学号________ 姓名________ 系________专业班级________ 学院________

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

密 封

考试方式：闭卷

# 太原理工大学 高等数学 E(一) 试卷 A

适用专业 软件专业 考试日期： 2022-1-14 时间： 120 分钟 共 2 页

## 一．单项选择题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} x|x|, & x\le 0 \\ x\ln x, & x>0 \end{cases}$， 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（ ）

A. 可导点、极值点　　B. 不可导点、极值点

C. 可导点，非极值点　　D. 不可导点、非极值点

2. 下列叙述正确的是（ ）.

A. 如果 $f(x)$ 在 $(a,b)$ 内连续，则 $f(x)$ 在 $(a,b)$ 内一定可导；

B. 设 $f(x)$ 在区间 $I$ 上可导，且 $x_0\in I$ 为其极值点，则 $x_0$ 必为驻点；

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $I$ 上无界，则 $f(x)$ 在区间 $I$ 上必为无穷大；

D. 如果函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续.

3. 设 $f(x)$ 在 $x_0$ 点的某邻域内具有三阶连续导数，且 $f''(x_0)=0, f'''(x_0)\ne 0$，则（ ）

A. $x=x_0$ 为 $f(x)$ 的极大值点；　　B. $x=x_0$ 为 $f(x)$ 的极小值点；

C. $(x_0, f(x_0))$ 一定为 $y=f(x)$ 的一个拐点；

D. $x=x_0$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$(x_0, f(x_0))$ 也不是 $y=f(x)$ 的拐点.

4. 函数 $f(x)=\begin{cases} 1-x, & 0\le x\le 1 \\ e^x-e, & 1<x\le 2 \end{cases}$ 的连续区间为（ ）

A. $[0,1)$；　B. $[0,2]$；　C. $[0,1)\cup(1,2]$；　D. $(1,2]$

5. 双曲线 $xy=1$ 在 $(1,1)$ 处的曲率半径为（ ）

A. $2$；　B. $\frac{1}{2}$；　C. $\sqrt{2}$；　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

## 二．填空题（每小题 2 分，共 10 分）

6. 设函数 $f(x)=\frac{x}{1+x}$，则 $f^{(5)}(0)=$____________.

7. 若连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=\int_0^x f(t)dt+1$，则 $f(x)=$____________.

8. 定积分 $\int_1^{e^2}\frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}dx=$____________.

9. 如果 $y=f(x)$ 在点 $x_0$ 处函数的增量为 $\Delta y=(1+\Delta x)^2-1$，则 $f'(x_0)=$________.

10. 设函数 $y=10^{\sin 2x}$，则 $dy=$__________ $d(\sin 2x)$.

三. **解答下列各题（每小题 9 分，共 72 分）**

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2} 4\sin t dt}{x^4}$.

12. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x-y+\dfrac{1}{2}\sin y=0$ 确定, 求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

13. 已知 $y=f(x)$ 由方程组 $\begin{cases} x=t+t^2 \\ e^y\sin t+1-y=0 \end{cases}$ 所确定, 求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{t=0}$.

14. 求函数 $f(x)=(x-1)x^{\frac{2}{3}}$ 的单调区间与极值.

15. 计算不定积分 $\int(\arctan x+e^{e^x+x})dx$.

16. 求微分方程 $y''-5y'+6y=6x+7$ 的通解.

17. 计算广义积分 $\int_0^{+\infty}\dfrac{1}{x^2+2x+2}dx$.

18. 求抛物线 $y^2=x$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程，并求该切线与抛物线 $y^2=x$ 及 $x$ 轴所围成的平面图形的面积.

四. **证明题（共 8 分）**

19. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上连续，在 $(0,\pi)$ 内可导，试用罗尔中值定理证明：在 $(0,\pi)$ 内至少存在一点 $\xi$，使得 $\sin\xi+\xi\cos\xi=0$ 成立.