# Wstęp do testów nieparametrycznych

# Wstęp do testów nieparametrycznych

### Parametryczne vs nieparametryczne

Większość poznanych przez Państwa procedur statystycznych obejmuje estymację parametrów rozkładu populacji, z której pochodziła próba lub próby. Procedury te opierają na pewnych założeniach dotyczących rozkładu populacji. Na przykład, jednym z założeń testu t jest to, że populacja, z której pochodzą próby (lub próba) ma rozkład normalny. Takie testy (opierające się na estymacji parametrów i/lub założeniach dotyczących rozkładu) nazywać będziemy testami **parametrycznymi**. W odróżnieniu od nich testy **nieparametryczne**, które nie opierają się na estymacji parametrów rozkładu i nie zakładają niczego o rozkładzie populacji, z której pochodzi próba lub próby.

### Kiedy użyć testu nieparametrycznego?

Przede wszystkim powinniśmy się zastanowić, czy nasze dane spełniają założenia testu parametrycznego, którego chcemy użyć. Jeżeli chcemy użyć testu t, to musimy zadać sobie pytanie - na ile uprawnieni jesteśmy, żeby zakładac, że rozkład danej zmiennej w populacji jest normalny.

### Kiedy możemy rozsądnie założyć, że rozkład w populacji nie jest normalny?

- kiedy nasza zmienna jest na skali porządkowej
- kiedy mamy jakieś obserwacje odstające (których nie możemy się pozbyć)
- kiedy widać to na jednym z wykresów diagnostycznych (histogram, wykres kwantyl-kwantyl)

#### Kiedy jeszcze możemy użyć testów nieparametryczny?

- kiedy bardziej niż średnia interesuje nas mediana
- kiedy mamy bardzo małe grupy

### Kiedy nie jest rozsadnie założyć, że rozkład populacji nie jest normalny?

 kiedy mamy dużą próbę i jakiś test na normalność odrzuci nam hipotezę, że dane pochodza z rozkładu normalnego, ale w rzeczywistości rozbieżność nie jest duża (testy parametryczne sa dość odporne na lekką skośność itp.)

# Testy na rangach

### Test sumy rang Wilcoxona

Załóżmy, że chcielibyśmy przetestować hipotezę zgodnie z którą długofalowe bieganie redukuje ciśnienie krwi. Aby przetestować tę hipotezę zmierzyliśmy ciśnienie krwi naszym uczestnikom a nastepnie kazaliśmy im systematycznie biegać przez 6 miesiecy, po których ponownie zmierzyliśmy ciśnienie krwi.

Naszą zmienną zależną jest w tym wypadku *zmiana ciśnienia krwi po 6 miesiącach*. Jeżeli bieganie rzeczywiście obniża ciśnienie krwi, to oczekujemy że większość badanych uzyska niższy wynik przy drugim pomiarze. Oczekujemy więc dodatniej różnicy między pomiarami. Oczekujemy również że wśród tych, u których ciśnienie krwi zwiększyło się, zmiana ta nie będzie duża.

Z drugiej strony, jeżeli bieganie jest nieefektywne, to oczekujemy że około połowa różnic będzie dodatnia, a połowa ujemna, a różnice dodatnie będą mniej-więcej takie same jak te ujemne, jeśli chodzi o ich odległość od zera.

Załóżmy, że opisany powyżej eksperyment dał następujące wyniki:

```
przed <- c(130, 170, 125, 170, 130, 130, 125, 160)
po <- c(120, 163, 120, 135, 143, 136, 124, 120)
roznica <- przed - po

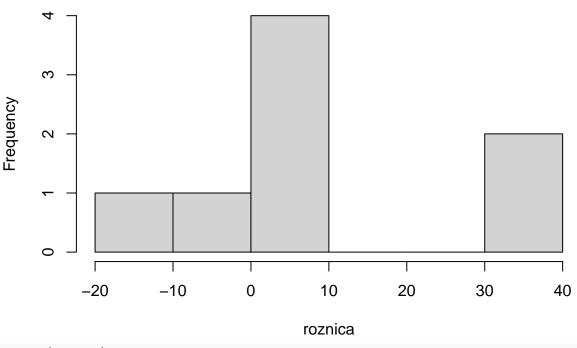
print(przed)

## [1] 130 170 125 170 130 130 125 160
print(po)

## [1] 120 163 120 135 143 136 124 120
print(roznica)

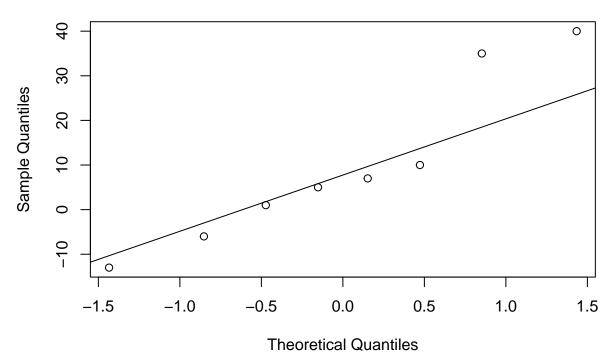
## [1] 10 7 5 35 -13 -6 1 40
hist(roznica)</pre>
```

# Histogram of roznica



qqnorm(roznica)
qqline(roznica)

# Normal Q-Q Plot



Przyjmijmy, że nie możemy (albo nie chcemy!) zakładać, że nasze obserwacje pochodzą z rozkładu normalnego. Co możemy w takiej sytuacji zrobić? Czy jedyne co nam pozostaje, to poddać się? Nie! Tak jak powiedzieliśmy sobie wcześniej, jeśli bieganie nie ma wpływu na ciśnienie, to oczekujemy (odrobinę upraszczając), że połowa naszych różnic będzie ujemna, a połowa będzie dodatnia. Mówiąc bardziej precyzyjnie, nasza hipoteza zerowa głosi, że różnice będzie symetrycznie rozłożone wokół zera, hipoteza alternatywna (którą chcemy potwierdzić!) mówi zaś, że nie będą symetrycznie rozłożone wokół zera.

Na początek wykluczymy z naszej próby wszystkie te obserwacje, w których różnica wynosiła dokładnie zero. W naszej próbie nie ma takich obseracji, ale przeprowadzając test Wilcoxona należy to zrobić.

### print(roznica)

```
## [1] 10 7 5 35 -13 -6 1 40
roznica <- roznica[roznica != 0]
```

Następnie uporządkujemy nasze obserwacje od tych, gdzie wartość bezwzględna różnic jest najmniejsza do tej, gdzie jest największej.

```
sorted_roznica <- roznica[order(abs(roznica))]
print(sorted_roznica)</pre>
```

```
## [1] 1 5 -6 7 10 -13 35 40
```

Następnie przypiszemy każdej obserwacji 1 jeśli różnica jest dodatnia i -1 jeśli różnica jest ujemna (jest to funkcja signum nazywana także w skrócie sgn).

```
sgn_roznica <- ifelse(sorted_roznica > 0, 1, -1)
print(sgn_roznica)
```

```
## [1] 1 1 -1 1 1 -1 1 1
```

Następnie każdej naszej obserwacji przypiszemy rangę od 1 do n gdzie n to liczba obserwacji.

```
ranks <- 1:length(sorted_roznica)
print(ranks)</pre>
```

```
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8
```

Naszą statystyką testową (którą nazwiemy V) będzie suma iloczynów signum różnicy i jej rangi dla tych obserwacji, dla których signum jest dodatnie.

```
V <- sum(sgn_roznica[sgn_roznica > 0] * ranks[sgn_roznica > 0])
print(V)
```

```
## [1] 27
```

Jaki rozkład ma tak zdefiniowana zmienna losowa? Sprawa nie jest prosta - dla małych liczebności prób rozkład ten możemy wyliczyć (ale jest to dość zasobochłonne!) dla dużych (n > 50) korzysta się czasami z przyblizenia z rozkładu normalnego. My jednak w ten problem nie będziemy się wgłębiać i posłużymy się odpowiednią funkcją wbudowaną w R w celu obliczenia wartości p:

```
psignrank(V-1, length(roznica), lower.tail = F)
```

```
## [1] 0.125
```

Nic oczywiście nie stoi na przeszkodzie, aby posłużyć się tutaj funkcją wilcox.test wbudowaną w R:

```
wilcox.test(przed, po, paired = TRUE)
```

```
##
## Wilcoxon signed rank exact test
##
## data: przed and po
## V = 27, p-value = 0.25
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
wilcox.test(przed, po, paired = TRUE, alternative = 'greater')
```

```
##
## Wilcoxon signed rank exact test
##
## data: przed and po
## V = 27, p-value = 0.125
## alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

**UWAGA** W literaturze spotkają się Państwo z nieco innym sposobem obliczania statystyki testowej w tym przypadku (i inną jej nazwą, W). Proszę uwierzyć, że te sposoby są ekwiwalentne (oczywiście jeśli korzystamy z właściwego rozkładu!)

Niestety, okazuje się, że 6 miesięcy biegania nie sprawi, że nagle staniemy się okazami zdrowia! A szkoda...

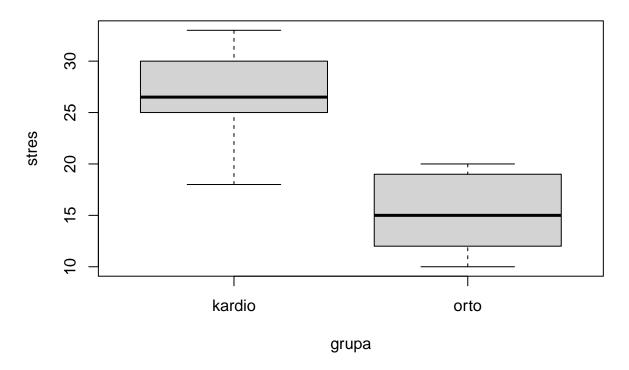
## Test U Manna-Whitneya/Test sumy rank Wilcoxona dla prób niezależnych

Rozważmy następujące dane dotyczące liczby stresujących wydarzeń w ostatnim czasie wśród pacjentów oddziału kardiologicznego i ortopedycznego. Wiemy, że stresującym zdarzeniom w życiu (małżeństwo, nowa praca, śmierć partnera, urodzenie dziecka) często towarzyszą choroby i jest rozsądnie oczekiwać, że pacjenci oddziału kardiologicznego przeważnie doświadczyli większej liczby stresujących wydarzeń, niż pacjenci oddziału ortopedycznego. Mamy pewne podejrzenia, że wyniki na skali stresu mogą nie mieć symetrycznego rozkładu w populacji (szczególnie w przypadku pacjentów kardiologicznych, jeżeli nasza hipoteza potwierdziłaby się) dlatego użyjemy testu nieparametrycznego.

Tym razem nie będziemy przeprowadzać obliczeń ręcznie - są dość podobne do obliczeń wykonanych w poprzednim zadaniu. Zainteresowani doczytają w jaki sposób przeprowadzić ten test "na papierze". My

posłużymy się funkcją wilcox.test.

# orto vs kardio



# Zgodność sędziów

## Kappa Cohena

Załóżmy, że poprosiliśmy sędziego ze znacznym doświadczeniem klinicznym o przeprowadzenie wywiadów z 30 nastolatkami i zakwalifikowanie każdego z nich jako przejawiających: (1) brak problemów behawioralnych, (2) internalizację problemów behawioralnych, (3) eksternalizację problemów behawioralnych.

Każdy, kto recenzowałby naszą pracę zastanawiałby się nad wiarygodnością naszych pomiarów - skąd wiemy, że sędzia jest w tym co robi lepszy, niż gdyby po prostu zgadywał na chybił-trafił? Aby wykluczyć tę możliwość, poprosiliśmy drugiego sędziego o porównywalnym wykształcenie oraz doświadczeniu zawodowym o przeprowadzenie niezależnej klasyfikacji na podstawie transkrypcji tych samych wywiadów. Po zebraniu danych, to znaczy przeprowadzeniu wywiadów oraz ich ocenie przez dwóch sędziów, utworzyliśmy tabelę krzyżową pokazującą zgodę (oraz jej brak) między naszymi oceniającymi.

```
przypadek
                                         sedzia 2
##
                        sedzia 1
## 1
                  brak problemu
              1
                                   brak problemu
## 2
                                   brak problemu
              2
                  brak problemu
              3
## 3
                  brak problemu
                                   brak problemu
                  brak problemu
## 4
              4
                                   brak problemu
## 5
              5
                  brak problemu
                                   brak problemu
              6
## 6
                  brak problemu
                                   brak problemu
              7
                  brak problemu
## 7
                                   brak problemu
## 8
              8
                  brak problemu
                                   brak problemu
## 9
              9
                  brak problemu
                                   brak problemu
## 10
             10
                  brak problemu
                                   brak problemu
             11
## 11
                  brak problemu
                                   brak problemu
## 12
             12
                  brak problemu
                                   brak problemu
## 13
             13
                  brak problemu
                                   brak problemu
## 14
             14
                  brak problemu
                                   brak problemu
## 15
             15
                  brak problemu
                                   brak problemu
## 16
             16
                 internalizacja
                                   brak problemu
## 17
             17
                 internalizacja
                                   brak problemu
## 18
             18 eksternalizacja
                                   brak problemu
## 19
             19 eksternalizacja
                                   brak problemu
## 20
             20 eksternalizacja
                                   brak problemu
                  brak problemu
## 21
             21
                                  internalizacja
## 22
             22
                 internalizacja
                                  internalizacja
## 23
                 internalizacja
                                  internalizacja
## 24
             24 internalizacja
                                  internalizacja
## 25
             25 eksternalizacja
                                  internalizacja
## 26
             26 eksternalizacja
                                 internalizacja
## 27
                 internalizacja eksternalizacja
## 28
             28 eksternalizacja eksternalizacja
## 29
             29 eksternalizacja eksternalizacja
## 30
             30 eksternalizacja eksternalizacja
```

table(kategoryzacja\$sedzia\_1, kategoryzacja\$sedzia\_2)

```
##
##
                       brak problemu eksternalizacja internalizacja
##
                                   15
                                                                      1
     brak problemu
                                                      0
                                                                      2
##
     eksternalizacja
                                    3
                                                      3
                                    2
                                                                      3
##
     internalizacja
                                                      1
```

Moglibyśmy po prostu policzyć, w jakiej liczbie przypadków nasi sędziowie się zgadzali i zobaczyć, czy jest to więcej niz 50% przypadków. Byłoby to jednak złe podejście. Gdyby np. każdy z sędziów losowo w 80% przypadków stawiał określoną diagnozę, to wówczas mielibyśmy dość duzą szansę na to, że między nimi wystąpi dość duża zgoda, ale będzie to wciąż wynik przypadku a nie faktycznej zbieżności opinii.

### library(irr)

%-agree = 70

##

```
## Ładowanie wymaganego pakietu: lpSolve
agree(kategoryzacja[, c("sedzia_1", "sedzia_2")])

## Percentage agreement (Tolerance=0)
##
## Subjects = 30
## Raters = 2
```

Sposobem na poradzenie sobie z tym jest obliczenie wartosci Kappa  $(\kappa)$  Cohena. Jest to zgodność między sędziamy z poprawką na to, że jej część moze być efektem przypadku. Możemy nawet potraktować ją jako statystykę testową i sprawdzić jakie jest jej prawdopodobieństwo przy hipotezie zerowej  $(\kappa=0,$  czyli cała zaobserwowana zgodność jest wynikiem przypadku) ale proszę pamiętać, ze nawet małę wartosci będą statystycznie istotne.

W tym artykule znajdą Państwo pewne reguły interpretacji Kappy dla nauk biomedycznych (a podobne artykuły dotyczące innych dziedzin łatwo znaleźć w internecie):

https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3900052/

```
kappa2(kategoryzacja[, c("sedzia_1", "sedzia_2")])
```

```
## Cohen's Kappa for 2 Raters (Weights: unweighted)
##
## Subjects = 30
## Raters = 2
## Kappa = 0.473
##
## z = 3.68
## p-value = 0.000232
```

### Kappa Fleissa

A co by się stalo, gdybyśmy mieli nie 2 a 3 sędziów? Musielibyśmy wówczas użyć innej miary - zamiast Kappy Cohena użyjemy wtedy Kappy Fleissa. Jej interpretacja jest analogiczna.

```
judge_3 = c(rep('brak problemu',17), rep('internalizacja', 8), rep('eksternalizacja',5))
kategoryzacja2 = data.frame(sedzia_1 = judge_1, sedzia_2 = judge_2, sedzia_3 = judge_3)
kappam.fleiss(kategoryzacja2)
```

```
## Fleiss' Kappa for m Raters
##
## Subjects = 30
## Raters = 3
## Kappa = 0.589
##
## z = 7.6
## p-value = 2.86e-14
```

# Nieparametryczna "analiza wariancji"

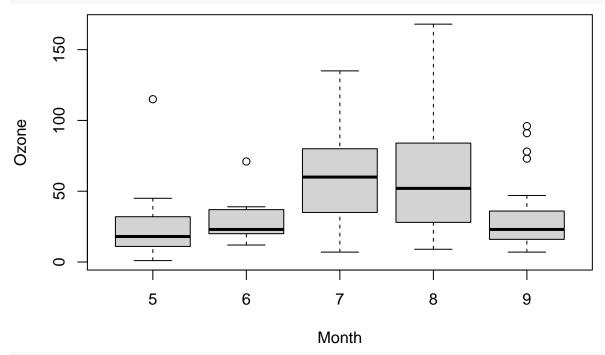
### Test Kruskala-Wallisa

Jest to nieparametryczny odpowiednik analizy wariancji, z tą różnicą, że zamiast na wartościach pracujemy na rangach, tak jak w przypadku testu sumy rang Wilcoxona (test Kruskala-Wallisa jest jego uogólnieniem).

Załóżmy, że chcielibyśmy dowiedzieć się czy w którymś miesiacu roku poziom ozonu jest większy, niż w innych. W tym celu od maja do września przeprowadzaliśmy pomiary stężenia ozonu w powietrzu. Załóżmy również, że mamy dobre powody aby uznać, że rozkład, z którego pochodzą nasze obserwacje odbiega od rozkładu normalnego. Dodatkowo mamy pewne powody, żeby mniejszą wagę przyznawać obserwacjom skrajnym to, że w jakimś miesiącu jeden czy dwa dni charakteryzowały się dużym stężeniem ozonu nie powinno mieć duzego znaczenia.

W tym przypadku hipoteza zerowa głosi, że obserwacje w każdym miesiącu pochodzą z tego samego rozkładu.

boxplot(Ozone ~ Month, data = airquality)



kruskal.test(Ozone ~ Month, data = airquality)

```
##
## Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: Ozone by Month
## Kruskal-Wallis chi-squared = 29.267, df = 4, p-value = 6.901e-06
```

Sam test Kruskalla-Wallisa nie powie nam które miesiące statystycznie odbiegają od innych. Mówi nam tylko, że przynajmniej jedna próba pochodzi z innego rozkładu niż inna próba. Jak dowiedzieć się które to próby i które miesiące są istotnie różne od których? Musimy posłużyć się testem *post-hoc*. W przypadku testu Kruskala-Wallisa musimy wybrać taki, który również operuje na rangach. W tym przypadku odpowiedni jest test Dunna.

```
#install.packages('dunn.test')
library(dunn.test)
dunn.test(airquality$0zone, airquality$Month)

## Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: x and group
## Kruskal-Wallis chi-squared = 29.2666, df = 4, p-value = 0
##
##
```

```
##
                                 Comparison of x by group
##
                                      (No adjustment)
## Col Mean-|
  Row Mean |
                                     6
                                                 7
                                                             8
##
##
                -0.925158
##
           6 |
##
             1
                   0.1774
##
             1
##
           7 |
                -4.419470
                            -2.244208
##
                  0.0000*
                              0.0124*
##
             1
                -4.132813
                            -2.038635
                                         0.286657
##
           8 |
##
                  0.0000*
                              0.0207*
                                            0.3872
##
##
           9 |
                -1.321202
                             0.002538
                                                      2.922827
                                         3.217199
##
             1
                   0.0932
                               0.4990
                                          0.0006*
                                                       0.0017*
##
## alpha = 0.05
## Reject Ho if p <= alpha/2
```

W tabeli w każdej komórce mamy (na górze) wartosć statystyki testowej oraz (na dole) wartość p. Z tebeli możemy, analizując przecięcia kolumn i wierszy, odczytać, że statystycznie istotną różnicę możemy zaobserwować między 5 i 7 miesiącem, między 5 i 8, między 6 i 7, 6 i 8, 7 i 9 oraz 8 i 9.

# Wariacje na temat $\chi^2$

### Test McNemara

Wyobraźmy sobie, że chcemy sprawdzić, czy uczestnictwo w kursie "Statystyka z R" zwiększa sympatię do statystyki. W tym celu przeprowadziliśmy badanie - spytaliśmy grupę 64 studentów kognitywistyki przed i po kursie o ich uczucia do statystyki.

Moglibyśmy skorzystać ze zwykłego testu niezależności  $\chi^2$ , ale nie uwzględnilibyśmy wtedy faktu, że pomiary można połączyć w pary. Zrobilibyśmy to wtedy tak:

```
statystyka <- matrix(c(36, 28, 45, 19),
       nrow = 2,
       dimnames = list("Przed statystyka" = c("Przed statystyka", "Po statystyce"),
                       "Po statystyce" = c("Lubię", "Nie lubię")), byrow = TRUE)
statystyka
##
                     Po statystyce
## Przed statystyką Lubię Nie lubię
##
     Przed statystyką
                         36
                                    28
##
     Po statystyce
                         45
                                    19
chisq.test(statystyka)
##
##
   Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction
##
## data: statystyka
## X-squared = 2.1518, df = 1, p-value = 0.1424
```

Możemy również sparować obserwacje i postawić trochę inną hipotezę - że częściej zmiana była w kierunki nie lubię -> lubię niż lubię -> nie lubię.

Hipoteza zerowa stwierdza więc, że prawdopodobieństwo zaklasyfikowania do komórki

```
i, j
i
                                              j, i
jest takie samo.
statystyka \leftarrow matrix(c(33, 12, 3, 16),
       nrow = 2,
       dimnames = list("Przed statystyka" = c("Lubie", "Nie lubie"),
                        "Po statystyce" = c("Lubię", "Nie lubię")))
statystyka
##
                    Po statystyce
## Przed statystyką Lubię Nie lubię
##
          Lubie
                        33
##
          Nie lubie
                        12
                                   16
mcnemar.test(statystyka)
##
   McNemar's Chi-squared test with continuity correction
##
##
## data: statystyka
## McNemar's chi-squared = 4.2667, df = 1, p-value = 0.03887
```

Jak widzimy, w przypadku testu niezależności  $\chi^2$  różnica nie jest statystycznie istotna, a w przypadku testu MacNemara jest. Jest tak, ponieważ używajac tego drugiego, używamy dodatkowej informacji o obserwacjach. W praktyce skutkuje to większą mocą testu. Warto więc użyć testu McNemara, jeśli nasz schemat eksperymentalny zakłada dwa pomiary!

### Regresja logistyczna (od strony R)

### Statystyczna istotność współczynników w regresji logistycznej

Większość z państwa będzie uczyć się regresji logistycznej na zajęciach ze Statystyki II. Tutaj chciałbym Państwu pokazać tylko przykład, jak można za pomocą R dopasować odpowiedni model do danych i jak odczytać wyniki odpowiednich testów dotyczących współczynników.

Załóżmy, że chcielibyśmy dowiedzieć się, które czynniki miały wpływ na to, czy w katastrofie Titanica ktoś przeżył, czy nie. Tak się składa, że dysponujemy dość dokładnymi danymi z katastrofy (pakiet titanic) i możemy spróbować odpowiedzieć na to pytanie. Poniżej znajduje się objaśnienie poszczególnych zmiennych.

### **Data Dictionary**

```
Variable
            Definition Key
                        0 = No, 1 = Yes
survival
            Survival
                        1 = 1st, 2 = 2nd, 3 = 3rd
pclass Ticket class
sex Sex
Age Age in years
       # of siblings / spouses aboard the Titanic
sibsp
       # of parents / children aboard the Titanic
parch
ticket Ticket number
fare
       Passenger fare
       Cabin number
cabin
            Port of Embarkation C = Cherbourg, Q = Queenstown, S = Southampton
embarked
Variable Notes
```

```
pclass: A proxy for socio-economic status (SES)
1st = Upper
2nd = Middle
3rd = Lower
#install.packages('titanic')
library(titanic)
head(titanic_train)
     PassengerId Survived Pclass
## 1
                        0
               1
## 2
               2
                        1
                               1
## 3
               3
                        1
                               3
## 4
               4
                        1
                               1
## 5
               5
                               3
                        0
## 6
               6
                        0
##
                                                     Name
                                                             Sex Age SibSp Parch
## 1
                                 Braund, Mr. Owen Harris
                                                            male
                                                                  22
## 2 Cumings, Mrs. John Bradley (Florence Briggs Thayer) female
                                                                                0
## 3
                                  Heikkinen, Miss. Laina female
                                                                                0
## 4
            Futrelle, Mrs. Jacques Heath (Lily May Peel) female
## 5
                                Allen, Mr. William Henry
                                                                  35
                                                                                0
                                                            male
                                                                         0
## 6
                                         Moran, Mr. James
                                                            male
##
               Ticket
                         Fare Cabin Embarked
## 1
            A/5 21171 7.2500
                                            S
                                            С
             PC 17599 71.2833
## 2
                                C85
## 3 STON/02. 3101282 7.9250
                                            S
                                            S
## 4
               113803 53.1000
                              C123
## 5
               373450 8.0500
                                            S
               330877 8.4583
## 6
                                            Q
model = glm(Survived ~ Sex + Age + Pclass + Fare + Embarked + SibSp,
            family = 'binomial',
            data = titanic_train)
summary(model)
##
## Call:
  glm(formula = Survived ~ Sex + Age + Pclass + Fare + Embarked +
       SibSp, family = "binomial", data = titanic_train)
##
## Deviance Residuals:
       Min
                 1Q
                      Median
                                   3Q
                                            Max
## -2.7408 -0.6426 -0.3760
                               0.6271
                                         2.4510
##
## Coefficients:
                 Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)
                17.926254 607.935670
                                       0.029 0.97648
## Sexmale
                            0.217336 -12.040 < 2e-16 ***
                -2.616787
## Age
                -0.043310
                            0.008229 -5.263 1.42e-07 ***
## Pclass
                -1.210216
                            0.162953
                                      -7.427 1.11e-13 ***
## Fare
                 0.001152
                            0.002429
                                       0.474 0.63536
## EmbarkedC
               -12.288495 607.935446
                                      -0.020 0.98387
## EmbarkedQ
               -13.104016 607.935649 -0.022 0.98280
## EmbarkedS
               -12.692074 607.935424 -0.021 0.98334
```

```
## SibSp     -0.379557     0.124713     -3.043     0.00234 **
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
## Null deviance: 964.52 on 713 degrees of freedom
## Residual deviance: 632.58 on 705 degrees of freedom
## (177 obserwacji zostało skasowanych z uwagi na braki w nich zawarte)
## AIC: 650.58
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 13
```