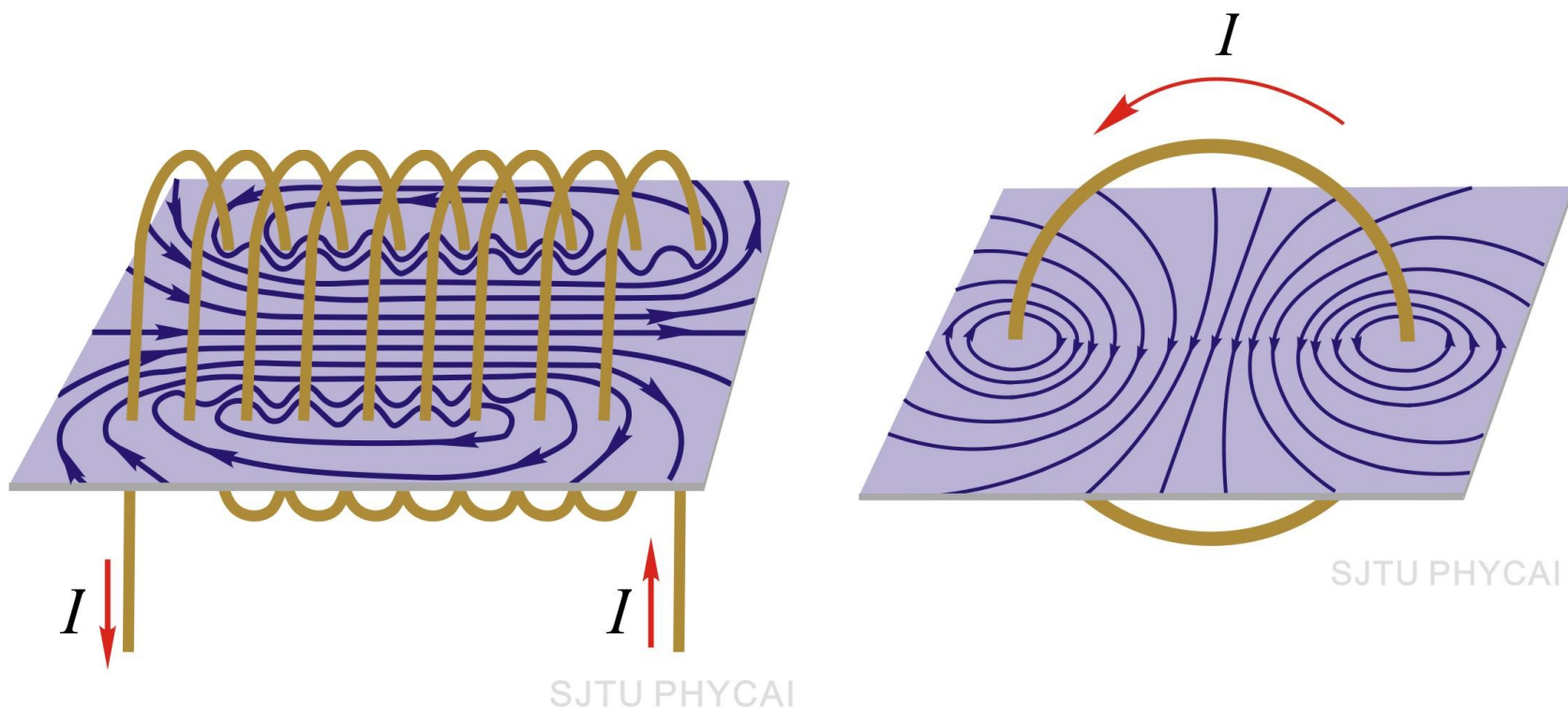


# 第 13 章 电流和磁场



## 本章内容

§ 13.1 电流和电流密度

§ 13.2 电流的一种经典微观图像 欧姆定律

§ 13.3 磁力和电荷的运动

§ 13.4 磁场与磁感应强度

§ 13.5 比奥-萨伐尔定律

§ 13.7 安培环路定理

§ 13.8 利用安培环路定理求磁场的分布

§ 13.9 与变化电场相联系的磁场

## 【学习目的】

- (1) 从电场的观点阐明稳恒电流的原理，掌握**电流的稳恒条件**，理解**电流密度**、**电动势**概念；
- (2) 掌握直流电路的**欧姆定律及其微分形式**。
- (3) 掌握**毕奥——萨伐尔定律**，并能熟地运用该定律来计算几何形状比较规则的载流导线所产生的磁场；
- (4) 掌握**恒定磁场的高斯定理和安培环路定理**，并能熟练地运用安培环路定理来计算具有一定对称性分布的磁场的磁感应强度；

## 【教学重点】

电流密度概念、电流的稳恒条件，电动势概念、欧姆定律的微分形式；

磁感应强度概念、毕奥——萨伐尔定律、恒定磁场的高斯定理和安培环路定理。

## 【教学难点】

电流密度概念及其微观表达式、电流的稳恒条件、毕奥——萨伐尔定律、安培环路定理及其应用。

## 作业

13-4, 13-6, 13-7, 13-10, 13-12。

## § 13.1 电流和电流密度

### 1、 电流强度

(1) 电流强度  $\xrightarrow{\text{描述}}$  电流的大小

单位时间内通过导体任一截面（曲面）的电荷量，叫做该截面的**电流强度**。

$$I = \frac{dq}{dt}$$

**$I$  的单位：** 安培,  $1\text{mA} = 10^{-3} \text{ A}$

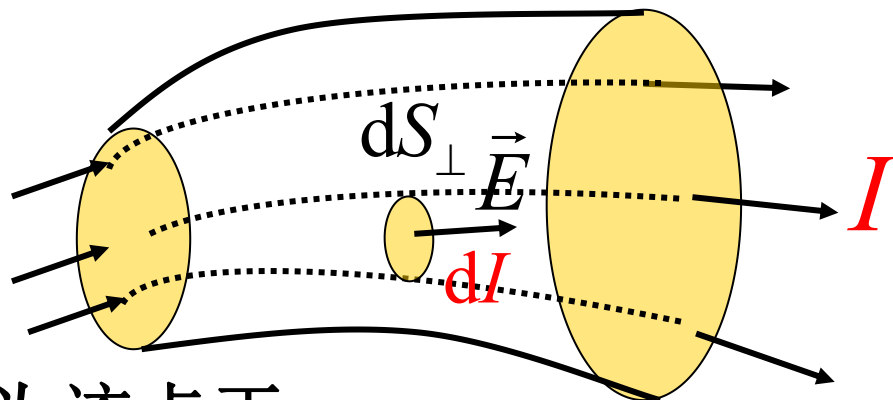
(2) 电流的方向： 正电荷运动的方向为电流的方向。

(3) 电流强度  $I$  是反映导体中电流流过某一截面整体特征的**标量**。

## 2. 电流密度 $\vec{J}$

(1)  $\vec{J}$  的定义:

$\vec{J}$  是矢量,



导体中每一点的  $\vec{J}$  方向为该点正电荷运动方向（电场方向），

$\vec{J}$  的大小等于过该点并与电流方向（正电荷运动方向）垂直的单位面积上的电流强度，

写为

$$J = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

## (2) $\vec{J}$ 与 $I$ 有所不同

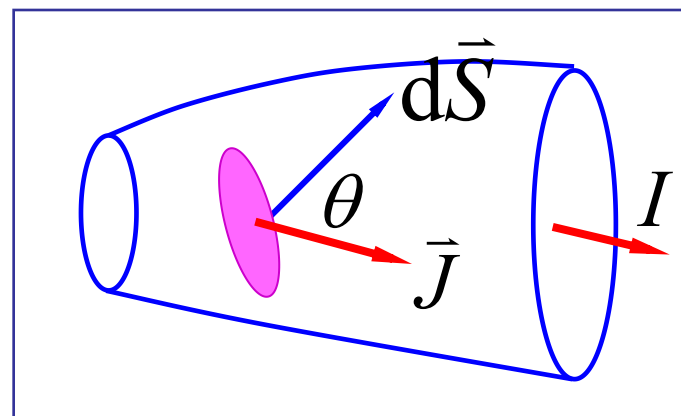
$I$  是一个标量，描写导体中的一个面；

$\vec{J}$  是矢量点函数，描写导体中的一个点。

## (3) $\vec{J}$ 与 $I$ 的普遍关系

通过导体中任意曲面  $S$  的  
电流强度  $I$  与  $\vec{J}$  的关系为

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

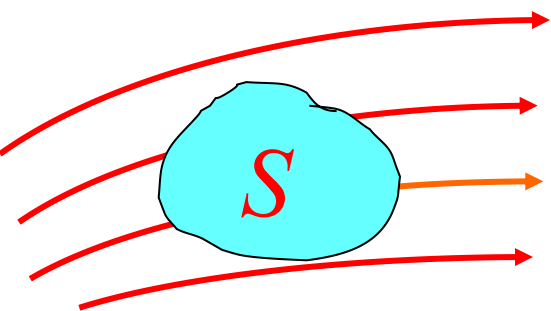


一曲面上的  $I$  是  $\vec{J}$  对该曲面的通量（ $\vec{J}$  通量）。

(4)  $\vec{J}$  是矢量，在空间的分布形成电流场（ $\vec{J}$  场）。

### 3、电流连续性方程

在  $\vec{j}$  场中（导体中）任选一闭合曲面  $S$ ， $\vec{j}$  对曲面  $S$  的通量就是由面内向外流出的电流强度。

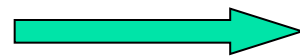


$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} \quad (\text{减小率})$$

此即连续性方程，也是电荷守恒定律的数学表述。

### 4、恒定电流的形成条件

空间各点  $\vec{j}$  都不随时间而变化的电流。



空间各点的电荷分布不随时间变化。



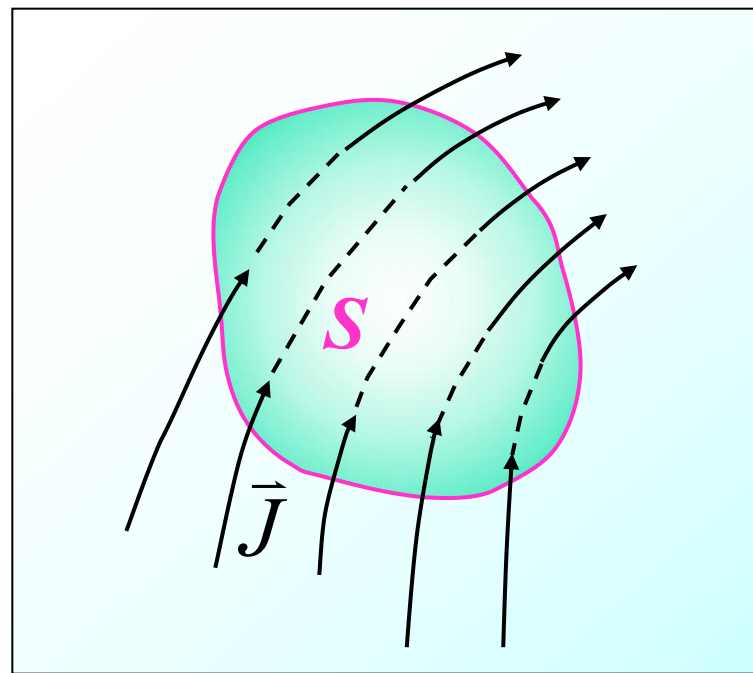
$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = 0$$

此为恒定条件的数学表达式。

在恒定电流的情况下，从闭合面 $S$ 某些部分流进去的电流强度必然等于该闭合曲面其他部分流出去的电流强度。

$$\frac{dq}{dt} = 0 \quad \text{并不是电荷}$$

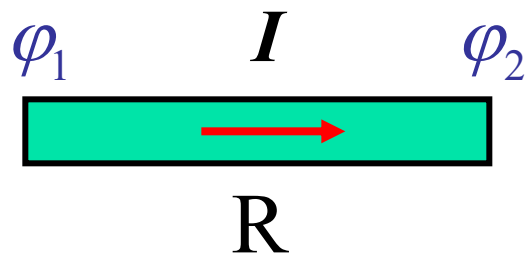
不运动，只是对某一闭合面 $S$ 而言，单位时间内流进 $S$ 的电荷量 $q$ 与流出的 $q$ 相等，结果好象是 $q$ 没随时间变化一样。



## § 13.2 电流的一种经典微观图像 欧姆定律

### 1. 部分电路的欧姆定律

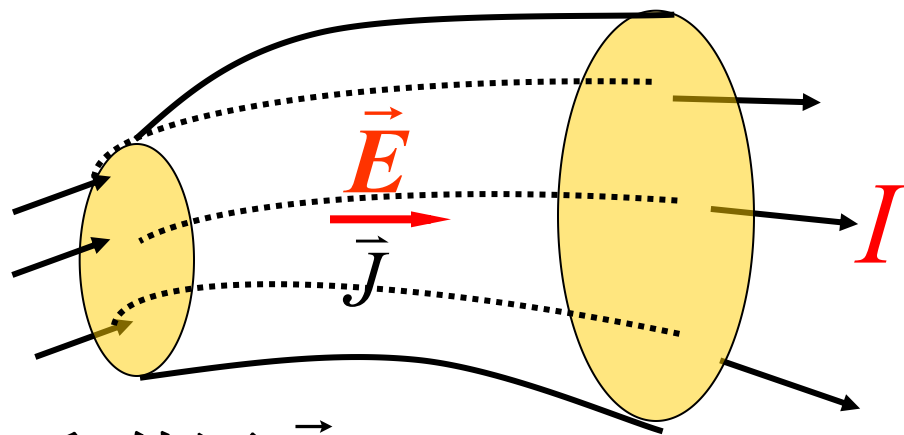
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$$



### 2. 欧姆定律的微分形式

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$\sigma$  --- 电导率



- (1) 说明了产生电流的内因  $\sigma$  和外因  $\vec{E}$  。
- (2) 是电磁理论中反映介质的电磁性质的基本方程之一。
- (3) 适用于稳恒非稳恒情况。

- 例**、两个截面积不等、长相等的铜棒串接后，接在一直流电源上，
- A、通过两棒的电流强度相同    B、两棒内的电场强度相同
- C、两棒内的电流密度相同    D、细棒两端和粗棒两端电压相等

**例**、截面积相同的两段均匀导体串联组成的电路，其电导率分别为  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$ ，长度分别为  $l_1$  和  $l_2$ ，

当通过导体的稳恒电流强度为  $I$  时，两段导体中场强的比值为

- A、  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{l_2}{l_1}$                       B、  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$
- C、  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2}$                       D、  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$

### 3、电源的电动势

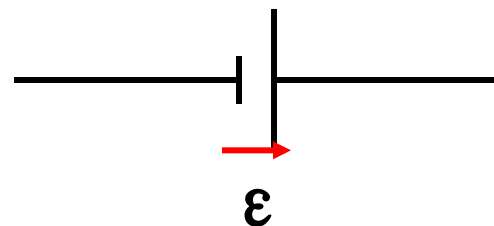
**定义：**把单位正电荷经电源内部由负极移向正极过程中，非静电力所作的功 叫做**电源的电动势**。

**电动势**  $\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_{ne} \cdot d\vec{l}$  (内电路)

$\therefore \varepsilon = \oint_l \vec{E}_{ne} \cdot d\vec{l}$

即：电源电动势等于非静电性场强沿闭合电路上的环流。

注：电动势是**标量**，单位 **伏特 (V)**，其方向是从电源**负极**经**电源内部**指向**正极**。





## § 13.3 磁力和电荷的运动

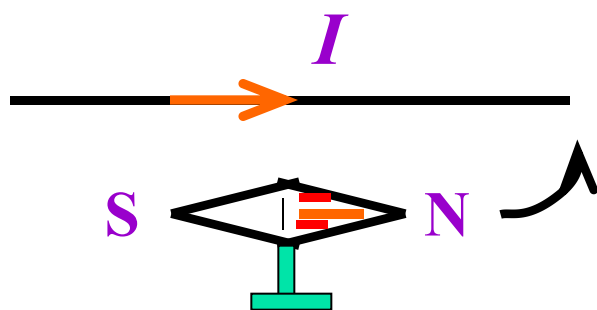
### 1、基本磁现象

#### (1) 永久磁体的基本性质和相互作用

- ★ 永久磁体有吸引铁、钴、镍等物质的性质，叫**磁性**。
- ★ 永久磁体磁性最强的区域叫**磁极**。磁铁有两极，当自由悬挂时，一端指北，叫**北极**（或**N极**），一端指南，叫**南极**（或**S极**）。
- ★ 同名磁极互相排斥，异名磁极互相吸引。
- ★ 磁极不能单独存在，无论把磁铁分得多小，每个很小的磁铁仍具有N、S两极。

## (2) 磁现象的本质

★ 1819年，丹麦哥本哈根大学的教授**奥斯特**(H. C. Oersted)在讲授电学和磁学课时发现，放在载流导线下面的罗盘针旋转起来了，如图所示。使他感到惊奇的是，罗盘针不是南北指向，而是在转动后慢慢静止在与导线垂直的方向上。于是，奥斯特确信小磁针受到电流的作用力。

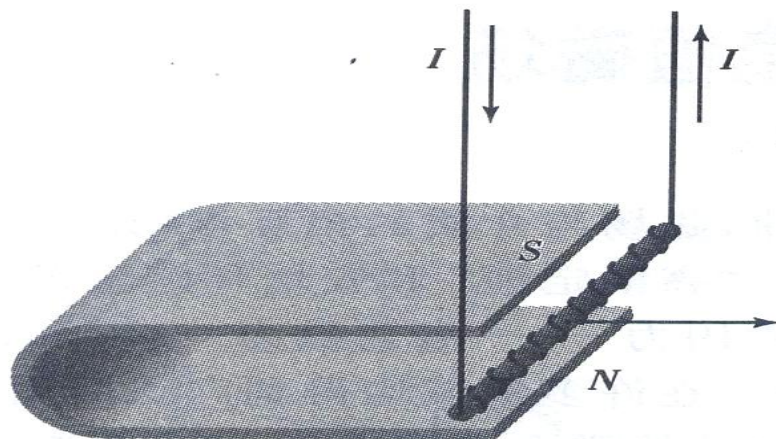


奥斯特实验

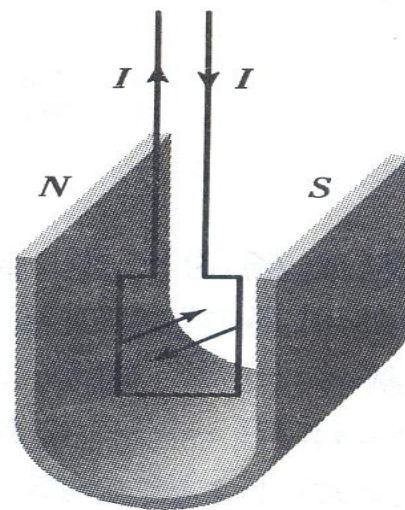
电流对磁场的作用



★就在同一年（1820年），安培发现放在磁铁附近的载流导线及载流线圈，也会受到力的作用而发生运动。



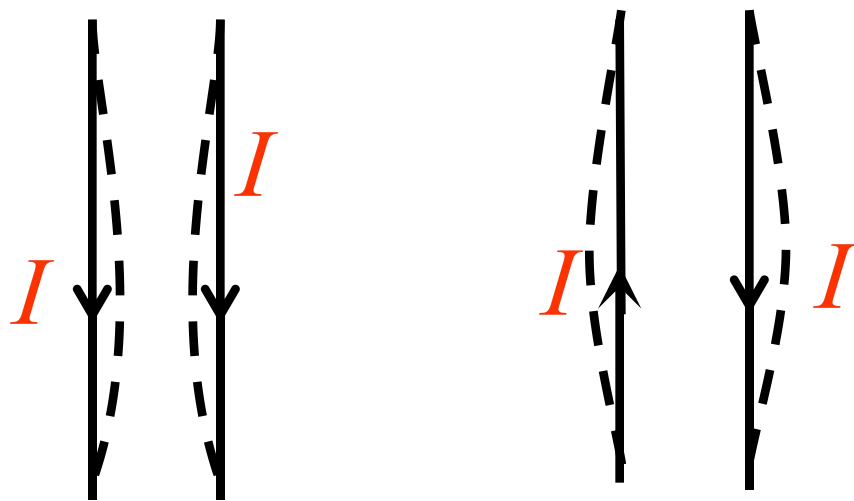
a. 磁铁对载流导线的作用



b. 载流圈受到磁铁的作用而转动

磁场对电流的作用

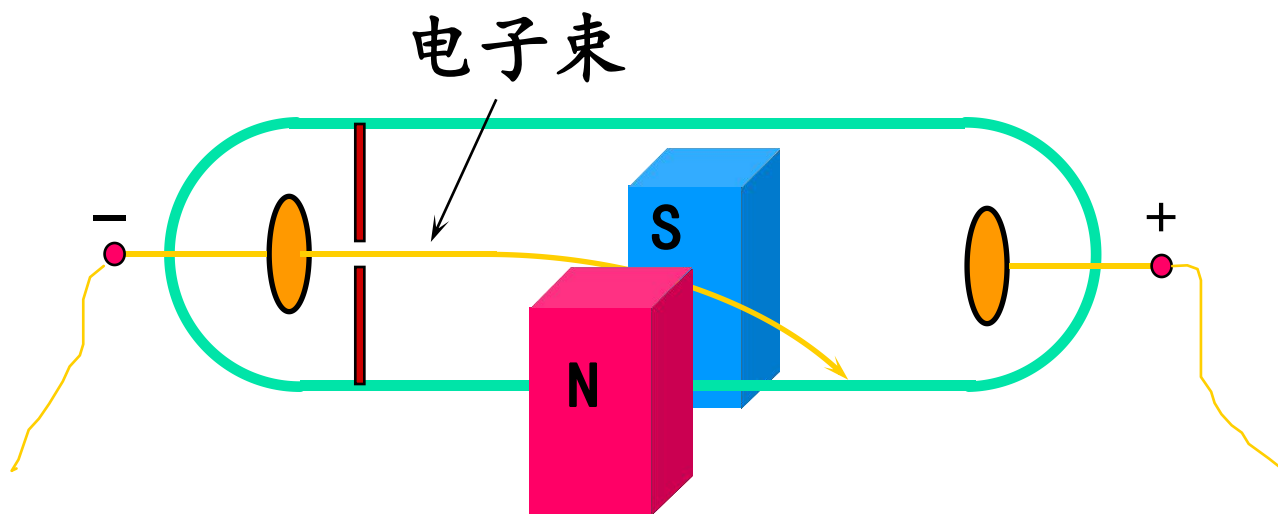
★ 1820年，安培(A.M.Ampere)在实验中发现了电流间存在着相互作用力。指出两根载流的平行直导线，在两者电流同向时互相吸引，电流反向时，则互相排斥。如图所示：



平行电流之间的相互作用



# 磁体对运动电荷的作用



磁体	↔	磁体		
磁体	↔	电流	电流	↔ 磁体
磁体	↔	运动电荷	电流	↔ 电流

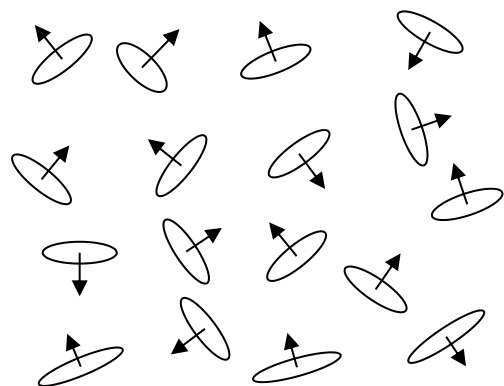
是否是同一性质的力？

安培于1822年提出关于物质磁性**分子电流假设**,

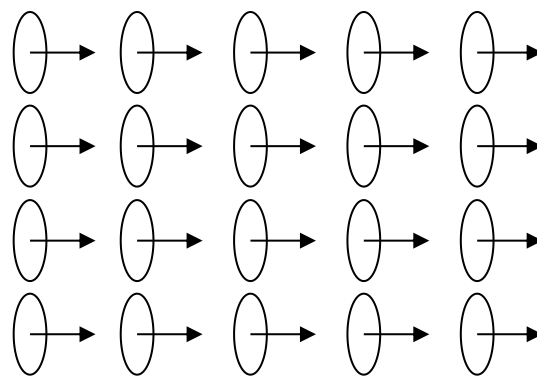
他认为: 磁性物质的内部, 每个分子都有一个环形电流, 即**分子电流**。每一个分子电流相当于一个很小的电磁体。

物体在未被磁化之前, 各个分子电流的取向是混乱的, 对外不呈磁性;

当被磁化后这些分子电流的取向趋于一致或近乎一致, 对外呈现出磁性。



**对外不显磁性**



**对外显磁性**

- 磁现象的本质：一切磁现象都起源于电荷的运动。

运动电荷  $\longrightarrow$  磁场

磁场  $\longrightarrow$  对运动电荷有磁力作用

上述这些力，无论是电流和磁铁之间的力，还是电流和电流之间的力都可以归结为运动电荷之间的一个基本力。作用在磁铁上的力同样可用运动电荷之间的基本力来解释，这个基本力叫做磁力 (Magnetic force)。



## § 13.4 磁场和磁感应强度

### 1、 磁感应强度

定义式:

$$B = \frac{F_{\max}}{qv}$$

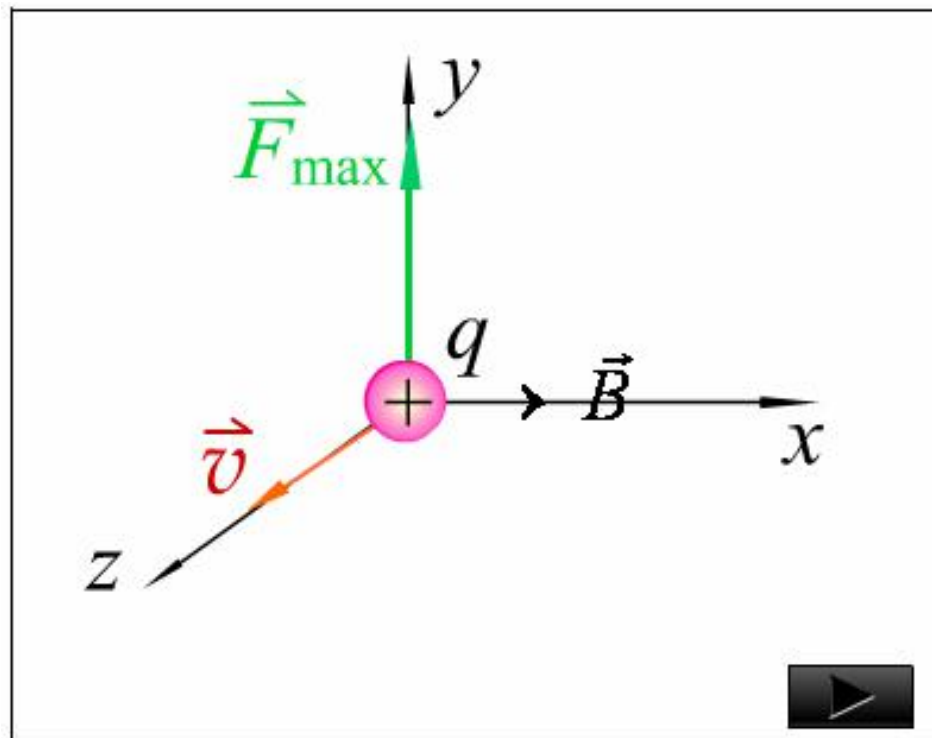
**方向:** 小磁针在该点的  $N$  极指向,

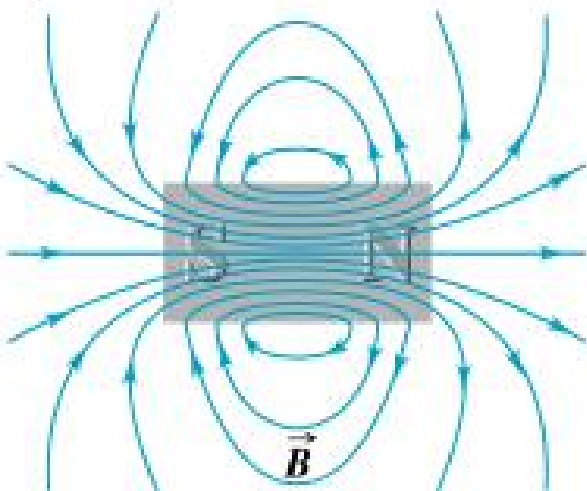
或  $\vec{F}_m \times \vec{v}$  的方向。

单位: (SI) T(特斯拉)

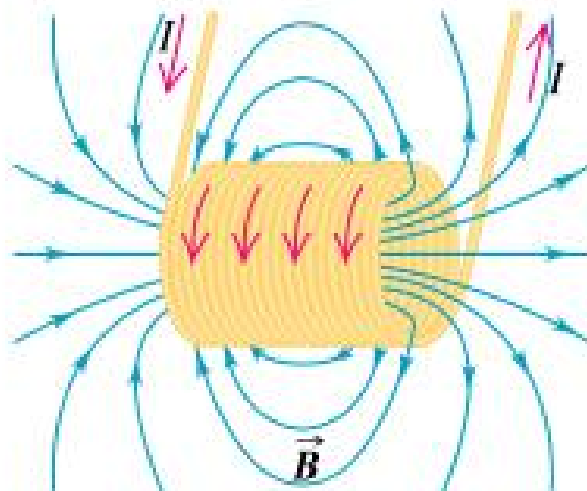
(高斯制) Gs(高斯)

1特斯拉 (T) =  $10^4$ 高斯 (Gs)

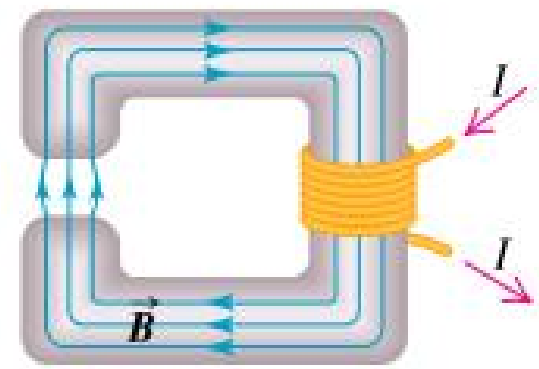




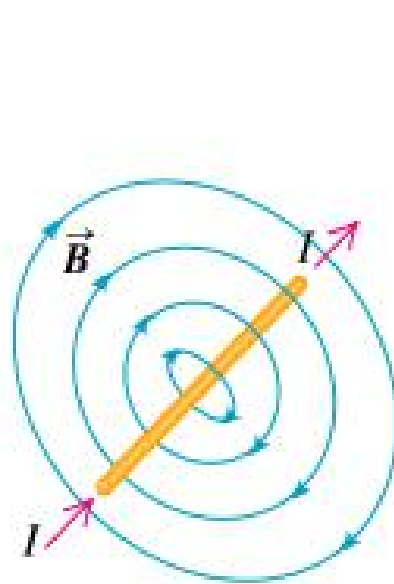
(a)



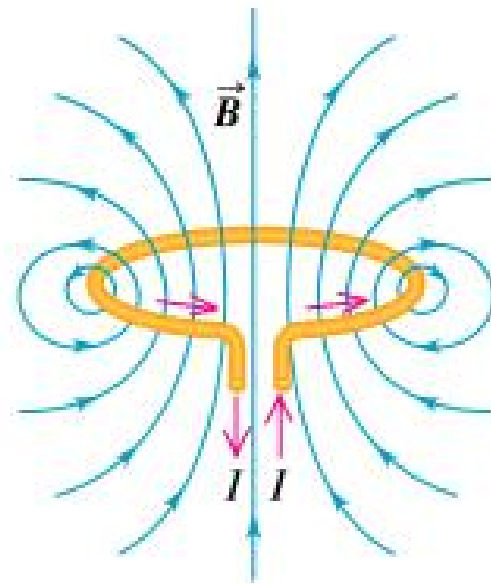
(b)



(c)



(d)



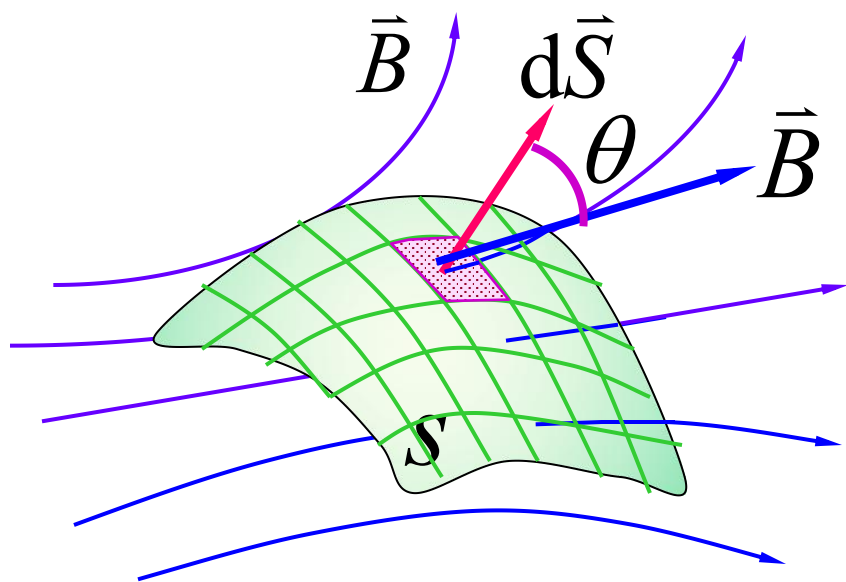
(e)

## 2、磁场的高斯定理

### (1) 磁场的定性描述——磁感应线

在磁场中，磁感应线都是环绕电流的无头无尾的**闭合曲线**。磁感应线的**疏密程度**反应磁感应强度的大小。

(2) 磁通量：穿过磁场中任一给定曲面的**磁感应线总数**。



$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

单位  $1\text{Wb} = 1\text{T} \times 1\text{m}^2$

### (3) 磁场高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

◆ **物理意义：**通过任意闭合曲面的磁通量必等于零。

**说明：**

(1)  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$  说明稳恒磁场是**无源场**。

(2) 磁感应线是**闭合曲线**。(自然界中未发现磁单极子，磁感应曲线是闭合)

## § 13.5 毕奥-萨伐尔定律

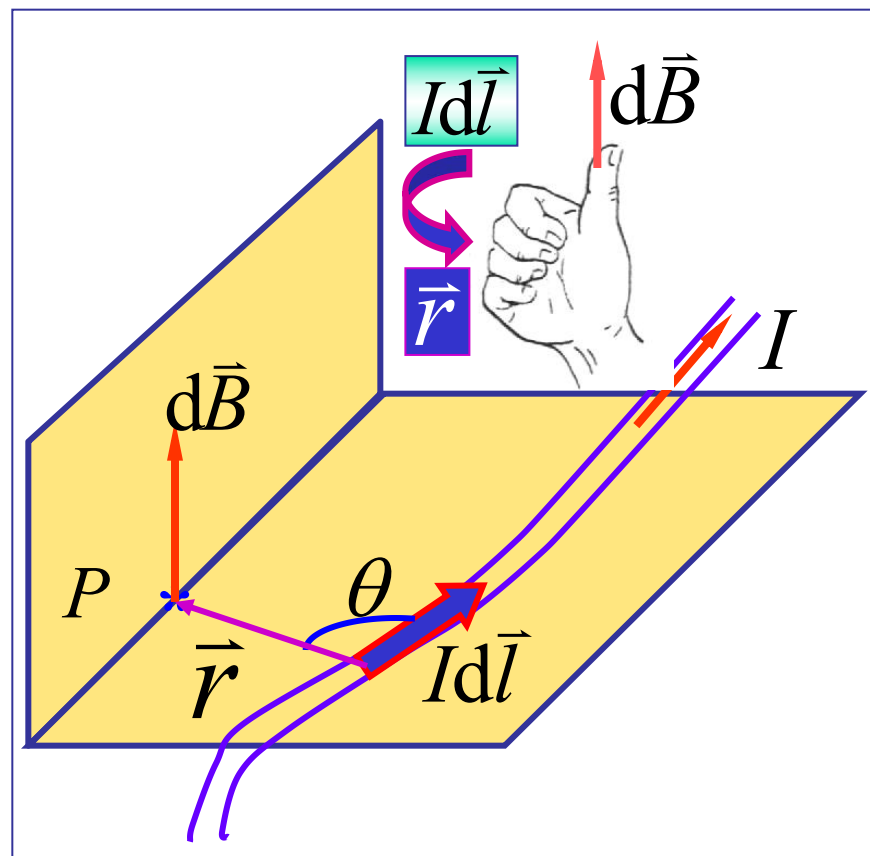
### 1、定律的内容

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

电流元在空间产生的磁场:

大小 
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

方向 与  $Id\vec{l}$  和  $\vec{r}$  的方向  
满足右手螺旋关系



真空磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$



## ◆ 任意载流导线在点 P 处的磁感强度

**磁感强度叠加原理**  $\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

## 2、毕奥-萨伐尔定律的应用举例

### 解题步骤:

(1) 在载流导线上任选一电流元  $I d\vec{l}$ ，写出该电流元在待求点的  $d\vec{B}$  的大小和方向。

(2) 建立坐标，将  $d\vec{B}$  分解为  $dB_x, dB_y, dB_z$ 。

(3) 统一积分变量，确定积分的上下限，求出

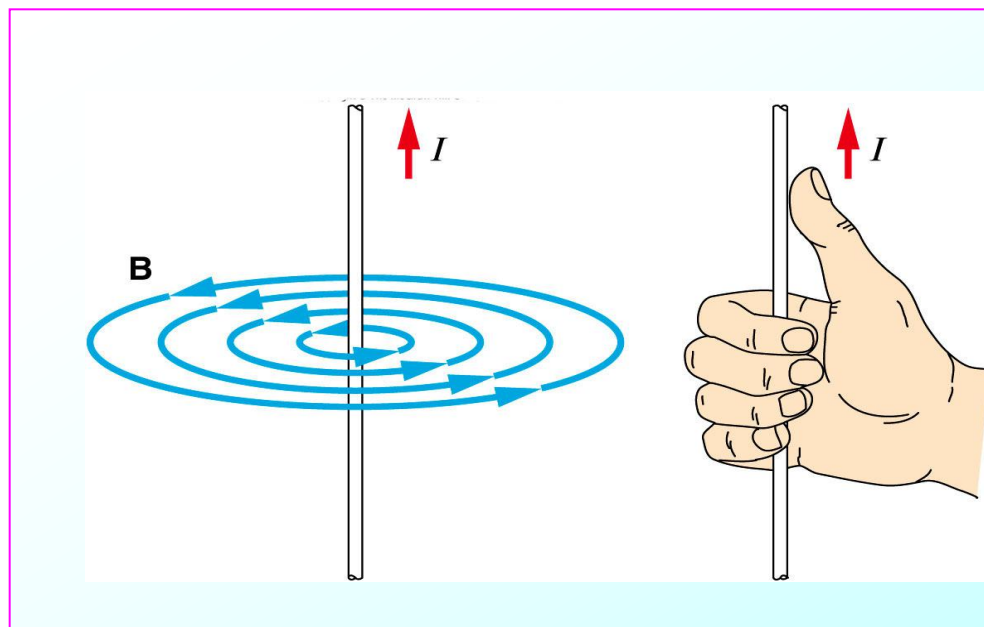
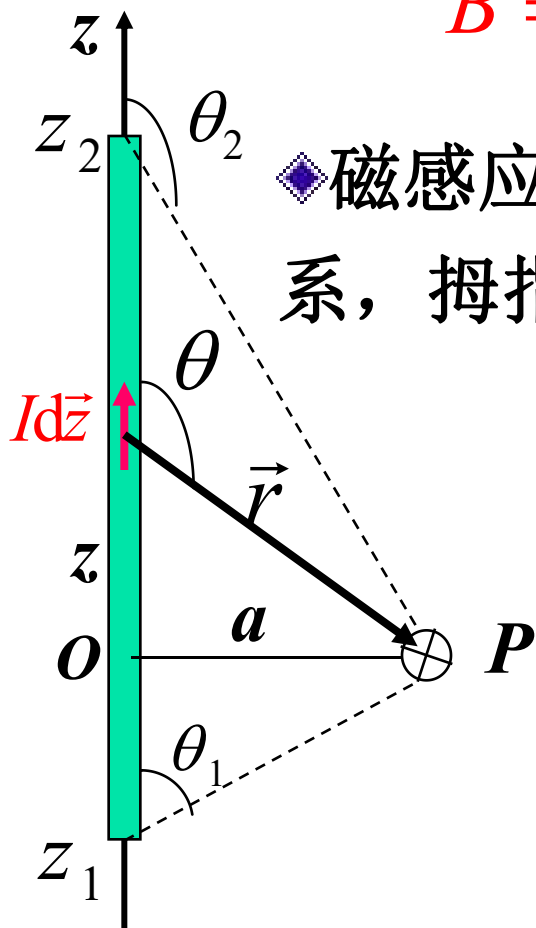
$$B_x = \int dB_x, B_y = \int dB_y, B_z = \int dB_z,$$

$$\text{则: } \vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

## 例13.1 载流长直导线的磁场.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

◆ 磁感应强度  $\vec{B}$  的方向，与电流成右手螺旋关系，拇指表示电流方向，四指给出磁场方向。



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

## 讨论

(1)  $P$ 点位于延长线上

$$\theta_1 = \theta_2 = 0 \quad \text{或} \quad \theta_1 = \theta_2 = \pi$$

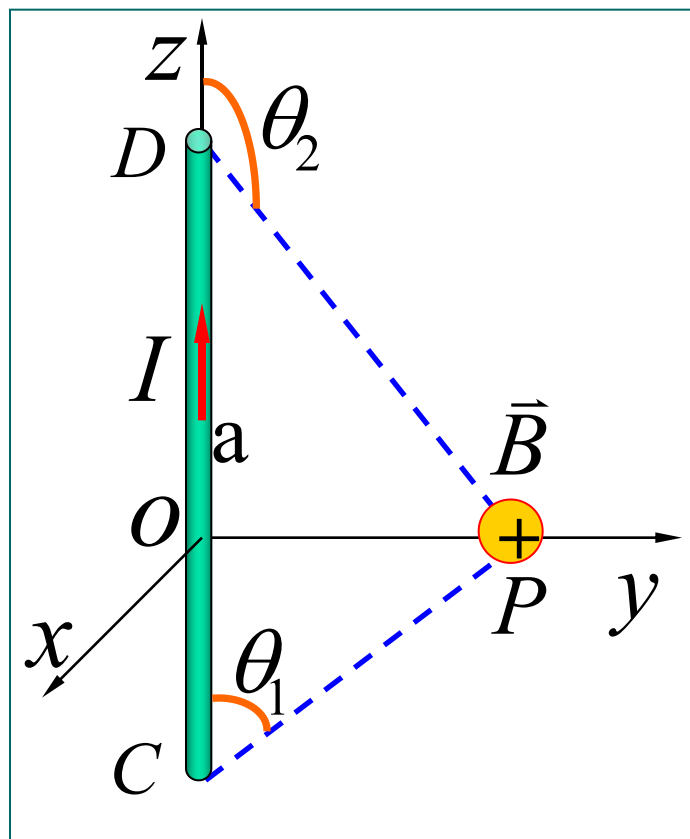
$$B = 0$$

(2) 无限长载流长直导线的磁场.

$$\theta_1 \rightarrow 0$$

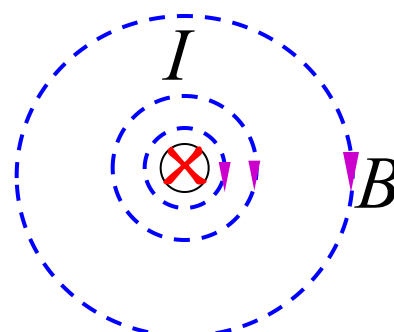
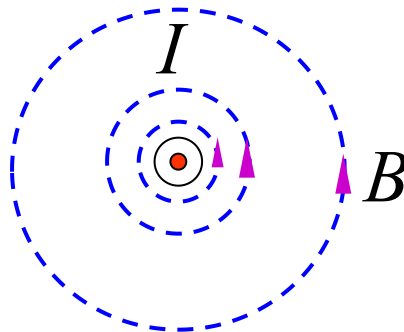
$$\theta_2 \rightarrow \pi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



## ◆ 无限长载流长直导线的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi a}$$

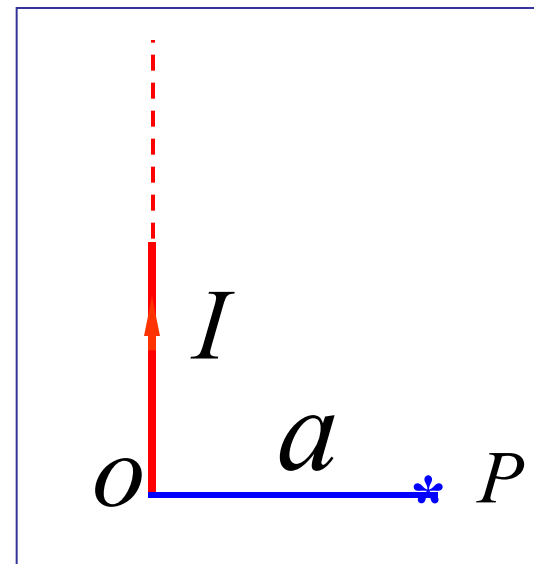


## (3) 半无限长载流长直导线的磁场

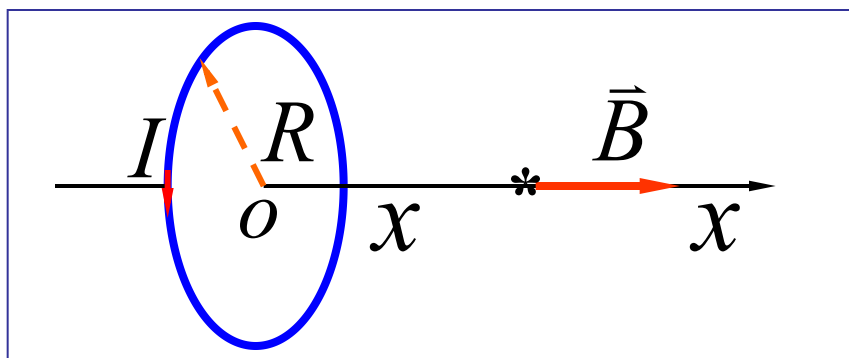
$$\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\theta_2 \rightarrow \pi$$

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a}$$



## 例13.2 载流圆线圈的磁场.



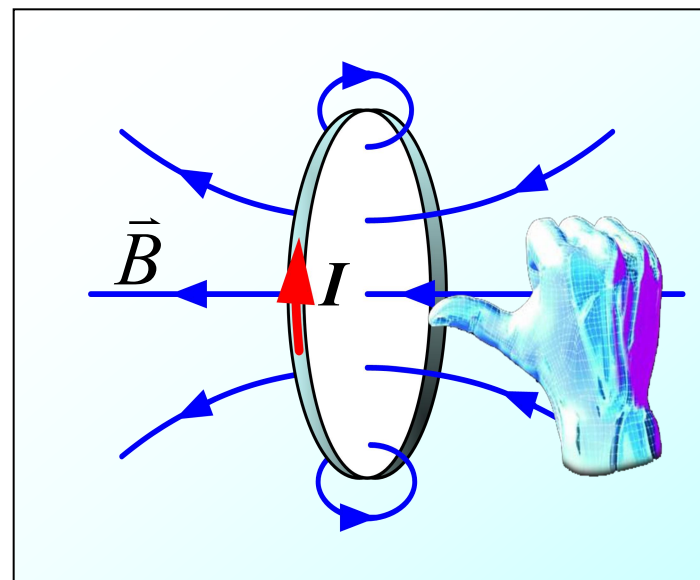
$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

讨论

1)  $I$  和  $\vec{B}$  成右螺旋关系

2)  $x = 0$  (圆心处)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 R}$$

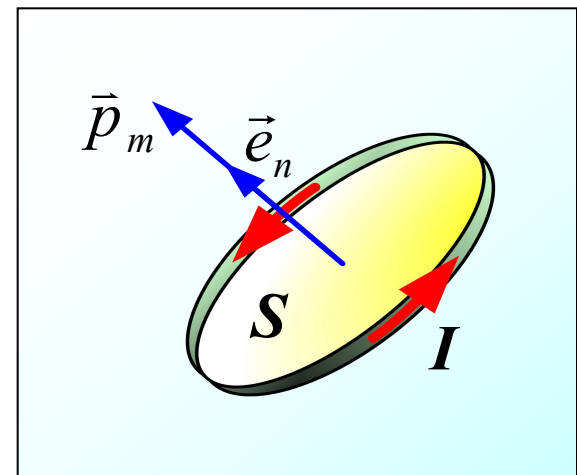


$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad 3) \ x \gg R$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}, \quad B = \frac{\mu_0 I S}{2\pi x^3}$$

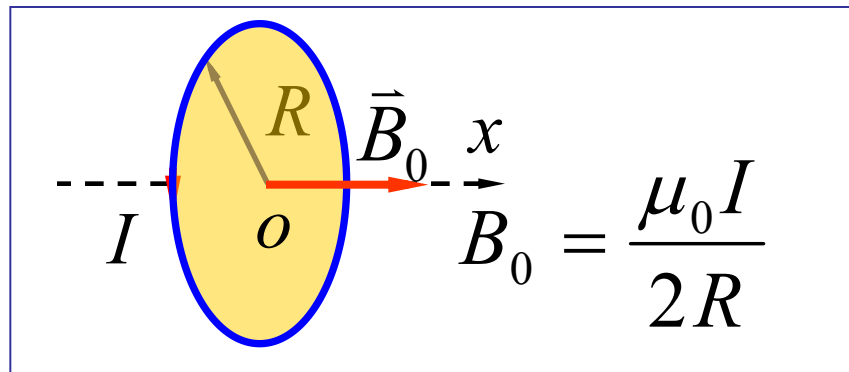
定义载流线圈的磁矩：

$$\vec{P}_m = NIS \vec{e}_n \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{P}_m}{2\pi x^3}$$

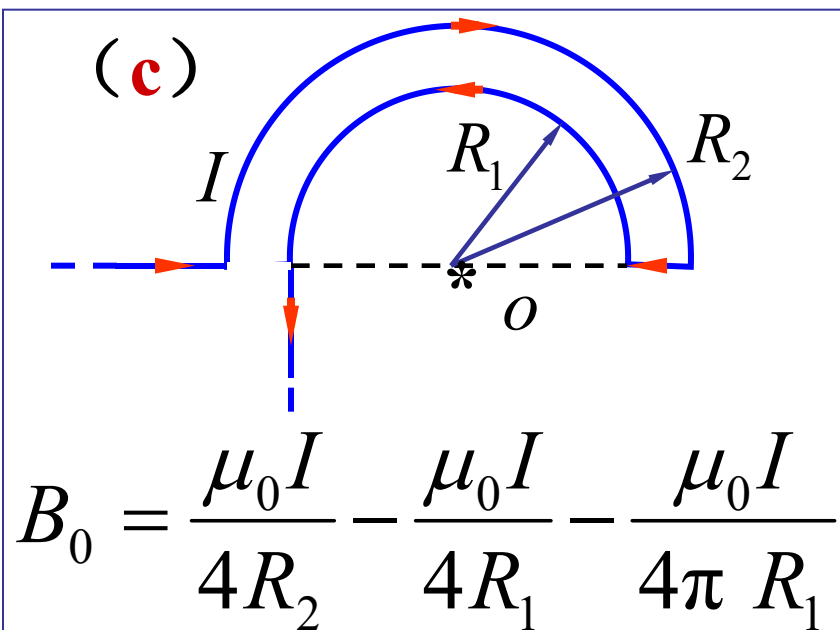
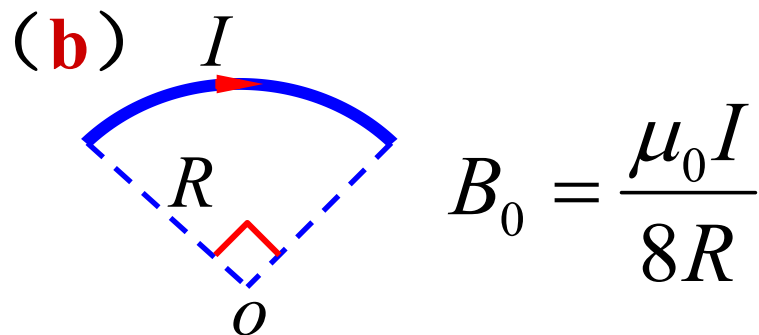
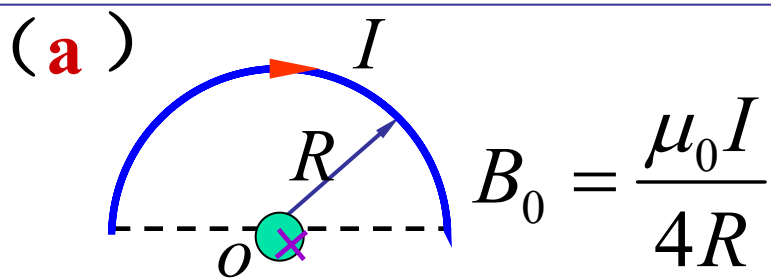
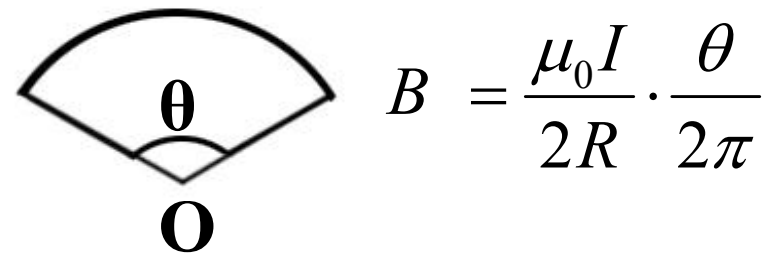


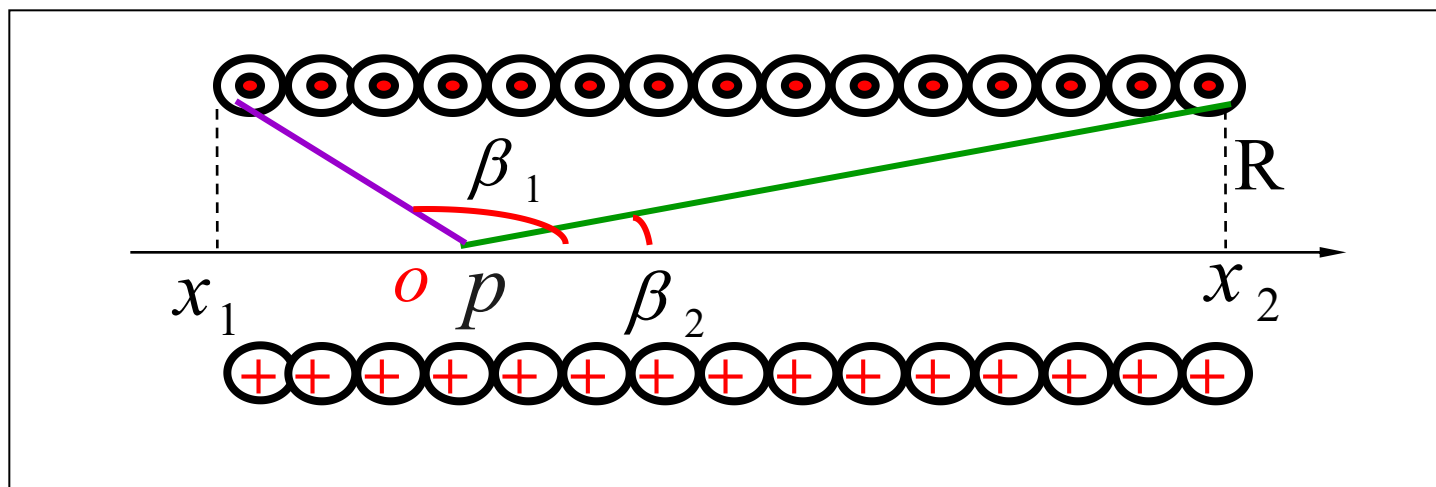
等效磁偶极子

**说明：** 只有当圆形电流的面积  $S$  很小，或场点距圆电流很远时，才能把圆电流叫做**磁偶极子**。

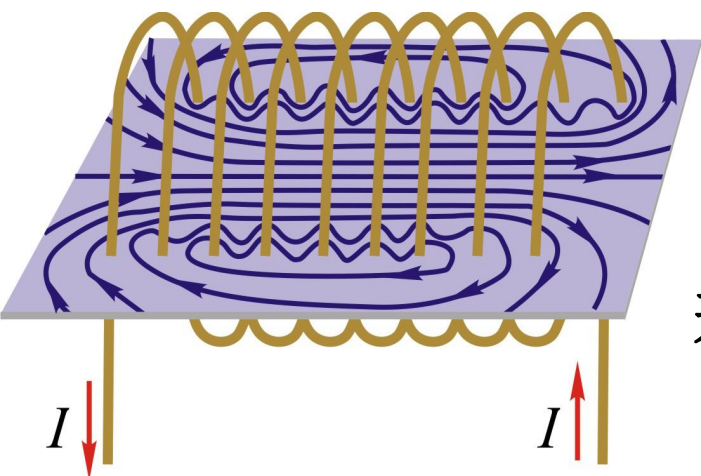


#### 4) 部分圆弧





### 例13.3 载流直螺线管 轴线上的磁感应强度



SJTU PHYCAI

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

磁场方向与电流绕向构成**右手螺旋**关系

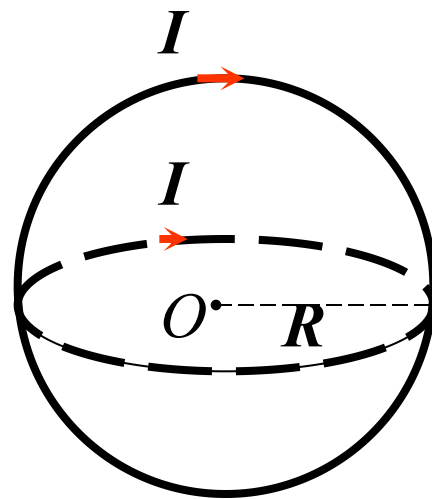
若螺线管无限长,  $\beta_1 \approx \pi$ ,  $\beta_2 \approx 0$

$$B = \mu_0 n I \quad \text{--- 匀强磁场}$$



## 应用举例

【例题】在球面上竖直和水平的两个圆中，通过相等的电流  $I$ ，方向如图所示，则圆心处磁感应强度  $\vec{B}$  的大小为



(A)  $\frac{\mu_o I}{R}$

(B)  $\frac{\mu_o I^2}{2R}$

(C)  $\frac{\sqrt{2}\mu_o I}{2R}$

(D)  $\frac{\mu_o I}{4R}$

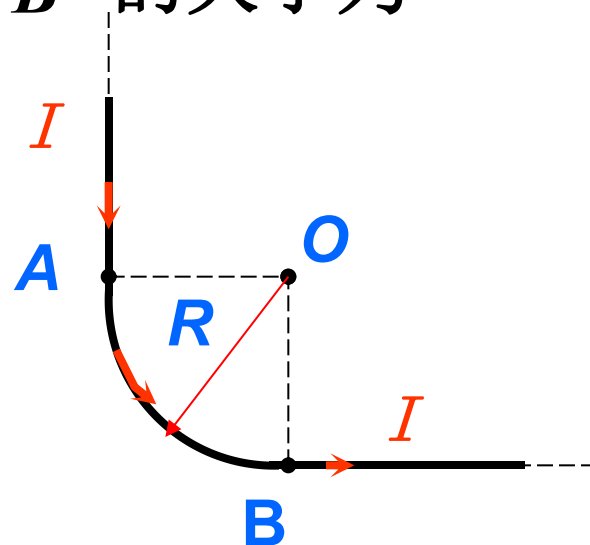
答案: [ (C) ]



【例题】一无限长载流导线中部弯成如图所示的  $1/4$  圆弧，则  $O$  点处磁感应强度  $\vec{B}$  的大小为

(A)  $\frac{\mu_o I}{2\pi R}$       (B)  $\frac{\mu_o I}{2\pi R} (1 + \frac{\pi}{4})$

(C)  $\frac{\mu_o I}{2\pi R}$       (D)  $\frac{\mu_o I}{8R}$



两半无限长载流导线和四分之一圆载流导线产生的磁场之矢量和.

答案：  
[ (B) ]



**【例题】** 一长直载流  $I$  的导线，中部折成图示一个半径为  $R$  的圆，则圆心的磁感应强度大小为

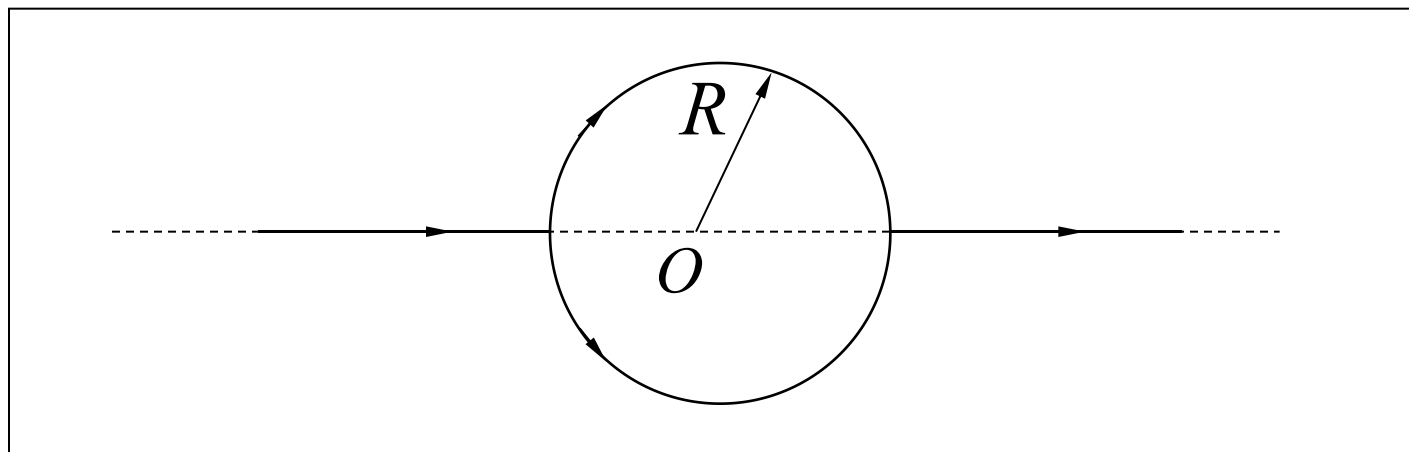
(A)  $\frac{\mu_0 I}{2R}$

(B)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

(C)  $\frac{\mu_0 I}{2R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$



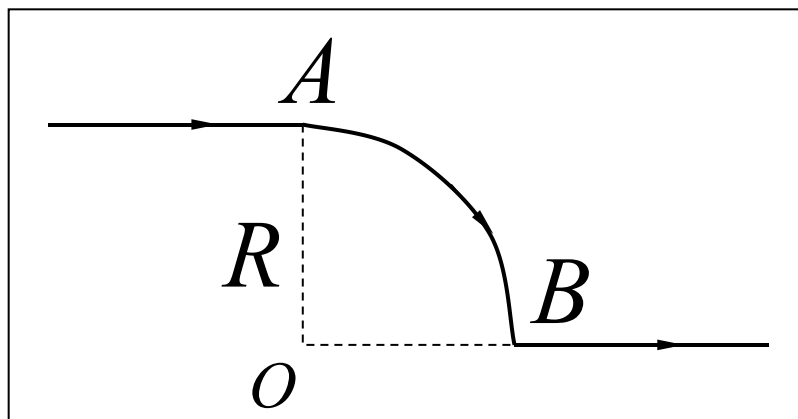
(D) 0



**例** 一无限长载流  $I$  的导线，中部弯成如图所示的四分之一圆周  $AB$ ，圆心为  $O$ ，半径为  $R$ ，则在  $O$  点处的磁感应强度的大小为

(A)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$        (B)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$

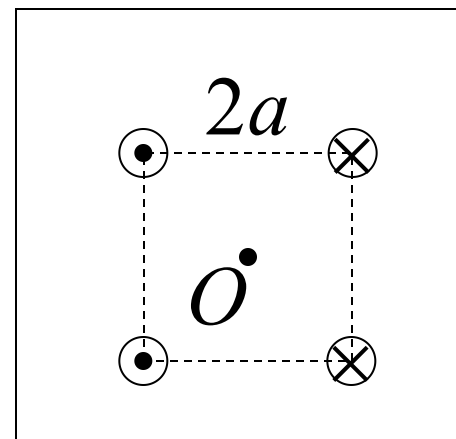
(C)  $\frac{\mu_0 I}{4R}$       (D)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left(1 - \frac{\pi}{2}\right)$



【例题】 如图所示，四条皆垂直于纸面“无限长”载流直导线，每条中的电流均为  $I$ 。这四条导线被纸面截得的断面组成了边长为  $2a$  的正方形的四个顶角，则其中心点  $O$  的磁感应强度的大小为

(A)  $\frac{2\mu_0}{\pi a} I$       (B)  $\frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi a} I$

(C)  $0$       ★ (D)  $\frac{\mu_0}{\pi a} I$



**【例题】** 将载有电流的导线弯成如图所示的形状，求O点的磁感应强度。

**解：** 直线电流AE和CD在O点产生的磁场为

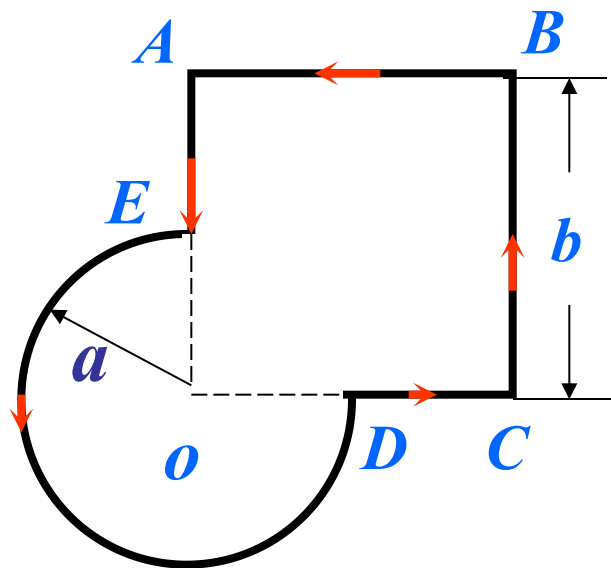
$$B_1 = 0$$

直线电流BA在O点产生的磁场大小为

$$B_2 = \left| \frac{\mu_o I}{4\pi b} \left( \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{2} \right) \right|$$

$$= \frac{\mu_o I}{4\pi b} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(方向垂直于纸面向外)



同理直线电流  $CB$  在  $O$  点产生的磁场大小为:

$$B_3 = \frac{\mu_o I}{4\pi b} \left[ \cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{3\pi}{4} \right] = \frac{\mu_o I}{4\pi b} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

方向垂直于纸面向外。

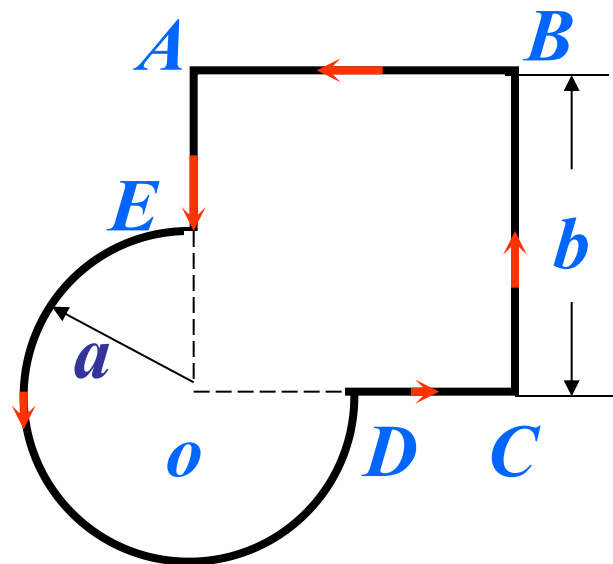
$\frac{3}{4}$  圆弧电流  $\widehat{ED}$  在  $O$  点产生的磁场大小为:

$$B_4 = \frac{\mu_o I}{2a} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3\mu_o I}{8a}$$

(方向垂直于纸面向外)

故  $O$  点的磁感应强度为:

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = \frac{\sqrt{2}\mu_o I}{4\pi b} + \frac{3\mu_o I}{8a} \quad (\text{方向垂直于纸面向外。})$$



例：一“无限长”导线弯成如图所示形状，通以如图所示电流I，已知 $co=do=R$ ， $\overline{BC}$ 为1/4圆弧，半径为R，求园心O处的磁感应强度 $\vec{B}_0$

解：  $\vec{B}_0 = \vec{B}_{ab} + \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{cd} + \vec{B}_{de}$

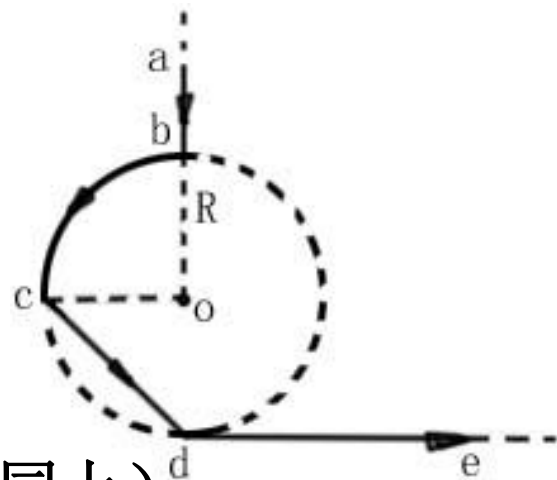
$$B_{ab} = 0$$

$$B_{bc} = \frac{\mu_0 I}{2R} \times \frac{1}{4} = \frac{\mu_0 I}{8R} \quad \text{方向垂直于纸面向外}$$

$$B_{cd} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{2}/2R} (\cos 45^\circ - \cos 135^\circ) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (\text{方向同上})$$

$$B_{de} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos 90^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad (\text{方向同上})$$

$$B_0 = B_{ab} + B_{bc} + B_{cd} + B_{de} = \frac{\mu_0 I}{8R} + \frac{3\mu_0 I}{4\pi R} \quad \text{方向垂直于纸面向外}$$





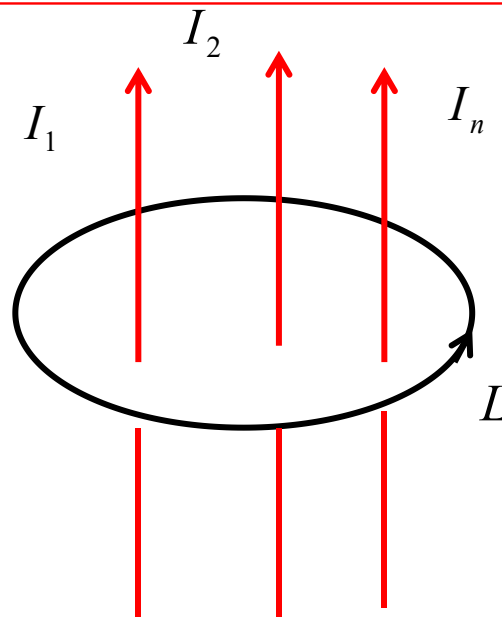
## § 13.7 安培环路定理

### 1、定理的内容

在恒定电流的磁场中，磁感应强度 $B$ 矢量沿任何闭合曲线 $L$ 的线积分（ $\vec{B}$ 的环流），等于穿过这个闭合曲线的所有电流强度的代数总和的 $\mu_0$ 倍。

即：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$





## 安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

说

明

(1) 对L内的**电流的正负**，由电流流向与L的绕行方向来确定：当电流流向与L的绕行方向满足右手螺旋关系时，则电流强度为正，反之，电流强度为负。

(2) 恒定磁场的环流不为零，说明**恒定磁场是涡旋场**。

(3) 磁场中高斯定理不仅适用于恒定磁场，也适用于变化磁场，**安培环路定理只适用于恒定磁场**，对于变化磁场存在的空间，安培环路定理还有更普遍的形式。

(4) 高斯定理和安培环路定理各反映了恒定磁场性质的一个侧面，只有两者结合起来才能全面反映恒定磁场的性质。

(5) 在环路外的电流对  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$  无贡献，但对环路上的磁感应强度  $\vec{B}$  有贡献，其上每一点的  $\vec{B}$  是环路外和环路内所有电流产生的磁感应强度在环路上某点的叠加。

(6) 正如静电场中的高斯定理能帮助我们计算某些具有一定对称性的带电体的电场分布一样，安培环路定理也可帮助我们计算某些具有一定对称性的载流导体的磁场分布。

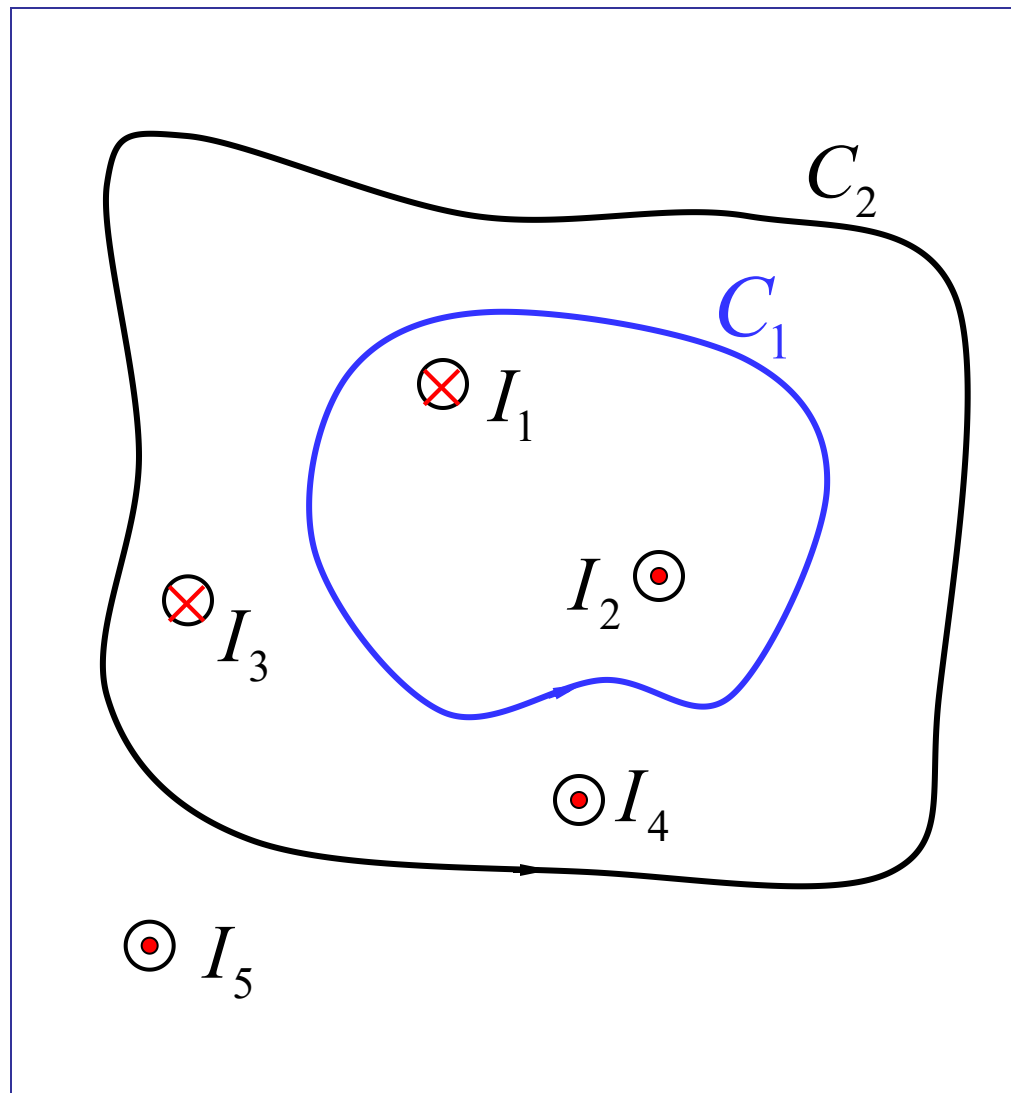
## ➤讨论

对闭合回路  $C_1$

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_2 - I_1)$$

对闭合回路  $C_2$

$$\oint_{C_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_2 + I_4 - I_1 - I_3)$$



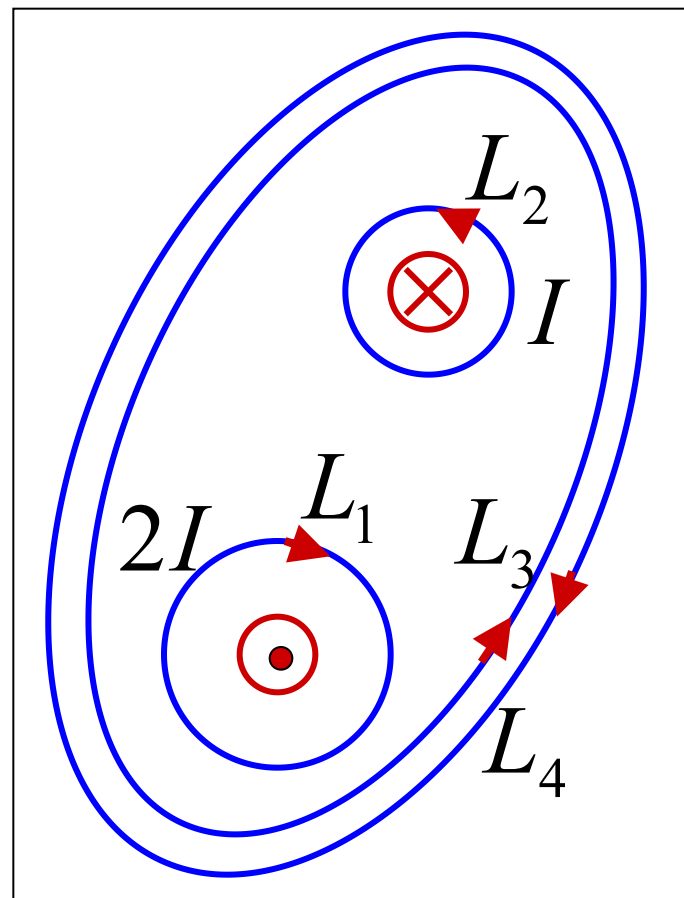
**例** 如图，流出纸面的电流为  $2I$ ，流进纸面的电流为  $I$ ，则下述各式中哪一个是正确的？

(1)  $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\mu_0 I$

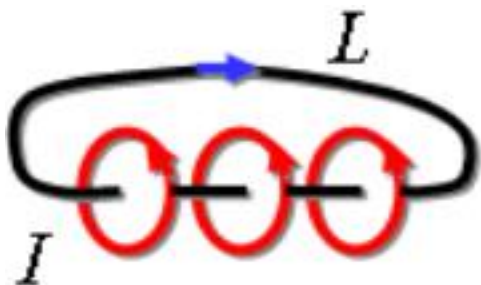
(2)  $\oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

(3)  $\oint_{L_3} \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$

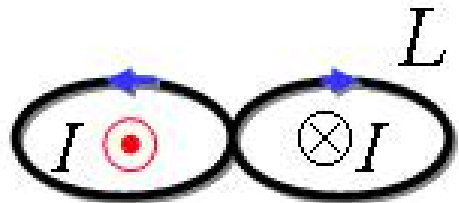
★(4)  $\oint_{L_4} \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$



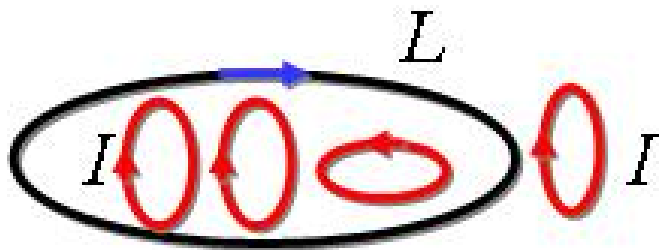
## □ 其他情况



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 NI$$



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 (2I)$$



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$$

## 2、安培环路定理的应用

### ➤ 安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

计算**某些**具有一定对称性的载流导体的磁场分布。

### 解题步骤：

- ◆ 磁场分布的**对称性**分析：确定  $\vec{B}$  的大小及方向分布特征。
- ◆ 根据对称性选择**合适的**闭合路径。
- ◆ 计算  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$  及  $\sum I_i$ 。
- ◆ 应用安培环路定理**计算**磁场。

## 例 无限长载流圆柱体的磁场

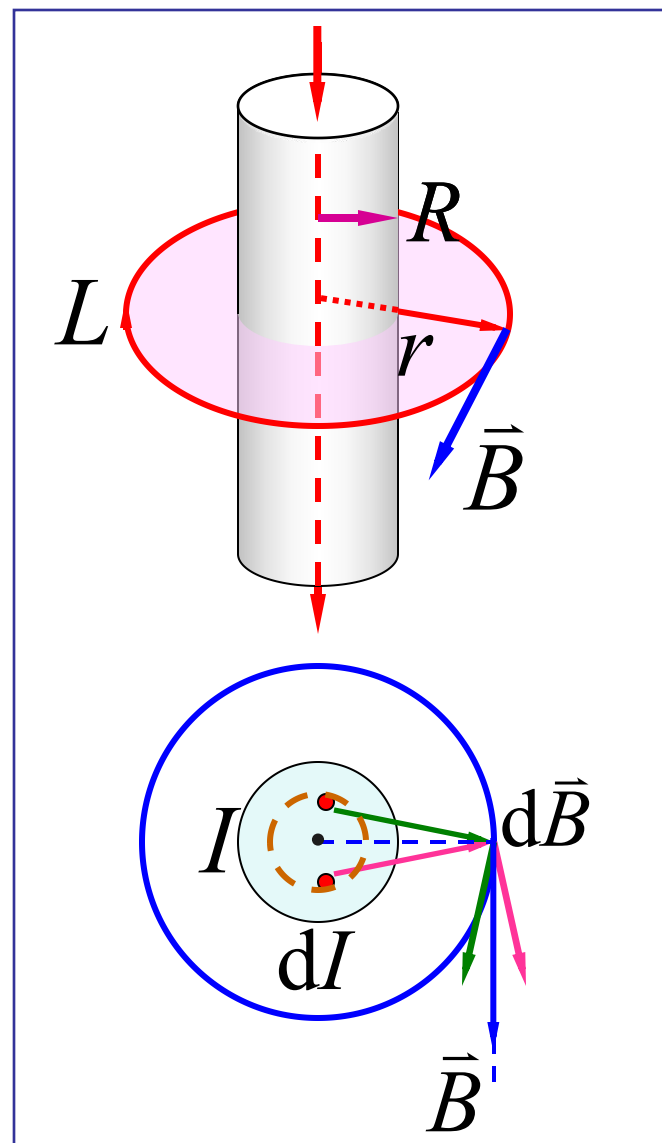
解 1) 对称性分析 2) 选取回路

$$r > R: \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$2\pi r B = \mu_0 I \longrightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$0 < r < R: \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I$$

$$2\pi r B = \frac{\mu_0 r^2}{R^2} I \longrightarrow B = \frac{\mu_0 r I}{2\pi R^2}$$



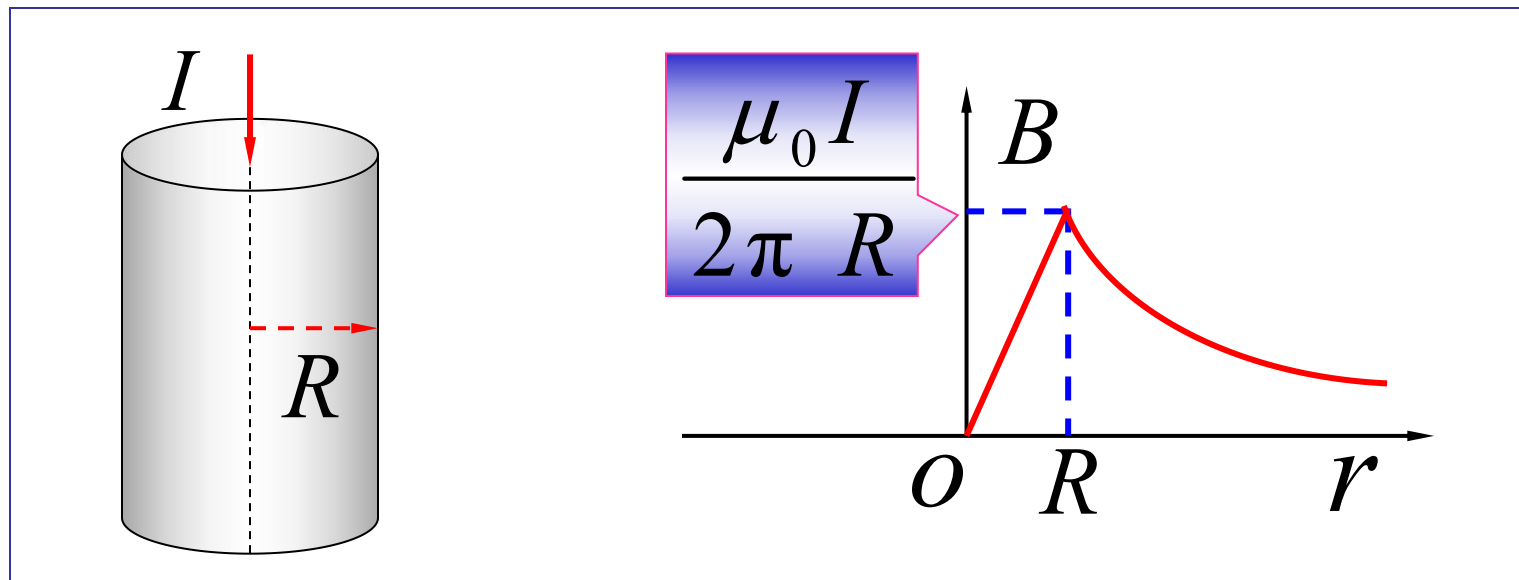


$\vec{B}$  的方向与  $I$  成右螺旋

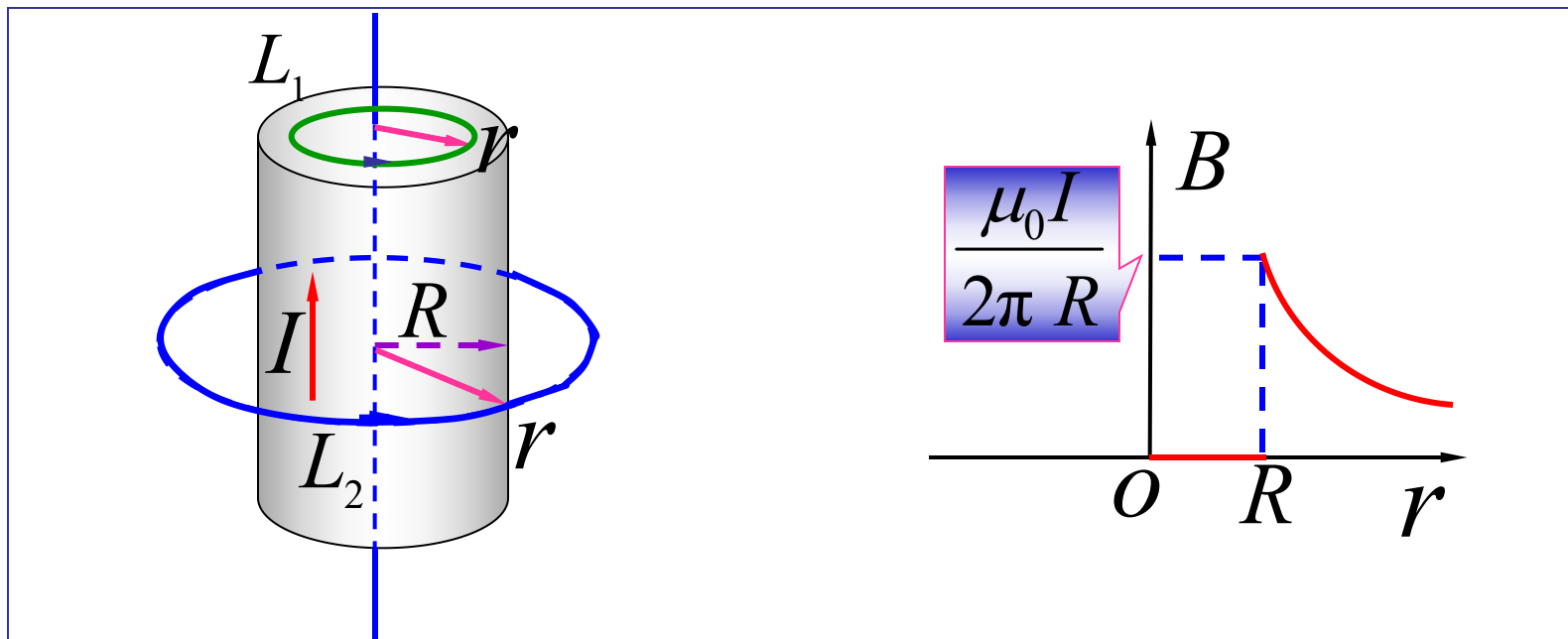
$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < r < R, \\ r > R, \end{array} \right.$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



## 例13.6 无限长载流圆柱面的磁场分布



**解**  $0 < r < R, \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$

$$B = 0$$

$$r > R, \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

## 例13.7 求载流螺绕环内的磁场

**解 1)** 对称性分析；环内  $\vec{B}$  线为同心圆，环外  $\vec{B}$  为零。

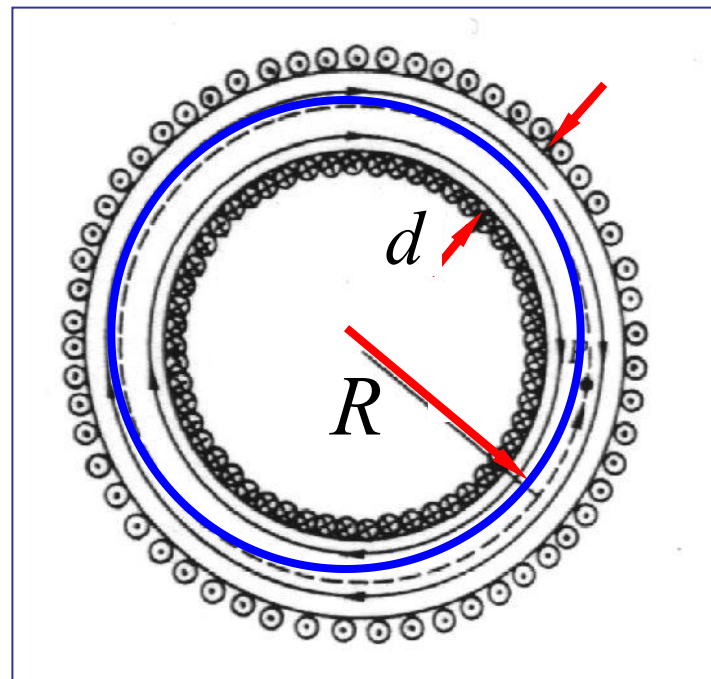
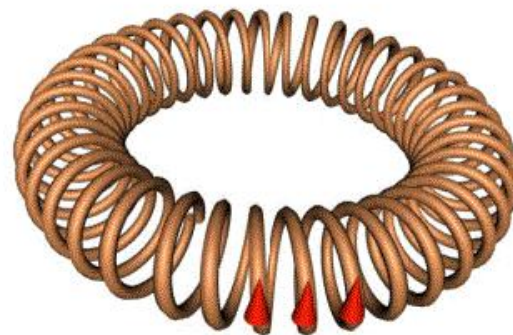
**2)** 选回路。

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi R B = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

令  $L = 2\pi R$   $B = \mu_0 N I / L$

当  $2R \gg d$  时，螺绕环内可视为均匀场。  $B = \mu_0 n I$



静电场

电磁场规律对比

稳恒磁场

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

电场有保守性，它是**保守场**，或有势场

磁场没有保守性，它是**非保守场**，或无势场

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

电场线起于正电荷、  
止于负电荷。  
静电场是**有源场**

磁场线闭合、  
无单独的磁极  
磁场是**无源场**

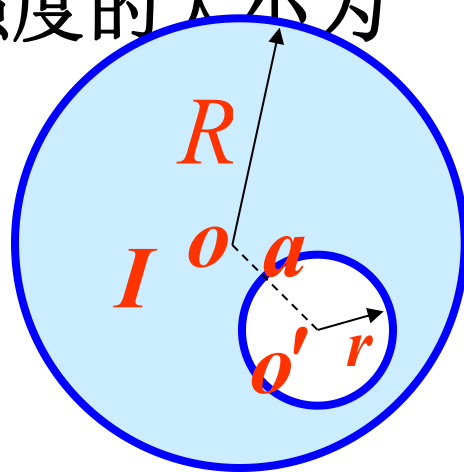
**例** 在半径为  $R$  的长直金属圆柱体内部挖去一个半径为  $r$  的长直圆柱体，两柱体轴线平行，其间距为  $a$ ，如图，今在此导体上通以电流  $I$ ，电流在截面上均匀，则空心部分轴线上  $O'$  点的磁感应强度的大小为

(A)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2}$

(B)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2 - r^2}{R^2}$

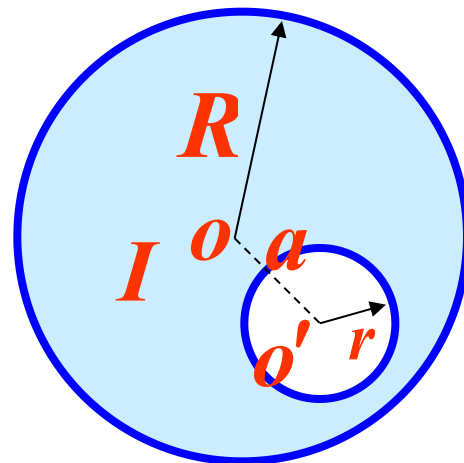
(C)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2 - r^2}$

(D)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left( \frac{a^2}{R^2} - \frac{r^2}{a^2} \right)$



**答：**设想将挖去的部份补上相同的面电流密度都是

$$\frac{I}{\pi(R^2 - r^2)}$$



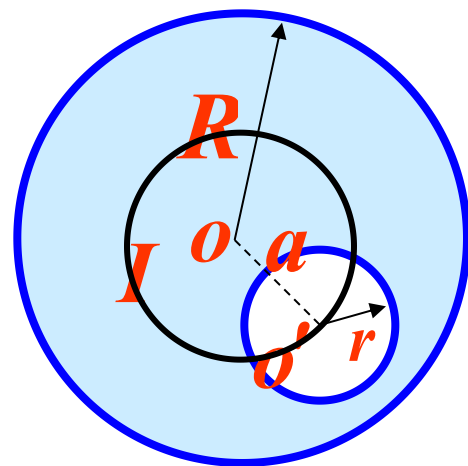
的电流, 则构成一个完整载流圆柱体。

再加上一个面电流密度相同、但流向相反的小圆柱体, 这与原来等效。

则空心部分轴线上  $O'$  点的磁感应强度的大小

$$\vec{B}' = \vec{B} + \vec{B}_0$$

通过  $O$  以  $O$  为中心作圆形安培环路，  
完整的载流圆柱形，在  $O'$  处  
产生的场强为：



$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi a = \mu_0 I'$$

$$I' = \pi a^2 \cdot \frac{I}{\pi(R^2 - r^2)}$$

$$\frac{I}{\pi(R^2 - r^2)}$$

→ 
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2 - r^2}$$

相反的部份在  $O'$  处产生的场强为零。则：  $\vec{B}' = \vec{B}$

答案： [ (C) ]

## § 13.9 与变化电场相联系的磁场

### 1、位移电流

变化的电场可以视为电流，

-----麦克斯韦把这种电流称为位移电流。

位移电流的表达式：

$$\text{位移电流 } I_d = \frac{d\Phi_D}{dt} \quad \text{位移电流密度 } \vec{J}_d = \frac{d\vec{D}}{dt}$$

电场中某点的位移电流密度，等于该点电位移对时间的变化率，通过电场中某截面的位移电流等于该截面电位移通量对时间的变化率。



## 2. 全电流 全电流定理（普遍的安培环路定理）

### □全电流

通过某一截面的全电流是通过这一截面的传导电流、位移电流的代数和。

$$\begin{aligned} I = I_c + I_d &= \int_s \vec{J}_c \cdot d\vec{s} + \int_s \vec{J}_d \cdot d\vec{s} \\ &= \int_s \left( \vec{J}_c + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s} \end{aligned}$$

□磁场由传导电流和变化电场共同产生

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_{c,in} + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s})$$

$$\text{或} \quad \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_s (\vec{J}_c + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \cdot d\vec{s}$$

全电流定理

称为全电流定律或普遍的安培环路定理。

物理意义： $\vec{B}$  沿任意闭合曲线的线积分等于穿过以该曲线为边界的曲面的全电流的  $\mu_0$  倍。

注意：传导电流与位移电流概念不同

传导电流	位移电流
电荷定向运动	真空中电场的变化引起
产生焦耳热 服从焦耳定律	真空中不产生热效应；有介质时 要产生热效应，但不服从焦耳定律
只在导体中	可在导体中，真空中，介质 中，导体中 $I_d$ 很小可忽略

它们只在激发磁场方面等效！