学院＿＿＿＿＿＿ 系 专业班级＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

密 封

考试方式：＿闭卷＿

太原理工大学＿高等数学E(一)＿试卷A

适用专业＿软件专业＿考试日期：＿2021-1-15＿ 时间：＿120＿分钟 共＿2＿页

一．单项选择题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 $f(x)$ 为可导函数且满足 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(a)-f(a-x)}{2x}=-1$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(a,\ f(a))$ 处的切线斜率为（ ）

A. 2； B. -1； C. 1； D. -2.

2. 已知 $y=\dfrac{x}{\ln x}$ 是微分方程 $y'=\dfrac{y}{x}+\varphi\left(\dfrac{x}{y}\right)$ 的解，则 $\varphi\left(\dfrac{x}{y}\right)$ 的表达式为（ ）

A. $-\dfrac{y^2}{x^2}$； B. $\dfrac{y^2}{x^2}$； C. $-\dfrac{x^2}{y^2}$； D. $\dfrac{x^2}{y^2}$.

3. 设 $f(x)$ 具有二阶连续的导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f''(x)}{x^3}=2$，则（ ）

A. $x=0$ 为 $f(x)$ 的极大值点； B. $x=0$ 为 $f(x)$ 的极小值点；

C. $(0,f(0))$ 为 $y=f(x)$ 的拐点；

D. $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$(0,f(0))$ 也不是 $y=f(x)$ 的拐点 .

4. 已知 $f(x)=\sin x$ 的麦克劳林展开式 $\sin x=a_1x+a_2x^3+\cdots+a_nx^{2n-1}+R_{2n}(x)$，则展开式中系数 $a_k=$（ ）（$k=1,2,\cdots n$）

A. $\dfrac{1}{(2k-1)!}$； B. $\dfrac{1}{(2k+1)!}$； C. $\dfrac{(-1)^k}{(2k-1)!}$； D. $\dfrac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}$.

5. 函数 $f(x)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{\frac{-1}{x}}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0,\end{cases}$ 在 $x=0$ 点的连续性是（ ）

A. 连续； B. 左连续，右不连续；

C. 右连续，左不连续； D. 左右都不连续.

二．填空题（每小题 2 分，共 10 分）

6. 设函数 x^3+e^{2x} 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int f'(x)dx=$＿＿＿＿＿＿.

7. 微分方程 $y' = xy^2$ 满足初始条件 $y\big|_{x=0} = 1$ 的特解为____________.

8. 定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + x^3)\sin^4 x dx$ =_______________.

9. 已知曲线 $y = \dfrac{x+1}{x^2 - 2x - 3}$，则曲线的垂直渐近线____________.

10. 曲线 $y = \mathrm{e}^x$ 在 $x = 0$ 处的曲率半径为____________.

三．解答下列各题（每小题 8 分，共 80 分）

11. 求极限 $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^2 - 2^{x+1}}{\ln(3 - x)}$.

12. 已知 $y = f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ 所确定, 求 $\dfrac{dy}{dx}$， $\dfrac{d^2 y}{dx^2}$.

13. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $6xy + x^2 + e^y - 2 = 0$ 确定, 求函数 $y = y(x)$ 在 $x = 0$ 处的微分 dy.

14. 求函数 $y = x^2 - \ln x^2$ 的单调区间与极值.

15. 计算不定积分 $\int (\ln x + \dfrac{1}{\sqrt{4 - x^2}}) dx$.

16. 计算广义积分 $\int_0^{+\infty} t e^{-2t} dt$.

17. 设 $f(x) = e^x + \int_0^x f(t) dt$，其中 $f(x)$ 为连续函数，求 $f(x)$.

18. 求微分方程 $y'' + 4y' - 5y = e^x$ 的通解.

19. 求由曲线 $y = \sqrt{x}$ 及 $y = x^3$ 所围成的平面图形的面积及该平面图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

20. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 上可导，且 $f(a) = f(b) = 0$, 则必存在 $\xi \in (a,b)$，使得 $f(\xi) + f'(\xi) = 0$ 成立.