

Rapport GSO-7107

Dominic Baril, Julien Lépine

Résumé—Les modèles dynamiques de mouvement de véhicules sont des outils primordiaux pour le systèmes de prise de décision ainsi que pour la conduite autonome. Pour ces modèles, les modèles de force de contact linéaires sont très souvent utilisés pour les véhicules routiers en raison de leur simplicité. Dans ce rapport, nous montrons que ces modèles sont adéquats pour les véhicules *skid-steer* (VSS) malgré leur mouvements latéraux prononcés. Pour valider cette hypothèse, nous comparons un modèle de force de contact linéaire avec la force centripète subie par un VSS opérant en régime permanent. Notre hypothèse est validée pour la conduite à une vitesse 0.5 m s^{-1} et pour 10 vitesses angulaires distinctes.

I. INTRODUCTION

Un modèle de mouvement est un outil essentiel pour plusieurs opérations qui impliquent l'utilisation d'une flotte de véhicules. En premier lieu, un modèle de mouvement permet d'analyser les forces en jeu dans l'opération d'un véhicule et permet d'analyser l'impact de plusieurs opérations réalisées sur une flotte de véhicules. Cette analyse d'impact permet de guider les décisions liées à une flotte de véhicules et donc d'optimiser les coûts financiers et écologiques de la flotte. En second lieu, un modèle de mouvement est un fondement critique dans l'automatisation de la conduite de véhicules. Cette tâche permettrait éventuellement d'accomplir plusieurs tâches redondantes sans nécessiter la présence d'un opérateur, ce qui pourrait supporter plusieurs industries qui souffrent de la pénurie de main d'oeuvre actuelle. Ces modèles peuvent prendre deux formes : cinématiques et dynamiques. Les premiers permettent de modéliser la géométrie du mouvement des véhicules et les deuxièmes permettent de modéliser les forces agissant sur les roues des véhicules. Les modèles dynamiques sont plus riches et permettent de modéliser une plus grande plage de conditions auxquelles les véhicules sont soumis.

Le fondement le plus important d'un modèle de mouvement de véhicule terrestre est la géométrie de direction. Dans le cadre de ce cours, nous avons étudié en détails la géométrie dite *Ackerman*, qui est la plus répandue pour les véhicules routiers. Dans le cas de la conduite hors route, la géométrie *skid-steer* est également très populaire. Pour tourner ce type de véhicule, une différence de vitesse de rotation entre les roues de chaque côté du véhicule est imposée. Les VSS offrent plusieurs avantages, notamment la simplicité mécanique, la robustesse, la manoeuvrabilité hors route et la capacité de tourner sur place [1]. Toutefois, ces véhicules sont soumis à une friction latérale élevée puisque les roues sont constamment parallèles à la direction longitudinale du véhicule. Comme les modèles de force de contact linéaires sont populaires pour les véhicules *Ackerman*, il serait pertinent d'évaluer leur performance pour les VSS, comme ceux-ci sont soumis à des forces latérales élevées.

Les contributions liées à ce rapport sont donc :

- La formulation d'un modèle dynamique planaire de VSS ;
- L'évaluation de l'exactitude d'un modèle de force de contact linéaire pour les forces latérales subies par le robot.

La structure du rapport est comme suit : Une revue de la littérature connexe à ce travail est présentée dans la [section II](#). La [section III](#) explique la méthodologie utilisée pour atteindre les contributions de ce travail. Les résultats sont présentés dans la [section IV](#). Une analyse détaillée des résultats suit à la [section V](#). Enfin, une conclusion et les travaux futurs sont présentés dans la [section VI](#).

II. REVUE DE LITTÉRATURE

Afin de montrer la pertinence de ce travail dans la littérature, nous montrons les techniques de modélisation du mouvement pour les VSS les plus populaires dans la littérature dans la [sous-section II-A](#). Ensuite, nous présentons les travaux pertinents par rapport aux forces de contact dans la [sous-section II-B](#).

A. Modèles de mouvement

La modélisation du mouvement des VSS est un problème actuel dans la littérature scientifique. En raison de leur simplicité et de leur résilience à l'identification de paramètres éronnés, les modèles cinématiques empiriques sont actuellement les plus populaires, tel que celui présenté par MANDOW et al. [2]. Alternativement, le modèle présenté par SEEGMILLER [3] permet de modéliser le comportement dynamique du robot comme des perturbations subies par un modèle cinématique simple connaît également de la popularité dans la littérature.

Bien que simples, ces modèles font l'hypothèse que le robot navigue sur un terrain plat et dur, ce qui est généralement faux dans le cadre de la conduite hors route. RABIEE et al. [4] ont introduit un modèle croisé entre la cinématique et la dynamique. Dans ce modèle, l'accélération des roues sont utilisées pour minimiser le système d'équations de la dynamique du corps du VSS. Une fois le système d'équations minimisé, les valeurs sont introduites dans un modèle cinématique analogique à [2] pour prédire le déplacement du véhicule. Alternativement, SEEGMILLER et al. [5] ont présenté une formulation générale permettant de modéliser le mouvement de tout types de véhicules en minimisant le calcul et en offrant une grande précision.

B. Forces de contact

Tous les modèles dynamiques de véhicules nécessitent de modéliser les forces de contact des roues des véhicules.

Il existe un grand nombre de ce genre de modèles dans la littérature ainsi qu'une grande variété dans leur complexité. Le modèle le plus simple est le modèle linéaire, qui assume une relation linéaire entre la vitesse du point de contact et la force de friction des roues [6]. Un second modèle populaire est appelé la *Magic Formula*, proposé par PACEJKA [6]. Ce modèle empirique permet de modéliser la perte de friction causée par le passage de friction statique à friction dynamique et est très populaire pour les véhicules routiers [7]. Une adaptation pour un VSS a également été proposée par MACLAURIN [8]. Dans ce travail, l'auteur évalue les paramètres du modèle empirique en fonction de propriétés physiques d'un VSS lourd.

Des modèles plus complexes basés sur l'interaction entre les roues et le sol ont aussi été proposés. La majorité de ces modèles sont basés sur des travaux pionniers de WONG et al. [9]. ISHIGAMI et al. [10] ont proposé un modèle de force de contact permettant de modéliser les forces latérales.

Bien que plusieurs modèles complexes ont été proposés pour modéliser les forces de contact, les résultats montrés par SEEGMILLER et al. [5] montrent que les modèles linéaires offrent une erreur de modélisation inférieure aux autres modèles sur une longue trajectoire. Notre hypothèse est que le nombre élevé de paramètres utilisés dans ces modèles affecte la capacité aux modèles de généraliser sur un grand nombre de conditions différentes. Dans ce rapport, nous visons à évaluer l'exactitude des modèles de force de contact linéaires pour modéliser le mouvement des VSSs.

III. MÉTHODOLOGIE

Afin de permettre valider l'hypothèse que les modèles de force de contact linéaires sont adéquats pour les VSS, un modèle dynamique planaire est détaillé dans la **sous-section III-A**. Un protocole expérimental permettant d'obtenir les données nécessaires à l'évaluation des forces a été mis en place et exécuté. Ce protocole est présenté dans la **sous-section III-B**.

A. Théorie

Afin d'évaluer l'exactitude des modèles de forces de contact linéaires, nous avons développé un modèle dynamique planaire de VSS, qui est montré dans la **Figure 1**. Un repère global ainsi qu'un repère du corps du robot sont définis. La totalité des quantités définies dans cette section sont exprimées dans le repère du corps du robot. La vitesse de rotation des roues de gauche ω_l sont identiques, il en est de même pour la vitesse de rotation des roues de droite ω_r . Il est important de noter que bien que le modèle illustré sur la **Figure 1** ne comporte que deux roues, ce modèle fonctionne pour tout VSS comportant deux roues ou plus sur chaque côté. La vitesse du corps du véhicule $\mathbf{v} = [v_x, v_y]^T$ comporte une composante longitudinale et une composante latérale. Le corps du robot a également une vitesse angulaire ω .

En fonction de la vitesse du corps du robot, il est possible de définir la position d'un centre de rotation instantané \mathbf{c}_v .

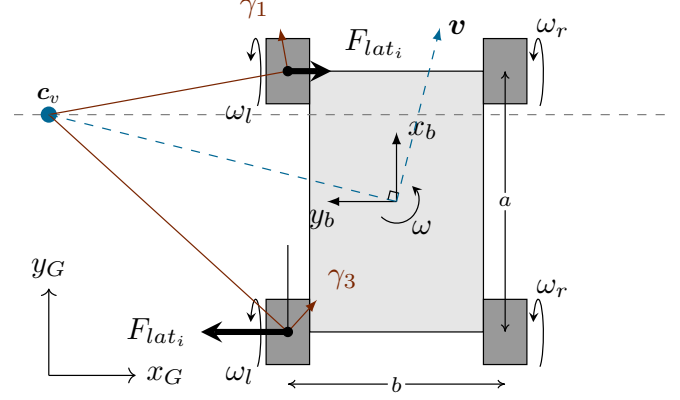


FIGURE 1. Modèle dynamique planaire d'un VSS. Le vecteur de vitesse du corps du robot ainsi que le centre de rotation instantané sont illustrés en bleu. Les angles de glissement sont illustrés en rouge. Dans ce modèle, seules les forces latérales subies par les roues sont considérées.

La position de ce centre de rotation instantané est calculée comme dans [2] :

$$\mathbf{c}_v = \begin{bmatrix} x_{c_v} \\ y_{c_v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_y}{\omega} \\ \frac{v_x}{\omega} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

où x_{c_v} et y_{c_v} sont les positions longitudinale et latérale du centre de rotation instantané dans le repère du corps du véhicule.

Afin de simplifier le modèle, seules les forces latérales subies par le véhicule sont prises en compte. Ces forces ont une orientation contraire à l'angle de dérive de chaque roue γ_i , qui peut être calculé ainsi, comme dans [8] :

$$\begin{cases} \gamma_i = \arctan\left(\frac{a_i - x_{c_v}}{y_{c_v} - b_i}\right), & \text{if } b_i y_{c_v} > 0 \text{ et } b_i > y_{c_v} \\ \gamma_i = \arctan\left(\frac{a_i - x_{c_v}}{b_i - y_{c_v}}\right) & \text{autrement,} \end{cases} \quad (2)$$

où a_i et b_i sont les positions longitudinales et latérales du point de contact de la roue i dans le repère du véhicule.

Ces positions sont positives ou négatives dépendant de la roue en question. La condition est introduite afin de prendre en compte le cas où le centre de rotation instantané est situé entre les roues du véhicules. Dans ce cas, l'angle de dérive des roues internes doit être calculé autrement. Les forces de contact latérales subies par chaque roue F_{lat_i} peuvent ensuite être calculé selon le modèle linéaire :

$$F_{lat_i} = -\alpha_{lat} \gamma_i, \quad (3)$$

où α_{lat} est un coefficient de friction lié à la nature du sol sur lequel le robot opère. Comme les forces latérales sont des forces de friction, celles-ci sont de sens opposé à la direction du mouvement donc à l'angle de dérive. Alternativement, les forces latérales peuvent être calculé en substituant l'angle de dérive par la vitesse latérale du point de contact v_{c_i} de chaque roue dans l'**Équation 3** [5]. De cette manière, il est possible

d'exprimer le système d'équations du mouvement dans la direction latérale du robot :

$$\sum_{i=1}^n F_{lat_i} = ma_{lat}, \quad (4)$$

où m est la masse du véhicule, a_{lat} est son accélération latérale et n est son nombre de roues total.

Pour ce modèle, nous considérons que le véhicule opère en régime permanent, ce qui implique que les accélérations longitudinale et angulaire sont nulles. Pour ce qui est de l'accélération latérale, celle-ci est équivalente à l'accélération centripète ou d'Alembert, que l'on calcule comme [8] :

$$a_{lat} = m \frac{v^2}{R_c} = \frac{v^2}{\sqrt{x_{c_v}^2 + y_{c_v}^2}}, \quad (5)$$

où R_c est le rayon de courbure du véhicule.

Dans le cas où le modèle de force de contact linéaire présenté dans l'Équation 3 est exact, l'égalité présentée à l'Équation 4 doit être respectée. Il est certain qu'en raison des incertitudes liées à l'opération d'un véhicule et au bruit de capteurs, celle-ci ne sera pas respectée mais ce rapport vise à quantifier l'erreur liée à ce genre de modèle pour les VSS.

B. Protocole expérimental

Afin d'évaluer l'exactitude du modèle présenté dans la sous-section III-A, nous avons enregistré des données de conduite avec un VSS. Un Warthog de la compagnie Clearpath Robotics a été utilisé, une photo de cette plateforme est montrée sur la figure Figure 2. Cette plateforme est un VSS à 4 roues et ayant une masse m de 260 kg. Afin de valider notre hypothèse pour plusieurs vitesses angulaires, nous avons défini 10 vitesses angulaires commandées distinctes pour l'expérience. Ces vitesses commandées sont définies dans le vecteur $\omega_c = [0.0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.75, 1.25, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0]$. Afin d'éviter les phénomènes liés à la déformation du terrain pour les vitesses angulaires élevées, nous avons classé les éléments de ω_c de manière aléatoire. Pour ce qui est de la vitesse longitudinale commandée, celle-ci a été fixée à 0.5 m/s afin de limiter la longueur de l'expérience. Pour respecter l'hypothèse de régime permanent, chaque commande a été exécutée par le robot pour une durée de 10 s.

La plateforme comporte des encodeurs aux roues qui permettent de mesurer leur vitesse angulaire. Une centrale inertielle permet quand à elle de mesurer la vitesse angulaire du corps du véhicule. L'estimation de la position du corps du véhicule est réalisée en recallant des nuages de points grâce à l'algorithme *Iterative Closest Point* (ICP) [11]. La librairie `libpointmatcher`¹ a été utilisée pour implémenter cet algorithme dans le cadre de cette expérience. Toutes les données sont enregistrées et exportées grâce au logiciel de gestion de flux de données Robot Operating System (ROS)². Le traitement des données a été réalisé grâce au langage de programmation Python et le code est disponible en ligne³.

1. <https://github.com/ethz-asl/libpointmatcher>
2. <https://www.ros.org/>
3. <https://github.com/DomBari/GSO-7107>



FIGURE 2. Photo du Warthog utilisé pour la phase expérimentale de ce projet. Cette plateforme est équipée d'un lidar Robosense RS-32 et d'une centrale inertielle Xsens MTi-10 pour se localiser. Le véhicule a été conduit sur le grand axe du campus de l'Université Laval, à Québec au mois de Novembre.

IV. RÉSULTATS

Un pré-traitement des données est présenté dans la sous-section IV-A afin d'évaluer la vitesse du corps du robot en filtrant le bruit. Ensuite, les données sont utilisées pour évaluer le modèle présenté dans la sous-section IV-B.

A. Pré-traitement des données

En premier lieu, un traitement des données a été effectué afin d'extraire les vitesses des roues ainsi que du corps du véhicule. Afin de respecter l'hypothèse de régime permanent et pour filtrer le bruit dans la récolte de données, la médiane de chaque valeur a été conservée pour chaque fenêtre de 10 s. Suite à ce pré-traitement, le vecteur de vitesses du corps du véhicule v et sa vitesse angulaire ω sont évalués pour chaque vitesse angulaire commandée ω_c , les résultats sont montrés dans la Figure 3. Le vecteur v est mesuré à l'aide de l'algorithme ICP et les vitesses angulaires ω sont mesurées avec la centrale inertielle. Un modèle différentiel idéal a été utilisé pour calculer les vitesses du corps du robot en fonction des vitesses de roues. Ce modèle ne permet pas de modéliser la vitesse latérale du robot, ce qui explique pourquoi cette valeur demeure nulle.

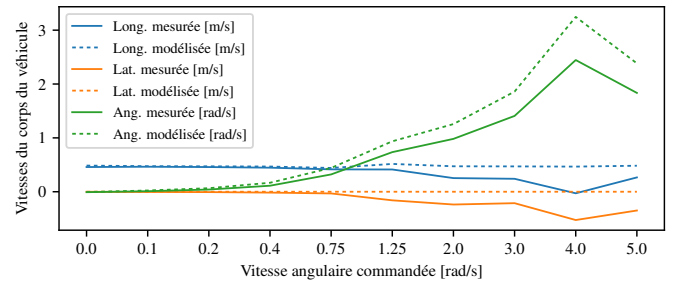


FIGURE 3. Vitesses du corps du véhicule mesurées et modélisées dans le cadre de l'expérience en fonction de la vitesse angulaire commandée. La vitesse longitudinale est affichée en bleu, la vitesse latérale en orange et la vitesse angulaire en vert. Les vitesses mesurées avec ICP sont montrées en lignes pleines. Les vitesses estimées en fonction des vitesses des roues et d'un modèle différentiel idéal sont montrées en pointillé.

B. Évaluation des forces

En premier, il est nécessaire d'évaluer les données qui vont en entrée du modèle de force de contact. En fonction des vitesses du corps du robot, la position du centre de rotation instantané est calculée en suivant l'Équation 1. Ensuite, les angles de dérive de chaque roue sont évalués, ceux-ci sont montrés dans la Figure 4. Dans cette figure, les angles de dérive γ_i sont mesurés avec ICP et modélisés en fonction des vitesses de roues et du modèle différentiel idéal. Il est possible d'observer qu'en fonction de l'augmentation de vitesse angulaire commandée, l'angle de dérive augmente, jusqu'à plafonner et se stabiliser. Le pic d'angle de dérive pour les roues 1 et 3 semble se produire légèrement après le passage du centre de rotation instantané à l'intérieur de l'empattement du VSS.

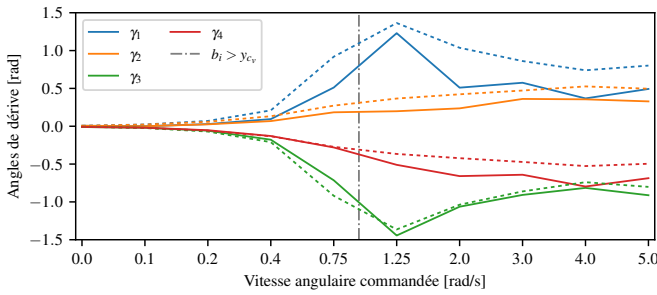


FIGURE 4. Angles de dérives pour chaque roue en fonction de la vitesse angulaire commandée pendant l'expérience. La roue 1 (en bleu) est à l'avant-gauche, la roue 2 (en orange) est à l'avant-droite, la roue 3 (en vert) est à l'arrière-gauche et la roue 4 (en rouge) est à l'arrière-droite. Encore une fois, les valeurs mesurées avec ICP sont montrées avec des lignes pleines et les valeurs modélisées avec les vitesses de roues en pointillés. La ligne grise représente le moment où le centre de rotation instantané c_v se trouve entre les roues du véhicule.

Ensuite, ces angles de dérive sont utilisés avec le modèle linéaire présenté dans l'Équation 3. La somme des forces latérales subies par le robot ainsi que son accélération centripète peuvent donc être calculées et l'égalité de l'Équation 4 peut être vérifiée. Les résultats pour les deux côtés de l'équation sont présentés dans la Figure 5. Afin de pouvoir calculer le modèle linéaire, une calibration manuelle a été faite pour déterminer la valeur du coefficient linéaire α_{lat} qui minimise l'erreur du modèle. Ces valeurs sont similaires pour les angles de dérive (i.e., $\alpha_{lat} = 32$) ou les vitesses latérales (i.e., $\alpha_{lat} = 30$).

La force centripète est affichée en bleu et la somme des forces latérales subies par le véhicule est montrée en orange. Comme mentionné dans la sous-section III-A, nous avons observé que plusieurs articles dans l'état de l'art calculent les forces de contact en remplaçant l'angle de dérive par la vitesse latérale du point de contact de la roue. La somme des forces calculées avec les vitesses latérales est affichée en vert. Les forces ont été calculées avec les mesures d'ICP ainsi qu'en utilisant les vitesses de roues. Comme le modèle différentiel ne permet pas de vitesses latérales, la somme des forces latérales calculées avec les vitesses de roues est toujours nulle.

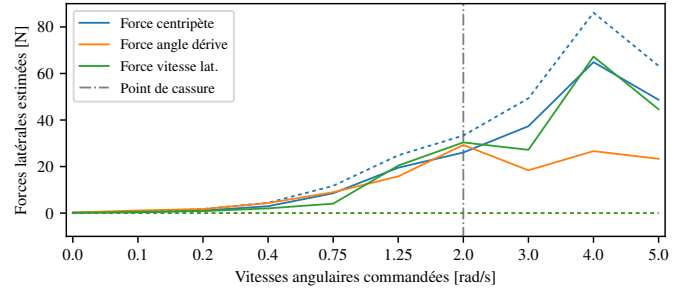


FIGURE 5. Forces subies par le corps du véhicule en fonction des vitesses angulaires commandées pendant l'expérience. La force centripète est affichée en bleu, la somme des forces latérales calculées avec l'angle de dérive est montrée en orange et la somme des forces latérales calculées avec la vitesse latérale du point de contact est affichée en vert. Comme pour les figures précédentes, les valeurs mesurées avec ICP sont montrées en lignes pleines et les forces calculées en fonction des vitesses de roues et le modèle différentiel idéal en pointillé. Pour les forces calculées avec un angle de dérive, il est possible d'observer un point de cassure montré avec la ligne verticale grise.

Il est possible d'observer une faible disparité entre la force centripète et les forces calculées avec un modèle linéaire dans la . De plus, il est possible d'observer un point de cassure à une vitesse angulaire commandée de 2.0 rad/s^{-1} . À cette vitesse, il est possible d'observer un pic dans la force centripète, qui peut être modélisé avec les vitesses de contact latérales, mais pas avec l'angle de dérive.

V. ANALYSE

Dans cette section, nous analysons et discutons des résultats présentés dans la section IV.

VI. CONCLUSION ET TRAVAUX FUTURS

RÉFÉRENCES

- [1] B. SHAMAH, M. D. WAGNER, S. MOOREHEAD, J. TEZA, D. WETTERGREEN et W. L. WHITTAKER, "Steering and control of a passively articulated robot", in *Proc. SPIE 4571, Sensor Fusion and Decentralized Control in Robotic Systems IV*, G. T. MCKEE et P. S. SCHENKER, éd., oct. 2001, p. 96-107.
- [2] A. MANDOW, J. L. MARTINEZ, J. MORALES, J. L. BLANCO, A. GARCIA-CEREZO et J. GONZALEZ, "Experimental kinematics for wheeled skid-steer mobile robots", in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, oct. 2007, p. 1222-1227.
- [3] N. A. SEEGMILLER, "Dynamic Model Formulation and Calibration for Wheeled Mobile Robots for Wheeled Mobile Robots", p. 126, 2014.
- [4] S. RABIEE et J. BISWAS, "A Friction-Based Kinematic Model for Skid-Steer Wheeled Mobile Robots", in *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, t. 2019-May, IEEE, mai 2019, p. 8563-8569.
- [5] N. SEEGMILLER et A. KELLY, "High-Fidelity Yet Fast Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots", *IEEE Transactions on Robotics*, t. 32, n° 3, p. 614-625, 2016.

- [6] H. PACEJKA, *Tire and Vehicle Dynamics*. Elsevier, 2012.
- [7] R. BRACH et M. BRACH, "The tire-force ellipse (Friction Ellipse) and tire characteristics", *SAE 2011 World Congress and Exhibition*, 2011.
- [8] B. MACLAURIN, "A skid steering model using the Magic Formula", *Journal of Terramechanics*, t. 48, n° 4, p. 247-263, août 2011.
- [9] J. Y. WONG et A. R. REECE, "Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses. Part II. Performance of towed rigid wheels", *Journal of Terramechanics*, t. 4, n° 2, p. 7-25, 1967.
- [10] G. ISHIGAMI, A. MIWA, K. NAGATANI et K. YOSHIDA, "Terramechanics-based model for steering maneuver of planetary exploration rovers on loose soil", *Journal of Field Robotics*, t. 24, n° 3, p. 233-250, mar. 2007.
- [11] F. POMERLEAU, F. COLAS et R. SIEGWART, *A Review of Point Cloud Registration Algorithms for Mobile Robotics*. now Publishers Inc, 2015.