

Optimisation d'un réfractomètre numérique modélisé dans le but de caractériser la concentration d'une solution en fonction de l'indice de réfraction

DOMINIQUE TROTTIER-BEAULIEU¹ AND JOËL BISSONNETTE²

¹Scientifique senior

²Scientifique senior

Compiled April 24, 2024

Les conditions climatiques peuvent grandement influencer l'échange thermique d'un moteur à combustion. L'une des solutions pour contrer la surchauffe est d'utiliser un liquide de refroidissement. En générale on utilise de l'eau avec un antigel. Dépendamment de où on se situe sur Terre, il faut trouver le bon ratio de mélange adéquat pour le moteur. Le but de ce laboratoire est de tenter de caractériser la concentration d'antigel en fonction de l'indice de réfraction à l'aide d'un réfractomètre numérique modélisé. Il sera aussi question d'améliorer la méthode utilisée par d'autres étudiants. Pour y parvenir, un rayon lumineux est envoyé à un angle d'incidence sur une cuvette contenant une solution de prestone-eau, ce qui fait dévier sa position sur une caméra, puis une photo est prise. Des photos du laser sont prises à différents angles pour 11 concentrations différentes. Les photos sont ensuite analysées pour déterminer la relation entre l'angle d'incidence et le déplacement du faisceau sur la caméra pour chaque concentration. Pour démontrer la précision de la méthode utilisée par rapport à celle utilisée par les autres étudiants, une comparaison des résultats est montrée sous forme de graphique pour une faible et une grande quantité de données. Une fois toutes les pentes trouvées, la relation entre la pente et la concentration est déterminée grâce à un graphique. Pour une concentration de 50% de prestone, la pente mesurée est de $(15.8 \pm 0.2) \text{ m}^\circ$ lorsqu'elle est effectuée avec une grande quantité de données, alors qu'elle est de $(16 \pm 2) \text{ m}^\circ$ pour une faible quantité. Dans les deux cas, on obtient un pourcentage d'écart d'environ 4.8% avec la pente théorique qui est de 13.2 m° . Bien que cette expérience n'ait pas permis de déterminer une relation explicite entre la concentration et l'indice de réfraction, il a quand même été possible de trouver la relation entre le changement de position sur la caméra selon l'angle d'incidence et la concentration.

1. INTRODUCTION

Le prestone (liquide à refroidissement) est utilisé dans les véhicules afin de maintenir la température du moteur constante. Celui-ci étant mélangé avec l'eau dans le moteur, il est important que sa concentration ne soit ni trop basse, ni trop élevée. En effet, un mélange trop riche en prestone peut provoquer une surchauffe du moteur (la capacité calorifique de l'éthylène glycol (Antigel) est plus basse que l'eau, donc le moteur va chauffer). À l'inverse, si le mélange contient trop d'eau, le liquide de refroidissement peut geler s'il fait trop froid ou s'évaporer s'il fait trop chaud dans le moteur (le prestone permet d'augmenter le point d'ébullition et d'abaisser le point de congélation de l'eau)[1]. Une concentration idéale serait 50% de prestone et 50% d'eau. Comme la concentration est importante, il serait donc utile d'arriver à mesurer la proportion de prestone contenue dans le mélange afin de savoir si l'on doit ajouter ou non du liquide à refroidissement. Ce laboratoire a ainsi pour but de déterminer s'il est possible de trouver une relation entre la concentration et l'indice de réfraction. En effet, lorsque la solution d'eau ne contient pas de prestone, son indice de réfraction est d'environ 1.33. À mesure qu'on augmente la quantité de prestone dans la solution, celui-ci augmente de plus en plus jusqu'à atteindre une valeur d'environ 1.80, lorsque la solution est composée uniquement de prestone. Comme une expérience similaire a déjà été effectuée par une autre équipe[2], il faudra également trouver une façon d'améliorer la prise de données pour voir s'il est possible d'être plus précis sur les mesures.

2. FORMALISME MATHÉMATIQUE

Le fonctionnement derrière la prise de mesure du taux de variation de la position en fonction de l'angle de rotation est basé principalement sur la loi de Snell-Descartes régit par l'équation suivante:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (1)$$

Dans le cas présent, $n_1 = 1$ car on considère le milieu ambiant comme le vide et n_2 varie entre 1.33 et 1.83 (à mesure que la concentration de prestone augmente). Comme le montre la figure 1, le faisceau sera dévié d'un certain angle à cause de l'indice de réfraction du mélange de la cuvette. En réalité, c'est la cuvette qui tourne, donc plus l'indice de réfraction est

41 élevé plus le déplacement du faisceau sera porté à augmenter.
 42 Dans le cadre du laboratoire, l'épaisseur de la cuvette est né-
 43 gligé, parce que le déplacement est très petit. En effet l'épaisseur
 44 des cuvettes [UV-Transparent cuvettes 12.5x12.5x45 mm] est de
 45 1.1 ± 0.2 mm. Il est donc tout à fait légitime de négliger le dé-
 46 placement. Si on utilise la loi de Snell on trouve un déplacement
 47 de 0.20 mm, ce qui est négligeable. Ces calculs sont nécessaires
 48 pour déterminer quel doit être l'intervalle d'angles incidents
 49 pour lesquels le rayon est détecté par la caméra (voir la section
 50 *méthode*). Il a ainsi été déterminé que pour prendre 250 photos
 51 (donc 250 mesures), l'angle incident doit changer de 0.05 degrés
 52 par mesures. Cela correspond donc à un changement d'angle
 53 allant de 0 à 250 degrés.

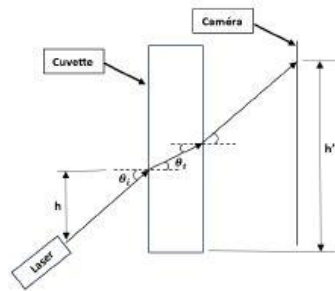


Fig. 1. Schéma du montage. Un laser projette à un angle θ_i un rayon sur une cuvette en plastique contenant un mélange prestone-eau. Le rayon est dévié d'un angle θ_t , puis est redévié du même angle qu'à l'entrée. Ainsi, le rayon est décalé d'une distance de h' par rapport à la position du laser.

3. MÉTHODE

54 Les échantillons analysés sont indiqués au tableau. La figure 5
 55 montre le montage utilisé lors de l'expérience. Une caméra Wii
 56 USB [Ubisoft-Hercule] est placée devant un laser He-Ne [JDS
 57 Uniphase $\lambda = 633$ nm] et une cuvette contenant un mélange
 58 prestone-eau repose entre les deux. Le mélange contenu dans
 59 la cuvette fait dévier le laser, ce qui modifie l'angle d'incidence
 60 du rayon sur la caméra. À chaque mesure, la caméra prend
 61 une photo du laser reçu. La cuvette est fixée à un moteur
 62 pas-à-pas [Kinesis motor Thorlabs PRM1/MZ8 415996] qui a
 63 été programmé pour tourner automatiquement d'un angle de
 64 $(0.05 \pm 0.02)^\circ$ après chaque mesure. L'utilisation de ce genre
 65 de moteur consiste en une amélioration du montage par rap-
 66 port à celui utilisé précédemment, puisque l'autre équipe faisait
 67 la rotation à la main. Le moteur est relié à un ordinateur par
 68 l'entremise d'un modulateur [Thorlabs TDC001 83819747]. Cette
 69 étape est réalisée sur une rotation de 12.5 degrés, ce qui permet
 70 la prise de 250 photos au total. Le faisceau laser est concentré à
 71 l'aide d'une lentille ayant une focale de 125.0 mm [LB1904-A].
 72 Cette lentille permet de bien concentrer et de réduire la taille du
 73 faisceau sur la caméra. Il est très important de réduire au maxi-
 74 mum la taille du faisceau afin qu'il puisse se déplacer sur une
 75 plus grande distance sur la caméra. Un filtre atténuant [Thorlabs
 76 ND03A] est installé devant la caméra pour réduire l'intensité du
 77 faisceau incident. Le filtre permet d'atténuer l'intensité capté
 78 pour ne pas saturer la caméra. Le centroïde des images est en-

80 suite déterminé grâce à un programme python, ce qui permet
 81 de mesurer la position du laser sur la caméra en fonction de
 82 l'angle d'incidence du faisceau sur la cuvette. Toutes les photos
 83 sont transformées en une matrice, ce qui permet de convertir
 84 les images en noir et blanc. Une valeur seuil est utilisée dans
 85 le traitement de photos pour mettre l'intensité des points à 0
 86 lorsque ceux-ci sont en dessous de cette valeur. Les autres points
 87 qui n'ont pas été effacés sont automatiquement mis à 255 qui est
 88 la valeur maximale. Grâce à la grande quantité de mesures effec-
 89 tuées, il est possible de déterminer la variation de la position du
 90 centroïde en fonction de la rotation de l'échantillon. Ces étapes
 91 sont effectuées pour 11 proportions différentes de prestone dans
 92 le mélange (en pourcentage) allant de 0% à 100%. La propor-
 93 tion de 0% de prestone (i.e. 100% d'eau) constitue la valeur de
 94 référence quant à la déviation du faisceau passant par la cuvette.
 95 Ces données sont utilisées dans un graphique comme méthode
 96 pour connaître la relation entre le déplacement angulaire et la
 97 position du laser sur la caméra pour toutes les différentes con-
 98 centration, ce qui nous donne des pentes de valeurs différentes.
 99 Afin d'observer la fiabilité des mesures en fonction du nombre
 100 de données récoltées, chaque concentration a été évaluée selon
 101 5 groupes différents. Chaque groupe est basé sur un nombre
 102 donné de points choisis aléatoirement dans les résultats obtenus
 103 grâce à un programme python. Tout d'abord, on choisit 4 points
 104 aléatoires assez espacés les uns des autres, ensuite 50, suivi de
 105 100, puis 150 et finalement 250. Avec ces points, il est possible
 106 d'observer la pente minimale et maximale des données recueil-
 107 lient par rapport à la pente moyenne. Cela permet de déduire le
 108 taux de précision des résultats en fonction du nombre de don-
 109 nées. Avec cette méthode, il est donc possible de déterminer si
 110 oui ou non, la méthode utilisée dans ce laboratoire est plus pré-
 111 cise que celle utilisée précédemment par l'autre équipe, qui n'ont
 112 pris que 4 données par concentration. Une fois ces étapes effec-
 113 tuées, on trace finalement un graphique de la pente en fonction
 114 de la concentration, ce qui permet de déterminer une relation
 115 entre la concentration et le taux de variation de la position du
 116 faisceau sur la caméra en fonction du déplacement angulaire.
 117 Mathématiquement, on peut représenter la pente p par :

$$p = \frac{dx}{d\theta_i} \quad (2)$$

118 où x est le déplacement du faisceau sur la lentille de la caméra
 119 (en pixels) et θ_i est l'angle d'incidence du faisceau lumineux sur
 120 la cuvette contenant la solution (en degrés).

4. RÉSULTATS

122 Pour une concentration de $(50 \pm 2)\%$ de prestone, la courbe de
 123 la position sur la caméra en fonction du déplacement angulaire
 124 est décrite par la figure 2. On voit donc que la position sur la
 125 caméra est proportionnelle à l'angle d'incidence du faisceau sur
 126 la cuvette. La pente négative est causée par le sens de rotation du
 127 moteur. Pour les autres concentrations, le modèle est semblable,
 128 mais avec une pente différente. La figure 3 montre la précision
 129 des mesures pour seulement 4 données comparée à celle pour
 130 150 données toujours à une concentration de $(50 \pm 2)\%$. Pour les
 131 4 données, la pente moyenne (en valeur absolue, car le signe de
 132 la pente provient seulement du sens de rotation du moteur) est
 133 de $(16 \pm 2) \text{ m}/^\circ$, alors qu'elle est de $(15.8 \pm 0.2) \text{ m}/^\circ$, soit $10 \times$
 134 plus précise pour celle mesurée avec 150 données.

La figure 4 représente les résultats de la pente en fonction
 de la concentration. La relation théorique entre la pente et la

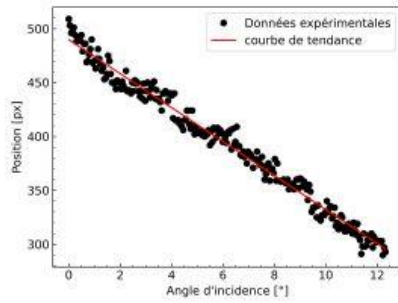


Fig. 2. Position du faisceau sur la caméra en fonction de l'angle d'incidence sur la cuvette contenant la solution. On voit bien que la position varie proportionnellement à l'angle d'incidence. En réalité, les angles d'incidence sur la figure sont négatifs, puisque le moteur tournait en sens horaire.

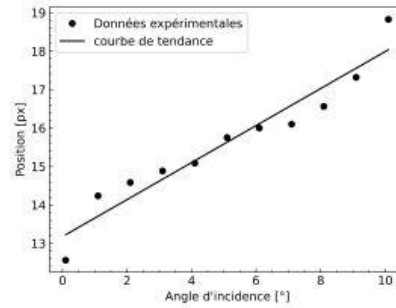


Fig. 4. Pente en fonction de la concentration. La pente correspond au taux de variation de la position du laser sur la caméra en fonction de l'angle incident du faisceau sur la cuvette. Il est possible de constater que la pente est proportionnelle à la concentration.

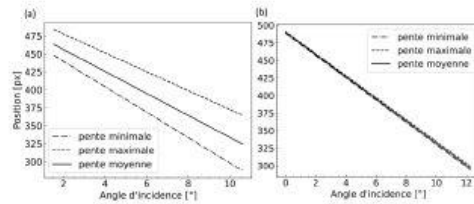


Fig. 3. Comparaison de la fiabilité des résultats pour une prise de (a) 4 données et (b) 150 données. Pour la prise de 4 données, la différence entre la pente maximale et la pente minimale est beaucoup plus grande que pour la prise de 150 données.

Concentration	Pente
00:10	12,5635
01:10	14,2354
02:10	14,5834
03:10	14,8856
04:10	15,0857
05:10	15,7512
06:10	15,9997
07:10	16,1029
08:10	16,5648
09:10	17,3225
10:10	18,8301

Fig. 5. Pente en fonction de la concentration.

concentration est donnée par :

$$p = 0.482C + 13.2 \quad (3)$$

où p est la pente en $m/^\circ$ et C est la concentration en pourcentage.

5. DISCUSSION

En comparant l'incertitude produite pour une prise de 4 données avec celle produite pour une prise de 150 données à une concentration de 50% de prestone, on remarque qu'elle est beaucoup plus petite pour 150 données. Cela démontre donc une amélioration en terme de précision du montage effectué dans ce laboratoire par rapport à celui effectué par l'autre équipe. On remarque également qu'avec une prise de 150 données, on est capable d'être suffisamment précis. Il n'est donc pas nécessaire de récolter 250 données pour chaque concentration. En regardant la figure 4, il est possible de constater que la pente est proportionnelle à la concentration. Cela est logique, puisque, comme expliqué précédemment, l'indice de réfraction est proportionnel à la concentration de prestone dans la solution et la pente est proportionnelle à l'indice de réfraction. En effet, plus on augmente n plus le fait d'augmenter l'angle d'incidence du laser sur la cuvette impacte la position de celui-ci sur la caméra. Cependant, à moins de posséder un réfractomètre, il est difficile de

mesurer de façon précise la relation entre l'indice de réfraction et la concentration. Avec la figure 4, on remarque que le résultat le moins précis est celui pour une concentration composée à 100% d'eau. Avec la relation donnée par l'Eq. (3), on trouve que pour cette concentration, la valeur théorique de la pente (la variation de la position du faisceau en fonction du déplacement angulaire de la cuvette) est de $13.2 m/^\circ$, ce qui correspond à un pourcentage d'écart de 4.8% avec la valeur expérimentale de $(12.6 \pm 0.8) m/^\circ$ approximée avec l'Eq. (3). Cet écart peut s'expliquer par le fait que l'angle de rotation du moteur variait autour de 0.05° à chaque pas, mais ne variait pas toujours à 0.05° précisément. Cela a donc pu modifier la valeur de la pente résultante. De plus, l'indice de réfraction du matériau formant la cuvette, bien que négligeable, peut également être une cause d'erreur, puisqu'il modifie la pente, alors que la concentration, elle, ne change pas.

6. CONCLUSION

Pour conclure, le but de ce laboratoire était de trouver une relation entre la concentration et l'indice de réfraction d'une solution prestone-eau. Grâce à cette expérience, il a été possible de déduire que l'indice de réfraction augmente proportionnellement à la concentration, mais il n'a pas été possible de trouver une relation précise pour le démontrer. Cependant, il a été possible

de mesurer comment le déplacement linéaire sur la caméra en fonction de l'angle d'incidence du rayon lumineux varie en fonction de la concentration. La méthode analytique "Curve fitting" démontre que la meilleur approximation est une fonction affine, tel que le montre la figure 2, il s'agit donc de deux variables proportionnelles entre-elles. La relation entre ces deux variable est décrite par l'Eq. (3). Il serait ainsi possible de mesurer la concentration de prestone dans la solution grâce à la variation de la position par rapport à l'angle incident du laser. Un autre but de ce laboratoire était d'améliorer la prise de mesure effectuée dans un laboratoire précédent, afin d'augmenter la précision des données, ce qui a été effectué avec succès : les données ont démontré que pour seulement 4 données, la valeur moyenne de la pente est de $(16 \pm 2) \text{ m}/^\circ$, alors que pour 150 données, elle est de $(15.8 \pm 0.2) \text{ m}/^\circ$. Une amélioration de ce laboratoire serait d'utiliser un réfractomètre pour être capable de déterminer de façon précise une relation entre la concentration et l'indice de réfraction de la solution de prestone en observant le changement d'indice de réfraction en fonction de la concentration.

REFERENCES

1. Valvoline, "What does engine coolant do and why is it important for your vehicle?" <https://www.valvolineglobal.com/en-ksa/what-does-engine-coolant-do/> (2022). [En ligne].
2. V. L. Nicolas Montmigny, "Réfractométrie numérique dans le sirop d'érable : Développement d'une nouvelle méthode de mesure du taux de sucre," (2024).