

Сначала заменим этот массив массивом префикс-сумм. То есть заполним массив по правилу:  $prefix[i] = \sum_{j=1}^i a[j] = \begin{cases} a[i] & i = 0 \\ prefix[i-1] + a[i] & i \neq 0 \end{cases}$ .

Это займет  $\mathcal{O}(n)$  времени, так как мы делаем один проход по массиву.

Теперь заполним массив  $a$  (который сейчас выполняет роль префикс-сумм) новыми значениями. Вычислять будем с конца. Допустим сейчас мы обрабатываем  $i$  элемент, тогда: вычисляем  $f(i)$  и берем сумму на отрезке при помощи префикс-сумм  $\left(\sum_{i=l}^r a[i] = \begin{cases} prefix[r] & l = 0 \\ prefix[r] - prefix[l-1] & l \neq 0 \end{cases}\right.$

где  $l$  и  $r$ ,  $f(i)$  и  $i$  соответственно). Докажем корректность, а именно что при подсчете  $i$  элемента префикс-суммы будут корректны. Это так потому что  $1 \leq f(i) \leq i$  по условию, а в решении мы подсчитываем с конца, т.е. идем от больших индексов к меньшим, следовательно все элементы массива с индексами меньшими или равными  $i$  будут неизменными, то есть там будут корректные значения. Вычисление  $a'[k]$  занимает  $\mathcal{O}(1)$

времени и происходит это  $n$  раз, следовательно итоговая асимптотика  $\mathcal{O}(n + n) = \mathcal{O}(2n) = \mathcal{O}(n)$  времени.

Краткий алгоритм решения можно записать так:

1. Заменяем массив  $a$  массивом префикс-сумм.
2. Вычисляем значение  $a'[i]$  ( $i$  от больших к меньшим):
  - (a) Вычисляем  $f(i)$ .
  - (b) Вычисляем сумму на отрезке  $[f(i); i]$  при помощи префикс-сумм.
3. Заменяем  $a[i]$  вычисленным значением  $a'[i]$  (которое мы хранили в отдельной переменной).

Из алгоритма понятно, что используется  $\mathcal{O}(1)$  доп. памяти.