第二讲

1️⃣、判断线性方程组是否有解

例1.6 判断下列线性方程组是否有解，说明理由.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$k=1$ $k=-2$ $k\neq 1$ $k\neq -2$

7. 设 $\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2, \\ -2x_1 - 4x_2 + (5-\lambda)x_3 = -\lambda - 1, \end{cases}$ 问 λ 为何值时，此方程组有唯一解、无解或有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解.

B 类 题

第三讲

1️⃣、高斯消元法求解线性方程组

例1.7 求解下列线性方程组

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = -1 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

P4

例1.8 求解下列线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_4 = -1 \\ -4x_1 + 5x_2 - 8x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -2 \end{cases}$$

下面举一个求解齐次线性方程组的例子.

例1.8 用高斯消元法求解齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

P13

综合运用知识能力,具有一定的难度,见下例,其他例子参见第3章的第3.5节.

例1.9(2008) 设线性方程组 P26

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+2x_2+ax_3=0 \\ x_1+4x_2+a^2x_3=0 \end{cases}$$

与线性方程程$x_1+2x_2+x_3=a-1$有公共解，求a的值及所有公共解.

第五讲

1、根据矩阵加法运算求矩阵

例1 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, 求 $-3A+2B$ P15

例2 设 P16

设$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 计算$3E-5A$.

$B)) = C - B \Rightarrow A + 0 = C - B \Rightarrow A = C - B.$ P17

例3 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, 已知$C-3A^{\mathrm{T}}=2B-3C$, 求$C$.

2、证明题

例2.3 证明：任意方阵A都是对称矩阵与反对称矩阵之和.

证明 显然 $A=\frac{1}{2}(A+A^{\mathrm{T}})+\frac{1}{2}(A-A^{\mathrm{T}})$.

令 $B=\frac{1}{2}(A+A^{\mathrm{T}})$, $C=\frac{1}{2}(A-A^{\mathrm{T}})$ 得

$$B^{\mathrm{T}}=\frac{1}{2}(A+A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}=B$$

$$C^{\mathrm{T}}=\frac{1}{2}(A-A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}=\frac{1}{2}((-A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}+A^{\mathrm{T}})=-C$$

第六讲

1、直接利用矩阵乘法运算求矩阵

例3　计算下列矩阵的乘积，**并观察结果，探讨性质**

(1) $A=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$　　$B=\begin{pmatrix}4 & 5 & 6\end{pmatrix}$

(2) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\3 & 0 & 1\end{pmatrix}$　　$B=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\2 & 1 & 1\\-1 & 2 & 2\end{pmatrix}$

并求 AB ,.BA

(3) $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\1 & -2\end{pmatrix}$　　$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\-3 & -6\end{pmatrix}$

例4　$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\3 & 0 & 1\end{pmatrix}$　$B=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\2 & 1 & 1\\-1 & 2 & 2\end{pmatrix}$　P14

求AB　，并问　是否有意义?

因此一定要注意

例5　$A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\1 & -2\end{pmatrix}$　$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\-3 & -6\end{pmatrix}$　求 AB , BA　P15

7. 计算下列矩阵乘积:

(1) $\begin{pmatrix}4 & 3 & 1\\1 & -2 & 3\\5 & 7 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\2\\1\end{pmatrix}$;　(2) $(1\ 2\ 3)\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$;

(3) $\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}(-1\ \ 2)$;　(4) $\begin{pmatrix}2 & 1 & 4 & 0\\1 & -1 & 3 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\0 & -1 & 2\\1 & -3 & 1\\4 & 0 & -2\end{pmatrix}$;

(5) $(x_1\ \ x_2\ \ x_3)\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\a_{12} & a_{22} & a_{23}\\a_{13} & a_{23} & a_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$.

2、根据矩阵等式求矩阵

例 6　设 $A=\left(\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2}\right)$，$B=E-A^{T}A$，$C=E+2A^{T}A$，计算 BC.　P20

6. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & -1\\1 & -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\-1 & -2 & 4\\ \cdots\end{pmatrix}$, 求 $3AB-2A$ 及 $A^{T}B$.

3、求矩阵的幂

■ 例2.8(P39)　P30

$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\1 & 1 & -1 & -1\\1 & -1 & 1 & -1\\1 & -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

A^{10}

(3) 若 $AX=AY$，且 $A\neq O$，则 $X=Y$.

10. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\\lambda & 1\end{pmatrix}$, 求 $A^2, A^3, \cdots, A^k$.　(5) $D_n=$

4、证明题

例 设A是n阶反对称矩阵，B是n阶对称矩阵，则$AB+BA$是n阶反对称矩阵。

P38