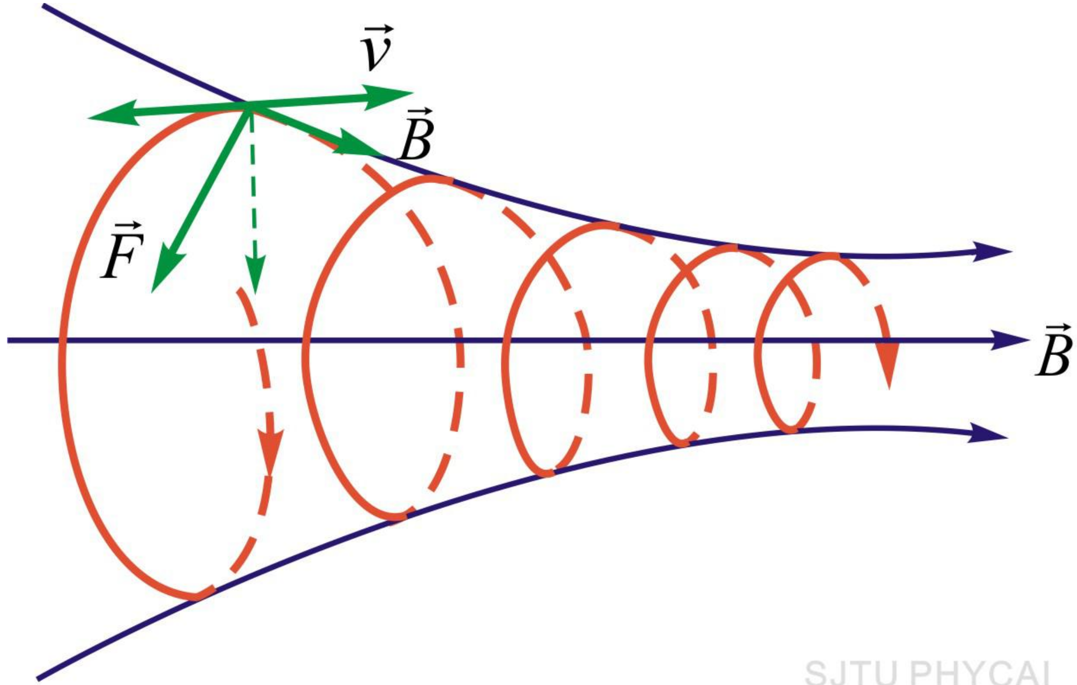
第 14 章　磁 力



本章内容

【学习目的】

（1）掌握洛仑兹公式和安培定律，掌握计算洛仑兹力、安培力的方法

(2)理解霍尔效应的原理及其应用

(3)理解载流线圈的磁矩的概念，掌握载流线圈磁力矩的计算

【教学重点 】

霍尔效应的原理和应用，载流导线在磁场中受到的力和力矩

【教学难点 】

载流线圈的磁矩

作业：14-1，14-7，14-12， 14-13。

§ 14.1 带电粒子在磁场中的运动

一、洛仑兹力

磁场对运动电荷施以的磁场力是洛仑兹力。

$$\boxed{\vec{f}_m = q\vec{\upsilon}\times\vec{B}}$$

$\vec{\upsilon}$ 点电荷运动速度

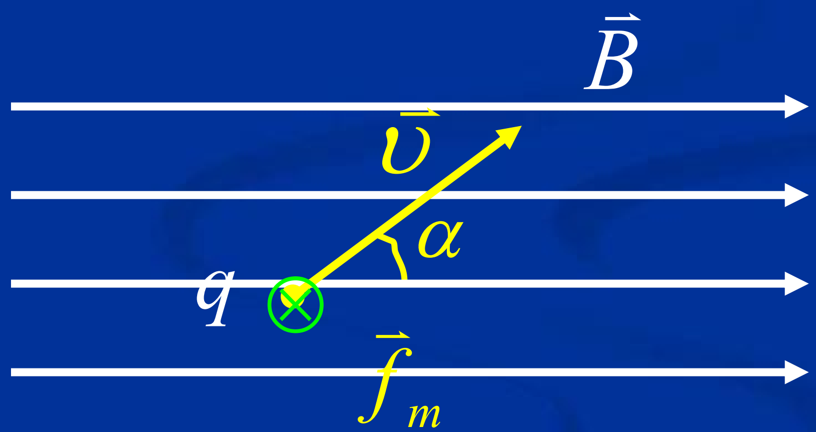
$\vec{B}$ 点电荷处于场点处的磁感强度

q 点电荷电量

洛仑兹力大小为

$$f_m = q\upsilon B\sin\alpha$$

$$f_{\max} = q\upsilon B$$



$\vec{f}_m \perp \vec{\upsilon}$ 洛仑兹力对施力点电荷不做功

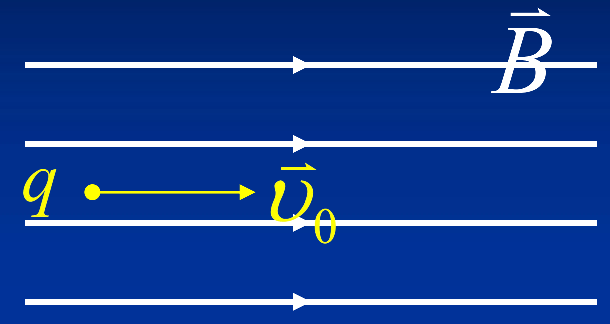
二、带电粒子在磁场中运动

1. 带电粒子在均匀磁场中运动

设均匀磁场磁感应强度为$\vec{B}$，

带电粒子质量为m，电量为q，

设粒子初速度为$\vec{\upsilon}_0$。

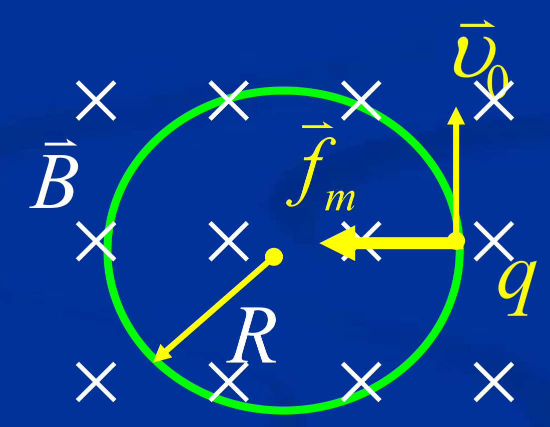


1）粒子运动方向平行于磁感应强度

粒子不受力

粒子做匀速直线运动

2）粒子运动方向垂直于磁感应强度

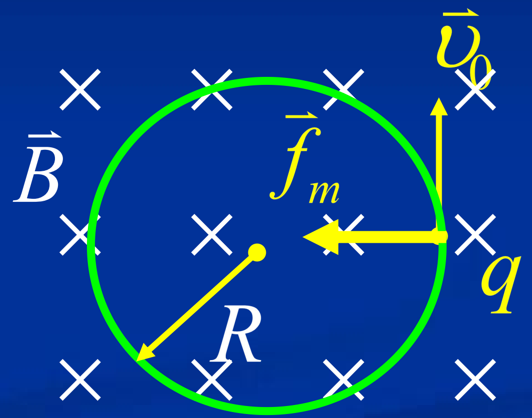


$f_m = q\upsilon_0 B$　　粒子做匀速圆周运动。

- 圆周半径——回旋半径

由 $q\upsilon_0 B = m\dfrac{\upsilon_0^2}{R}$ 得 $\boxed{R = \dfrac{m\upsilon_0}{qB}}$

半径与垂直磁场的速度成正比。



- 粒子运动的周期

$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{\upsilon_0} = \frac{2\pi m}{qB}}$$ 与速度无关

- 粒子运动的磁回旋频率 $\boxed{\omega_m = \dfrac{qB}{m}}$

表明：同种粒子（*m/q*相同），不管其垂直磁场方向的速度如何，在同样均匀磁场中圆周运动的周期相同。

3）粒子运动速度方向任意

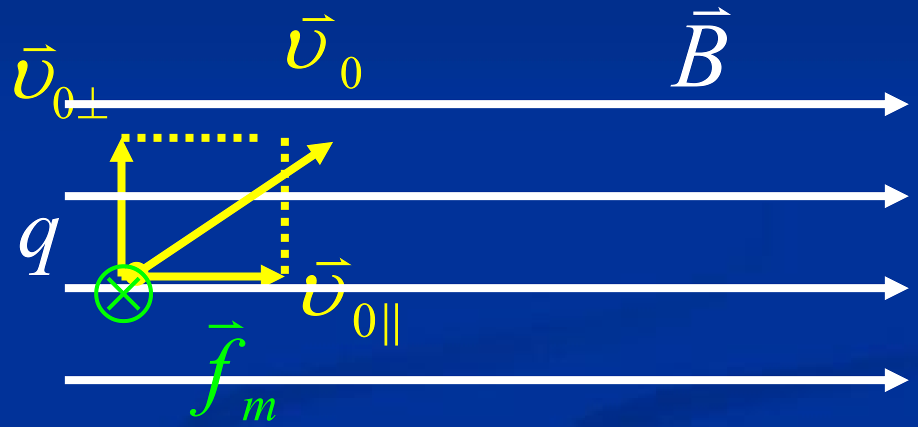
将上述两种情况综合。

设粒子初速度与磁感强度之间夹角为α。

$$\vec{\upsilon}_0 = \vec{\upsilon}_{0\perp} + \vec{\upsilon}_{0\parallel}$$

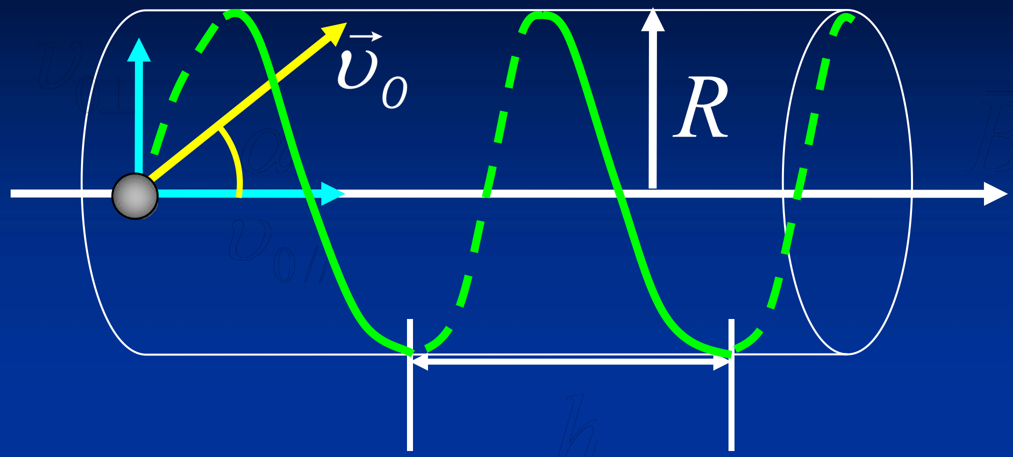
$$\upsilon_{0\parallel} = \upsilon_0 \cos\alpha$$

$$\upsilon_{0\perp} = \upsilon_0 \sin\alpha$$



粒子在垂直磁场的平面里做圆周运动同时又沿磁场方向匀速运动

——粒子做螺旋运动



- 螺旋半径

$$R=\frac{m\upsilon_{0\perp}}{qB}=\frac{m\upsilon_0\sin\alpha}{qB}$$

- 螺距

$$h=T\upsilon_0\cos\alpha=\frac{2\pi m\upsilon_0\cos\alpha}{qB}$$

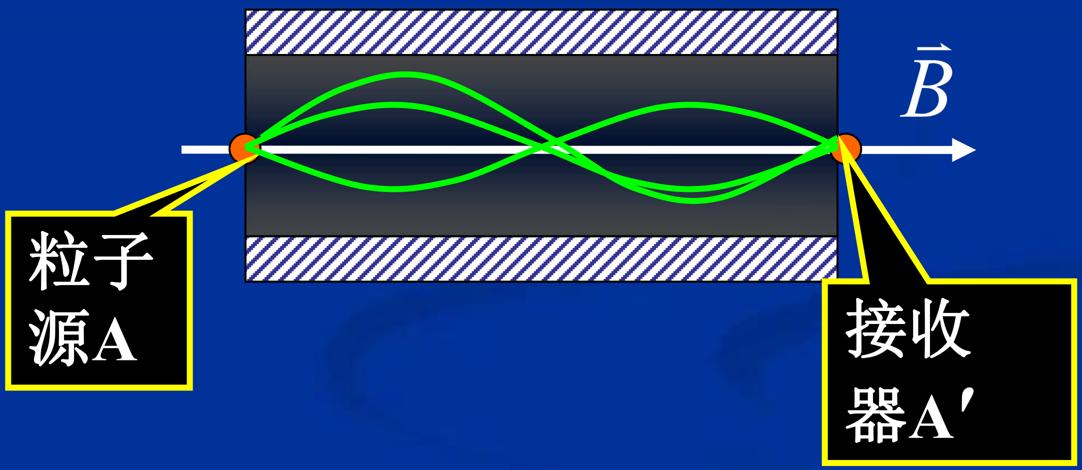
应用

1）电真空器件中的磁聚焦

电子枪发射出一束电子，这束电子动能几乎相同，准直装置保证各电子动量几乎平行于磁感线。

由于发散角小，所以各电子 $\upsilon_{0\parallel} \approx \upsilon_0$

各螺距相同



$$h = \frac{2\pi m \upsilon_0}{qB}$$

每经过一个周期，电子束的各电子再会聚。

2）质谱仪

$$\vec{F} = \vec{f}_e + \vec{f}_m$$

$$= q\vec{E} + q\vec{\upsilon} \times \vec{B}$$

当 $\vec{F}=0$

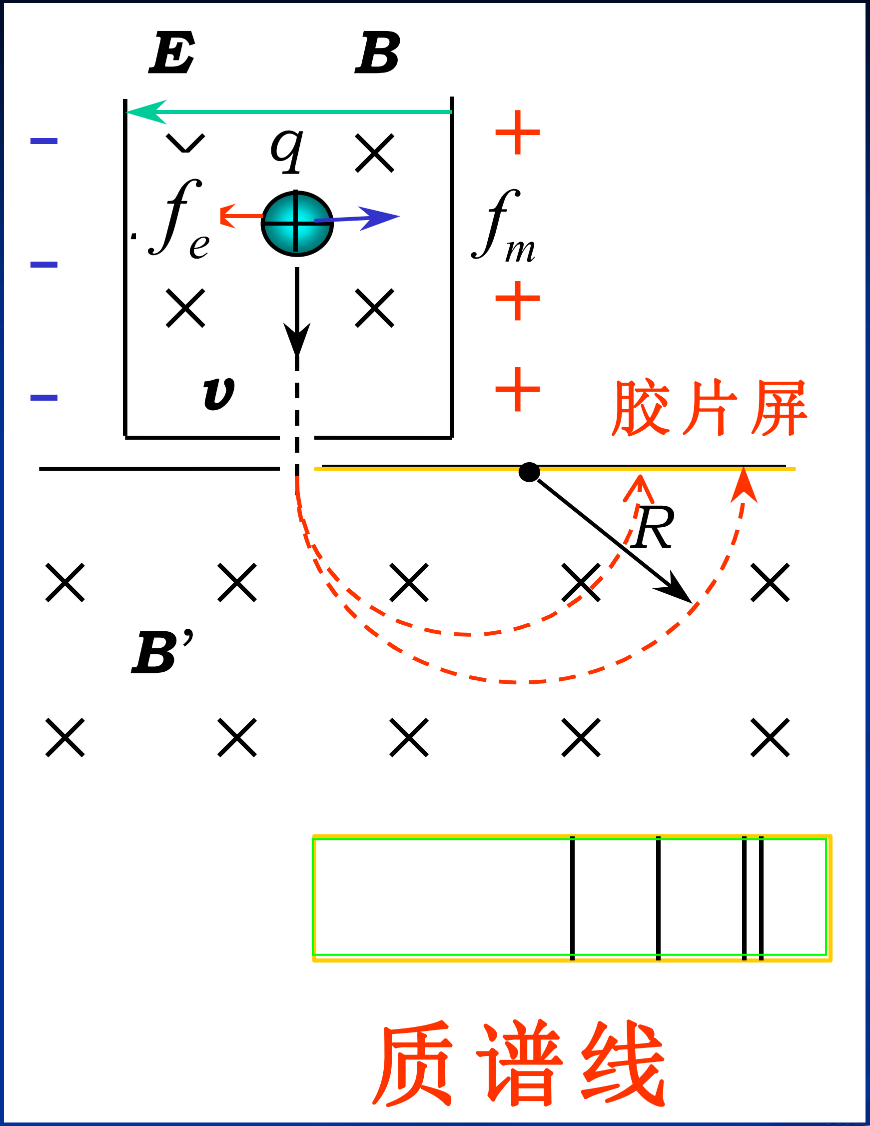
$\upsilon = E / B$ 各类粒子

从狭缝穿出

$$\boxed{R = \frac{m\upsilon}{qB}}$$

$$R \propto m$$

同位素分离



2.带电粒子在非均匀磁场中运动

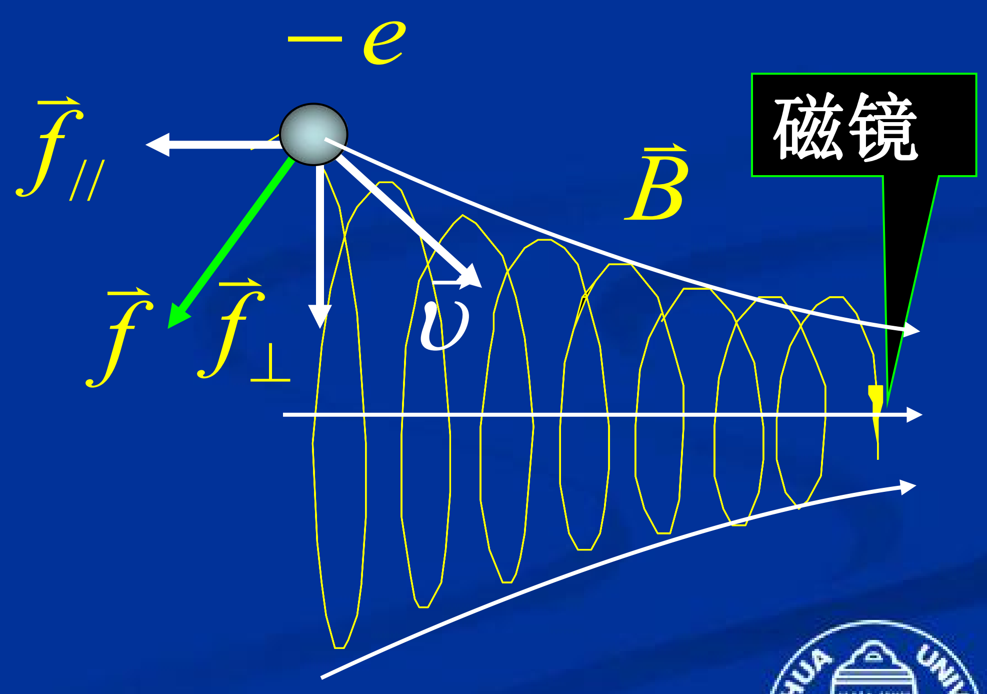
在非均匀磁场中带电粒子运动的特征。

1）向磁场较强方向运动时，螺旋半径不断减小

根据是： $R=\dfrac{m\upsilon}{qB}$ 即 $R\propto 1/B$

2）粒子受到的洛仑兹力

恒有一个指向磁场较弱方向的分力，从而阻止粒子向磁场较强方向的运动，可使粒子沿磁场方向的速度减小到零 从而反向运动。

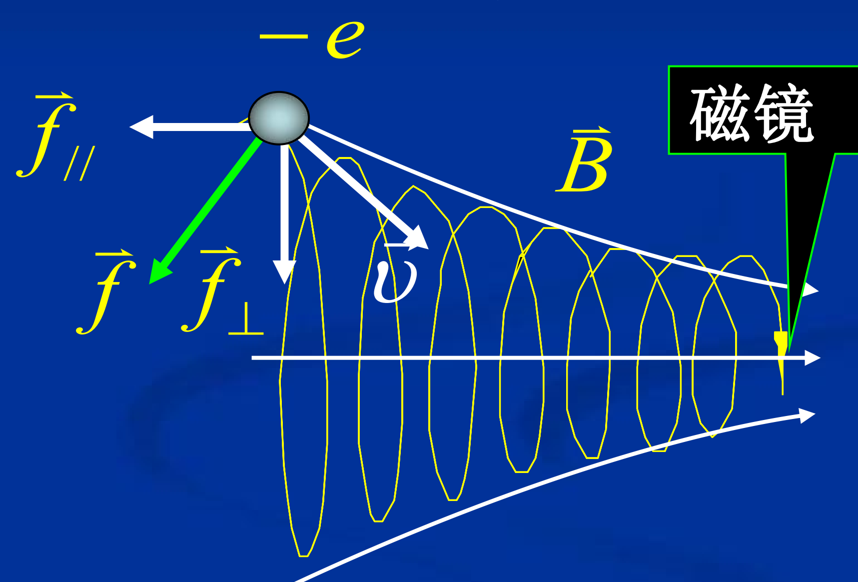


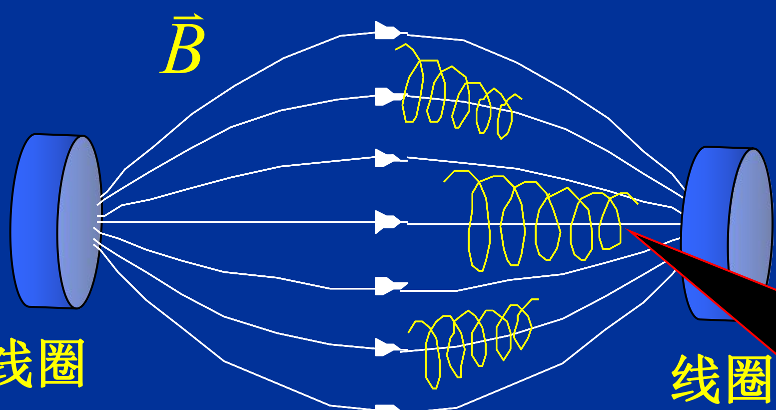
1）磁约束　　——磁镜效应的典型应用

在非均匀磁场中，速度方向与磁场不同的带电粒子，也要作螺旋运动，但半径和螺距都将不断发生变化

横向磁约束:强磁场可约束带电粒子在一根磁场线附近。

纵向磁约束：$\vec{f}_{//}$ 减少粒子的纵向前进速度，使粒子运动发生“反射”。

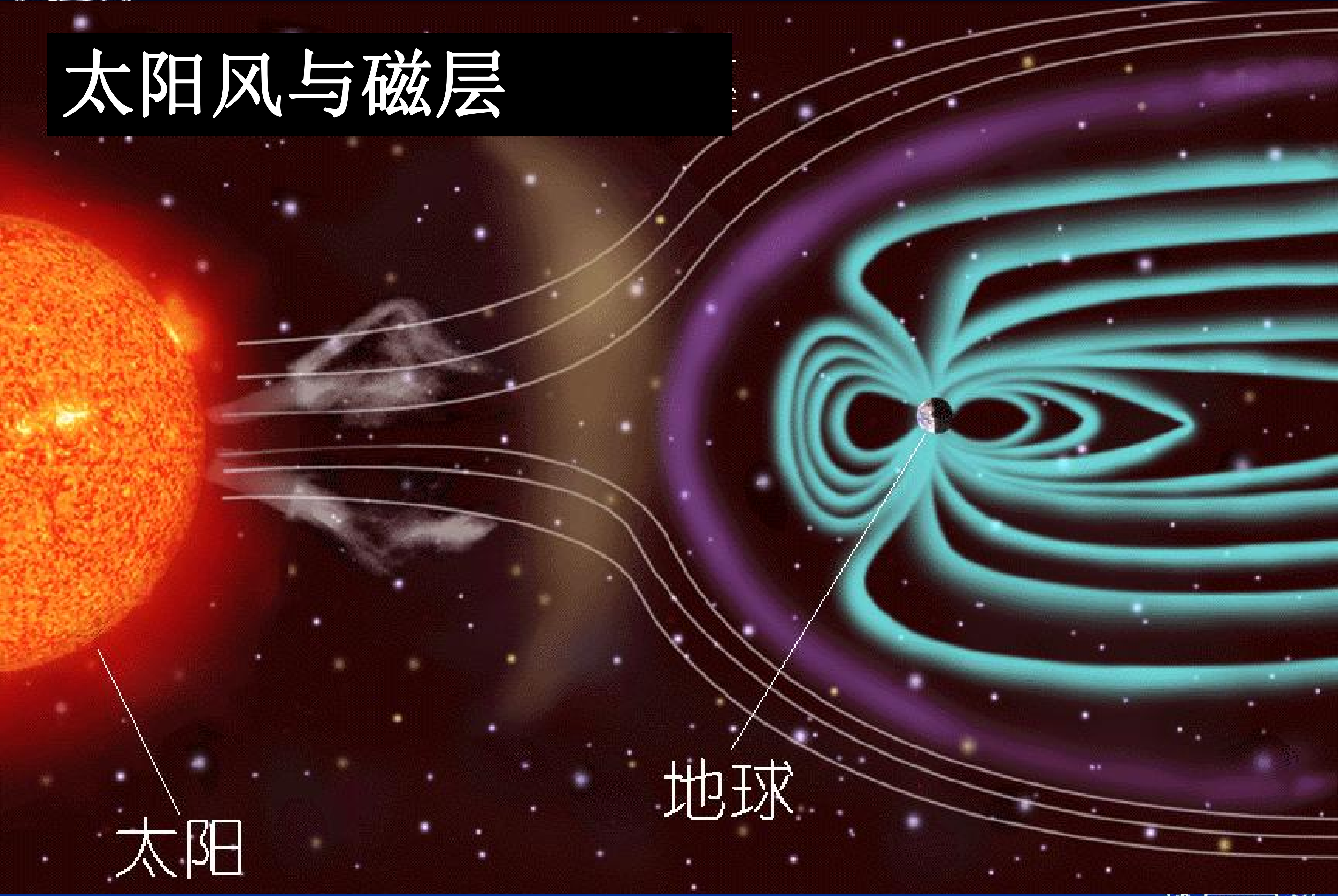




高温等离子体

能约束运动带电粒子的磁场分布称为磁镜约束——磁瓶。

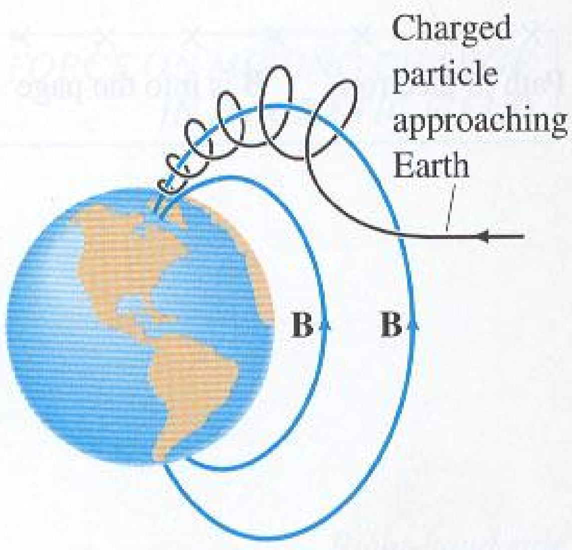
太阳风与磁层



2）极光

由于地磁场俘获带电粒子而出现的现象。

FIGURE 20–19 (a) Diagram showing a charged particle approaching the Earth which is "captured" by the magnetic field of the Earth. Such particles follow the field lines toward the poles as shown. (b) Photo of aurora borealis.



(a)

(b)

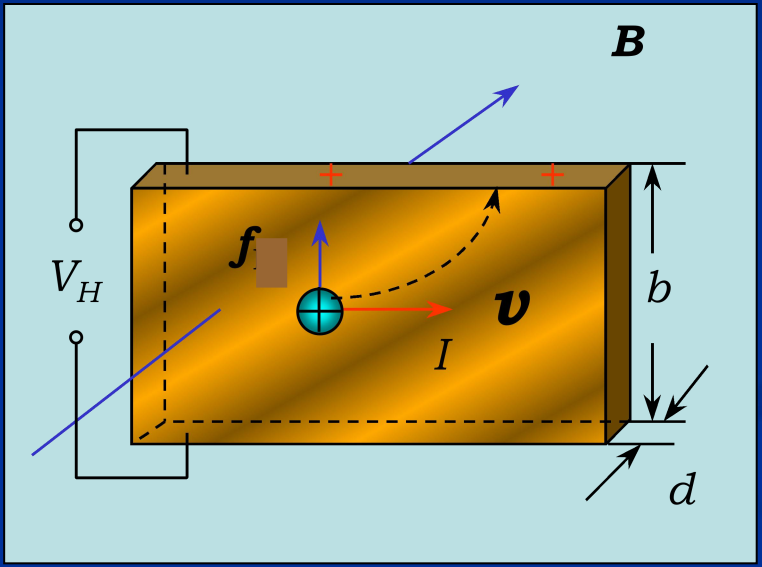
绚丽多彩的极光

在地磁两极附近，由于磁感线与地面近似垂直，外层空间入射的带电粒子可直接射入高空大气层内。它们和空气分子的碰撞产生的辐射就形成了极光。

§ 14.2 霍尔效应

1. 霍尔效应

在磁场中，载流导体或半导体上出现横向电势差的现象。



1879年美国物理学家霍尔发现

2. 霍尔电压

霍尔效应中产生的电势差。如上图中导体上下两端面出现电势差。

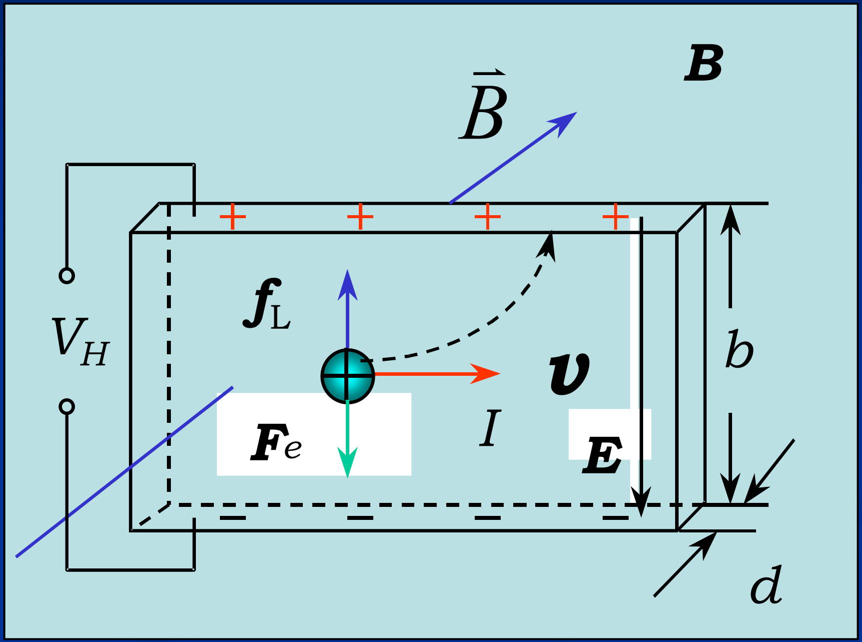
3. 形成机制

以载流子为正电荷为例说明， 设载流子速度为 $\vec{v}$ 。

受力分析:

- 洛伦兹力 $\vec{f}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

  $f = qvB$ (方向向上)



- 洛仑兹力使载流子横向漂移，出现电荷积累。

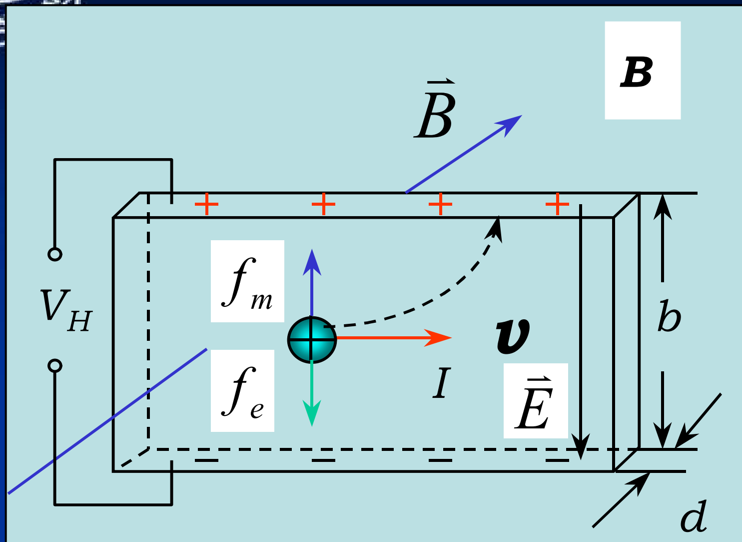
  上端积累了正电荷，

  下端积累了负电荷。

- 横向电场力: $\vec{f}_e = q\vec{E}$ (方向向下)

- 洛仑兹力与电场力平衡 时，载流子不再漂移，上下两端形成电势差 V_H 。

由于电荷的积累，形成静电场——霍尔电场 $\vec{E}_H$



电荷受电力 $F_e = qE_H$

当达到动态平衡时：

$$q\vec{E} + (q\vec{\upsilon} \times \vec{B}) = 0 \Rightarrow \boxed{E_H = \upsilon B}$$

电势差为 $V_H = E_H b = \upsilon B b$

4. 霍尔系数 霍尔电阻

电流强度 $\boxed{I = nqdb\upsilon}$ **n**——单位体积中的粒子数

$$\upsilon = \frac{I}{nqdb} \qquad V_H = \upsilon B b = \frac{IB}{nqd}$$

霍尔系数 $1/nq$

霍尔电阻 $$\boxed{R_H = \frac{V_H}{I} = \frac{B}{nqd} \propto B}$$

讨论

1）霍尔效应的应用

由式 $V_H = \upsilon B b = \dfrac{IB}{nqd}$

- 可测载流子的正负和浓度；
- 可测磁感强度 $\vec{B}$ 。

研究半导体材料性质（浓度随杂质、温度等变化）

- 区分半导体材料类型

—— 霍尔系数的正负与载流子电荷性质有关

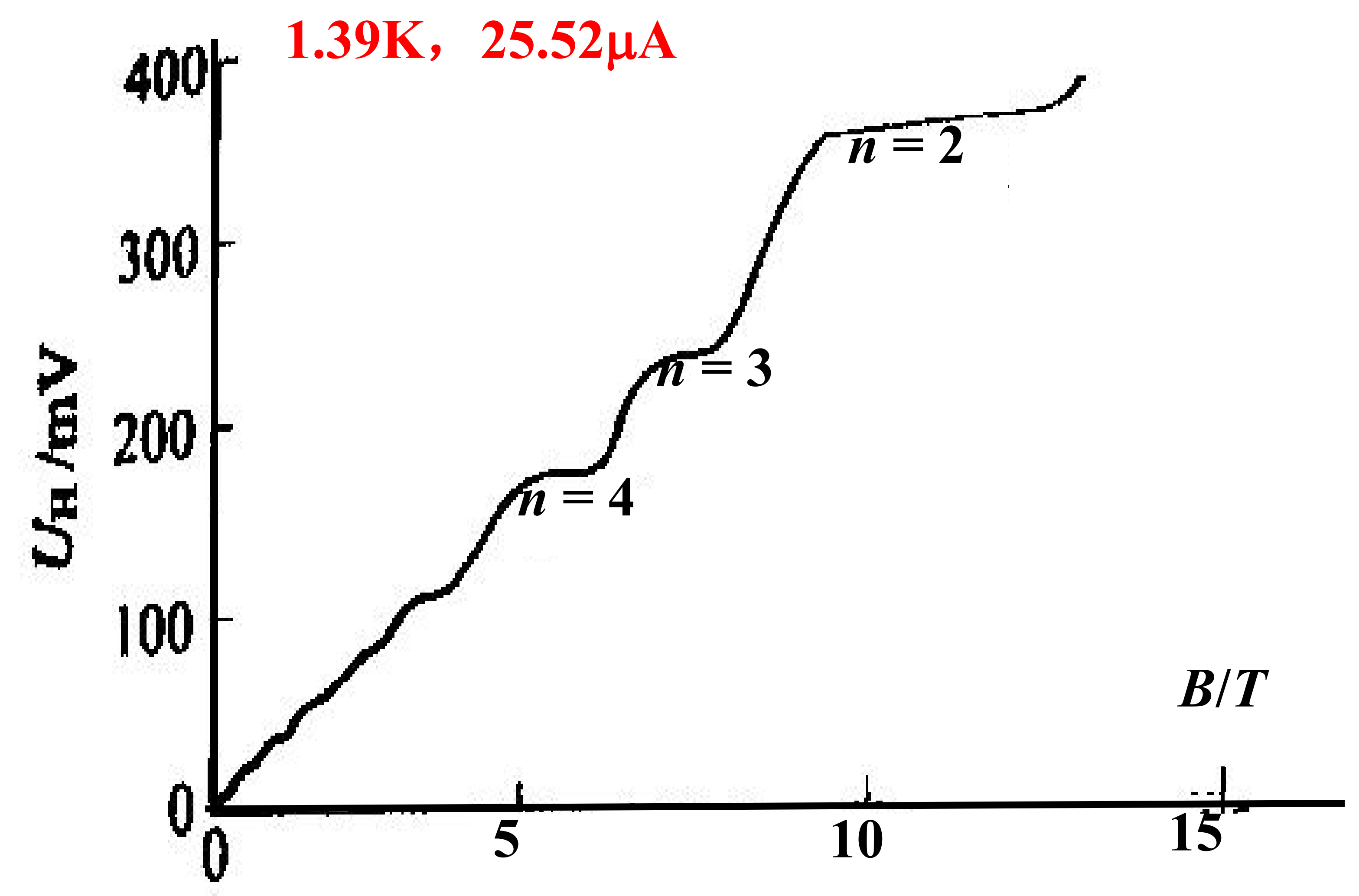
2）量子霍尔效应

1980年 德国物理学家克里青发现：霍尔电阻与磁场成非线性关系，这一效应叫量子霍尔效应。

在极低温、强磁场下 $R_H = \dfrac{R_K}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \cdots$

$$R_K = \frac{h}{e^2} = 25812.80\Omega$$ 克里青（Klitzing）常量

R_K 的测量准确到10 $^{-10}$ 1990年定义 $1\Omega = \dfrac{R_K}{25812.80}$

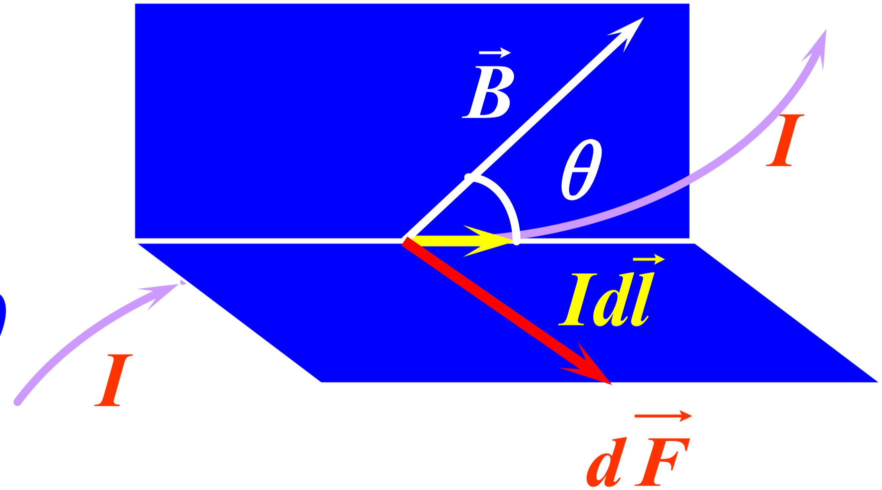


量子霍尔效应

§14.3　载流导线在磁场中受的力

1、安培定律

$$\boxed{d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}}$$



大小　$dF = IdlB\sin\theta$

方向判断 $\xrightarrow{\text{右手螺旋}}$

载流导线受到的磁力　$$\boxed{\vec{F} = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B}}$$

$$\boxed{\vec{F} = \int_l I d\vec{l} \times \vec{B}}$$

计算磁场对载流导线的作用力：

先选电流元 $\longrightarrow$ $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$ $\longrightarrow$

$$d\vec{F}\begin{cases} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} F_x = \int \mathrm{d}F_x \\ F_y = \int \mathrm{d}F_y \\ F_z = \int \mathrm{d}F_z \end{cases} \longrightarrow$$

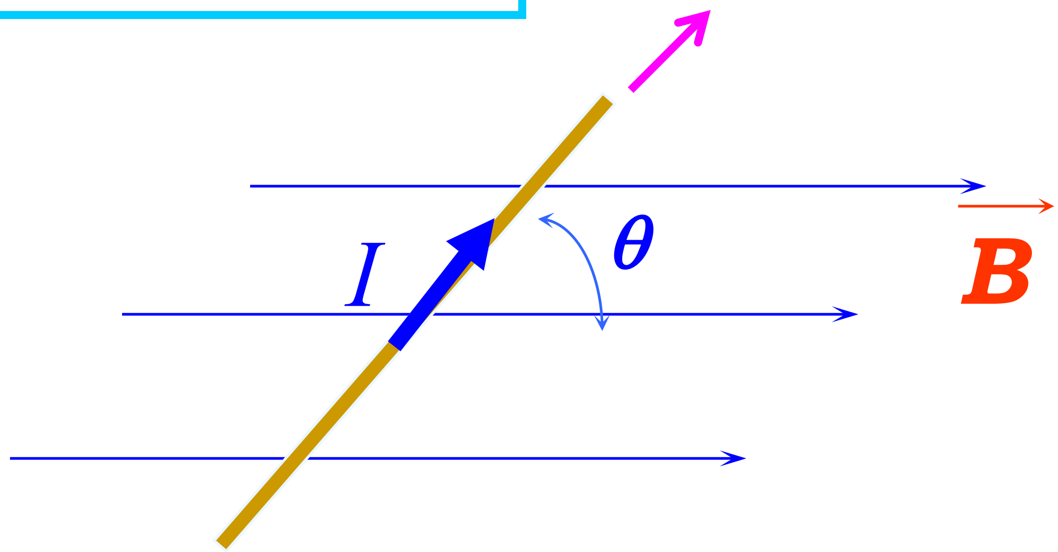
$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

均匀磁场中载流导线所受安培力

载流直导线

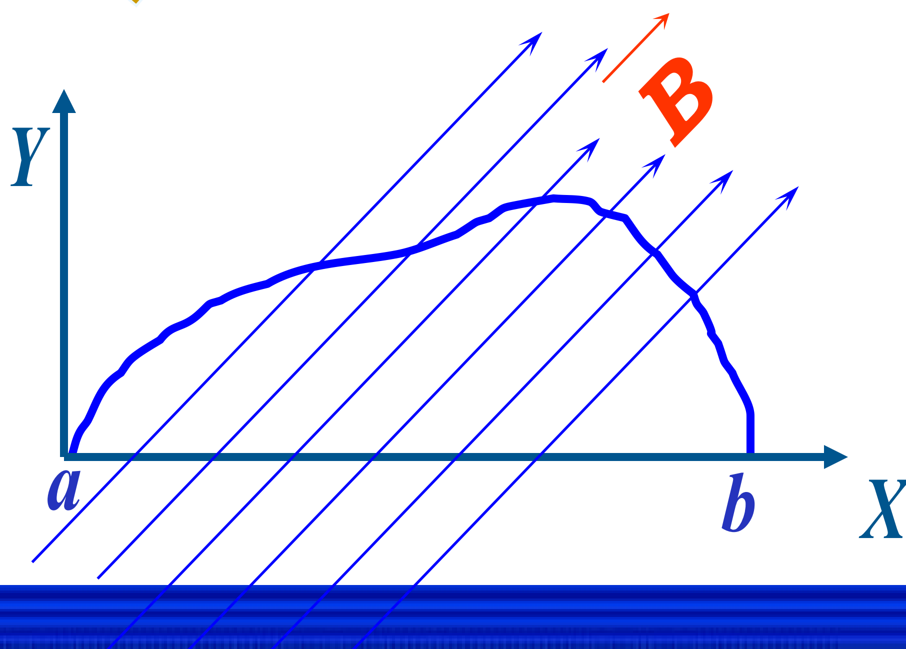
$$\boxed{F = BLI\sin\theta}$$

方向 $\otimes$

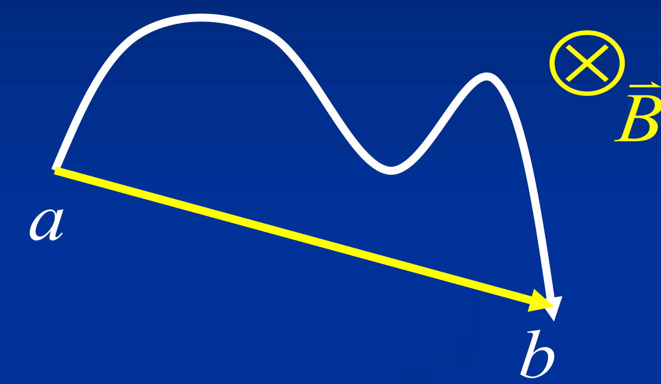


任意形状载流导线：

$$F = BI\overline{ab}\sin\theta$$



证明任意形状的载流导线 $\overset{\frown}{ab}$ 在均匀磁场中所受安培力等于载流直线 $\overline{ab}$ 所受的安培力。



证明：$\vec{F}=\int_L Id\vec{l}\times\vec{B}\;=I(\int_L d\vec{l})\times\vec{B}$

$$=I\,\overrightarrow{ab}\times\vec{B}$$

$$F=I\cdot\overline{ab}\cdot B\;=F_{\overline{ab}}$$

结论1：起点、终点相同的平面曲线电流和直线电流，只要处于均匀磁场中，它们所受安培力相同。

结论2：任一闭合载流平面线圈在均匀磁场中所受安培力矢量和为零。

求非均匀磁场中载流导线所受安培力。

解：　在x处取电流元 $I_2 d\vec{l}$

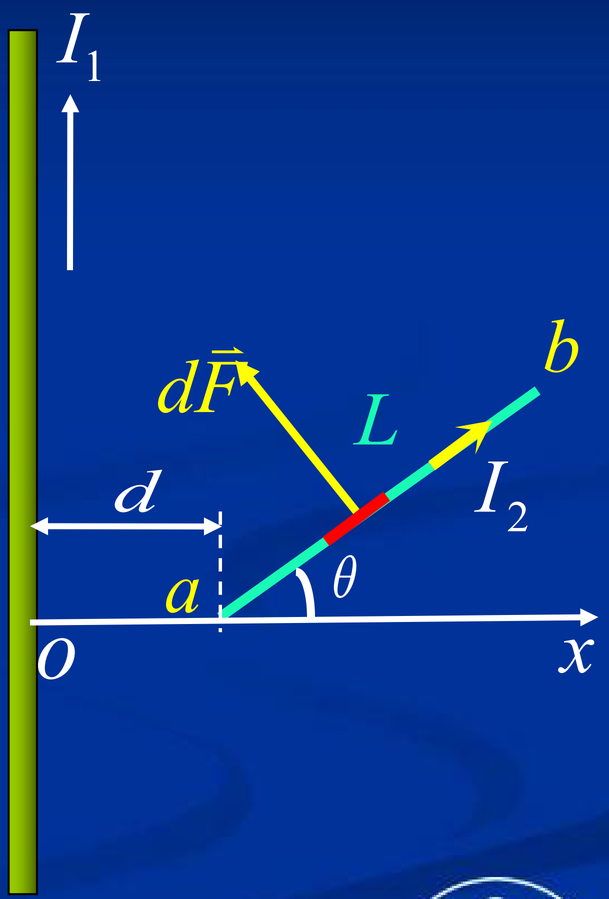
所受安培力 $dF = I_2 dl \cdot \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$

整个载流导线所受安培力：

$$F = \int_L dF = \int_L I_2 dl \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$dl \cdot \cos\theta = dx$$

$$F = \int_L \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta}\ln\frac{d + L\cos\theta}{d}$$



例 求一无限长直载流导线的磁场对另一直载流导线ab的作用力。已知：I_1，I_2，d，L。

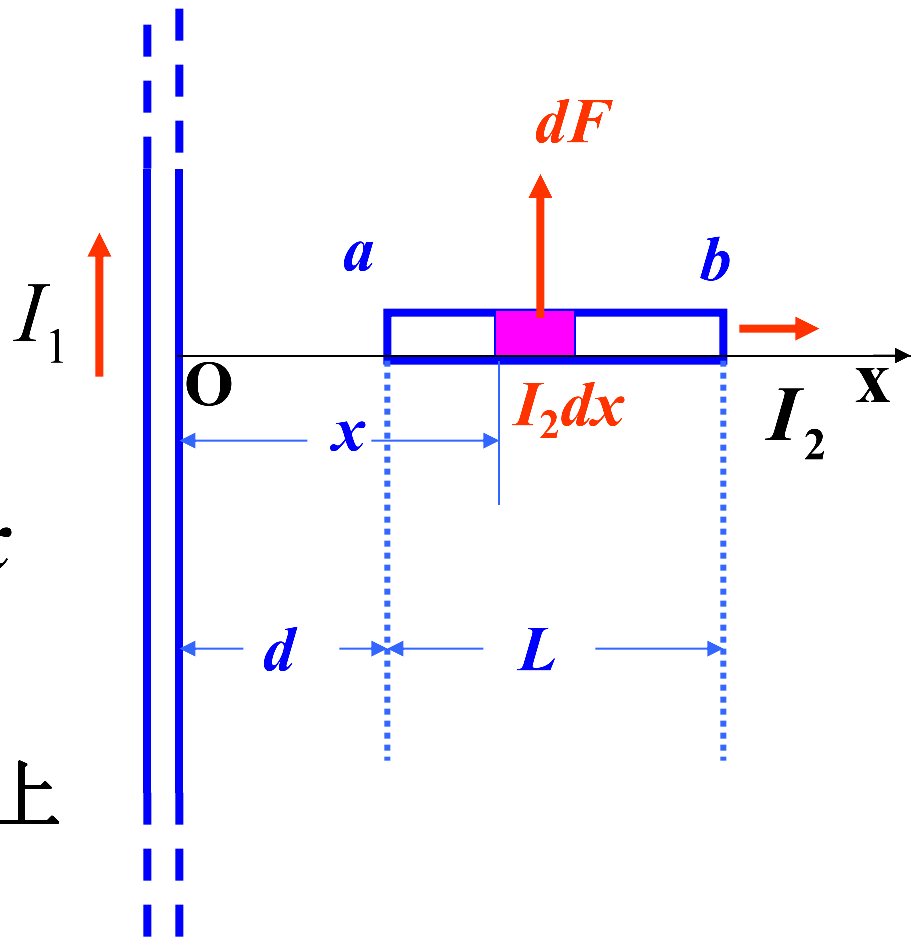
解：

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\qquad \text{方向：}\otimes$$

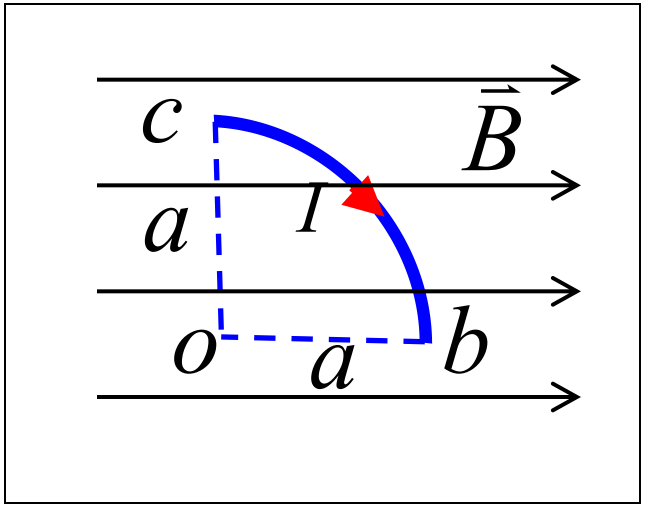
$$dF=BI_2dx=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}dx$$

$$F=\int_L dF=\int_d^{d+L}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}dx$$

$$=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}\quad \text{竖直向上}$$



例　有一半径为 a ，流过稳恒电流为 I 的 $1/4$ 圆弧形载流导线 bc，按图示方式置于均匀外磁场 $\vec{B}$ 中，则该载流导线所受的安培力大小为多少？



解

$$\vec{F}_{bc} = \vec{F}_{bo} + \vec{F}_{oc}$$

$$F_{bo} = 0$$

$$\vec{F}_{bc} = \vec{F}_{oc} = aIB$$

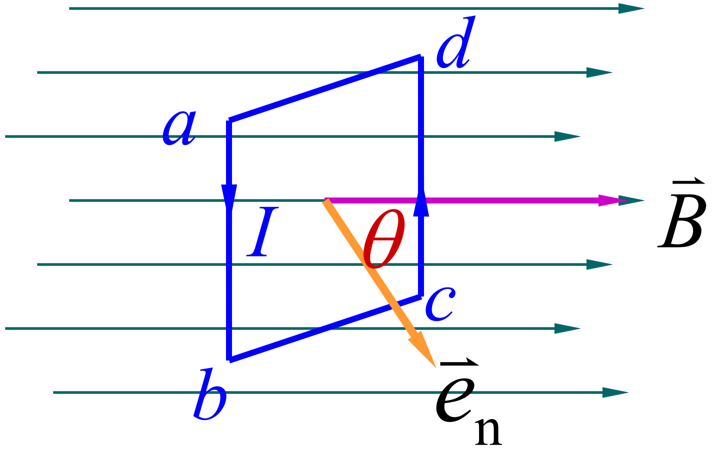
§14.4 载流线圈在均匀磁场中受的磁力矩

载流线圈的磁矩：$\vec{P}_m = NIS\vec{e}_n$

力矩的矢量形式：$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$

大小：$M = P_m B \sin\theta$

方向：与P_m、B的方向满足右手螺旋关系

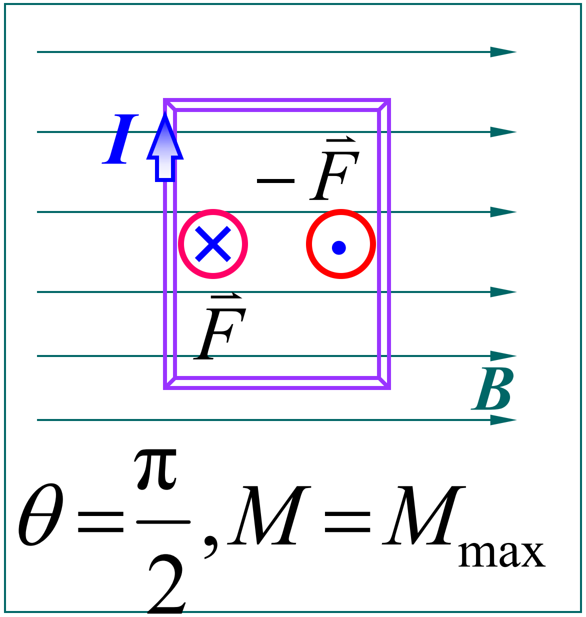


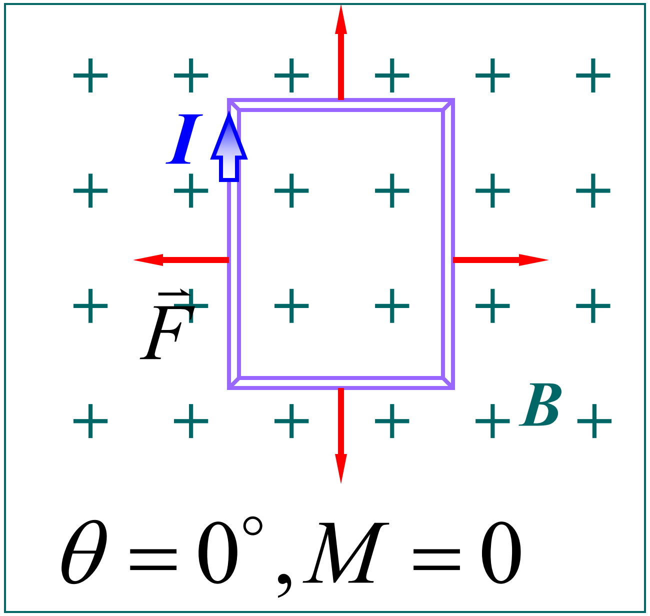
说明

（1）力矩公式 $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$ 从矩形线圈导出，但对均匀磁场中的任意形状的平面线圈均成立。

（2）由 $M = p_m B\sin\theta$ 知：

① $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 时，线圈平面与 $\vec{B}$ 方向相互平行，此时 $\vec{M}$ 取最大值，这一力矩有使 θ 减小的趋势；





② $\theta = 0$ 时，线圈平面与 $\vec{B}$ 方向垂直，这时力矩为零，这是线圈的稳定平衡位置；