Zadanie 3

**Treść:** Sprawdź, czy podane zdania są logicznie równoważne. ¬(p∨(¬p∧q)) i ¬p∧¬q.

Tabelka dla zdania: ¬(p∨(¬p∧q))

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | p∧q | ¬p∧q | p∨(¬p∧q) | ¬(p∨(¬p∧q)) |
| V1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| V2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| V3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| V4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Tabelka dla zdania: ¬p∧¬q

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | ¬p | ¬q | ¬p∧¬q |
| V1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| V3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| V4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Wedle definicji: Dwa zdania są logicznie równoważne, jeśli mają taką samą wartość w ramach dowolnego przypisania tzn. α ≡ β wtedy i tylko wtedy gdy α |= β oraz β |= α.

α = ¬(p∨(¬p∧q))

β = ¬p∧¬q

Tabelka dla obu zdań:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | α | β |
| Przypisanie | ¬(p∨(¬p∧q)) | ¬p∧¬q |
| V1 | 0 | 1 |
| V2 | 0 | 0 |
| V3 | 0 | 0 |
| V4 | 0 | 0 |

**ODPOWIEDŹ DLA ZADANIA:**

W przypisaniu V1 dla formuły α mamy wartość 0, a dla formuły β mamy wartość 1, czyli zdania te nie są logicznie równoważne.

Zadanie 4

**Treść:** Sprawdź, czy poniższe zdanie jest spełnialne.

i) (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q)

ii) (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q)

i) (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | ¬p | ¬q | p ⇒ q | ¬p ⇒ ¬q | (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q) |
| V1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| V2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| V3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| V4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

**ODPOWIEDŹ DLA PODPUNKTU i:**

Zdanie to jest spełnialne, ponieważ istnieje co najmniej jedno przypisanie, które jest prawdziwe, a dokładnie istnieją 3 przypisania, które są prawdziwe: V1, V3, V4

ii) (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | r | p ∧ r | (p ∧ r) ⇒ q | p ⇒ q | (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q) |
| V1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| V6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| V7 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| V8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

**ODPOWIEDŹ DLA PODPUNKTU ii:**

Zdanie to jest spełnialne, ponieważ istnieje co najmniej jedno przypisanie, które jest prawdziwe, a dokładnie istnieje 7 przypisań, które są prawdziwe: V1, V2, V3, V4, V5, V6, V8.

Zadanie 5

**Treść:** Używając tabeli prawdziwości sprawdź czy (p ⇒ q) |= ((p ∧ r) ⇒ q).

KB = {p, p ⇒ q, q}

α = ((p ∧ r) ⇒ q)

Czy KB |= α?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | r |  | p | p ⇒ q | q | (p ∧ r) ⇒ q |
| V1 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 0 | 1 |
| V2 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 0 | 1 |
| V3 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V4 | 0 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V5 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 1 |
| V6 | 1 | 0 | 1 |  | 1 | 0 | 0 | 0 |
| V7 | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **V8** | 1 | 1 | 1 |  | **1** | **1** | **1** | **1** |

M(KB)={ V8}, M((p ∧ r) ⇒ q) = {V1, V2, V3, V4, V5}. Potwierdza to, że M(KB) ⊆ M((p ∧ r) ⇒ q)

**ODPOWIEDŹ:** Tak, KB |= α.

Zadanie 6

**Treść:** Używając tabeli prawdziwości znajdź CNF i DNF dla zdań w zadaniu 4.

i) (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| model | p | q | ¬p | ¬q | p ⇒ q | ¬p ⇒ ¬q | (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q) |
| V1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| V2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| V3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| V4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Skupiając się na „0” CNF:

p ∨ ¬q

Skupiając się na „1” DNF:

(¬p ∧ ¬q) ∨ (¬p ∧ q) ∨ (p ∧ q)

ii) (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | r | p ∧ r | (p ∧ r) ⇒ q | p ⇒ q | (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q) |
| V1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| V6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| V7 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| V8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Skupiając się na „0” CNF:

CNF: (¬p ∨ ¬q ∨ r)

Skupiając się na „1” DNF:

(¬p ∧ ¬q ∧ ¬r) ∨ (¬p ∧ ¬q ∧ r) ∨ (¬p ∧ q ∧ ¬r) ∨ (¬p ∧ q ∧ r) ∨ (p ∧ ¬q ∧ ¬r) ∨ (p ∧ ¬q ∧ r) ∨ (p ∧ q ∧ r)

Zadanie 7

**Treść:** Znajdź unifikator dla α = Older(Father(y), y) i β = Older(Father(x), John).

α = Older(Father(y), y)

β = Older(Father(x), John)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| α | β | θ |
| Older(Father(y), y) | Older(Father(x), John) | {y/John} |