
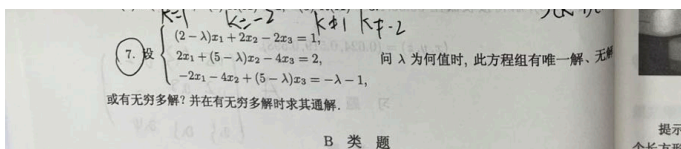


## 第二讲

### 1、判断线性方程组是否有解



例1.6 判断下列线性方程组是否有解，说明理由.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$


## 第三讲

### 1、高斯消元法求解线性方程组

例1.7 求解下列线性方程组

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = -1 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

例1.8 求解下列线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_4 = -1 \\ -4x_1 + 5x_2 - 8x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -2 \end{cases}$$

P4

下面举一个求解齐次线性方程组的例子.

例1.8 用高斯消元法求解齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

P19

综合运用知识能力,具有一定的难度,见下例,其他例子参见第3章的第3.5节.

例1.9(2008) 设线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \end{cases}$$

与线性方程  $x_1 + 2x_2 + x_3 = a - 1$  有公共解, 求  $a$  的值及所有公共解.

## 第五讲

### 1、根据矩阵加法运算求矩阵

例1  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ , 求  $-3A + 2B$ .

例2 设

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ 计算 } 3E - 5A.$$

$$B)) = C - B \Rightarrow A + B = C - B \Rightarrow A = C - B.$$

例3  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ , 已知  $C - 3A^T = 2B - 3C$ , 求  $C$ .

### 2、证明题

例2.3 证明: 任意方阵  $A$  都是对称矩阵与反对称矩阵之和.

证明 显然  $A = \frac{1}{2}(A + A^T) + \frac{1}{2}(A - A^T).$

令  $B = \frac{1}{2}(A + A^T), C = \frac{1}{2}(A - A^T)$  得

$$B^T = \frac{1}{2}(A + A^T)^T = B.$$

$$C^T = \frac{1}{2}(A - A^T)^T = \frac{1}{2}((-A^T)^T + A^T) = -C.$$

第六讲

1、直接利用矩阵乘法运算求矩阵

例3 计算下列矩阵的乘积，并观察结果，探讨性质

$(1) A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

$(2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$(3) A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$

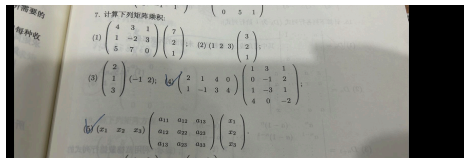
并求  
**AB, BA**

例4  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

求AB, 并问 是否有意义?

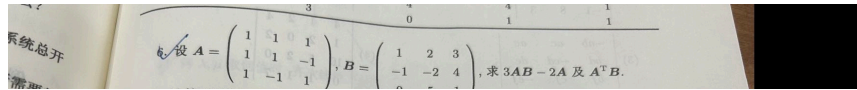
因此一定要注意

例5  $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$  求 AB, BA



2、根据矩阵等式求矩阵

例6 设  $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ ,  $B = E - A^T A$ ,  $C = E + 2A^T A$ , 计算 BC.

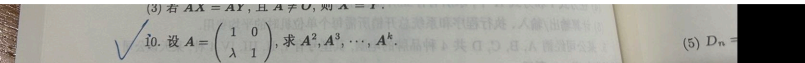


3、求矩阵的幂

例2.8(P39)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$A^{10}$



#### 4、证明题

**例** 设 $A$ 是 $n$ 阶反对称矩阵,  $B$ 是 $n$ 阶对称矩阵, 则 $AB+BA$ 是 $n$ 阶反对称矩阵。

P38