Основні правила диференціювання

$$(u+v)'=u'+v' \qquad (u-v)'=u'-v' \qquad (uv)'=u'v+uv' \qquad (Cu)'=Cu'$$

$$(uvw)'=u'vw+uv'w+uvw' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2},\ v\neq 0 \qquad \left(\frac{C}{v}\right)'=-C\frac{v'}{v^2},\ v\neq 0 \qquad \left(\frac{u}{C}\right)'=\frac{1}{C}u'$$

$$f(g(x))'=f'(g(x))\cdot g(x)' \qquad y'_x=\frac{y'_t}{x'_t} \qquad y'=u^v\ln u\cdot v'+vu^{v-1}u' \qquad dy=f'(x)dx$$

Основні похідні

$$C'=0 \qquad (u^n)'=nu^{n-1}u' \qquad (\sqrt{u})'=\frac{1}{2\sqrt{u}}u' \qquad \left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{1}{u^2}u' \qquad (a^u)'=a^u\ln a\cdot u'$$

$$(\arccos u)'=-\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \qquad (\log_a u)'=\frac{1}{u\ln a}u' \qquad (\ln u)'=\frac{1}{u}u' \qquad (\sin u)'=\cos u\cdot u' \qquad (\cos u)'=-\sin u\cdot u'$$

$$(\operatorname{tg} u)'=\frac{1}{\cos^2 u}u' \qquad (\operatorname{ctg} u)'=\frac{1}{\sin^2 u}u' \qquad (\arcsin u)'=\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}u' \qquad (e^u)'=e^u u' \qquad (\operatorname{arctg} u)'=\frac{1}{1+u^2}u'$$

$$(\operatorname{arcctg} u)'=-\frac{1}{1+u^2}u' \qquad (\operatorname{sh} u)'=\operatorname{ch} u\cdot u' \qquad (\operatorname{ch} u)'=\operatorname{sh} u\cdot u' \qquad (\operatorname{th} u)'=\frac{1}{\operatorname{ch}^2 u}u' \qquad (\operatorname{cth} u)'=-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 u}u'$$

Основні інтеграли

$$\int\frac{du}{u^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right|+C \qquad \int du=u+C \qquad \int\frac{du}{\cos^2 u}=\operatorname{tg} u+C \qquad \int\frac{du}{u}=\ln|u|+C$$

$$\int\operatorname{ctg} u\,du=\ln|\sin u|+C \qquad \int e^u du=e^u+C \qquad \int\sin u\,du=-\cos u+C \qquad \int\frac{du}{\sin u}=\ln\left|\operatorname{tg}\frac{u}{2}\right|+C$$

$$\int u^n du=\frac{u^{n+1}}{n+1}+C,\ n\neq -1 \qquad \int\frac{du}{\sin^2 u}=-\operatorname{ctg} u+C \qquad \int\frac{du}{u^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{u}{a}+C \qquad \int 0du=C$$

$$\int\frac{du}{\sqrt{u^2\pm a^2}}=\ln\left|u+\sqrt{u^2\pm a^2}\right|+C \qquad \int\operatorname{sh} u\,du=\operatorname{ch} u+C \qquad \int\frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}}=\arcsin\frac{u}{a}+C \qquad \int\operatorname{ch} u\,du=\operatorname{sh} u+C$$

$$\int\frac{du}{\cos u}=\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{u}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|+C \qquad \int\frac{du}{\operatorname{sh}^2 u}=-\operatorname{cth} u+C \qquad \int\operatorname{tg} u\,du=-\ln|\cos u|+C \qquad \int a^n du=\frac{a^u}{\ln a}+C$$

$$\int\cos u\,du=\sin u+C \qquad \int\frac{du}{\operatorname{ch}^2 u}=\operatorname{th} u+C \qquad \int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)\text{ – ф. Н.–Л.}$$

Еквівалентні нескінченно малі функції

$$x \sim \sin x \sim \operatorname{tg} x \sim \arcsin x \sim \operatorname{arctg} x \sim e^x - 1 \sim \ln(1+x),\ 1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2},\ a^x - 1 \sim \frac{x}{\ln a},\ (a+x)^k - 1 \sim kx$$

$$\sqrt{1+x} - 1 \sim x/2,\ \ln\cos x \sim -x^2/2,\ \log_a(1+x) \sim x\log_a e,\ \text{якщо } x \to 0$$

Важливі границі

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin kx}{x} = k \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{\operatorname{tg} kx}{x} = k \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\arcsin kx}{x} = k \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x = e^k \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^k - 1}{x} = k \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg} kx}{x} = k \qquad \lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}} = e \qquad \lim_{x\to 0}\frac{a^x - 1}{x} = \ln a$$

Прогресії

$$a_n = a_1 + d(n-1),\ S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n \text{ – арифм.} \qquad b_n = b_1 \cdot q^{n-1},\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1},\ q \neq 1 \text{ – геомтр.}$$

Комбінаторика

$$P_n = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n = n! \qquad C_n^k = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} \qquad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \qquad \overline{C_n^k} = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!\cdot(n-k)!} \qquad \overline{A_n^k} = n^k$$

Логарифми

$a, b, c > 0,\ a \neq 1,\ k \neq 0$

$a^{\log_a b} = b,\ \log_a a = 1$

$\log_a(a\cdot b) = \log_a b + \log_a c$

$\log\dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^n = n\cdot\log_a b$

$\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k}\cdot\log_a b$

$\ln\dfrac{1}{a} = -\ln a$

$\log_a 1 = 0$

Інші формули

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}x^{n+1} \text{ – ф. М.}$$

$$\operatorname{grad} u(M) = \frac{\partial u(M)}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial u(M)}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial u(M)}{\partial z}\vec{k} \text{ – означення градієнту}$$

$$z^n = |z|^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi),\ \frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\left(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right)$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du,\ \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a\pm b)(a^2 \mp ab + b^2),\ (a\pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$S_{\text{кола}} = \pi r^2,\ l_{\text{кола}} = 2\pi r,\ V_{\text{сфери}} = \frac{4}{3}\pi r^3,\ S_{\text{сфери}} = 4\pi r^2$$

Криві другого порядку

$$x^2 + y^2 = r^2 \text{ – коло} \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ – еліпс} \qquad \pm\frac{y^2}{b^2} \mp \frac{x^2}{a^2} = 1 \text{ – гіпербола} \qquad y^2 = 2px \text{ – парабола}$$