

Sprawozdanie

Przetwarzanie równoległe

Projekt 1 OMP

Dominik Doberski, Artur Olejnik

27 maja 2019

1 Wstęp

1.1 Temat

Mnożenie macierzy - porównanie efektywności metod –

- 3 pętle - kolejność pętli: jik, podział pracy przed pętlą 1
- 6 pętli -kolejność pętli: zewnętrznych ijk, wewnętrznych: ii,kk,jj, podział pracy przed pętlą 2.

1.2 Autorzy

Dominik Doberski	132207	dominik.doberski@student.put.poznan.pl
Artur Olejnik	122402	artur.olejnik@student.put.poznan.pl

Grupa dziekańska I3

Termin zajęć: poniedziałek 16:50

1.3 Opis systemu obliczeniowego

Do wykonania pomiarów wykorzystano program CodeXL. Testy zrealizowano na jednostce obliczeniowej o poniższej specyfikacji:

- Nazwa: AMD FX-6300 Black Edition
- Częstotliwość taktowania: 3.5 GHz (max 3.8 GHz)
- Liczba procesorów fizycznych: 6
- Liczba procesorów logicznych: 6

- Liczba uruchamianych w systemie wątków: 6
- Wielkość i organizacja pamięci podręcznych procesora:
L1 dane: 6x16KB
L1 instrukcje: 3x64KB
L2: 3x2MB
L3: 8MB

2 Analiza algorytmu

2.1 Kluczowe fragmenty kodu

2.1.1 3 pętle – kolejność pętli: jik, podział pracy przed pętlą 1

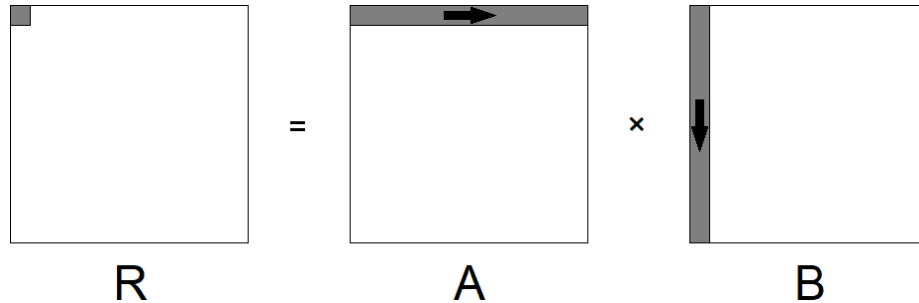
```

1 void multiply_matrices_JIK() {
2   #pragma omp parallel
3   #pragma omp for
4   for (int j = 0; j < ROWS; j++){
5     for (int i = 0; i < ROWS; i++){
6       for (int k = 0; k < ROWS; k++){
7         matrix_r[i][j] += matrix_a[i][k] * matrix_b[k][j];
8       }
8     }
8   }

```

Funkcja 1: 3 pętle – jik

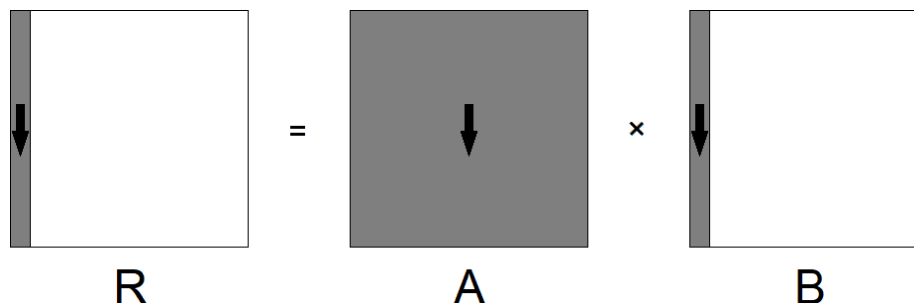
W powyższej funkcji pętla w 6. wierszu iteruje po kolumnach macierzy A i po wierszach macierzy B . Iloczyn tych dwóch elementów jest dodawany do pojedynczego elementu macierzy R znajdującego się w i -tym wierszu i j -tej kolumnie, które są wyznaczone w pętlach odpowiednio 5. i 4. wierszu. Złożoność algorytmu wynosi $O(n^3)$.



Rysunek 1: Zasoby wykorzystywane w pętli wewnętrznej

Powyższy rysunek przedstawia dokładnie, które dane są wykorzystywane do przetworzenia pętli w 6. linii kodu. Jak widać do wykonania jednej iteracji

pętli wewnętrznej potrzebne jest odczytanie jednego wiersza macierzy A i jednej kolumny macierzy B . Rezultatem tej pętli będzie odczytanie jednej wartości macierzy wynikowej R .



Rysunek 2: Zasoby wykorzystywane w pętli środkowej

Drugi rysunek ilustruje wykorzystanie danych do zrealizowania pętli w 5. wierszu. W tym przypadku potrzeba już wszystkich danych z macierzy A i, tak jak w przypadku samej pętli wewnętrznej, jednej kolumny macierzy B . Otrzymujemy całą kolumnę macierzy wynikowej R . Wykonanie pętli zewnętrznej pozwoli na uzyskanie wartości wszystkich kolumn macierzy R i będzie wymagało wszystkich danych z macierzy A i B .

Dyrektywy OpenMP w 2. i 3. wierszu wykorzystano do uruchomienia kodu na wielu wątkach oraz podzielenia przetwarzania pętli między nimi. Kolejne iteracje pętli w 4. wierszu zostaną przydzielone równomiernie między wątki. Spowoduje to, że kolumny macierzy B i macierzy wynikowej R nie będą się powtarzały w kolejnych wątkach.

2.1.2 6 pętli – kolejność pętli: zewnętrznych ijk, wewnętrznych: ii,kk,jj, podział pracy przed pętlą 2.

```

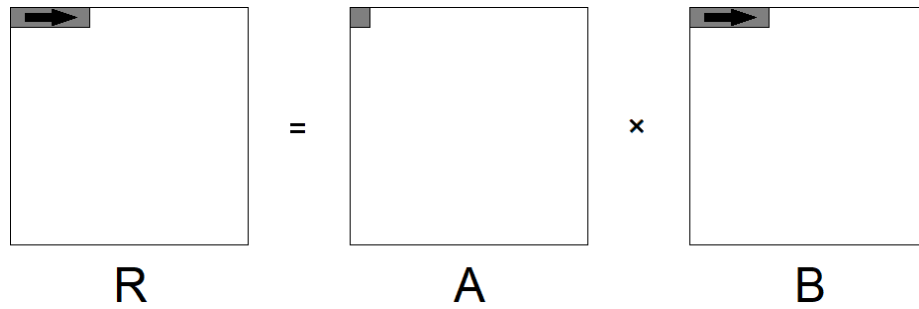
9 void multiply_matrices_6(int r){
10 #pragma omp parallel
11 for (int i = 0; i < ROWS; i += r) {
12 #pragma omp for
13 for (int j = 0; j < ROWS; j += r) {
14 for (int k = 0; k < ROWS; k += r) {
15 for (int ii = i; ii < i + r; ii++) {
16 for (int kk = k; kk < k + r; kk++) {
17 for (int jj = j; jj < j + r; jj++) {
18 matrix_r[ii][jj] += matrix_a[ii][kk] * matrix_b[kk][jj];
19 }}}}}}}

```

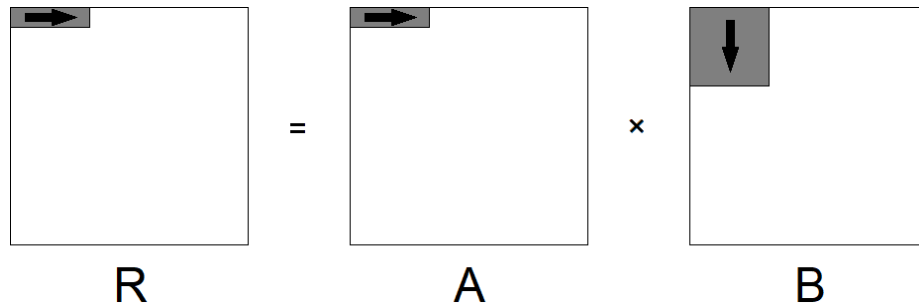
Funkcja 2: 6 pętli – zewnętrzne ijk, wewnętrzne ii,kk,jj

Druga funkcja jest bardziej złożona. Wydaje się, że 3 wewnętrzne pętłe działają podobnie do pętli w poprzedniej funkcji pracując tylko dla określonego fragmentu każdej z macierzy (wielkość tego obszaru jest określona w argumentcie

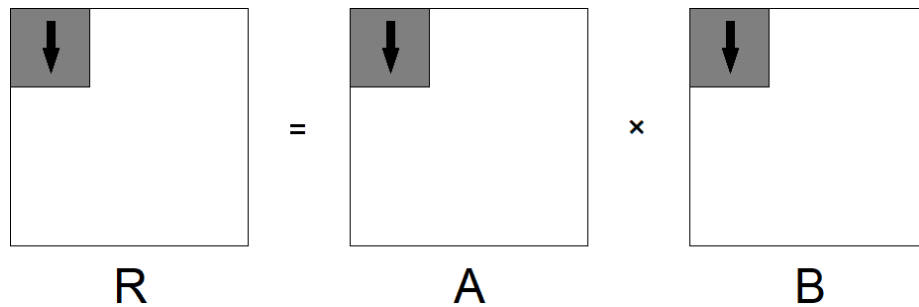
r). W rzeczywistości działanie tych 3 pętli odbiega trochę od tego, co obserwowaliśmy przy okazji analizy poprzedniej funkcji. Jest to spowodowane inną kolejnością odpowiadających pętli (w pierwszej funkcji kolejność *jik*, w drugiej *ii,kk,jj*).



Rysunek 3: Zasoby wykorzystywane w pętli w 17. wierszu



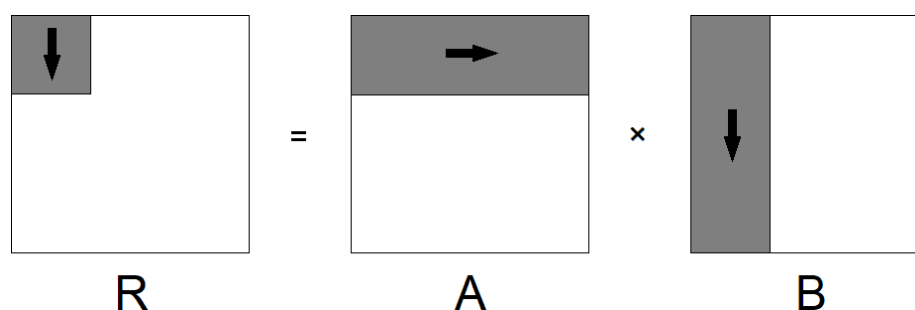
Rysunek 4: Zasoby wykorzystywane w pętli w 16. wierszu



Rysunek 5: Zasoby wykorzystywane w pętli w 15. wierszu

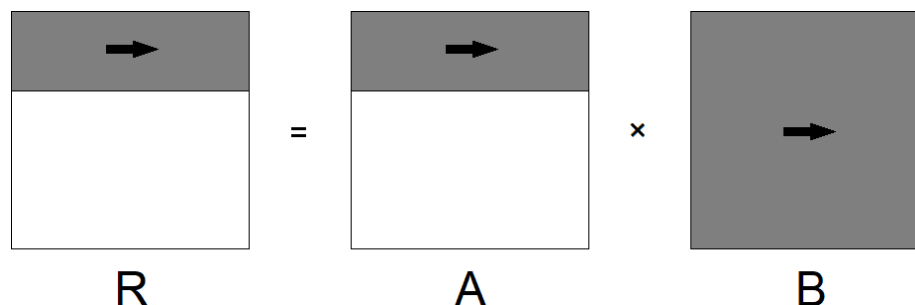
Trzeci rysunek pokazuje, które dane są brane pod uwagę podczas wykonywania danej pętli. Uzyskujemy wiersz fragmentu macierzy *R*, którego wartości są

iloczynem jednego elementu macierzy A i wartości któregoś z wierszy odpowiadającego fragmentu w macierzy B . Uzyskane wartości nie są jednak wartościami ostatecznej macierzy wynikowej. Czwarty rysunek pokazuje, że kolejna pętla w dalszym ciągu oblicza wartości dla tych samych komórek macierzy R poprzez sumowanie iloczynów elementów leżących w jednym wierszu fragmentu macierzy A i wszystkich komórek fragmentu macierzy B . Najbardziej zewnętrzna pętla uzyskuje już wartości dla całego fragmentu i, jak pokazuje piąty rysunek, potrzeba do tego wszystkich wartości w odpowiadających fragmentach macierzy A i B . Otrzymane wartości również nie są wartościami ostatecznymi. Dopiero kolejna pętla sprawi, że otrzymamy wartości fragmentu macierzy wynikowej R .



Rysunek 6: Zasoby wykorzystywane w pętli w 14. wierszu

Jak widać w powyższym rysunku, ta pętla wykorzystuje już całe wiersze i kolumny macierzy A i B . W tej pętli odbywa się zsumowanie wartości odpowiadających elementów różnych fragmentów funkcji, które są pokrywane przez te wiersze i kolumny. W efekcie otrzymamy wartości, które złożą się w ostatecznym rozrachunku na całą macierz wynikową R .



Rysunek 7: Zasoby wykorzystywane w pętli w 13. wierszu

Ostatnie dwie pętle odpowiadają za wybór fragmentu, którego elementy zostaną w następnych pętlach obliczone. Powyższy rysunek przedstawia wykorzystanie danych w tej wewnętrznej. Jak widać potrzebuje ona r wierszy i wszystkich elementów macierzy B . Zewnętrzna będzie już potrzebowała całych

macierzy A i B . Złożoność tego rozwiązania wynosi $O((\frac{n}{r})^3 * r^3) = O(n^3)$.

Dyrektywy OpenMP działają podobnie jak w pierwszej funkcji. Tutaj pomiędzy wątki równomiernie zostają rozdzielone kolejne iteracje pętli w 13. wierszu.

2.2 Analiza efektywności

2.2.1 Podział pracy na wątki

W pierwszej funkcji wątek dokonuje obliczeń dla pojedynczej kolumny macierzy wynikowej R co odpowiada sytuacji na rysunku 2. Wykorzystuje do tego jedną kolumnę macierzy B i całą macierz A . Dla drugiej funkcji zrównoleglenie odbywa się dla pętli w 13. wierszu, a więc wątki dokonują obliczeń dla mniejszego fragmentu macierzy wynikowej R o rozmiarze rxr , gdzie r jest argumentem funkcji. Dane wykorzystywane przez jeden wątek dla tej funkcji przedstawia rysunek 6.

2.2.2 False sharing

W pierwszej funkcji do wyliczenia fragmentu macierzy R , za który dany wątek jest odpowiedzialny, potrzebuje on dostępu do kolumny macierzy B , której żaden inny wątek nie będzie potrzebował. Niestety nie dotyczy to dostępu do macierzy A . Tutaj każdy wiersz będzie musiał być udostępniony do wszystkich wątków, zatem może dojść do sytuacji, kiedy wątki uzyskają równoczesny dostęp do danych znajdujących się blisko siebie w pamięci podręcznej i do ich unieważnienia przez inne wątki. Prowadzi to do konieczności ponownego pobrania danych co finalnie spowolni obliczenia.

W drugiej funkcji false sharing również może zajść. Wątki będą zmuszone do obliczania tych samych fragmentów macierzy, co inne wątki, aby je zsumować i otrzymać ostateczne wartości fragmentu macierzy R , za który dany wątek jest odpowiedzialny. W tej sytuacji jednak wątki będą korzystać w danej chwili z krótszych wierszy o długości r , dzięki czemu unieważnianie będą znacznie mniejsze fragmenty pamięci podręcznej. W porównaniu z pierwszą funkcją, w której może dojść do unieważniania całych wierszy, w tym przypadku nie powinno to wpłynąć w tak dużym stopniu na czas.

2.2.3 Analiza lokalności dostępu do danych

Rozróżniamy dwa rodzaje lokalności – czasową i przestrzenną. Pierwsza oznacza wielokrotne odwoływanie się wątków do tych samych danych przetrzymywanych w pamięci podręcznej. Do jej wystąpienia wymagane jest odpowiednio duży rozmiar pamięci podręcznej, która musi być większa od rozmiaru pamięci potrzebnej do wykonania danej operacji i będzie tak dla wszystkich analizowanych poniżej przypadków. Lokalność przestrzenna polega na dostępie do danych występujących jeden po drugim w pobranej linii pamięci czyli w jednym wierszu macierzy.

a) Lokalność dla pierwszej funkcji

- Dla pętli wewnętrznej

Zużycie danych przedstawia rysunek 1. Dla macierzy R mamy lokalność odwołań, gdyż jeden wątek w każdej iteracji tej pętli odwołuje się do tej samej komórki macierzy R . Dla macierzy A uzyskamy natomiast lokalność przestrzenną.

- Dla pętli środkowej

Wykorzystanie danych przez jeden wątek w tej sytuacji przedstawia rysunek 2.

Wątek w danej iteracji tej pętli jest odpowiedzialny za jedną kolumnę macierzy R . Taka sytuacja jest przedstawiona na drugim rysunku. Potrzebna jest cała macierz A i jedna kolumna macierzy B . Do otrzymania jednej komórki dla wynikowej kolumny będzie potrzebny jeden wiersz macierzy A , wykorzystujemy więc całe linie pamięci. Mamy zatem do czynienia z lokalnością przestrzenną. Lokalność czasowa zależy od dostępnej pamięci podręcznej.

b) Lokalność dla drugiej funkcji

- Dla pierwszej pętli wewnętrznej - wiersz 17.

Zużycie danych przedstawia rysunek 3. Ze względu na niewielką ilość przetwarzanych komórek przy odpowiednio małym r wystąpi tutaj lokalność czasowa. Dla macierzy R i B mamy lokalność przestrzenną, natomiast dla macierzy A będziemy mieli lokalność odwołań, bo odwołujemy się cały czas do jednej komórki.

- Dla drugiej pętli wewnętrznej - wiersz 16.

Sytuacja bardzo zbliżona do tej powyższej. Przedstawia ją kolejny rysunek nr 4. Lokalność przestrzenna wystąpi tutaj dla wszystkich macierzy, lokalność czasowa jest też bardzo prawdopodobna i zależy od r .

- Dla trzeciej pętli wewnętrznej - wiersz 15.

Wykorzystanie danych przedstawione na rysunku 5. Tak samo jak w powyższych przypadkach, mamy tutaj do czynienia z lokalnością przestrzenną i czasową, jeśli oczywiście wartość r jest odpowiednio mała.

Dla bardziej zewnętrznych pętli lokalność, szczególnie przestrzenna może być trudna do uzyskania, jednak samo występowanie lokalności dla 3 wewnętrznych pętli może zapewnić dużą lokalność dostępu do danych dla całego algorytmu i może skutkować krótszym przetwarzaniem danych dzięki większej skuteczności trafień danych w pamięci podręcznej. Same wielkości macierzy nie powinny mieć tu dużego wpływu na uzyskanie lokalności. Rolę tutaj odgrywa wielkość r , która musi być na tyle mała aby pamięć podręczna zmieściła 3 fragmenty macierzy R , A i B o rozmiarach $r \times r$.

Jeśli wielkość rozpatrywanego fragmentu macierzy w drugiej funkcji wynosi r , a wielkość pamięci podręcznej cache M , to zależność między tymi wartościami

przedstawia się następująco:

$$3 * r * r * 6 \leq M \iff r \leq \sqrt{M/3}/6$$

Dzielenie przez 6 wynika z ilości jednocześnie uruchomionych wątków. Aby zadbać o jak najszybsze przetwarzanie powinniśmy zadbać, aby stosowane zmienne nie przekroczyły wielkości pamięci L3, która ma wielkość 8 MB. Przekroczenie pojemności tej pamięci powoduje znaczne spowolnienie działania algorytmu. Zmiennych typu float (rozmiar 4B) na których przeprowadzane są obliczenia, możemy przechować:

$$M = 8MB/4B = 2 * 1024 * 1024 = 2097152$$

Wartość r wynosi zatem:

$$r \leq \sqrt{2097152/3}/6$$

$$r \leq \sqrt{699050,67}/6$$

$$r \leq 836,09/6$$

$$r \leq 139,35$$

Największa optymalna wartość r dla rozważanej pamięci cache, która pozwoli na zachowanie dużej lokalności drugiego algorytmu wynosi wobec tego 139.

3 Analiza przetwarzania

3.1 Przebieg

Dla danego problemu istnieje instancja graniczna, ze względu na ograniczoną pojemność pamięci podręcznej L3. Tak jak już rozważaliśmy przy analizie lokalności, dla pamięci L3 możemy przechowywać 2097152 zmiennych typu float. Pamięć L3 jest współdzielona przez wszystkie rdzenie procesora, więc dane które nie mieszczą się w L3, muszą zostać przeniesione do pamięci RAM, co powoduje zwiększenie czasu przetwarzania.

W wersji algorytmu 3 pętlowej, każdy wątek musi załadować do pamięci kolumnę macierzy wynikowej R , całą macierz A oraz kolumnę macierzy B . Należy zatem posłużyć się wzorem:

$$n_R + n_A^2 + n_B < 2097152$$

Wynikiem jest:

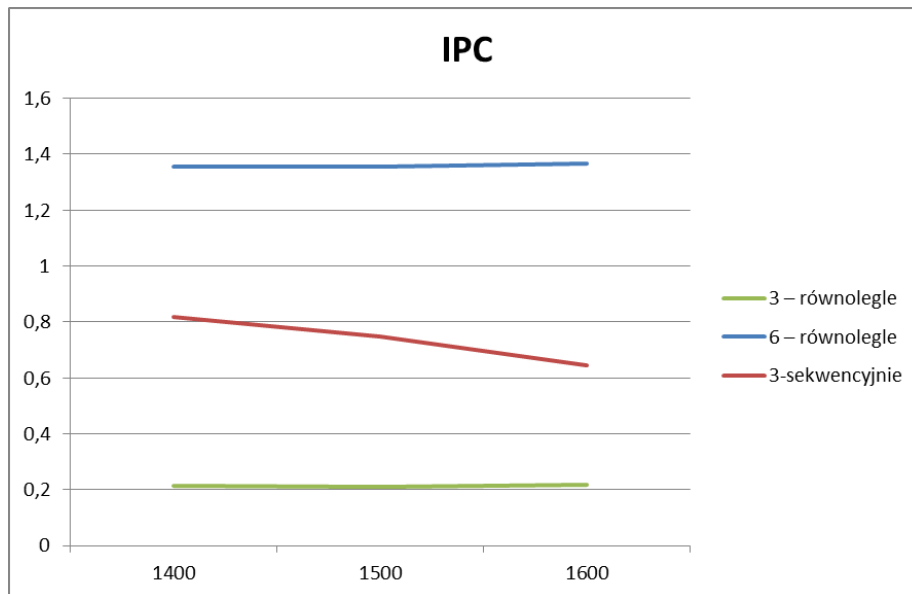
$$n_R = n_A = n_B = 1447$$

Eksperyment zostanie przeprowadzony na dwóch rozmiarach instancji: 1400, 1500 oraz 1600.

3.2 Wyniki

3.2.1 Instruction per Cycle

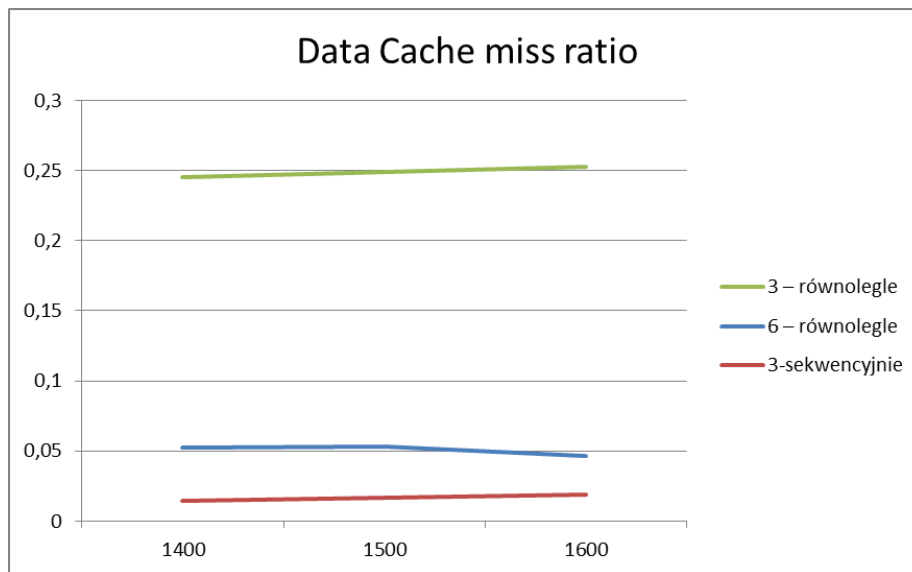
Instruction per Cycle, czyli w skrócie IPC, jest to stosunek wykonanych instrukcji i liczby cykli zegara, im większa jest to wartość, tym więcej wykonujemy instrukcji na cykl, a więc wykorzystanie procesora jest lepsze.



Rysunek 8: Instruction per Cycle

3.2.2 Data cache miss ratio

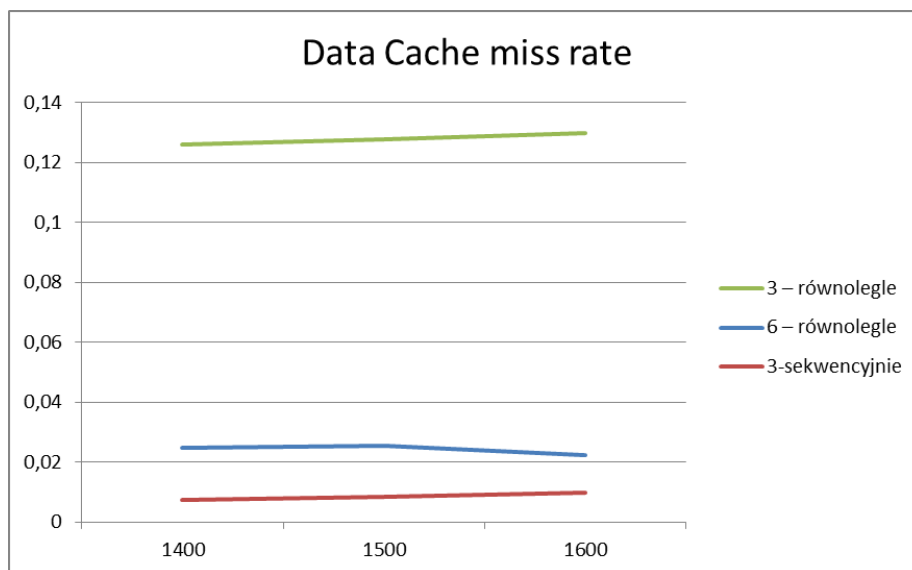
Data cache miss ratio jest to stosunek nietrafień do pamięci podręcznej i wszystkich dostępów zrealizowanych. Im mniejszy jest ten wynik, tym rzadziej trzeba odwoływać się dalej, niż do pamięci podręcznej.



Rysunek 9: Data cache miss ratio

3.2.3 Data cache miss rate

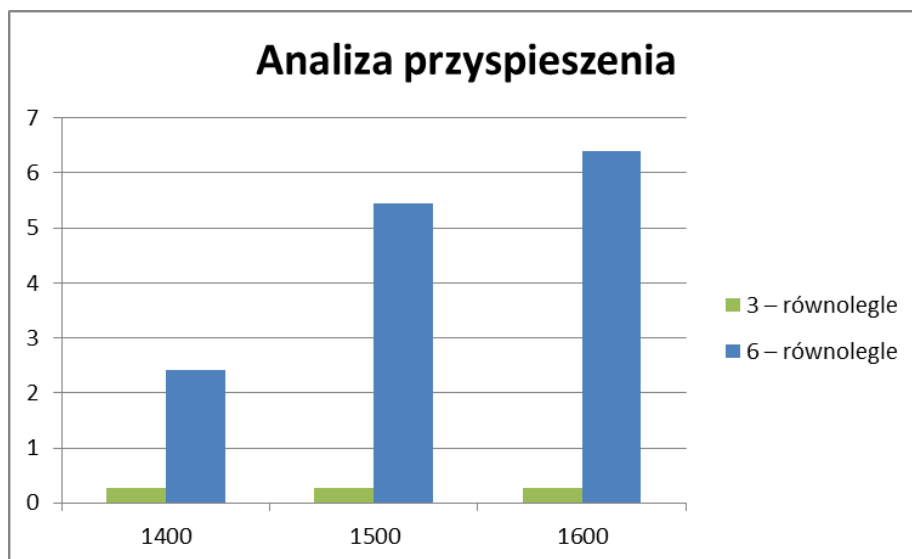
Data cache miss rate jest stosunkiem nietrafień do pamięci podręcznej i wykonanych instrukcji. Im większa jest ta wartość, tym wolniej realizowane jest przetwarzanie.



Rysunek 10: Data Cache miss rate

3.3 Analiza przyspieszenia

Algorytmy równoległe, zarówno trójpętlowe, jak i sześciopętlowe, zostały porównane pod względem czasu przetwarzania z algorytmem sekwencyjnym. Wykres przedstawia iloraz czasu przetwarzania najlepszej znanej metody sekwencyjnej i czasu obliczeń równoległych.



Rysunek 11: Analiza przyspieszenia

Wykres pokazuje, że realizacja równoległa za pomocą metody 3 pętlowej wypada zdecydowanie gorzej niż metoda sekwencyjna. Kolejność JIK mnożenia macierzy wypada wyjątkowo słabo. Spowodowane to jest słabą lokalnością przestrzenną danych, iteracje używają całych kolumn, które wymagają sprowadzania całych wierszy z pamięci. Z tego powodu często pojawiają się nietrafienia do pamięci podręcznej z powodu jej ograniczonej pojemności. Przetwarzanie za pomocą kolumn sprawia, że pojawia się problem false sharingu, który dodatkowo niekorzystnie wpływa na czas przetwarzania.

Wersja sześciopętlowa ijk, iikkjj, osiąga nawet 6 krotnie przyspieszenie względem wersji sekwencyjnej. Im większa instancja tym większa korzyść wynika z użycia algorytmu dzielącego macierz na podmacierze. Mniej danych trzeba jednocześnie sprowadzać do pamięci współdzielonej, więc nie następuje przepełnienie jej. Z tego powodu nie trzeba odwoływać się do wolniejszych pamięci i całe przetwarzanie realizowane jest szybciej.

4 Wnioski

Nieodpowiedni dobór algorytmu równoległego do zadania nie tylko powoduje nie uzyskanie przyspieszenia przetwarzania, ale także może spowodować znaczne spowolnienie względem wersji sekwencyjnej. Przed zastosowaniem algorytmu równoległego, należy przeprowadzić dogłębną analizę sposobu przetwarzania danych przez algorytm, aby wybrać jego optymalną implementację.