Domination on modular product graphs A

Domen Humar in Maja Komic

Noveber 2023

1 Problem

Naj bosta G in H grafa. Na različnih primerih grafov želimo preveriti spodnjo neenakost in poiskati čim več takih grafov G in H za katera velja ta neenakost

$$\gamma(G \diamond H) \leq \gamma(G) + \gamma(H) - 1 \tag{1}$$

$$\gamma(G \diamond H) \leq \gamma(G) + \gamma(H) - 1$$

.

2 Definicije

Definicija 1 ***Modularni produkt grafov*** *G* ***in*** *H je graf $G \diamond H$ z množico vozlišč $V(G \diamond H) = V(G) \times V(H)$, ki je unija kartezičega produkta, neposrednega produkta in neposrednega produkta komplementov G in H*

$$G \diamond H = G \square H \cup G \times H \cup \overline{G} \times \overline{H}$$

. Natančneje, točki (g, h) in (g', h') iz grafa $G \diamond H$ sta sosednji, če velja:

1. *če je $g = g'$ in $hh' \in E(H)$; ali*
2. *če je $h = h'$ in $gg' \in E(G)$; ali*
3. *če je $gg' \in E(G)$ in $hh' \in E(H)$; ali*
4. *če za $g \neq g'$ in $h \neq h'$ velja $(u, u') \notin E(G)$ in $(v, v') \notin E(H)$.*

Definicija 2 *Množica $S \subseteq V(G)$ je* ***dominirana množica grafa*** *$G = (V, E)$, če za vsak $u \in V \backslash S$ obstaja $v \in S$, da je $uvi \in E(G)$.*

Definicija 3 ***Dominirano število grafa*** *$G = (V, E)$ je moč najmanjše dominirane množice grafa G, označimo ga z $\gamma(G)$.*

3 Načrt dela

Najprej bova implementirala sledeči funciji:

- funcijo, ki sprejme grafa G in H (podana z matriko sosednosti) in vrne podularni produkt $G \diamond H$, ter
- funcijo, ki sprejme graf $G \diamond H$ (podan z matriko sosednosti) in vrne najmanjšo dominirano množico grafa in vrne moč te množice.

Nato bova s simulacijo opazovala za katere grafe neenakost (1) velja, ko grafoma G in H postopoma dodajamo ogljišča in povezava. Začela bova s preprostima grafoma z dvema ogljiščema in eno povezavo, ter jima sistematično dodajala ogljišča.

Pri reševanju problema bova uporabljala Python.