

1) Use os métodos de **Euler explícito** e Euler implícito para resolver os PVIs abaixo (use o valor do h dado).

- a. $y' = te^{3t} - 2y, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 0, \text{ with } h = 0.5$
- b. $y' = 1 + (t - y)^2, \quad 2 \leq t \leq 3, \quad y(2) = 1, \text{ with } h = 0.5$
- c. $y' = 1 + y/t, \quad 1 \leq t \leq 2, \quad y(1) = 2, \text{ with } h = 0.25$
- d. $y' = \cos 2t + \sin 3t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 1, \text{ with } h = 0.25$

2) Agora, verifique que as soluções exatas abaixo satisfazem as equações do exercício anterior (de acordo com a letra a), b), etc).

- a. $y(t) = \frac{1}{5}te^{3t} - \frac{1}{25}e^{3t} + \frac{1}{25}e^{-2t}$
- b. $y(t) = t + \frac{1}{1-t}$
- c. $y(t) = t \ln t + 2t$
- d. $y(t) = \frac{1}{2} \sin 2t - \frac{1}{3} \cos 3t + \frac{4}{3}$

3) Faça um estudo do erro para os métodos de Euler explícito e **implícito**, ou seja, compare sua solução numérica com a exata, para cada item (a,b,c,d). Para isso, use uma a seguinte fórmula de erro:

$$\text{Erro} = \max_{j=0,1,\dots,N} |(y(t_j) - Y^j)|$$

Onde $y(t_j)$ é a solução exata avaliada no ponto t_j .

4) Use os métodos de Euler modificado e Euler melhorado (métodos Runge-Kutta de 2 estágios) para resolver os exercícios do item 1). Depois faça um estudo de erro, e veja qual dos dois métodos aproxima melhor a solução exata para os valores fixos de h do item 1).