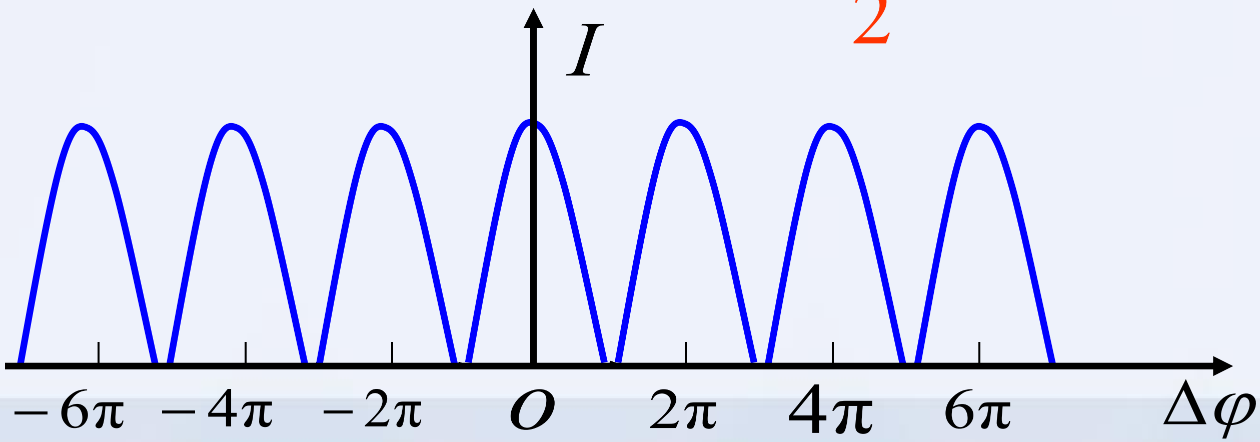
当 $r_2 - r_1 = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,\cdots)$ $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

当 $r_2 - r_1 = \pm(2k+1)\lambda/2 \quad (k = 0,1,2,\cdots)$

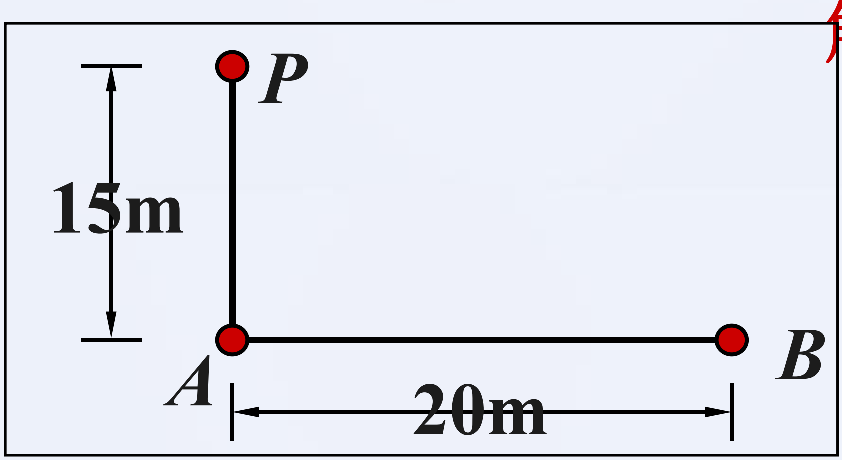
$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

若$I_1 = I_2$， $I = 2I_1[1+\cos(\Delta\varphi)] = 4I_1\cos^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}$

$$\begin{cases} I_{max} = 4I_1 \\ I_{min} = 0 \end{cases}$$



【例题】 如图所示，*A*、*B* 两点为同一介质中两相干波源，其振幅皆为5cm，频率皆为100Hz，但当点 *A* 为波峰时，点*B* 恰为波谷。设波速为10m/s，试写出由*A*、*B*发出的两列波传到点*P* 时干涉的结果.



解 $BP=\sqrt{15^2+20^2}\,\mathrm{m}=25\,\mathrm{m}$

$$\lambda=\frac{u}{f}=\frac{10}{100}\,\mathrm{m}=0.10\,\mathrm{m}$$

设 *A* 的相位较 *B* 超前，则 $\varphi_A-\varphi_B=\pi$.

$$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A-2\pi\frac{BP-AP}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{25-15}{0.1}=-201\pi$$

点*P* 合振幅 $A=|A_1-A_2|=0$