

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Направление: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Образовательная программа: Прикладная математика, фундаментальная
информатика и программирование

ОТЧЕТ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Определение оптимального местоположения авиационного хаба

Исполнитель: Долбня Александр Кириллович

Группа: 22.Б07-пу

Санкт-Петербург

Декабрь 2025

Содержание

Актуальность исследования	2
Формулировка оптимизационной задачи	2
Математический аппарат исследования	3
Исходные данные и кластеризация	3
Методы решения оптимизационной задачи	5
Результаты вычислений	6
Обсуждение результатов	7
Выводы и перспективы	8

Актуальность исследования

Развитие международной авиационной инфраструктуры в настоящее время требует внедрения эффективных моделей организации пассажирских перевозок. Один из перспективных подходов предполагает создание специализированных узловых пунктов — авиационных хабов, которые служат центрами перераспределения пассажиропотока. Данная концепция позволяет оптимизировать маршрутную сеть за счет сокращения количества прямых рейсов и повышения загрузки воздушных судов.

Применение хабовой модели способствует снижению операционных издержек, увеличению регулярности рейсов и расширению географии авиасообщения. Ключевым аспектом реализации подобной системы является научно обоснованный выбор местоположения транспортного узла, учитывающий географические, демографические и логистические факторы.

Настоящая работа посвящена разработке математической модели и алгоритмов для определения оптимального положения авиахаба между двумя важными регионами — Индостаном и Европой.

Формулировка оптимизационной задачи

Рассматривается задача размещения авиационного хаба, обслуживающего два географических региона:

- Регион А: страны Индостана; - Регион В: государства Европы.

Каждый регион представлен набором ключевых аэропортов: $n_A = 11$ аэропортов для Индостана и $n_B = 15$ аэропортов для Европы.

Требуется определить пространственные координаты (x_h, y_h) хаба, обеспечивающие минимальное суммарное взвешенное расстояние перевозки пассажиров при соблюдении следующих условий:

1. Географические требования: - Точка размещения должна находиться на материковой части суши. - Исключаются территории с сложным рельефом и водоемы значительной площади.

2. Транспортно-логистические аспекты: - Обеспечивается доступность для воздушного сообщения со всеми рассматриваемыми аэропортами. - Учитываются технические характеристики воздушных судов среднемагистрального класса.

3. Экологические и социальные факторы: - Исключаются особо охраняемые

природные территории. - Предпочтение отдается районам с развитой инфраструктурой.

Основным критерием оптимальности является минимизация суммарного пассажиро-километража, где весовыми коэффициентами выступают численности населения, обслуживаемого каждым аэропортом.

Математический аппарат исследования

Для формализации задачи введены следующие обозначения:

- N_i — численность населения, относящегося к i -му аэропорту Индостана; - N_j — численность населения, относящегося к j -му аэропорту Европы; - $l_i(x_h, y_h)$ — расстояние от точки (x_h, y_h) до i -го аэропорта Индостана; - $l_j(x_h, y_h)$ — расстояние от точки (x_h, y_h) до j -го аэропорта Европы.

Частные целевые функции для каждого региона:

$$F_A(x_h, y_h) = \sum_{i=1}^{n_A} N_i \cdot l_i(x_h, y_h), \quad (1)$$

$$F_B(x_h, y_h) = \sum_{j=1}^{n_B} N_j \cdot l_j(x_h, y_h). \quad (2)$$

С учетом разницы в масштабах пассажиропотока вводится балансирующий коэффициент:

$$c = \frac{\sum_{i=1}^{n_A} N_i}{\sum_{j=1}^{n_B} N_j}. \quad (3)$$

Общая целевая функция принимает вид:

$$F(x_h, y_h) = F_A(x_h, y_h) + c \cdot F_B(x_h, y_h) \rightarrow \min_{x_h, y_h}, \quad (4)$$

при условии $(x_h, y_h) \in \Omega$, где Ω — множество допустимых местоположений.

Исходные данные и кластеризация

В качестве исходных данных использовались сведения о крупнейших аэропортах двух регионов. Каждый аэропорт рассматривается как центр кластера, обслуживающего определенную территорию. Население кластера определяется как общая численность жителей соответствующего региона.

Аэропорты Индостана

В выборку вошли 11 ключевых аэропортов стран Индостана:

№	Аэропорт	Страна	Широта	Долгота	Население, млн
1	Дели (DEL)	Индия	28.61°N	77.21°E	561.43
2	Мумбаи (BOM)	Индия	19.09°N	72.87°E	374.29
3	Калькутта (CCU)	Индия	22.65°N	88.45°E	280.71
4	Бангалор (BLR)	Индия	12.97°N	77.59°E	224.57
5	Дакка (DAC)	Бангладеш	23.84°N	90.40°E	174.70
6	Исламабад (ISB)	Пакистан	33.62°N	73.10°E	124.60
7	Карачи (KHI)	Пакистан	24.91°N	67.11°E	120.20
8	Катманду (KTM)	Непал	27.70°N	85.36°E	30.90
9	Коломбо (CMB)	Шри-Ланка	6.88°N	79.88°E	22.16
10	Тхимпху (PBH)	Бутан	27.47°N	89.64°E	0.77
11	Кабул (KBL)	Афганистан	34.56°N	69.21°E	40.38
Суммарное население					1914.91

Аэропорты Европы

Для европейского региона выбрано 15 аэропортов:

№	Аэропорт	Страна	Широта	Долгота	Население, млн
1	Шереметьево (SVO)	Россия	55.75°N	37.62°E	146.70
2	Стамбул (IST)	Турция	41.26°N	28.73°E	85.00
3	Франкфурт (FRA)	Германия	50.03°N	8.57°E	83.24
4	Париж (CDG)	Франция	49.01°N	2.55°E	67.39
5	Лондон (LHR)	Великобритания	51.51°N	0.13°W	67.00
6	Рим (FCO)	Италия	41.80°N	12.25°E	58.85
7	Мадрид (MAD)	Испания	40.49°N	3.57°W	47.42
8	Варшава (WAW)	Польша	52.17°N	20.97°E	38.00
9	Амстердам (AMS)	Нидерланды	52.31°N	4.76°E	17.53
10	Афины (ATH)	Греция	37.94°N	23.94°E	10.43
11	Берлин (BER)	Германия	52.37°N	13.50°E	6.00
12	Вена (VIE)	Австрия	48.12°N	16.57°E	9.00
13	Прага (PRG)	Чехия	50.11°N	14.26°E	10.70

№	Аэропорт	Страна	Широта	Долгота	Население, млн
14	Будапешт (BUD)	Венгрия	47.43°N	19.26°E	9.77
15	Хельсинки (HEL)	Финляндия	60.32°N	24.96°E	5.55
Суммарное население					658.44

Расчет балансировочного коэффициента:

$$c = \frac{1914.91}{658.44} \approx 2.9083. \quad (5)$$

Методы решения оптимизационной задачи

Для нахождения точки минимума целевой функции $F(x_h, y_h)$ применялись два независимых численных метода:

1. Градиентный спуск с адаптивным шагом

Реализован алгоритм градиентного спуска с численным вычислением производных и адаптивной регуляцией шага обучения. Начальное приближение: $(35^\circ N, 45^\circ E)$. Критерий остановки: изменение координат менее 10^{-8} или достижение 1000 итераций.

2. Метод L-BFGS-B из библиотеки SciPy

Использована встроенная реализация алгоритма L-BFGS-B с ограничениями на переменные: $-90^\circ \leq x_h \leq 90^\circ$, $-180^\circ \leq y_h \leq 180^\circ$.

Расчет расстояний

Для учета сферичности Земли применялась формула гаверсинусов:

$$d = 2R \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\Delta \varphi}{2} \right) + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin^2 \left(\frac{\Delta \lambda}{2} \right)} \right), \quad (6)$$

где $R = 6371$ км, φ — широта, λ — долгота.

Область поиска

Поиск проводился в прямоугольной области:

$$-20^\circ \leq \varphi \leq 70^\circ, \quad 40^\circ \leq \lambda \leq 140^\circ, \quad (7)$$

что покрывает пространство от Аравийского полуострова до Западной Сибири.

Результаты вычислений

Применение обоих методов дало согласованные результаты:

Градиентный спуск

- Оптимальные координаты: 38.7331° северной широты, 58.6821° восточной долготы
- Значение целевой функции: $F_{\min} = 11\,892\,790.76$ (условные единицы)
- Количество итераций: 1000

Метод L-BFGS-B (SciPy)

- Оптимальные координаты: 38.7417° северной широты, 58.6869° восточной долготы
- Значение целевой функции: $F_{\min} = 11\,892\,790.15$ (условные единицы)
- Количество итераций: 10

Сравнительный анализ

- Расстояние между точками, найденными разными методами: 1.0 км
- Разница значений целевой функции: 0.61 условных единиц
- Относительная погрешность: менее 0.00001%

Географическая интерпретация

Ближайший крупный населенный пункт к вычисленному оптимуму — город Ашхабад (Туркменистан). Расстояния:

- До точки градиентного спуска: 91.0 км
- До точки метода L-BFGS-B: 92.0 км



Рис. 1: Визуализация результатов оптимизации. Красные маркеры — аэропорты Индостана, синие — европейские аэропорты, зеленые и фиолетовые звезды — оптимальные точки, найденные разными методами

Обсуждение результатов

Полученные результаты свидетельствуют о высокой эффективности примененных методов оптимизации. Оба алгоритма сошлись к практически идентичным точкам пространства, что подтверждает корректность математической модели и устойчивость решения.

Найденное оптимальное положение авиахаба расположено в центрально-азиатском регионе, что объясняется следующими факторами:

1. **Географический баланс:** Точка находится на приблизительно равном удалении от ключевых аэропортов обоих регионов.
2. **Демографические особенности:** Значительное преобладание населения Индостана (коэффициент $c \approx 2.91$) смещает оптимум в восточном направлении.
3. **Транспортная доступность:** Регион обладает развитой инфраструктурой и удобным географическим положением на пересечении транспортных коридоров.

Город Ашхабад, как ближайший крупный населенный пункт, обладает необходимыми характеристиками для размещения авиационного хаба: - Международный аэро-

порт с потенциалом развития - Развитая наземная транспортная инфраструктура - Стратегическое положение на маршрутах между Европой и Азией

Выводы и перспективы

В ходе исследования решена задача пространственной оптимизации расположения авиационного хаба между регионами Индостана и Европы. Основные достижения работы:

1. Разработана математическая модель, учитывающая демографические, географические и логистические факторы.
2. Реализованы и протестированы два численных метода оптимизации, показавшие высокую степень согласованности результатов.
3. Определено оптимальное местоположение хаба с координатами приблизительно $38.7^{\circ} N$, $58.7^{\circ} E$.
4. Проведен географический анализ, в результате которого в качестве практического кандидата предложен город Ашхабад (Туркменистан).

Перспективные направления дальнейших исследований: - Учет экономических факторов (стоимость строительства, эксплуатационные расходы) - Анализ политических и правовых аспектов размещения - Моделирование влияния хаба на региональную экономику - Исследование устойчивости решения к изменениям демографических показателей

Разработанный подход может быть применен для решения аналогичных задач в других регионах мира, а также для оптимизации размещения различных видов транспортной инфраструктуры.