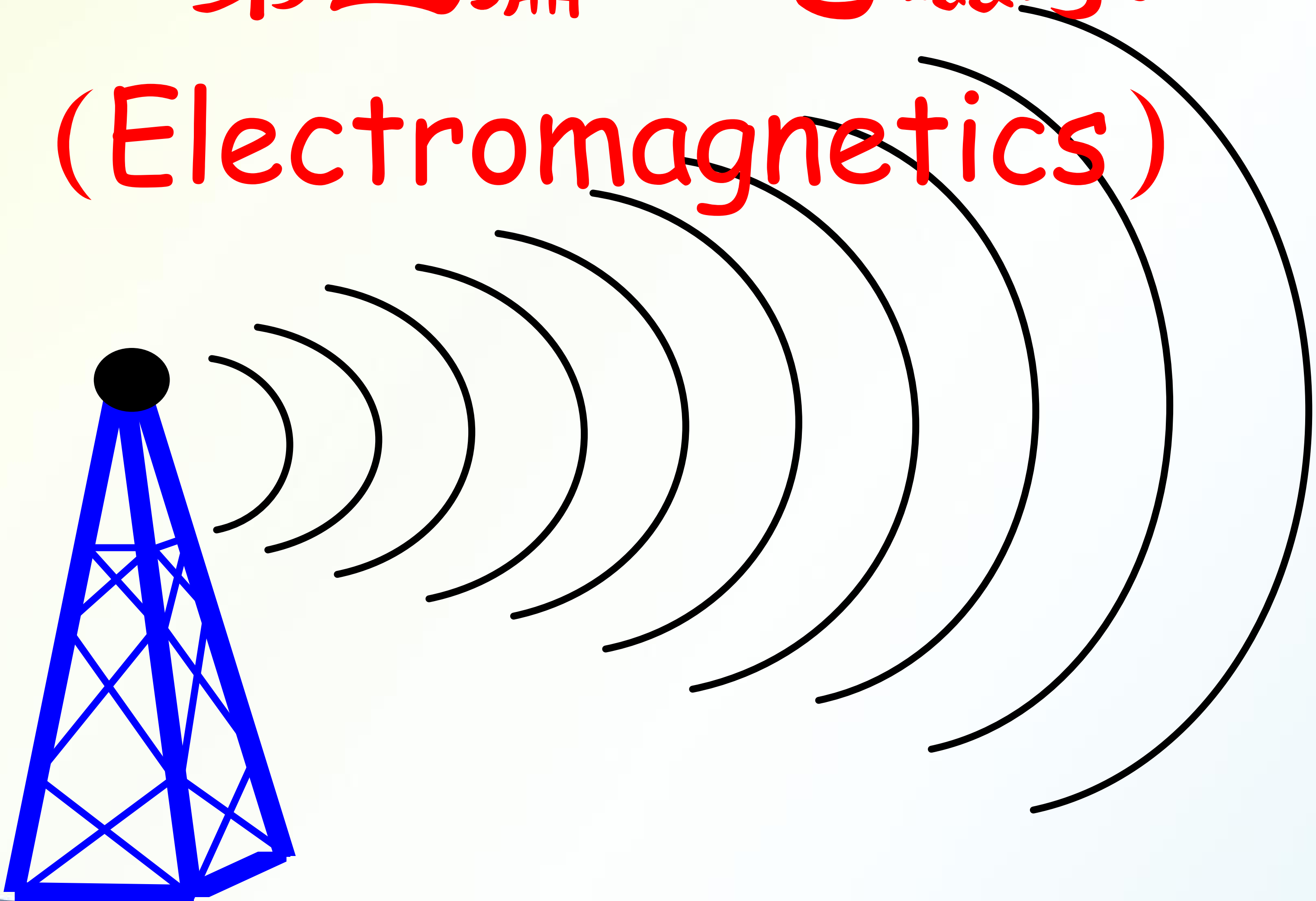
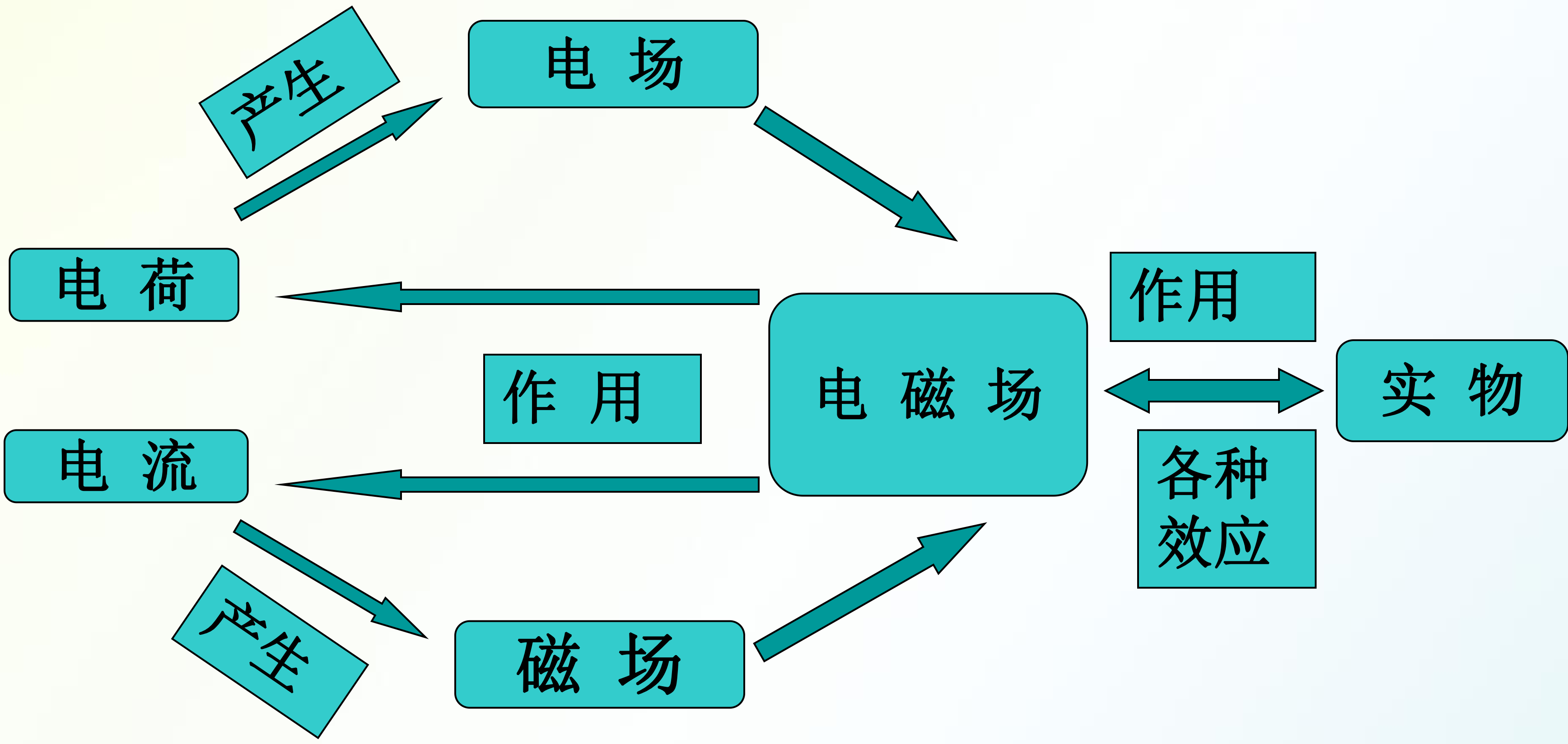
第三篇　电磁学

(Electromagnetics)



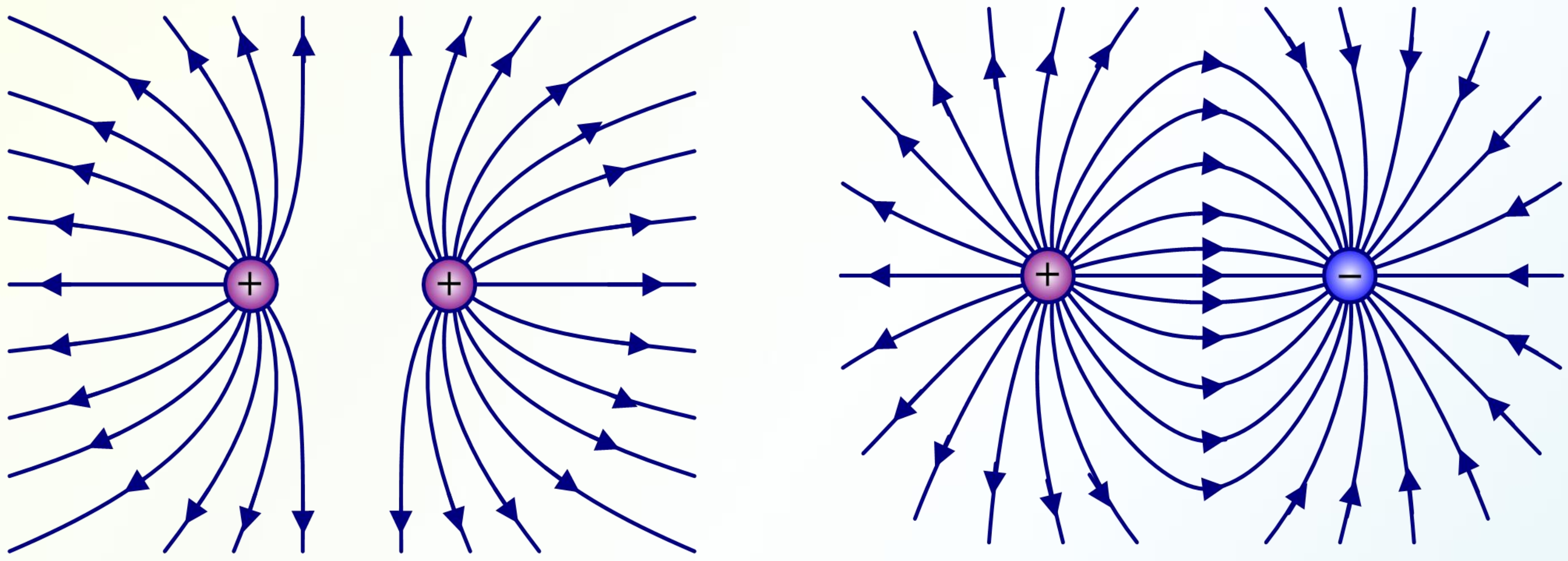
电磁学的研究对象



本 篇 内 容

第10章　静电场

(Electric Field of Static Charge)



【本章内容】

【学习目的】

1、了解静电现象和电荷量子化的概念。

2、掌握库仑定律，理解电场强度概念及其迭加原理，能在已知电荷分布的情况下计算简单电荷分布的电场；

3、理解电通量概念，掌握表征静电场性质的基本定理：高斯定理。能熟练的运用高斯定律计算电荷对称性分布的电场。

4、掌握导体静电平衡条件和静电平衡时导体的电特性，并能熟练地求出几何形状比较规则的导体内外的场强。

【教学重点】

电场强度、电通量概念，高斯定理，计算电场强度的各种方法，导体静电平衡条件。

【教学难点】

带电体的电场强度的计算、高斯定理及其应用。

作业

10-2，10-4，10-8，10-14，10-16，10-17。

§10.1 电荷

一、电荷

1. 电荷是物质的一种基本属性

2. 电荷的基本性质

（1）对偶性　电荷只有两种，正电荷和负电荷，

（2）量子性——电荷的量子化

$$e = 1.602\,176\,53 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

（3）电荷之间有相互作用

（4）电荷守恒定律

（5）电荷的相对论不变性

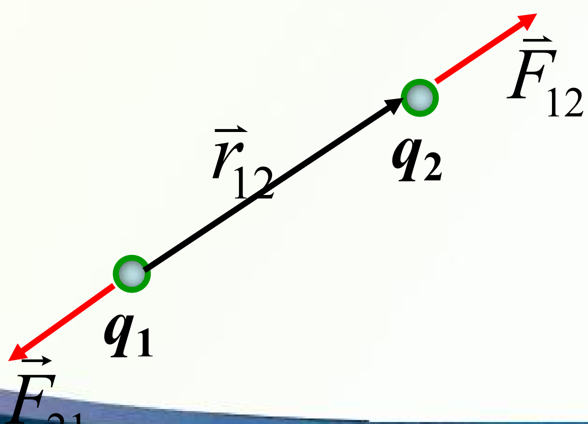
二、库仑定律

1、库仑定律：真空中两个静止点电荷q_1和q_2之间相互作用力（静电力）的大小，与两个点电荷电荷量的乘积成正比，与它们之间的距离r的平方成反比。作用力的方向沿它们的连线，同号相斥，异号相吸。

$$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{e}_{r12}$$

$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}}$

真空介电常量（电容率）

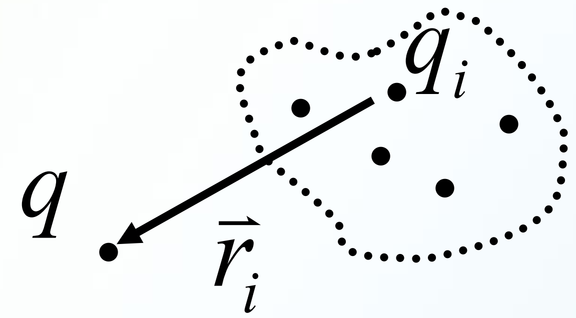


$$\vec{\mathbf{F}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^3}\vec{r}$$

2、力的叠加原理

当空间有两个以上的点电荷时，作用于每一个电荷上的总静电力等于其他点电荷单独存在时作用于该电荷的静电力的矢量和，这就叫做叠加原理。

$$\vec{F}=\sum_i \vec{F}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{qq_i}{r_i^3}\vec{r}_i$$



说明

（1）点电荷是带电体的理想模型。

（2）库仑定律成立的条件和适用范围：

真空中静止的点电荷。

§10.2 电场 电场强度

1、静电场：相对于观察者（惯性系）为静止的电荷产生的电场。

2．静电场的对外表现

（1）对场中的其他带电体有作用力

（2）当带电体在电场中移动时，电场力对带电体作功，这表明电场具有能量

（3）使引入其中的导体或电介质分别产生静电感应现象和极化现象

3、电场强度的定义

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

即：电场中某点处的**电场强度** $\vec{E}$ 等于位于该点处的**单位试验电荷所受的力，**其方向为**正**电荷受力方向.

讨论

1）矢量场 $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(x,y,z)$

若：$\vec{E} = \vec{C}$(常矢量), 称**均匀电场**或**匀强电场**。

2） SI单位： N/C 或 V/m

3）点电荷q在外场中受的电场力： $\vec{F} = q\vec{E}$

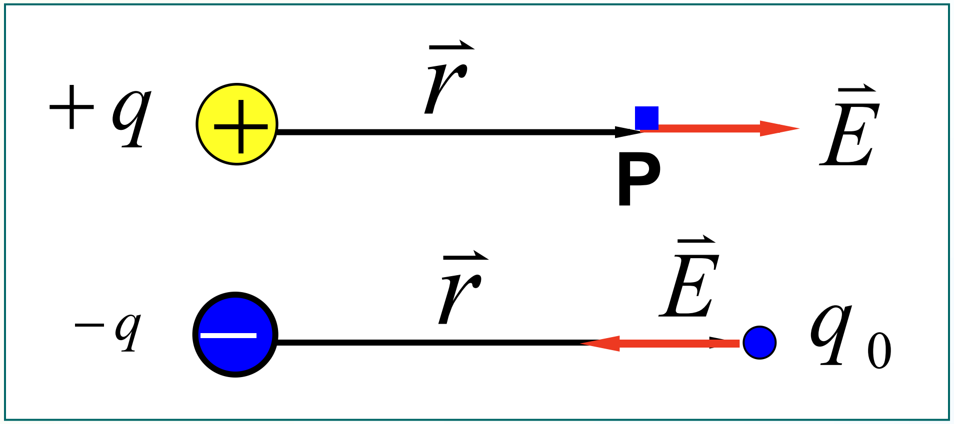
4、电场强度的计算

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}$$

电场强度的定义式

1）点电荷的电场强度

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

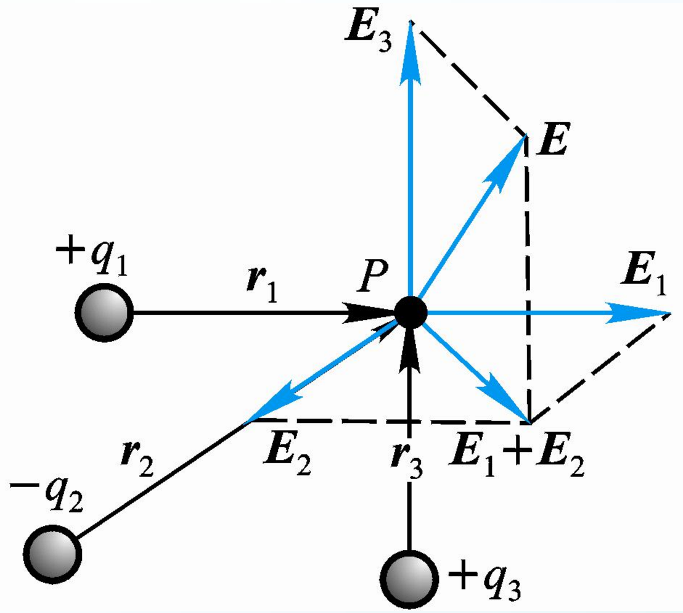


2）点电荷系的电场强度和场强叠加原理

在点电荷系产生的电场中，任一点的电场强度等于各个点电荷单独存在时在该点产生的电场强度的矢量和。这一结论称为**场强的叠加原理**。

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n=\sum_i \vec{E}_i$$

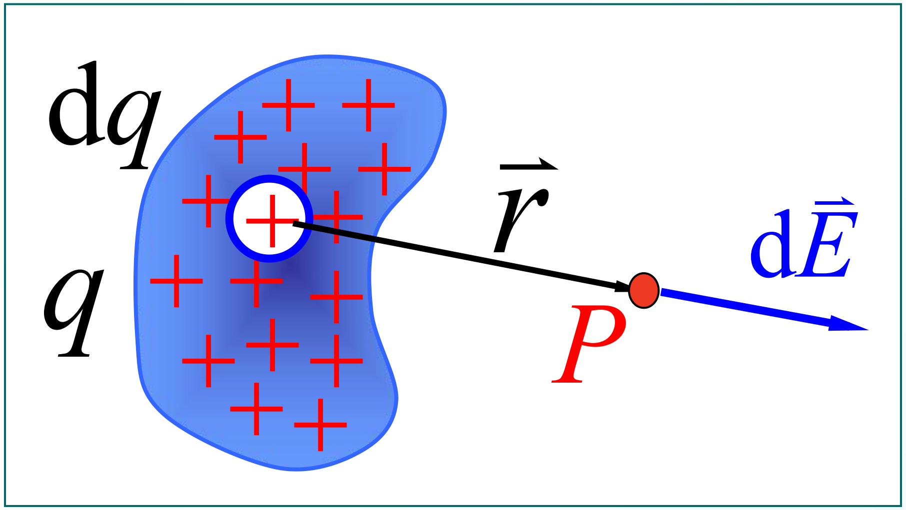
$$\vec{E}=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}\vec{r}$$



3）电荷连续分布带电体的电场强度

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\vec{r}$$

$$\boxed{\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}=\int_q \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^3}\vec{r}}$$



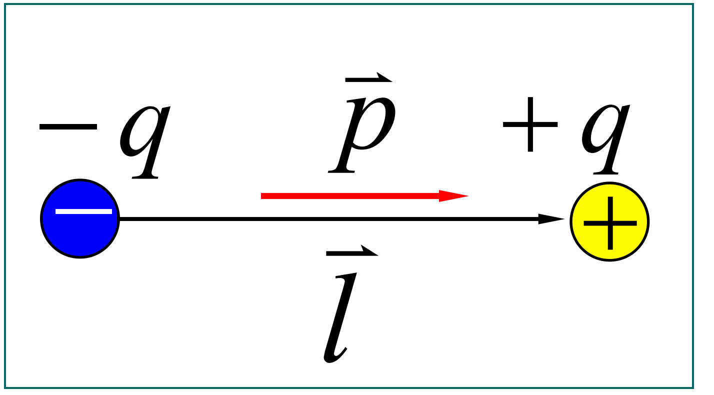
其中：

电荷线密度 $\lambda=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$

电荷面密度 $\sigma=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}s}$

电荷体密度 $\rho=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V}$

【例】计算在电偶极子延长线和中垂线上任一点的电场强度。



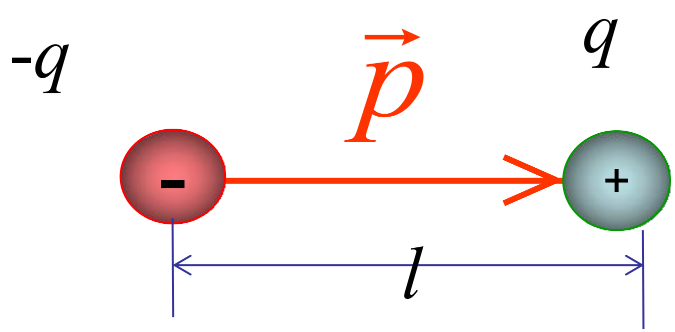
电偶极子（electric diople）：

电量大小相等、符号相反并有一微小间距的两个点电荷构成的复合体。

电偶极矩（electric moment）：

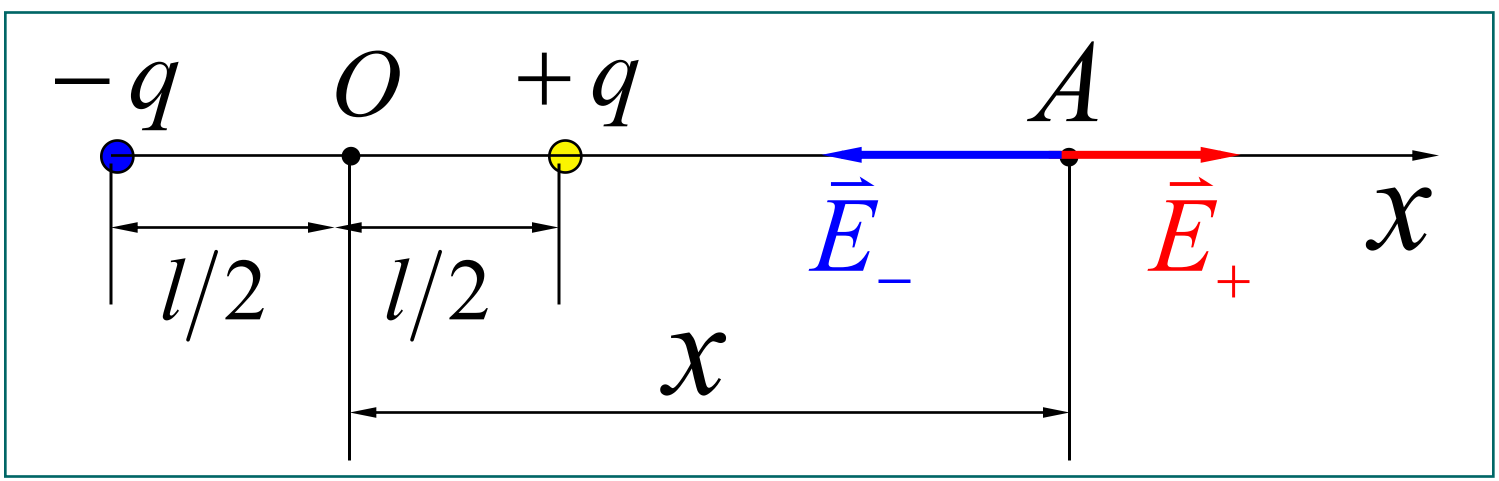
$$\vec{p} = q\vec{l}$$

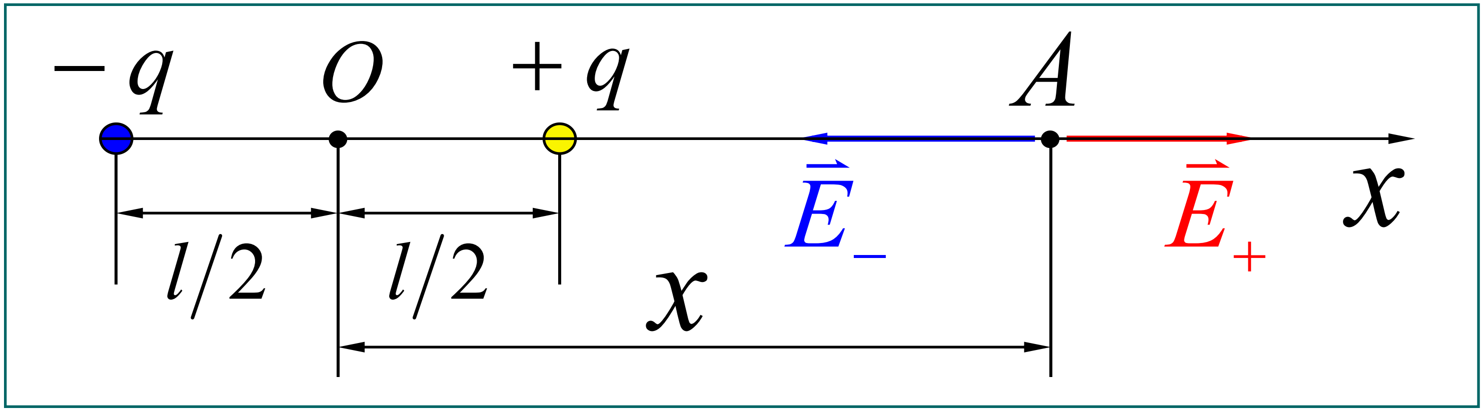
电偶极子是个很重要的物理模型，在研究电极化、电磁波的发射和接收都会用到。



讨 论

（1）电偶极子轴线延长线上一点的电场强度





$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x-l/2)^2}\vec{i} \qquad \vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x+l/2)^2}\vec{i}$$

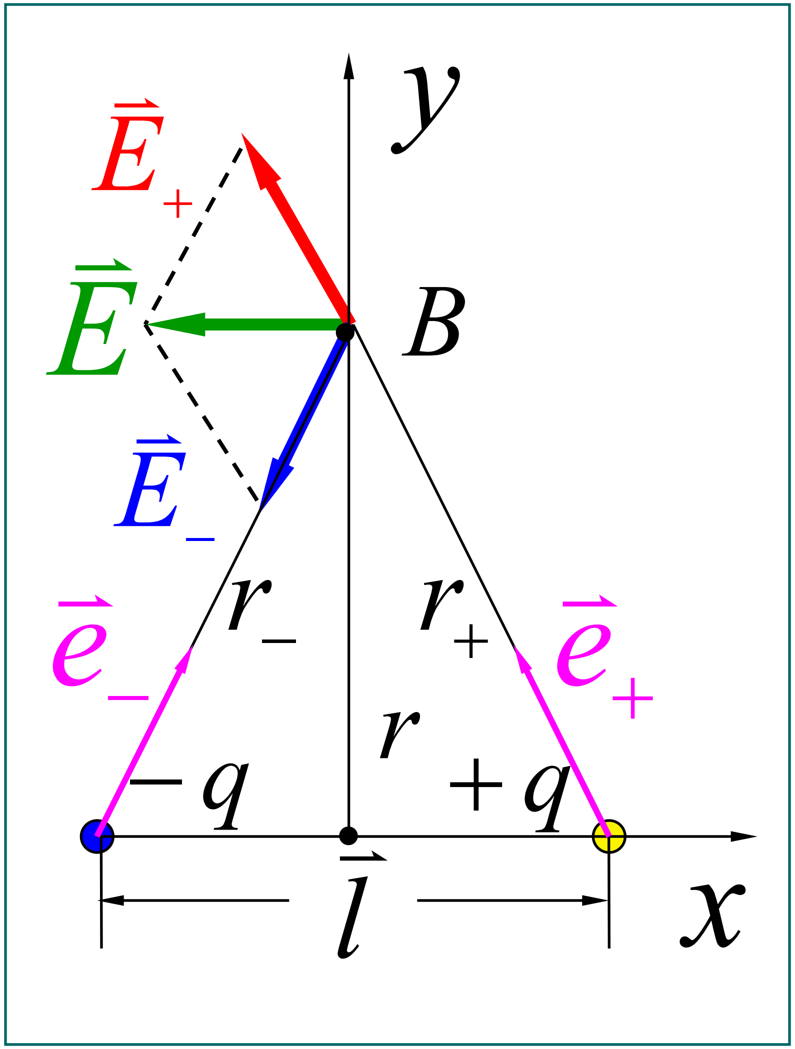
$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2xl}{(x^2-l/4)^2}\right]\vec{i}$$

$$\because x >> l \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2lq}{x^3}\vec{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{x^3}$$

（2）电偶极子轴线的中垂线上一点的电场强度

$$\begin{cases} \vec{E}_+ = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r_+^2}\vec{e}_+ \\ \vec{E}_- = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r_-^2}\vec{e}_- \end{cases}$$

$$r_+ = r_- = \sqrt{r^2 + (\frac{l}{2})^2}$$

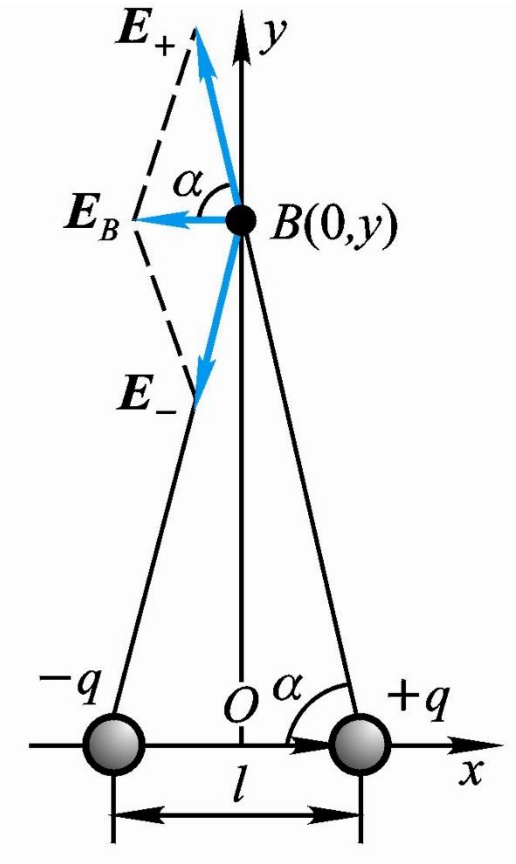


$$E_B = E_+ \cos\alpha + E_- \cos\alpha$$

$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + l^2/4\right)}$$

$$\cos\alpha = \frac{l}{2\sqrt{r^2 + l^2/4}}$$

$$E_B = 2E_+ \cos\alpha = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + l^2/4\right)^{3/2}}$$



$r>>l$ $\Longrightarrow$ $E_B = \dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

$$\vec{E}_B = -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

带电体的电场计算举例

解题步骤：

（1）在带电体上任选一电荷元 dq，写出该电荷元在待求点的 $d\vec{E}$ 的大小和方向。

（2）建立坐标，将 $d\vec{E}$ 分解为 dE_x, dE_y, dE_z。

（3）统一积分变量，确定积分的上下限，求出

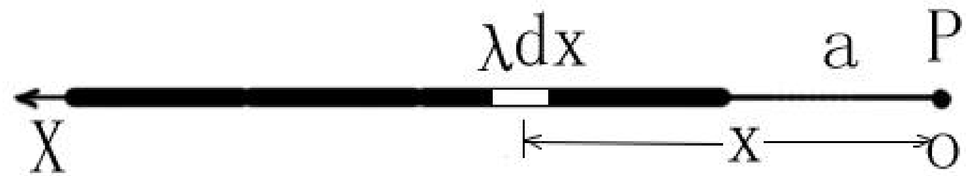
$$E_x = \int dE_x, E_y = \int dE_y, E_z = \int dE_z,$$

则：$\vec{\mathrm{E}} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$

【例题】真空中有均匀带电直线,长为L,总电荷为q,在线的延长线上有一点P,离开直线右端的距离为a，求P点的电场强度（设电荷线密度为λ）。

解：建立直角坐标系

取线元 $\mathrm{d}x$

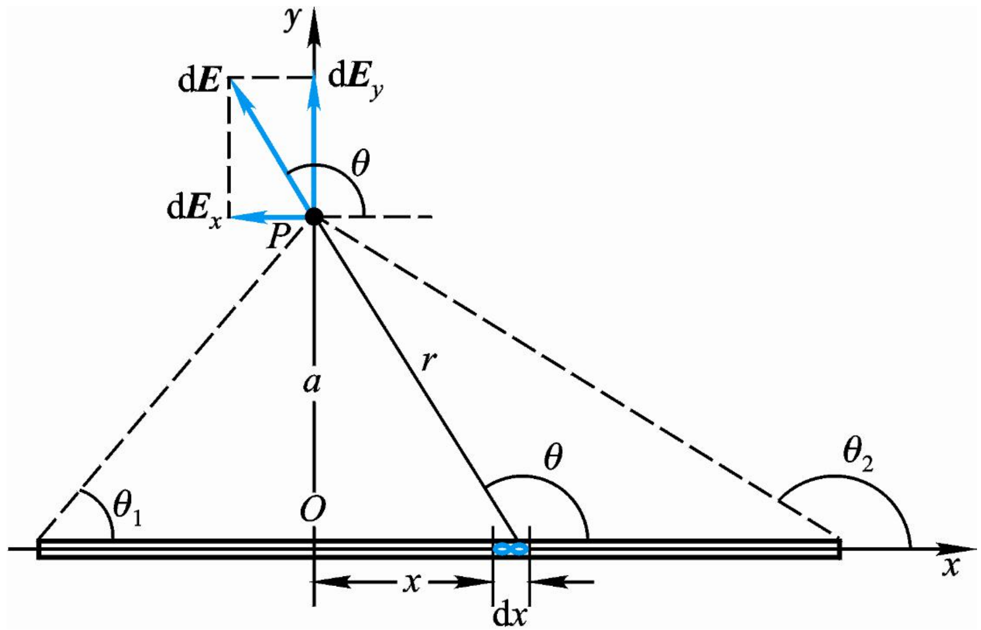


$$\lambda = \frac{q}{L} \qquad \mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{x^2}$$

$$\mathrm{E} = \int \mathrm{dE} = \int_a^{a+L} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{x^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right)$$

【例题】真空中有均匀带电直线,长为L,总电荷为q，线外有一点P,离开直线的垂直距离为a，P点和直线两端连线的夹角分别为θ_1和θ_2，求P点的电场强度（设电荷线密度为λ：$\lambda = \dfrac{q}{L}$ ）。



解： 建立直角坐标系

取线元 dx $\quad \mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x$

$$\mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{r^2}$$

$$\mathrm{d}E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{r^2}\cos\theta \qquad \mathrm{d}E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{r^2}\sin\theta$$

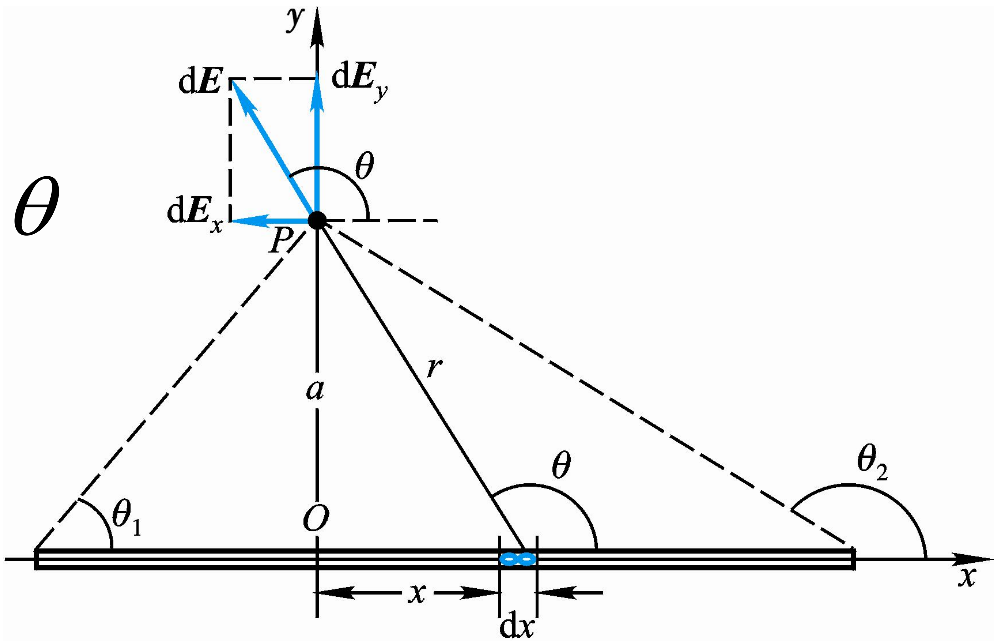
$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos\theta \mathrm{d}x \qquad E_y = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \sin\theta \mathrm{d}x$$

统一变量： $(r, x, \theta) \to \theta$

$$r = a/\sin\theta \quad x = -a\cot\theta$$

$$\mathrm{d}x = a\csc^2\theta \mathrm{d}\theta$$

$$\therefore \frac{dx}{r^2} = \frac{d\theta}{a}$$



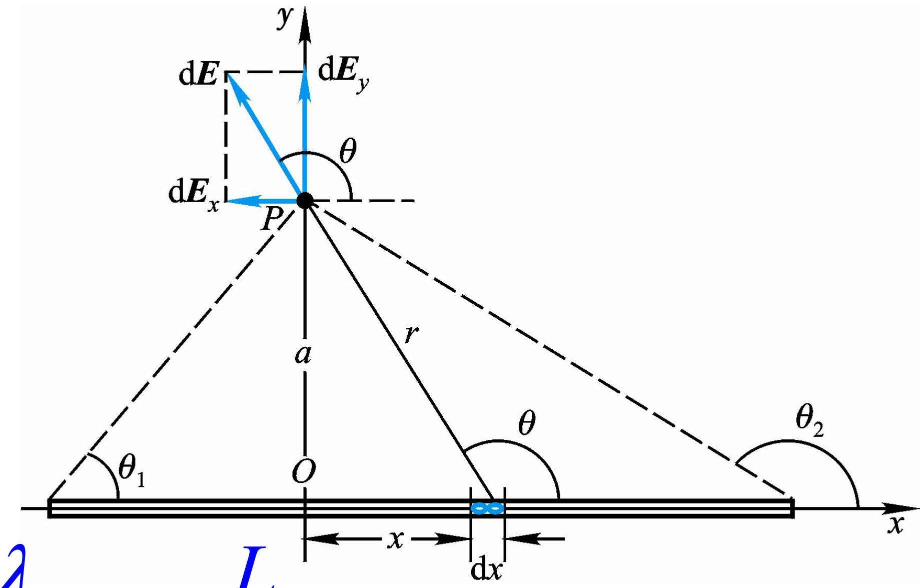
$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1), \qquad E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1),\quad E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

讨论

1. 无限长带电直线：

$\theta_1 = 0$ ， $\theta_2 = \pi$



$$E_x = 0 \qquad E = E_y = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

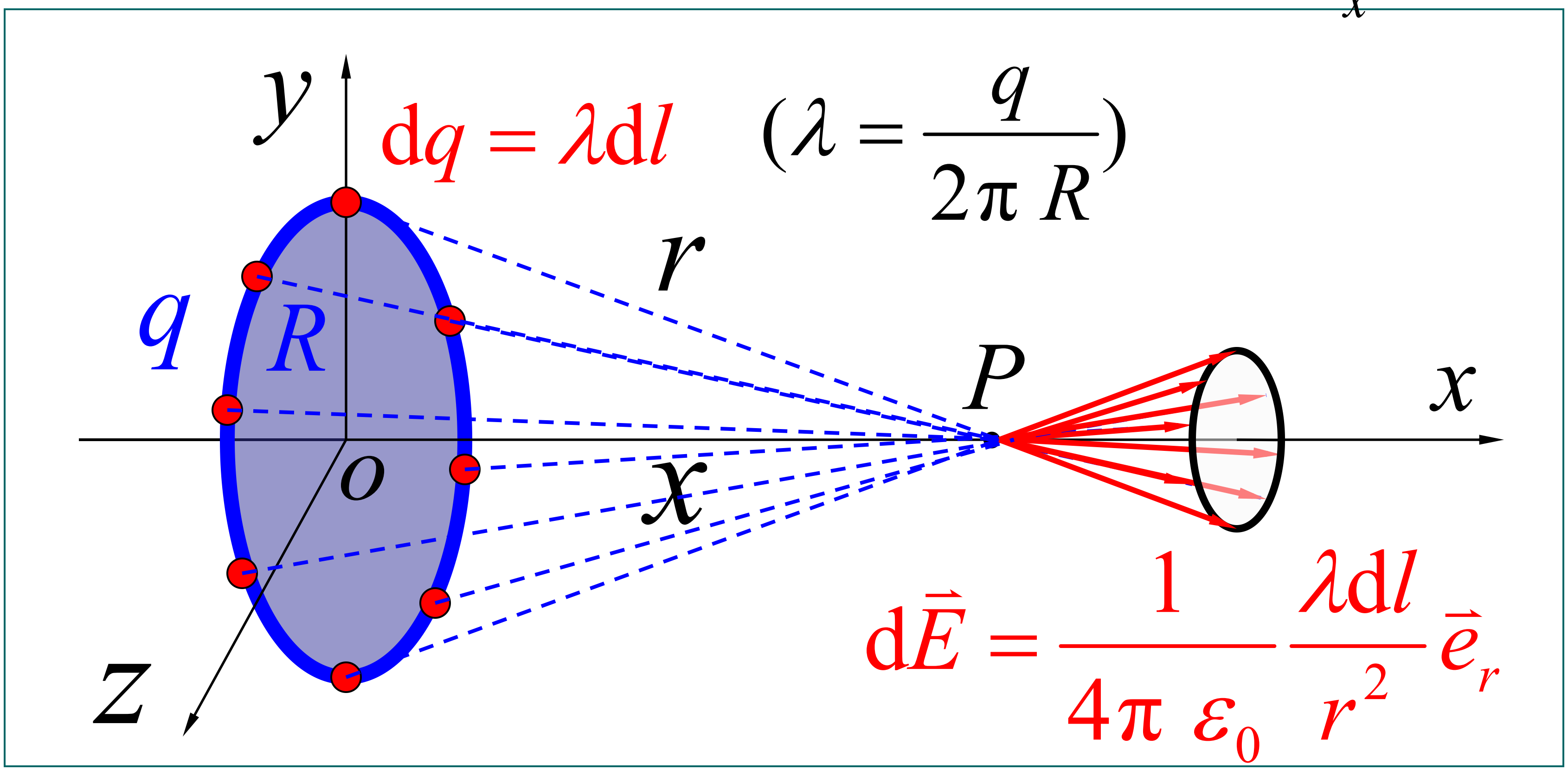
2. 带电直线的中垂线上：

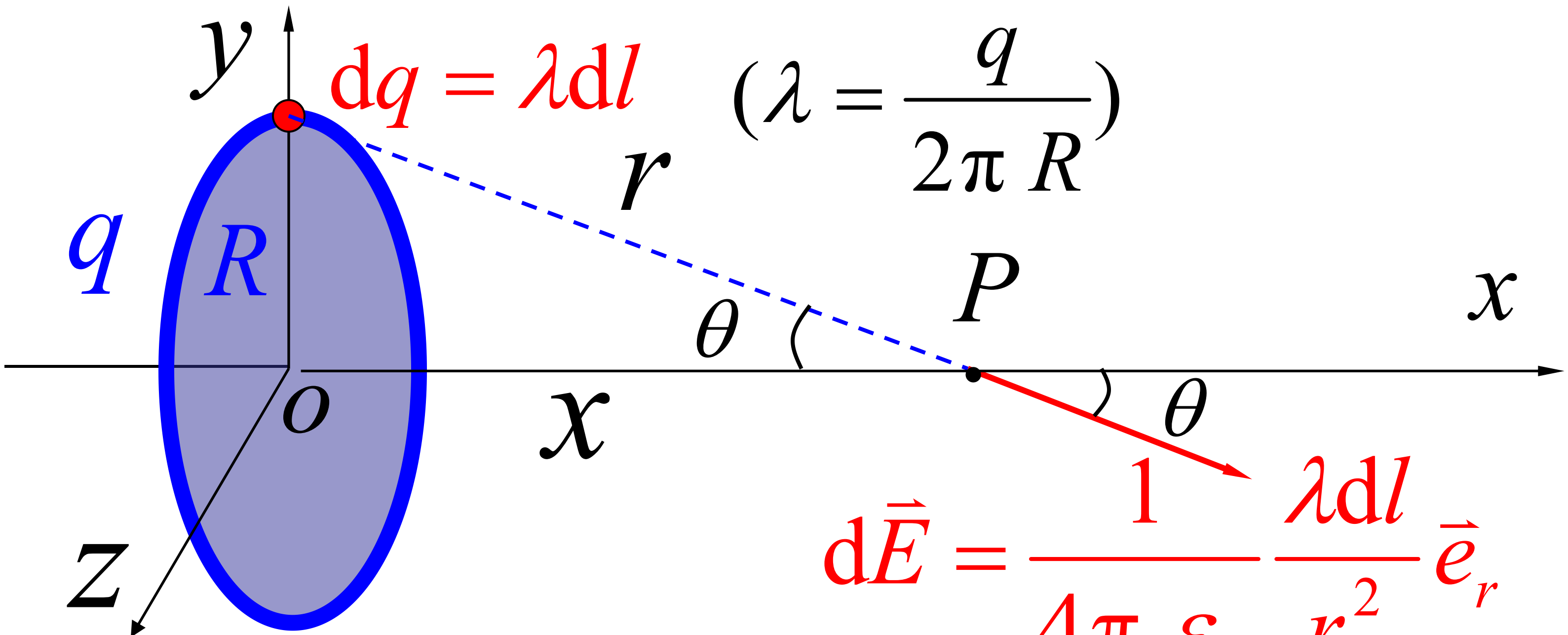
$$E_x = 0 \qquad E = E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{a}\frac{L}{\sqrt{a^2 + L^2/4}}$$

3. $a >> L$: $\quad E_x = 0 \qquad E = E_y \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{a}\frac{L}{a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$

【例】一个均匀带电的细圆环，半径为R，所带电量为q（$q>0$）。求圆环中心轴线上任一点P的电场强度。

$$\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E} \qquad \text{由对称性有 } \vec{E}=E_x\vec{i}$$



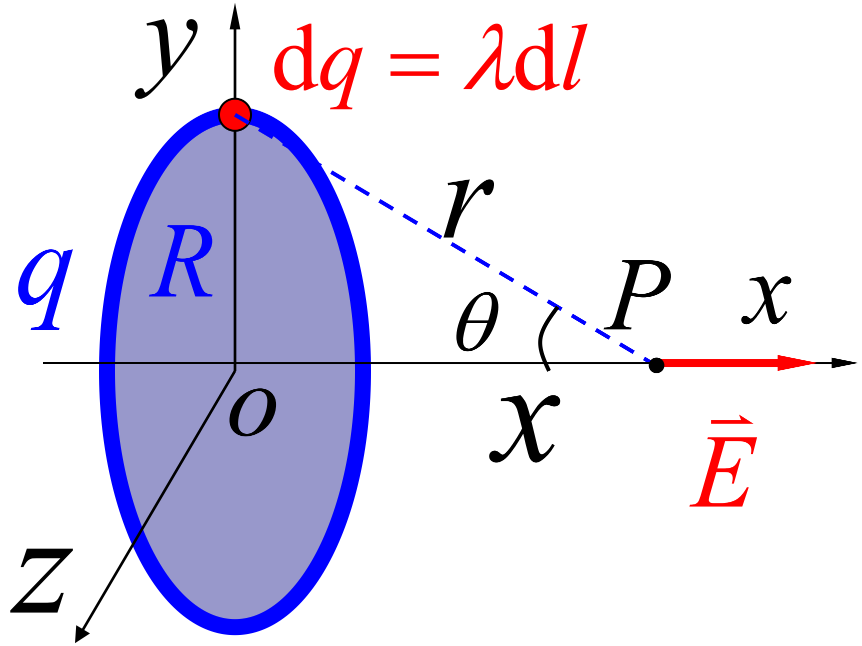


$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_0} \frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2} \vec{e}_r$$

$$E = \int_l \mathrm{d}E_x = \int_l \mathrm{d}E\cos\theta = \int \frac{\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{x}{r}$$

$$= \int_0^{2\pi R} \frac{x\lambda}{4\ \pi\varepsilon_0 r^3} \cdot dl = \frac{qx}{4\pi\ \varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E=\frac{qx}{4\pi\,\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$



讨 论

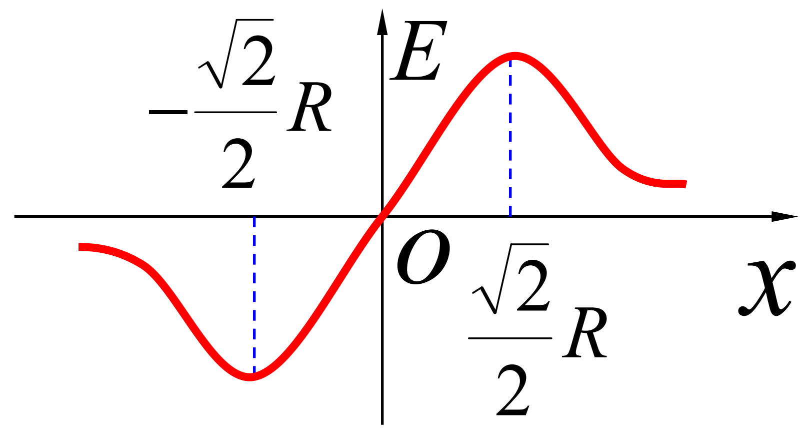
（1） $x>>R$

$$E\approx\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 x^2}$$

（点电荷电场强度）

（2） $x\approx 0,\quad E_0\approx 0$

（3） $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0,\quad x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}R$



【例】求均匀带电薄圆盘轴线上的电场强度。

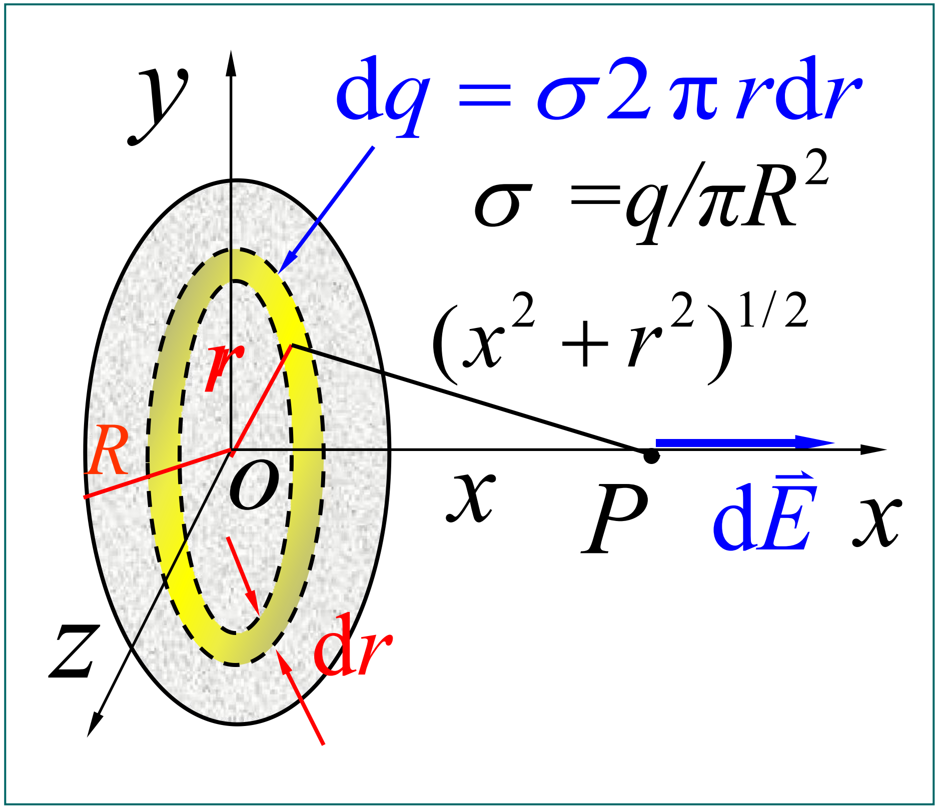
有一半径为 R ，电荷均匀分布的薄圆盘，其电荷面密度为 σ ，求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度。

解： 由例6.2

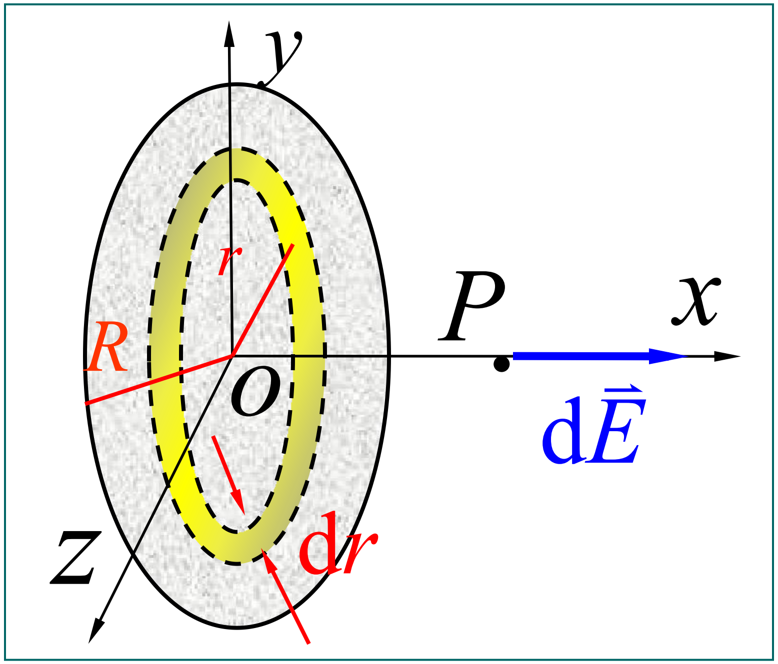
$$E=\frac{\boxed{q}\,x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\boxed{\mathrm{d}q}\cdot x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$



$$\mathrm{d}E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$



$$E = \int \mathrm{d}E_x$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

讨论

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}})$$

1. 当 $R \ll x$

$$\because \quad \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}=(1+\frac{R^2}{x^2})^{-1/2}=1-\frac{1}{2}(\frac{R}{x})^2+\cdots$$

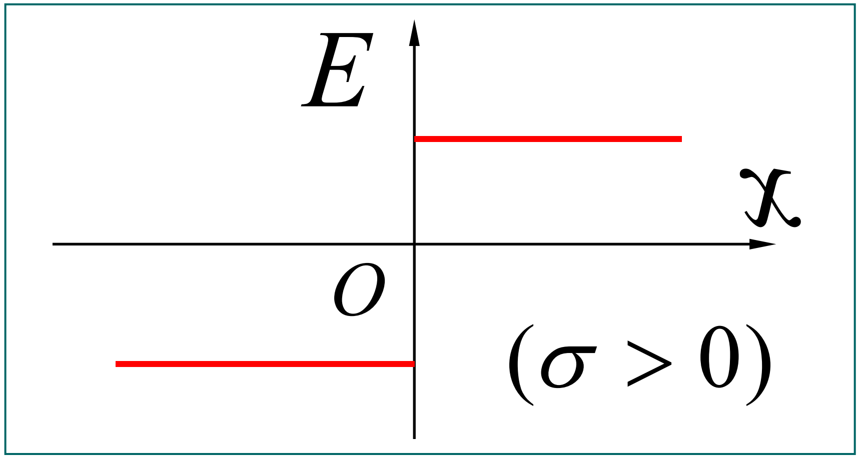
$$\therefore \quad E=\frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 x^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

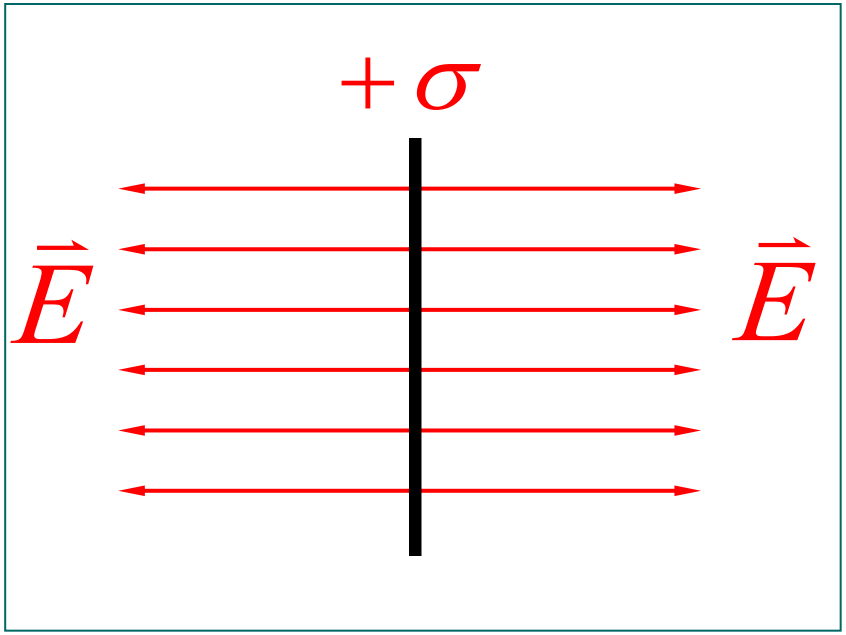
---可视为点电荷的电场

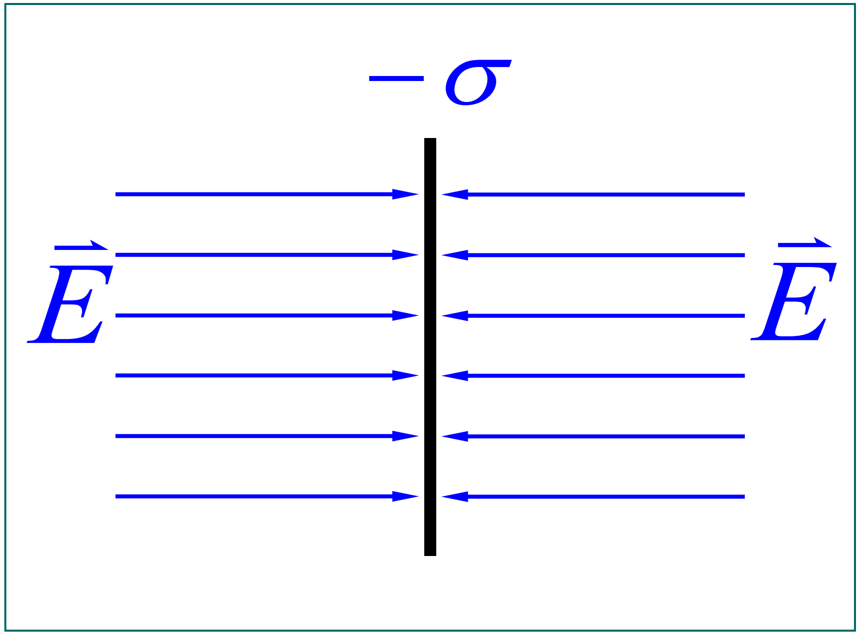
2. 当 $R \gg x$ $\Longrightarrow$ $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

无限大均匀带电平面的电场强度——匀强电场。

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

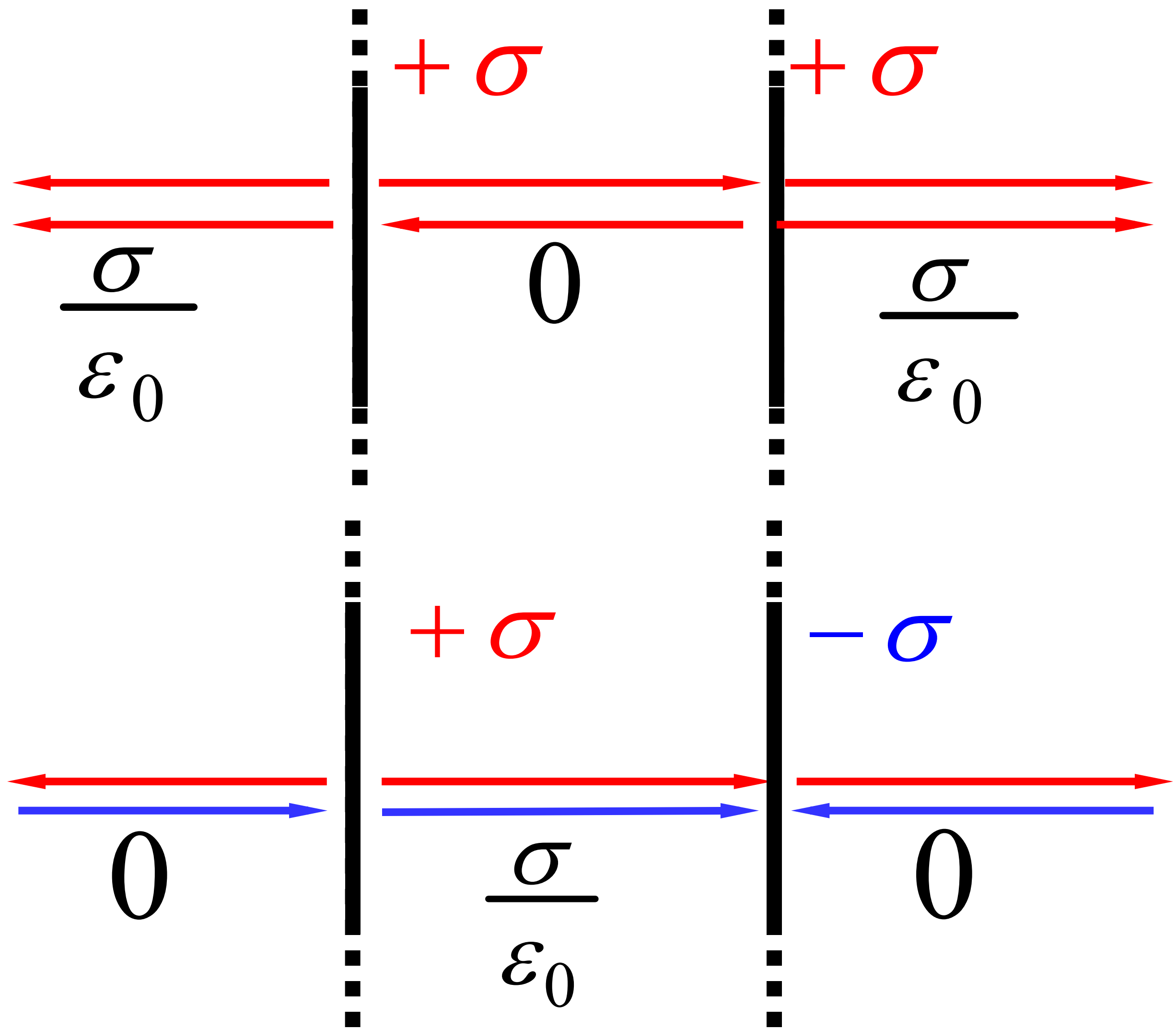






讨论

无限大带电平面的电场叠加问题



§10.4 电场线和电通量

1、电场线： 描述电场分布的一系列有向曲线。

（1）曲线上每一点的切线方向表示该点电场强度$\vec{E}$的方向

（2）曲线的疏密表示该点处场强$\vec{E}$的大小。

（3）静电场中电场线的特点：

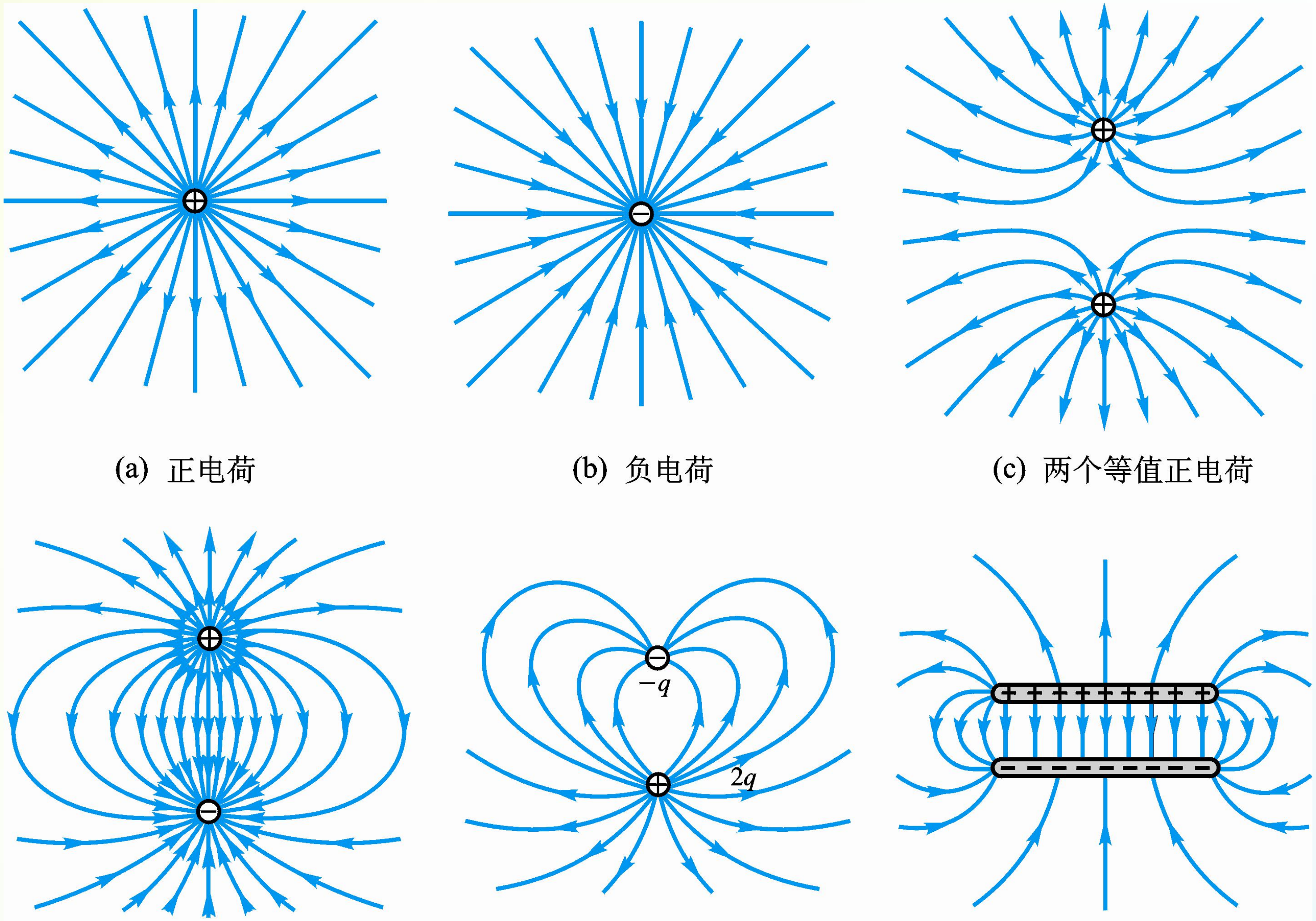
a. 电场线起始于正电荷，终止于负电荷。

b.电场线不会在无电荷的地方中断。

c. 电场线不闭合，不相交。

d. 电场线密集处电场强，电场线稀疏处电场弱。

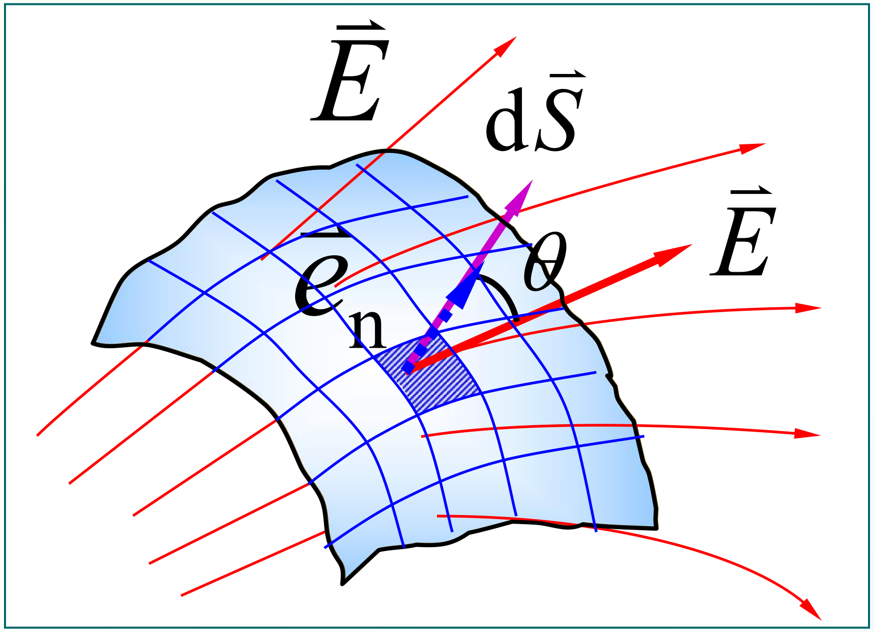
几种常见的电场线：



(a) 正电荷　(b) 负电荷　(c) 两个等值正电荷

(d) 两个等值异号电荷　(e) 电荷+2q与电荷−q　(f) 正负带电板

2、电通量（电场强度通量）



1）概念： 通过电场中某个曲面的电场线数目，叫做通过这个该曲面的电通量。

2) 计算：

- 非均匀电场强度电通量：

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \Rightarrow \Phi_{\mathrm{e}} = \int d\Phi_{e} = \int_{S}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

若：$\theta < \dfrac{\pi}{2}$，$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e1}} > 0$，若：$\theta > \dfrac{\pi}{2}$，$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e2}} < 0$。

◆对闭合曲面的电通量：

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E\cos\theta \mathrm{d}S$$

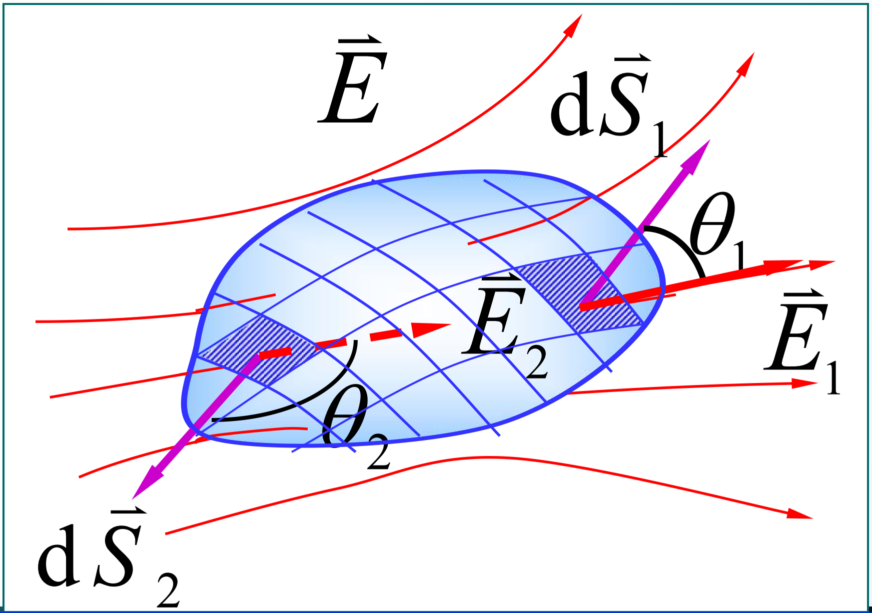
规定闭合曲面以外法线方向为正，

电场线穿出曲面：

$$\theta_1 < \frac{\pi}{2}, \quad \mathrm{d}\Phi_{e1} > 0$$

电场线穿进曲面：

$$\theta_2 > \frac{\pi}{2}, \quad \mathrm{d}\Phi_{e2} < 0$$



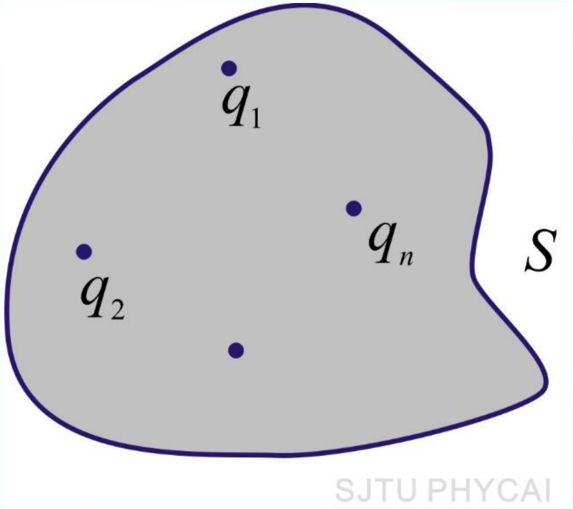
§10.5 高斯定律

1、高斯定律的内容

在真空中，穿过任一闭合曲面的电通量，等于该闭合曲面所包围的所有电荷量的代数和的$1/\varepsilon_0$倍。

$$\boxed{\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int dq$$



其中：闭合曲面S叫高斯面。

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

总 结

1）高斯定理是电场的基本方程之一，它比 库仑定律的适用范围更广。

2）高斯定理说明：静电场是有源场；正电荷为静电场的源头，负电荷为静电场的尾闾。

3）通过高斯面的电通量只由高斯面内的电荷决定；

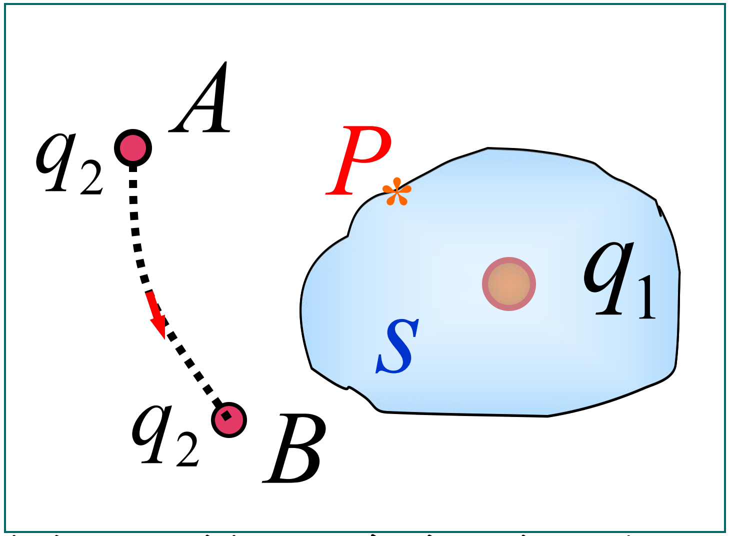
而高斯面上的电场强度为所有内外电荷的总电场强度。

4）高斯面为封闭曲面。

5）穿进高斯面的电场强度通量为负，穿出为正.

思考

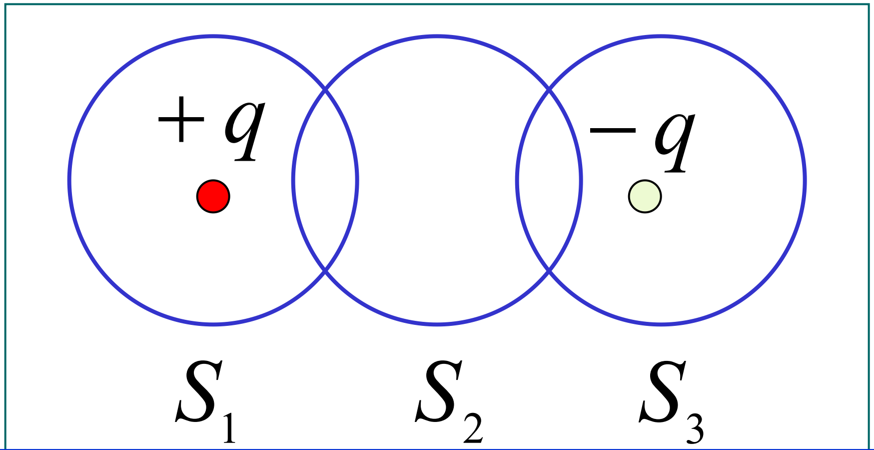
（1）将q_2从A移到B，点P的电场强度是否变化？穿过高斯面S的电通量有否变化？



(2)在点电荷+q和-q的静电场中，做如下的三个闭合面S_1、S_2、S_3，求通过各闭合面的电通量 。

$$\Phi_{e1} = \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_{e2} = 0 \qquad \Phi_{e3} = \frac{-q}{\varepsilon_0}$$



(3) 根据高斯定理的数学表达式 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \sum q/\varepsilon_0$

可知下述各种说法中，正确的是：

A、闭合面内的电荷代数和为零时，闭合面上各点场强一定为零。

B、闭合面内的电荷代数和不为零时，闭合面上各点场强一定处处不为零。

C、闭合面内的电荷代数和为零时，闭合面上各点场强不一定处处为零。

D、闭合面上各点场强均零时，闭合面内一定处处无电荷。

(C)

2、高斯定理的应用举例

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

当场源分布具有高度对称性时，利用高斯定律求场强分布

常见的高度对称电荷分布有：

（1）球对称性：均匀带电的球体、球面和点电荷。

（2）柱对称性：均匀带电的无限长的柱体、柱面和带电直线。

（3）平面对称性：均匀带电的无限大平板和平面。

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

条件：带电体的电荷(场强)分布要具有高度的对称性。

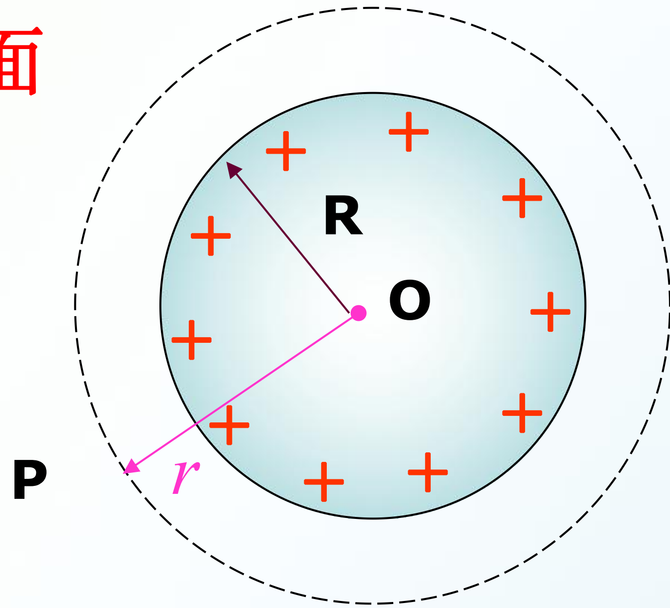
解题步骤：

- 电场分布的对称性分析：确定$\vec{E}$的大小及方向分布特征。
- 根据对称性选择合适的高斯面。
- 计算高斯面的电通量及$\sum q_i$　。
- 应用高斯定理计算场强。

例10.6 求均匀带电薄球壳内外的场强分布。设球壳带电总量为q，半径为R。

解：选择以球心为中心的球面为高斯面

如果P 点在球壳外，即$r > \mathrm{R}$ ，应用高斯定理得



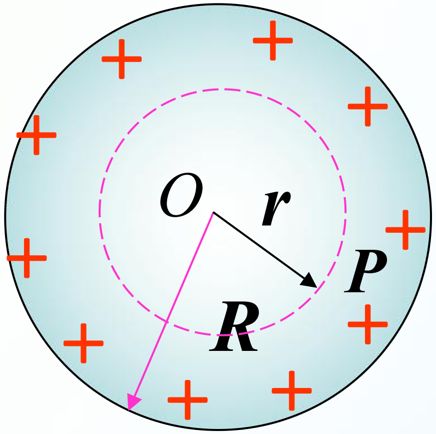
$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_s E dS = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

则 P 点场强为 $$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

这表明，均匀带电球壳外一点的场强，与把球壳上电荷全部集中在球心时产生的场强一样。

如果 P 点在球壳内，即 $r < R$，则有：

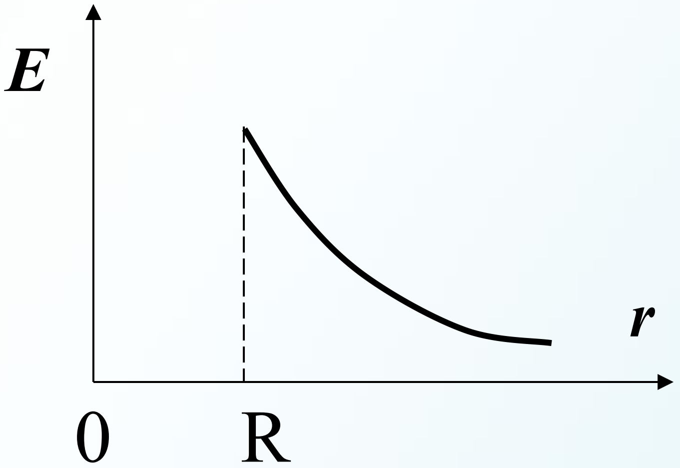
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S EdS = E\cdot 4\pi r^2 = 0$$



得 P 点场强为 $E = 0$

这表明，**均匀带电球壳内部场强为零**

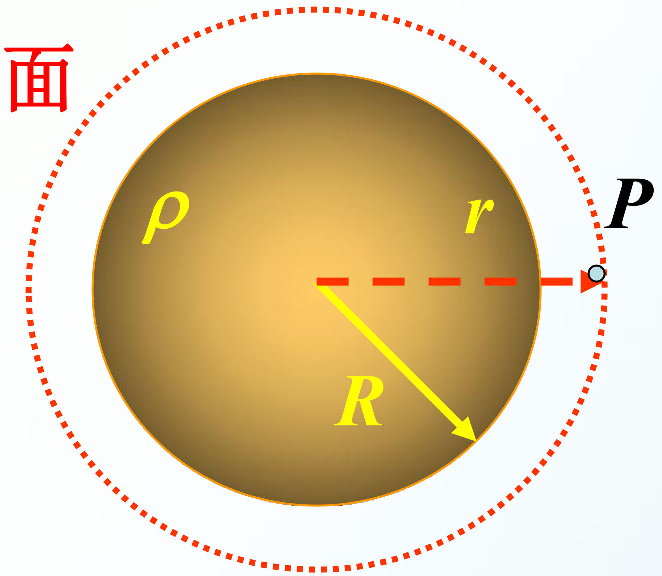
均匀带电球壳的场强分布如图所示。可以看出，球壳上 $(r = R)$ E 的数值有个跃变。



例10.7 求均匀带电球体的场强分布。（已知球体半径为R，电荷量为q，电荷体密度为ρ）

解：选择以球心为中心的球面为高斯面

（1）球外某点的场强（$r \geq R$）



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS$$

$$= E\oint_S dS = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

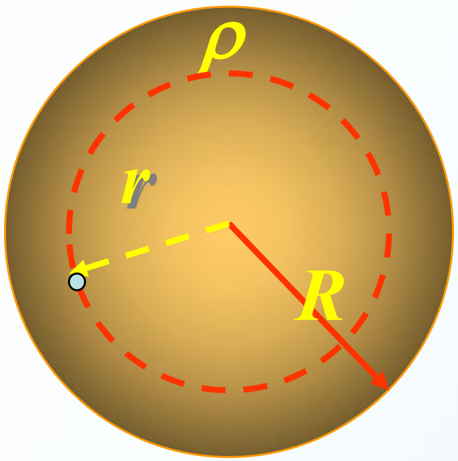
$$\Rightarrow \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

（2）求球体内一点的场强（$r < R$）

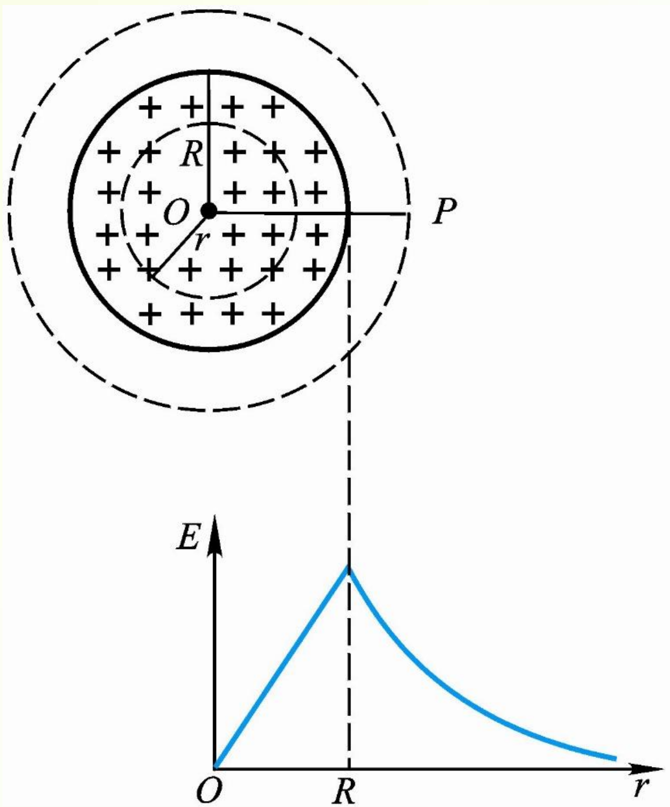
$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

$$E \oint_S \mathrm{d}S = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\varepsilon_0}$$

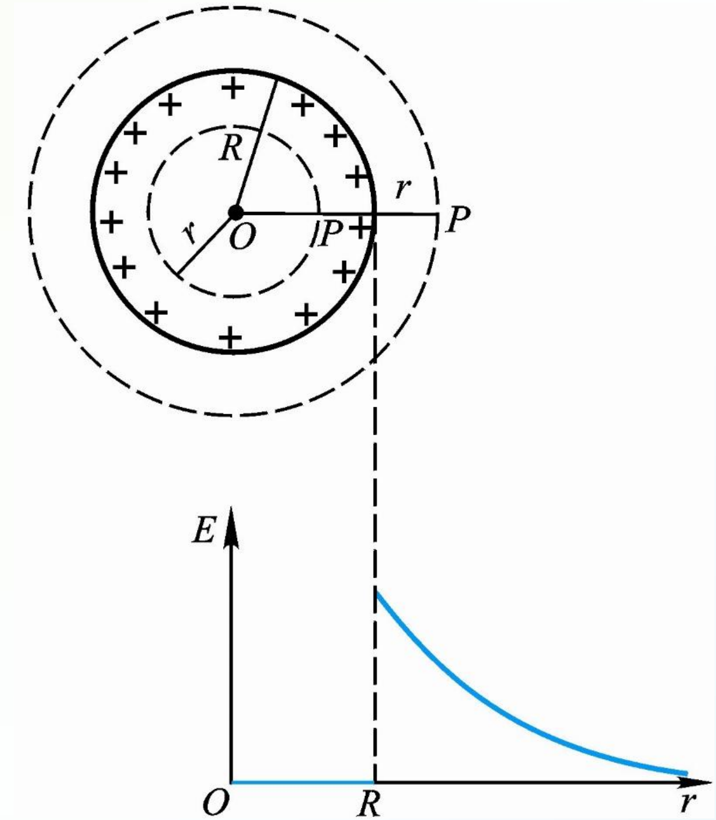
$$q' = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{r^3}{R^3} q$$



$$\Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}$$

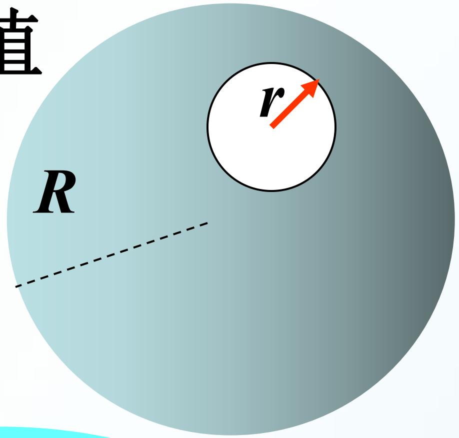


均匀带电球体



均匀带电球面

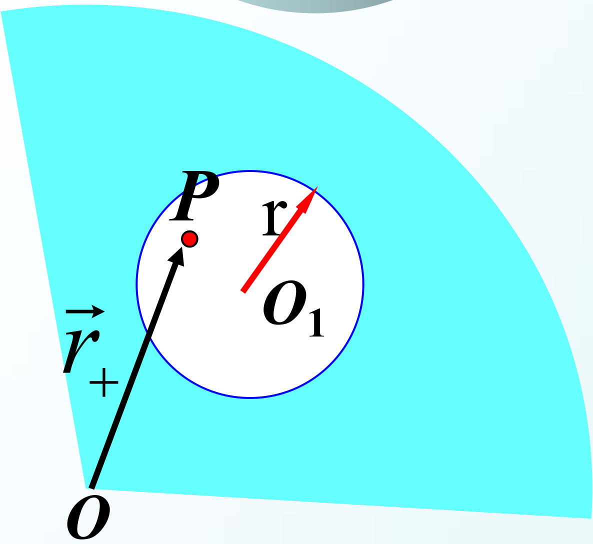
10.16 一均匀带电球体，半径为R，体电荷密度为ρ，今在球内挖去一半径为r（r<R）的球体，求证由此形成的空腔内的电场是均匀的，并求其值



解： 采用补偿法来求解，

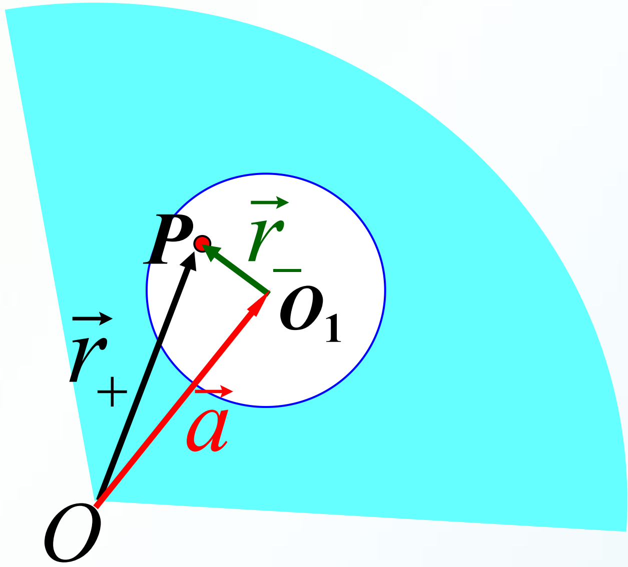
利用高斯定理可求均匀带电（没有空腔的）球体内的任意点P的场强：

$$\vec{E}_+ = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_+$$



同理，负电荷均匀带电球体产生的电场强度：

$$\vec{E}_- = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_-$$



在空腔内任意点处的电场强度：

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{a}$$

腔内为均匀电场。

例10.8 无限长均匀带电直线的电场强度

无限长均匀带电直线，电荷线密度为λ，求距直线为r处的电场强度。

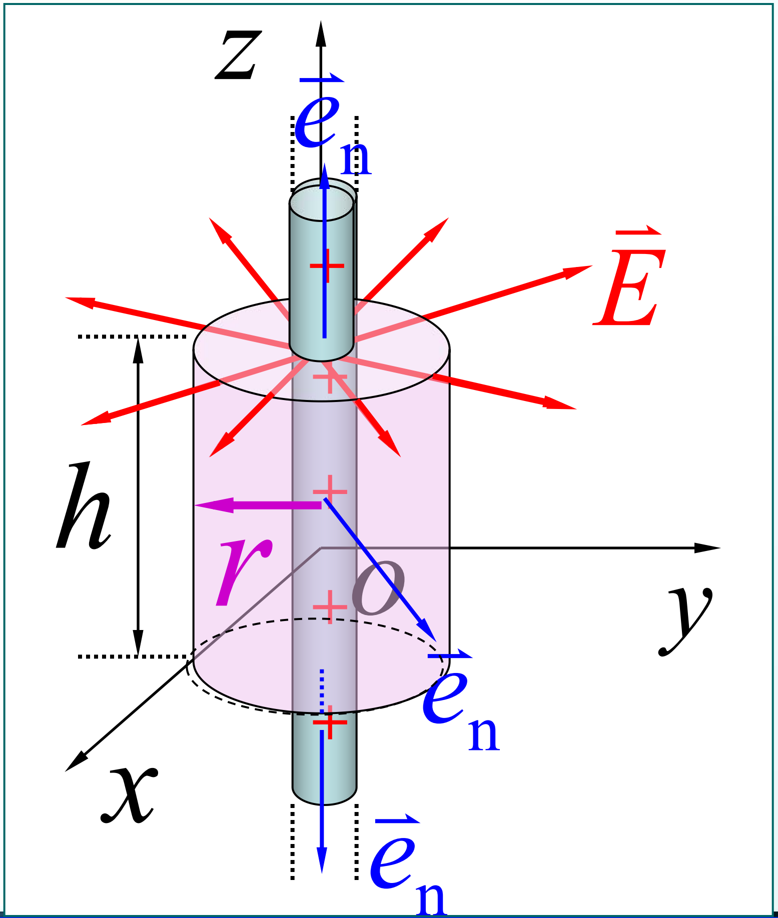
解 对称性分析：**轴对称**

选取闭合的柱形高斯面：

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} =$$

$$\int_{s(柱面)} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{s(上底)} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{s(下底)} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

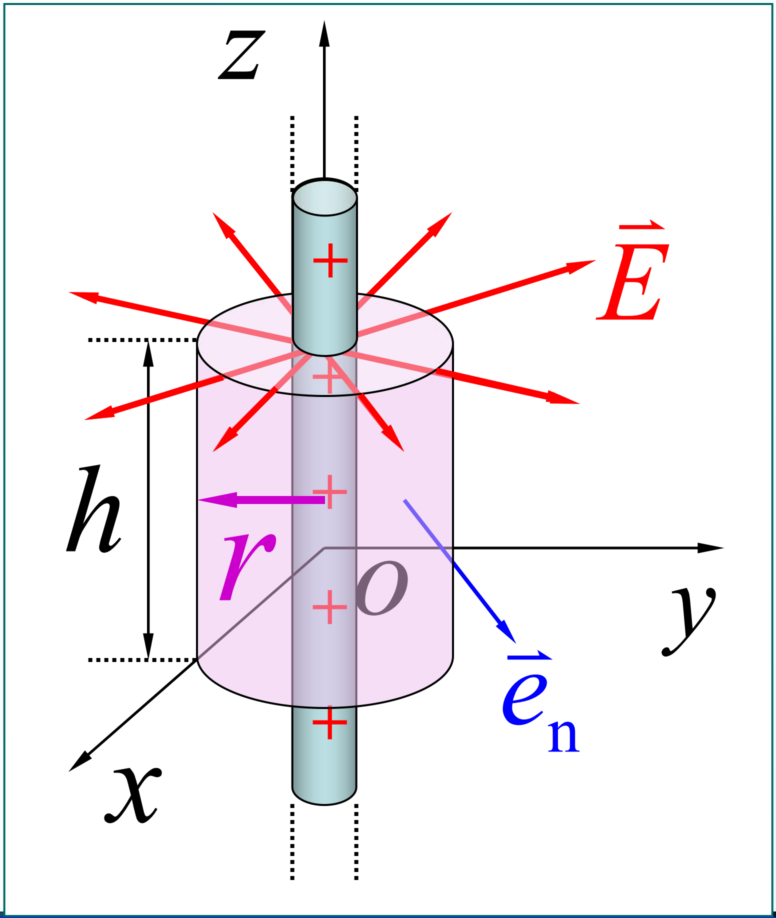
$$= \int_{s(柱面)} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$



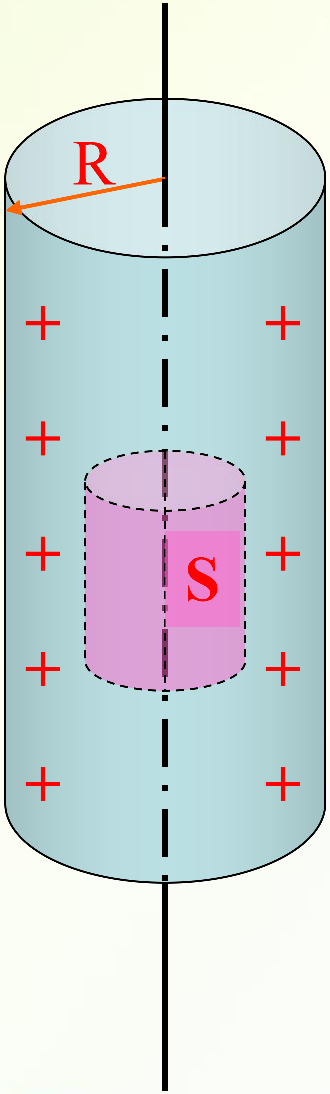
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{s(\text{柱面})} E\mathrm{d}S = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$2\pi rhE = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$



例 求无限长均匀带电圆柱面的电场强度（轴对称）



已知：线电荷密度 λ

对称性分析：$\vec{E}$ 垂直柱面

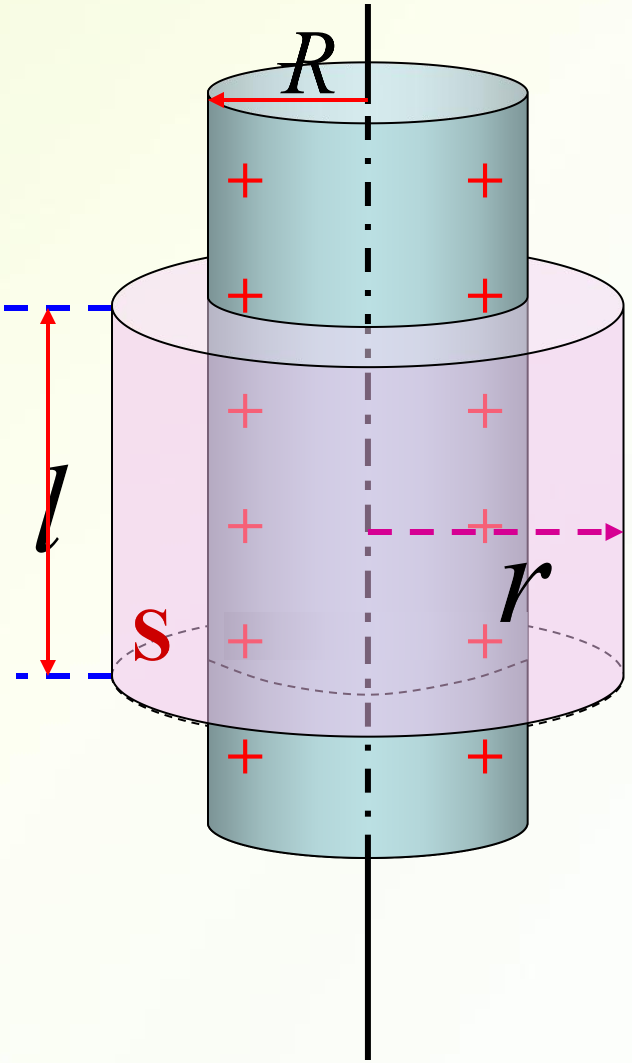
选取闭合的柱型高斯面

$$r < R:$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} =$$

$$\int_{s(\text{柱})} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} + \int_{s(\text{上底})} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} + \int_{s(\text{下底})} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$

$$r < R, \quad \vec{E} = 0$$



当 $r > R$ 时，取高斯面如图

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{s(\text{柱面})} E ds = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$2\pi r l E = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$r > R, \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

例10.9 无限大均匀带电平面的电场强度

无限大均匀带电平面，电荷面密度为σ ，求距平面为r处的电场强度.

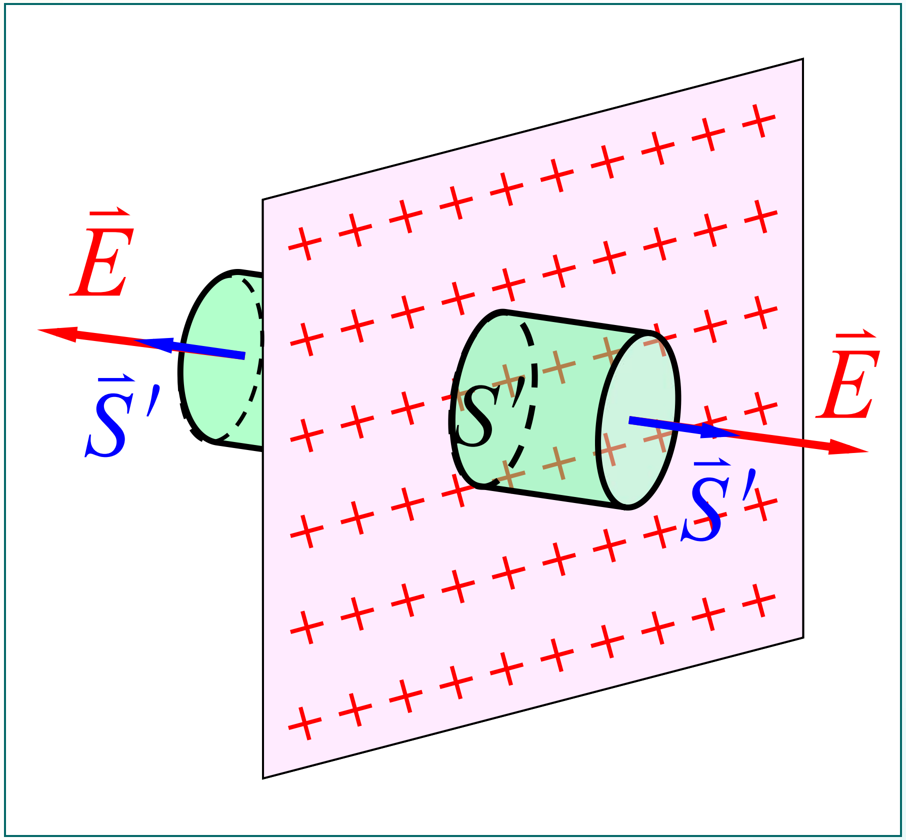
解 对称性分析：$\vec{E}$ 垂直平面，选取闭合的柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sigma S'}{\varepsilon_0}$$

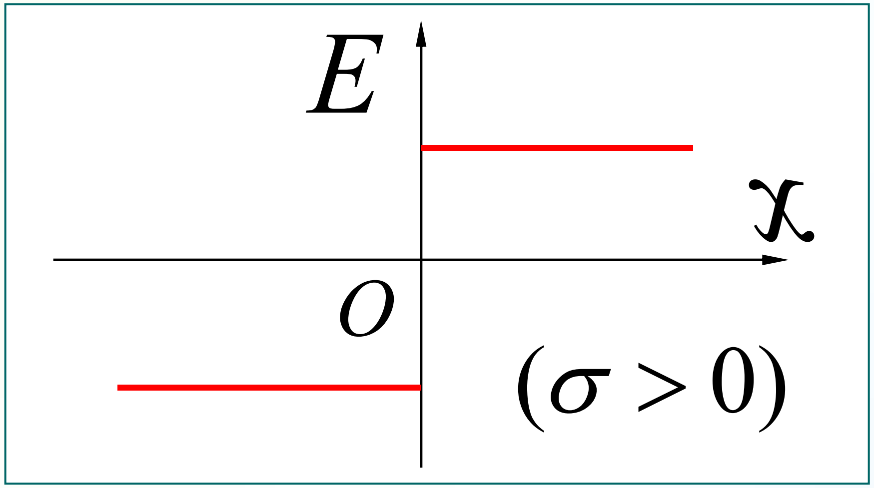
底面积

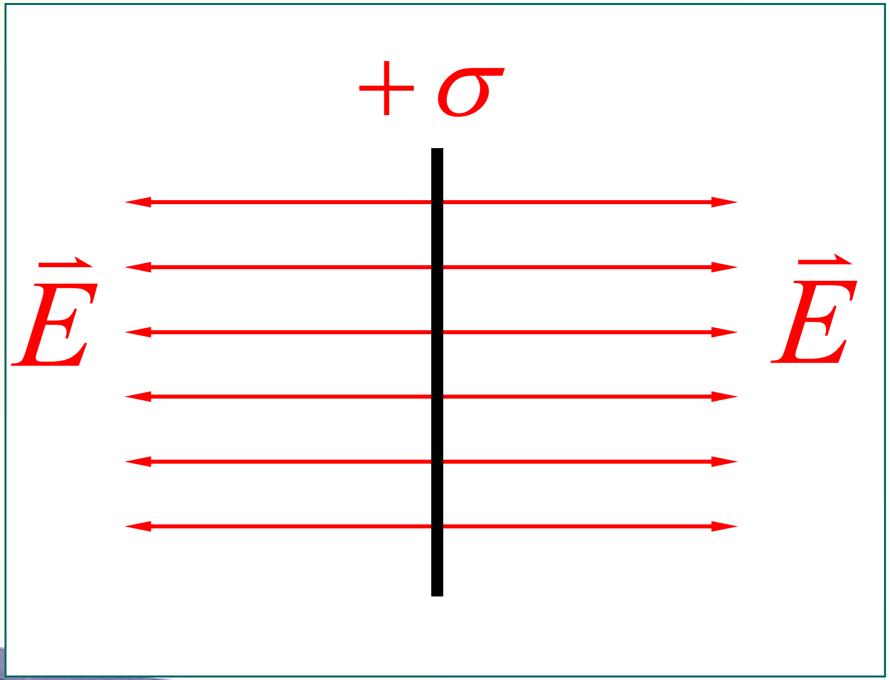
$$2S'E = \frac{\sigma S'}{\varepsilon_0}$$

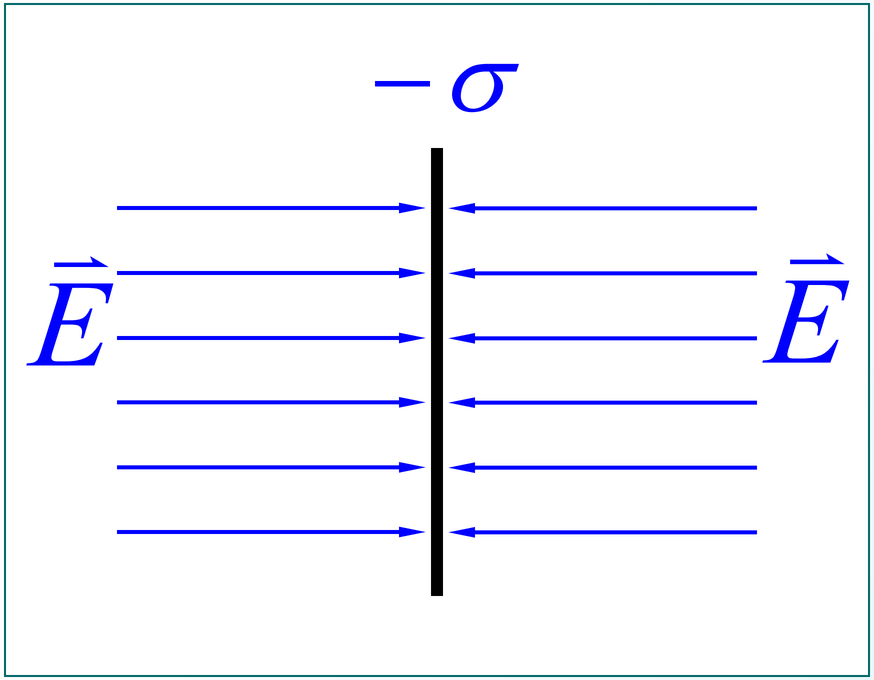
$$\boxed{E = \sigma/2\varepsilon_0}$$



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

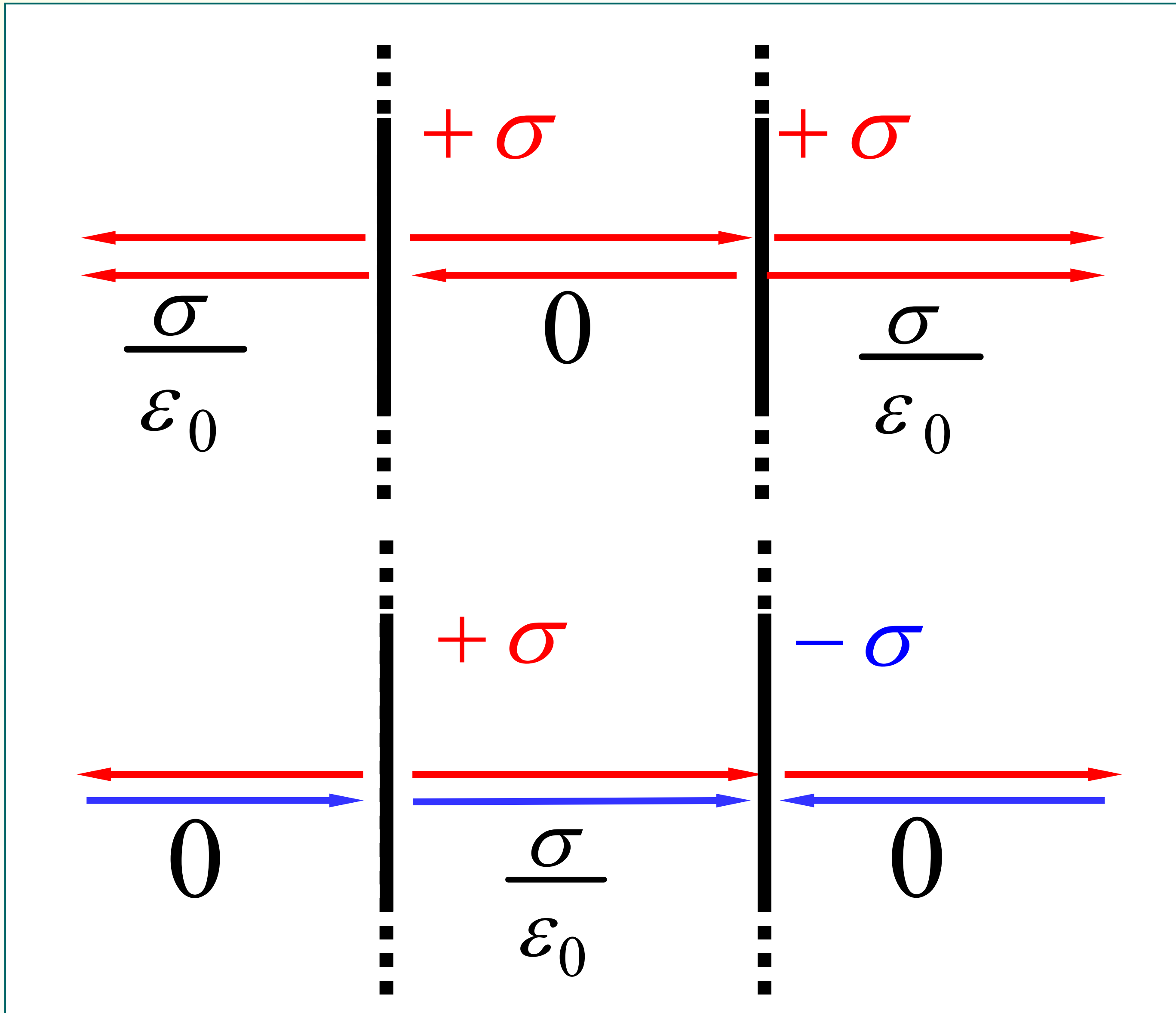






讨论

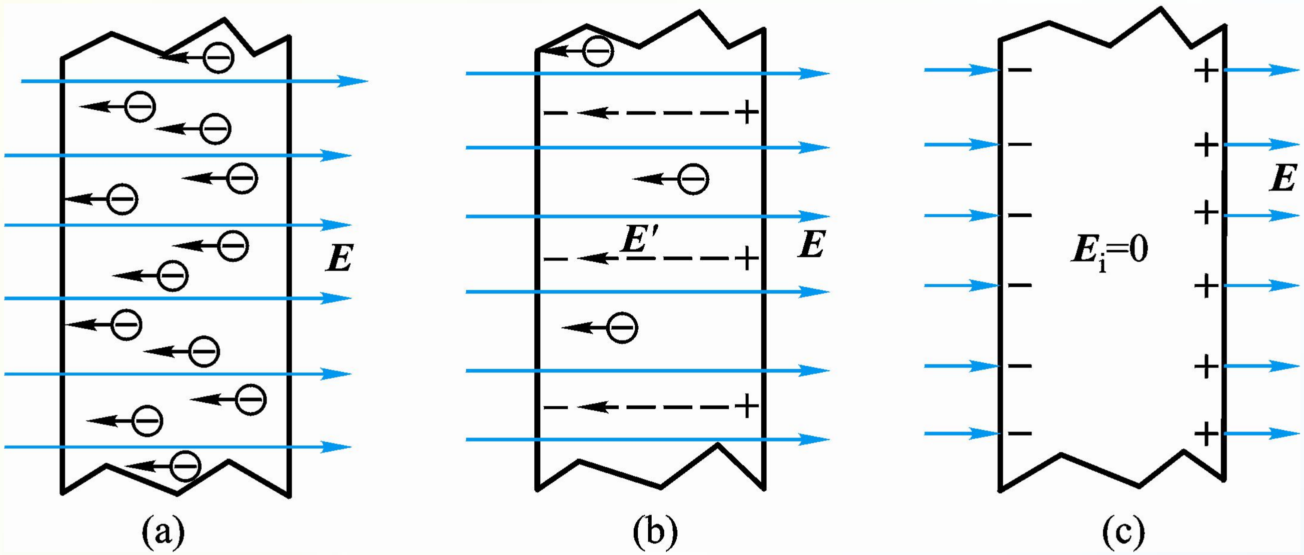
无限大带电平面的电场叠加问题



§10.7 导体的静电平衡

1、静电感应现象

将导体置于电场中，导体由于受到电场的作用而使其自由电荷重新分布的现象叫静电感应现象。导体上出现的电荷叫感应电荷，如下图所示：



$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'=0$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

导体内电场强度

外电场强度

感应电荷电场强度

2、静电平衡状态

导体内部和表面没有电荷的宏观定向运动的状态。

- 导体的静电平衡条件:

(1) 导体内部的场强处处为零。

（2）导体外，导体表面附近的电场强度必须与导体的表面处处垂直。

- 导体的静电平衡性质：

（1） 在静电平衡下，导体所带的电荷只能分布在导体的外表面，导体内部没有净电荷。

2）导体内部和导体表面处处电势相等，整个导体是个等势体，导体表面成为等势面。

3)处于静电平衡的导体，其表面邻近处场强的大小与表面上各点的电荷面密度成正比。

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

来自电荷σdS的贡献

其他电荷的贡献

三、 静电平衡时静电场的分析与计算

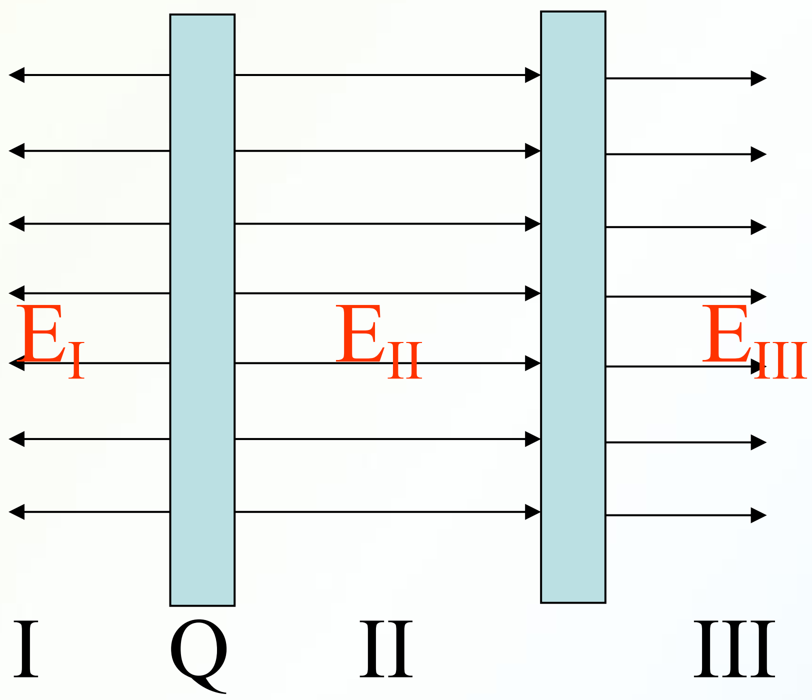
导体放入静电场中时，导体上的电荷与导体外的电场都会重新分布达到新的平衡。

解题步骤：

一、根据导体静电平衡的电特性、电荷守恒定律、对称性确定导体上的电荷分布；

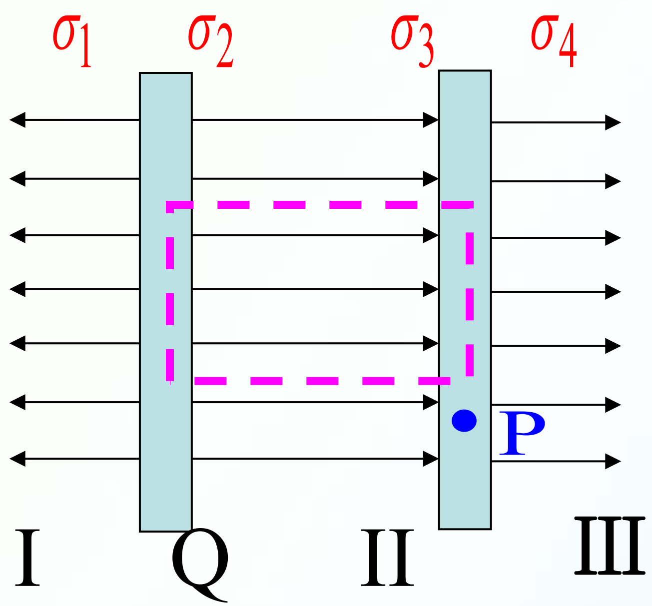
二、再利用前面学过的求场强的方法进行求解。

例10.11 一大金属平板，S，Q，近旁平行放置第二大金属平板，初始不带电（忽略边缘效应）（1）求静电平衡时，板上的电荷分布及周围空间的电场分布；



设四个面的电荷面密度分别为

σ 1、 σ 2、 σ 3、 σ 4



由电荷守恒定律:

$$\sigma_1+\sigma_2=\frac{Q}{S}\ldots\ldots(1)$$

$$\sigma_3+\sigma_4=0\ldots\ldots(2)$$

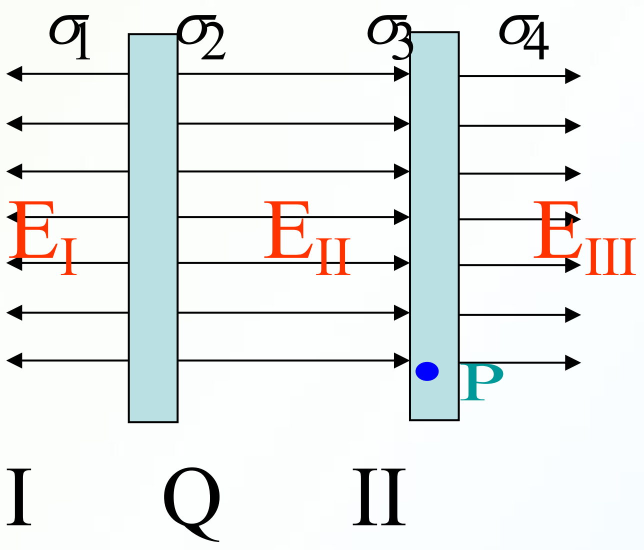
由高斯定律: $\sigma_2+\sigma_3=0\ldots\ldots(3)$

板内P点的场强为4个带电面的电场的叠加,结果为0,

$$E_P=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\Rightarrow \sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4=0 \qquad (4)$$

4个方程联解，得：



$$\sigma_1 = \frac{Q}{2S}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q}{2S}$$

$$\sigma_3 = -\frac{Q}{2S}$$

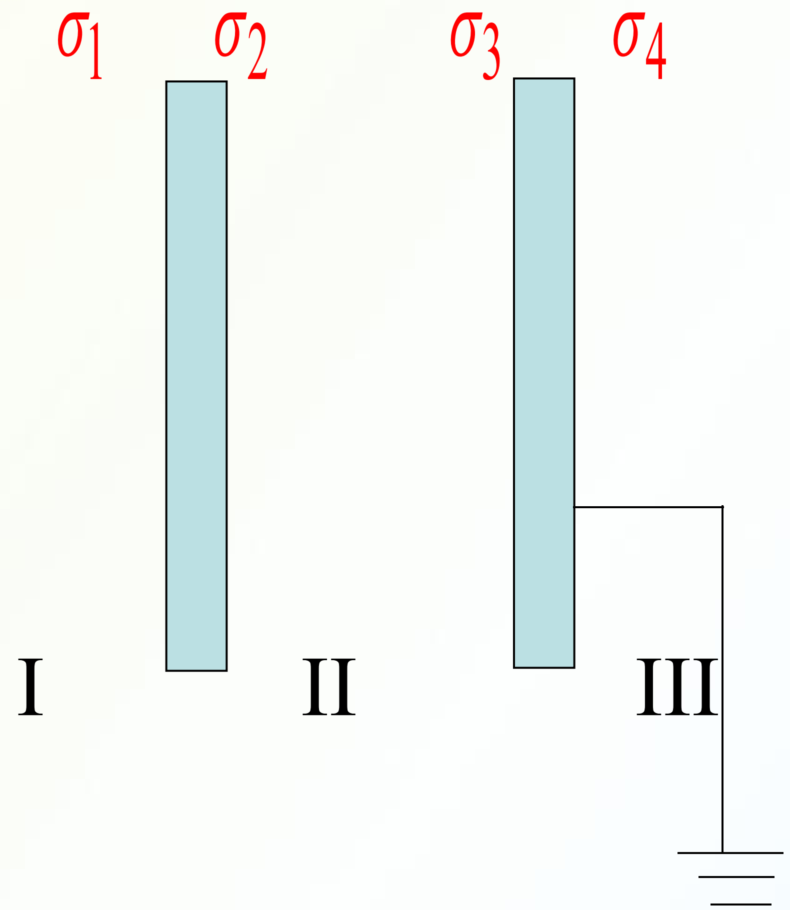
$$\sigma_4 = \frac{Q}{2S}$$

$$E_1 = -\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = -\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

$$E_3 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

（2）第二块金属板接地，板上电荷分布以及周围空间的电场分布又如何？

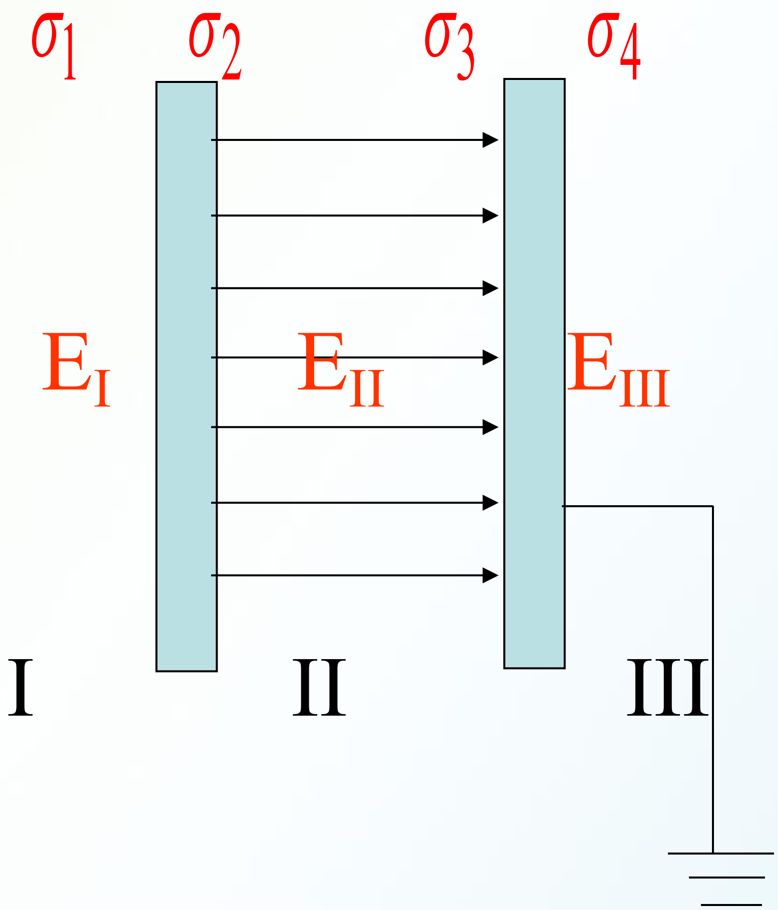


解： $\sigma_4 = 0$ (1)

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{Q}{S} \quad (2)$$

$$\sigma_2 + \sigma_3 = 0 \quad (3)$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0 \quad (4)$$

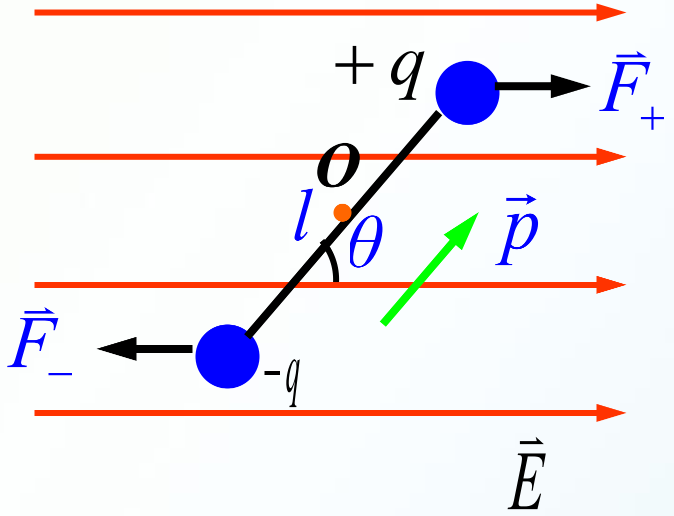


$$\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \frac{Q}{S}, \sigma_3 = -\frac{Q}{S}, \sigma_4 = 0$$

得： $E_I = 0; E_{II} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}, E_{III} = 0$

§10.8 电场对电荷的作用力

$$\vec{F} = \vec{E}q$$



例2：求电偶极子在均匀电场中受到的力偶矩。

解: $\vec{F}_+ = q\vec{E}$ $\quad$ $\vec{F}_- = -q\vec{E}$

相对于O点的力矩

$$M = F_+ \cdot \frac{1}{2} l \sin\theta + F_- \cdot \frac{1}{2} l \sin\theta = qlE\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{M} = q\vec{l} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

例 在真空中，A、B两板相距d，面积都为S（平板的尺寸远大于两板间距），A、B两板各带$+q$、$-q$. 则两板间的相互作用力为：（ ）

(1) $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$ (2) $\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 S}$

★(3) $\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$ (4) $\dfrac{2q^2}{\varepsilon_0 S}$

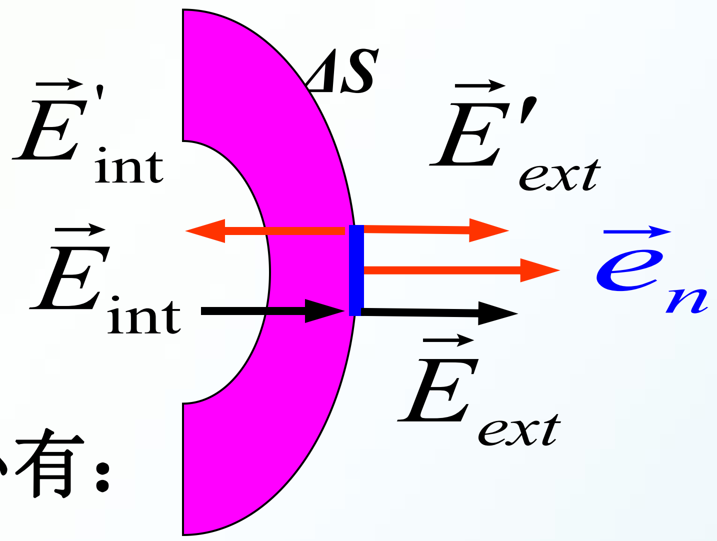
例3　导体表面受力。 试证静电平衡条件下导体表面单位面积受的电场力为：

$$\vec{f} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

解：面积元电荷在其两侧产的的场强

$$\vec{E}'_{ext} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

$$\vec{E}'_{\text{int}} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$



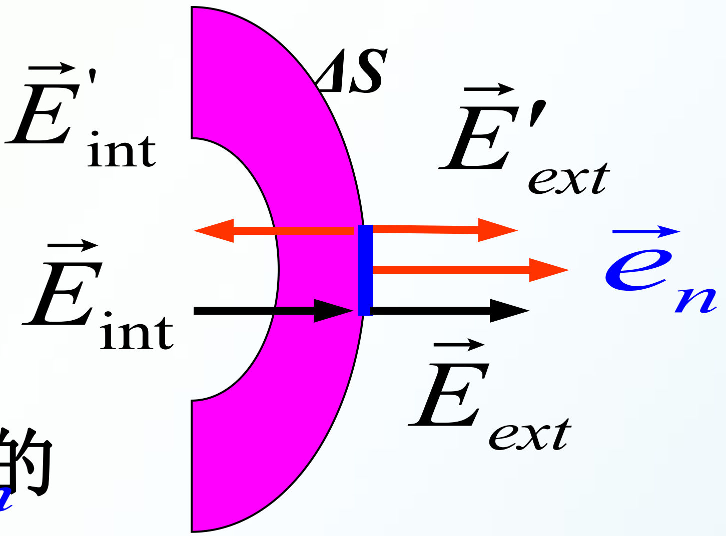
静电平衡时导体内部场强为0，必有：

$$\vec{E}'_{\text{int}} + \vec{E}_{\text{int}} = 0 \quad \vec{E}_{\text{int}} = \vec{E}'_{ext} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n = \vec{E}_{ext}$$

$$\vec{E}_{ext} = \vec{E}'_{ext} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

$$\Delta\vec{F} = \sigma\Delta S \cdot \vec{E}_{ext} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\Delta S\vec{e}_n$$

$$\vec{f} = \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$



由于σ^2总为正，必有f与 $\vec{e}_n$的方向相同。

本章小结

一、理论基础

1、电荷守恒定律

（1）电荷 （2）电荷守恒定律

2、库仑定律

（1）点电荷

（2）库仑定律

（3）静电力的叠加原理 $F = F_1 + F_2 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i$

二、电场强度

1、电场的物质性

2、试验电荷

3、电场强度矢量 $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$

4、点电荷的电场强度 $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^3}\vec{r}$

5、场强叠加原理 $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$

三、电场的性质

真空中静电场的高斯定律

（1）电场线

（2）电场强度通量

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

（3）真空中静电场的高斯定理

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$$

计算场强的三种方法

1、直接计算。运用点电荷场强公式和场强叠加原理。

2、高斯定理。计算对称分布电荷的电场强度。

3、场势微分关系。计算结构简单的带电体的电场强度(11章讲)。