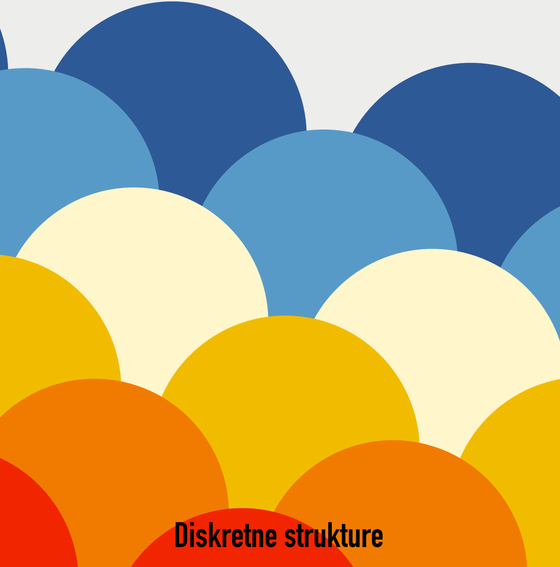
VSE SKUPAJ



Diskretne strukture

Kaj je izjava?

QUESTION

Izjava je vsak stavek, ki je bodisi resničen, bodisi neresničen

ANSWER

Kako delimo izjave?

QUESTION

a. Po vsebini na: resnične (1), neresnične/lažne (0)

b. Po obliki na: osnovne/ enostavne, sestavljene

ANSWER

Naštej nekaj izjavnih veznikov!

QUESTION

a. Enomestni: negacija

b. Dvomestni: konjunkcija, disjunkcija, implikacija, ekvivalenca

ANSWER

Napiši pravilnostno tabelo za osnovne veznike

QUESTION

negacija

p	¬p
0	1
1	0

konjunkcija

p	q	p∧q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

disjunkcija

p	q	p∨q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

implikacija

p	q	p⇒q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

ekvivalenca

p	q	p⇔q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ANSWER

Kako je definirana ekskluzivna disjunkcija

QUESTION

Ekskluzivna disjunkcija ($A \veebar B$ – beremo: A ekskluzivni ali B) je resnična natanko tedaj, ko je natanko eden od izjavnih izrazov A in B resničen.

ANSWER

Kako je definiran Shefferjev veznik?

QUESTION

Shefferjev veznik (NAND – $A \uparrow B$) je neresničen natanko tedaj, ko sta oba izjavna izraza A in B resnična. Definicija $A \uparrow B = \neg(A \land B)$

ANSWER

Kako je definiran Pierce-Lukasiewiczev veznik?

QUESTION

Pierce-Lukasiewiczev veznik (NOR – A ↓ B) je resničen natanko tedaj, ko sta oba izjavna izraza A in B resnična. Definicija: $A \downarrow B = \neg(A \vee B)$

ANSWER

Kakšno prioriteto imajo posamezni vezniki?

QUESTION

Negacija – konjunkcija – (ekskluzivna) disjunkcija – implikacija – ekvivalenca

ANSWER

Kaj je konstrukcijsko drevo izjavnega izraza?

QUESTION

Konstrukcijsko drevo opiše, kako izjavni izraz zgradimo iz bolj enostavnih izjavnih izrazov.

ANSWER

Kaj je resničnostna tabela izjavnega izraza?

QUESTION

Resničnostna tabela izjavnega izraza za vsak nabor logičnih vrednosti izjavnih spremenljivk pove logično vrednost izjavnega izraza.

ANSWER

Kaj je tavtologija?

QUESTION

Tavtologija je izjava, ki je
»vedno« resnična.

ANSWER

Kaj je protislovje?

QUESTION

Protislovje je izjava, ki je »vedno« neresnična.

ANSWER

Kdaj je izjavni izraz nevtralen?

QUESTION

Izjavni izraz je nevtralen, če ni ne tavtologija, ne protislovje

ANSWER

Napiši nekaj primerov tavtologije!

QUESTION

Tipične tavtologije so:

$p \vee \neg p$ $p \Rightarrow p$ $p \Leftrightarrow p$

ANSWER

Napiši nekaj primerov protislovja!

QUESTION

Tipična protislovja so:

$p \land \neg p$ $\neg(p \Rightarrow (q \Rightarrow p))$ $p \Leftrightarrow \neg p$

ANSWER

Kdaj sta izjavna izraza A in B enakovredna?

QUESTION

Izjavna izraza A in B sta enakovredna, če imata pri veh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk enako vrednost. V tem primeru pišemo A ~ B

ANSWER

Kaj pravi izrek o enakovrednih izjavnih izrazih?

QUESTION

Izjavna izraza A in B sta enakovredna natanko tedaj, ko je izraz A <=> B tavtologija. Za enakovrednost izjavnih izrazov veljajo naslednje zveze:

a. A~A
b. Če A~B, potem B~A
c. Če A~B in B~C potem A~C

ANSWER

Kaj so zakoni izjavnega računa?

QUESTION

Nekateri pari enakovrednih izjavnih izrazov imajo posebna imena. Takim izjavnim izrazom pravimo zakoni izjavnega računa.

ANSWER

Kako pokažemo, da sta izjavna izraza enakovredna?

QUESTION

Dovolj je da pokažemo da imata izraza pri vsakem logičnem naboru vrednosti spremenljivk isto logično vrednost. Sestavimo resničnostno tabelo in pogledamo, če je v vseh vrsticah ista logična vrednost.

ANSWER

Kako pokažemo, da sta izjavna izraza neenakovredna?

QUESTION

Dovolj je da pokažemo, da imata izraza pri vsaj enem (lahko tudi pri večih) logičnem naboru vrednosti spremenljivk različno logično vrednost. Sestavimo resničnostno tabelo in pogledamo, če se v kateri vrstici logični vrednosti razlikujeta

ANSWER

Kaj je disjunktivna normalna oblika?

QUESTION

DNO izjavnega izraza A je izjavni izraz ADNO, za katerega velja:

a. A ~ ADNO

b. ADNO je disjunkcija osnovnih konjunkcij Osnovna konjunkcija je konjunkcija izjavnih spremenljivk in/ali njihovih negacij.

ANSWER

Kako izjavnemu izrazu A določimo izjavni izraz ADNO?

QUESTION

ADNO lahko zgradimo tako, da za vsak nabor pravilnostne tabele, pri katerem je izraz A resničen, pripravimo eno osnovno konjunkcijo. V njej nastopajo v tem naboru resnične spremenljivke in negacije v tem naboru lažnih spremenljivk.

ANSWER

Kaj je konjuktivna normalna oblika?

QUESTION

AKNO izjavnega izraza A je izraz AKNO, za katerega velja:

a. A ~ AKNO

b. AKNO je konjunkcija osnovnih disjunkcij Osnovna disjunkcija je disjunkcija izjavnih spremenljivk in/ali njihovih negacij.

ANSWER

Kako izjavnemu izrazu A določimo izjavni izraz AKNO?

QUESTION

AKNO lahko zgradimo tako, da za vsak nabor pravilnostne tabele, pri katerem je izraz A neresničen, pripravimo eno osnovno disjunkcijo. V njej nastopajo v tem naboru lažne spremenljivke in negacije v tem naboru resničnih spremenljivk.

ANSWER

Kateri izjavni izrazi imajo DNO?

QUESTION

Vsak izjavni izraz, ki ni protislovje ima DNO.

ANSWER

Kateri izjavni izrazi imajo KNO?

QUESTION

Vsak izjavni izraz, ki ni tavtologija, ima KNO.

ANSWER

Kaj je posledica izjavnih izrazov DNO in KNO?

QUESTION

Za vsak izjavni izraz A obstaja enakovreden izjavni izraz B, ki vsebuje samo veznike: negacija, konjunkcija, disjunkcija (polni nabori)

ANSWER

Ali je DNO enolično določena?

QUESTION

Ne. DNO dobimo na osnovi vrstic, kjer je A resničen. Pri tem pa ni nujno da vrstice izpisujemo po vrsti (na primer: od zgoraj navzdol). Vrstice (ki v DNO nastopajo kot osnovne konjunkcije) pa lahko med seboj tudi pomešamo – pri tem se vrednost izraza ne spremeni. Zaradi tega ne moremo trditi da je DNO enolično določena.

ANSWER

Kdaj pravimo, da je družina izjavnih veznikov N poln nabor?

QUESTION

Družina izjavnih veznikov N je poln nabor, če za vsak izjavni izraz A obstaja enakovreden izjavni izraz B, ki vsebuje samo veznike iz N.

ANSWER

Naštej nekaj polnih naborov!

QUESTION

Polni nabori so:
{¬, ∧, ∨} {¬, ∧} {¬, ∨} {¬, =>} {0, =>}

ANSWER

Kako v praksi pokažemo, da je nabor izjavnih veznikov N poln?

QUESTION

To pokažemo tako, da naredimo naslednje:

a. Izberemo znan poln nabor izjavnih veznikov Z
b. Vsak veznik iz znanega nabora Z izrazimo samo z uporabno veznikov iz N

ANSWER

Kaj je pravilen sklep?

QUESTION

Zaporedje izjavnih izrazov A1, A2, ... An, B je pravilen sklep s predpostavkami A1, A2, ... An in zaključkom B, če je zaključek B resničen pri vseh tistih naborih vrednosti izjavnih spremenljivk, pri katerih so resnične vse predpostavke.

Pišemo: A1, A2, ... An |= B

In beremo: Iz predpostavk A1, A2, ... An logično sledi zaključek B

ANSWER

Kaj pravi izrek o pravilnem sklepu?

QUESTION

$A_1, A_2, \ldots A_n \models B$ natanko tedaj, ko $\models (A_1 \land A_2 \land A_3 \ldots A_n) \Rightarrow B$

ANSWER

Kako sklepamo v izjavnem računu?

QUESTION

Sklepamo s pomočjo pravil sklepanja.
Uporabimo eno od naslednjih:

a.	Modus ponens (MP)	A, A => B |= B
b.	Modus tollens (MT)	A => B, ⌐B |= ⌐A
c.	Disjunktivni silogizem (DS)	A V B, ⌐B |= A
d.	Hipotetični silogizem (HS)	A => B, B => C |= A => C
e.	Združitev (Zd)	A, B |= A Λ B
f.	Poenostavitev (Po)	A Λ B |= A
g.	Pridružitev (Pr)	A |= A V B

ANSWER

Kako pokažemo, da je sklep pravilen?

QUESTION

Pravilnost sklepa $A_1, A_2, \ldots A_n \models B$ pokažemo tako, da sestavimo zaporedje izjavnih izrazov C_1, $C_2 \ldots C_m$, kjer je $C_m = B$ in za $i = 1, 2 \ldots m$ velja:

a. C_i je ena od predpostavk
b. C_i je tavtologija
c. C_i je enakovreden enemu od predhodnih izrazov v zaporedju
d. C_i logično sledi iz predhodnih izrazov po enem od osnovnih pravilnih sklepov

ANSWER

Kako pokažemo, da sklep ni pravilen?

QUESTION

Poiskati je treba proti primer, tj. nabor vrednosti izjavnih spremenljivk, pri katerem so vse predpostavke resnične, zaključek pa ne.

ANSWER

Kdaj uporabimo pogojni sklep?

QUESTION

Pogojni sklep (PS) uporabljamo, kadar ima zaključek sklepa obliko implikacije.
Izrek: A1, A2, ... An |= B => C natanko tedaj ko:
A1, A2, ... An, B |= C

ANSWER

Kdaj uporabljamo sklep s protislovjem?

QUESTION

Sklep s protislovjem (RA) lahko uporabljamo kadarkoli.
Izrek: $A_1, A_2, \ldots A_n \models B$ natanko tedaj, ko: $A_1, A_2, \ldots A_n, \neg B \models 0$

ANSWER

Kdaj uporabljamo analizo primerov?

QUESTION

Analizo primerov (AP) lahko uporabljamo, kadar ima ena od predpostavk obliko disjunkcije.

Izrek: A1, A2, ... An B1 V B2|= C natanko tedaj ko: A1, A2, ... An, B1 |= C in A1, A2, ... An, B2 |= C

ANSWER

Kako lahko pojem veljavnega sklepa povežemo s pojmom tavtologije?

QUESTION

Tavtologija je izjavni izraz, ki je resničen pri vseh naborih izjavnih spremenljivk. Veljaven sklep pa je resničen tudi, ko so resnične vse predpostavke. Iz tega sledi, da je na nek način tavtologija.

ANSWER

Predikatni račun

Diskretne strukture

Kaj je področje pogovora?

QUESTION

Področje pogovora (PP) je neprazna množica z elementi. Elementi te množice, so na primer: ljudje, številke, živali ...

ANSWER

Kaj so predikati?

QUESTION

Predikati so logične funkcije, ki za svoje argumente lahko dobijo elemente področja pogovora. Če v predikate vstavljamo elemente področja pogovora dobimo izjave.

ANSWER

Kako ločimo predikate?

QUESTION

Predikate ločimo po mestnosti. Enomestni predikati so lastnosti elementov v področju pogovora. Dvomestni predikati pa so relacije (ali tudi zveze) med elementi področja pogovora.

ANSWER

Katera kvantifikatorja poznaš?

QUESTION

Univerzalni kvantifikator: ∀ (beremo: za vsak),
Eksistenčni kvantifikator: ∃ (beremo: obstaja)

ANSWER

Kakšen je pomen univerzalnega kvantifikatorja?

QUESTION

$\forall x P(x)$ je izjava, ki je resnična natanko takrat, ko imajo vsi elementi področja pogovora lastnost P. Sicer je neresnična. (Velja samo za izbrano interpretacijo)

ANSWER

Kakšen je pomen eksistenčnega kvantifikatorja?

QUESTION

$\exists x P(x)$ je izjava, ki je resnična natanko takrat, ko obstaja (vsaj en) element področja pogovora, ki ima lastnost P. Sicer je neresnična. (Velja samo za izbrano interpretacijo)

ANSWER

Kaj so termi in kaj atomi?

QUESTION

Spremenljivkam in konstantam pravimo tudi termi.

Atomi predikatnega računa pa so na primer: P(x), P(a), P(x, y), Q(a, x) ...
Atome dobimo tako, da terme vstavimo v predikate.
Torej so to izjavne formule

ANSWER

Kaj je doseg kvantifikatorja?

QUESTION

Doseg kvantifikatorja je najmanjši možen: najmanjša izjavna formula, ki jo preberemo desno od kvantifikatorja (skupaj z njegovo spremenljivko).

Kvantifikator veže svojo spremenljivko in proste spremenljivke z istim imenom v svojem dosegu.

ANSWER

Katere spremenljivke so vezane in katere proste?

QUESTION

Vstop spremenljivke x je vezan, če se ta x nahaja v območju delovanja/dosega kvantifikatorja $\forall x$ ali $\exists x$. Vstop spremenljivke, ki ni vezan, je prost.

ANSWER

Kaj je interpretacija izjavne formule?

QUESTION

Interpretacija izjavne formule W je sestavljena iz neprazne množice D, ki ji pravimo področje pogovora interpretacije. Poleg tega:

a. Vsakemu predikatu ustreza 0/1 logična funkcija v D

b. Vsaki konstanti določimo vrednost v D (ponavadi je implicitno določena že z imenom konstante)

c. Vsaki prosti spremenljivki v W določimo vrednost v D, pri tem vsem prostim spremenljivkam z istim imenom določimo isto vrednost iz D

ANSWER

Če formula ni zaprta, kako jo dobimo?

QUESTION

Proste spremenljivke nadomestimo z elementi področja pogovora ali pa jih zapiramo z uporabo kvantifikatorjev. Na ta način dobimo zaprto formulo, ki je (ob izbranem PP in pomenu predikatov) izjava.

ANSWER

Kaj pravi izrek o vpeljavi kvantifikatorjev?

QUESTION

Naj bo W formula. Z W(x/a) označimo formulo, ki jo dobimo tako, da v formuli W vse proste vstope spremenljivke x nadomestimo z a.

Formula $\forall x W$ je resnična v interpretaciji I, če je za vsak element področja pogovora d $\in$ D resnična formula W(x/d). Sicer je $\forall x W$ neresnična.
Formula $\exists x W$ je resnična v interpretaciji I, če v področju pogovora obstaja d $\in$ D, za katerega je formula W(x/d) resnična. Sicer je $\exists x W$ neresnična.

ANSWER

Kaj lahko poveš o preimenovanju spremenljivk?

QUESTION

Želja: če je W formula, potem imen prostih spremenljivk ne smemo spreminjati, če želimo pridelati enakovredno formulo. Vezane spremenljivke lahko preimenujemo tako, da ista spremenljivka (tj. spremenljivka z istim imenom):

a) Ne nastopa pri več kvantifikatorjih
b) Ni hkrati vezana in prosta

ANSWER

Kdaj pravimo, da sta izjavni formuli enakovredni?

QUESTION

Izjavni formuli W in V sta enakovredni, če imata isto logično vrednost v vseh možnih interpretacijah. V tem primeru pišemo $W \sim V$

ANSWER

Kdaj je izjavna formula splošno veljavna?

QUESTION

Izjavna formula W je splošno veljavna, če je resnična v vsaki interpretaciji

ANSWER

Kdaj je izjavna formula neizpolnljiva?

QUESTION

Izjavna formula V je neizpolnljiva, če je neresnična v vsaki interpretaciji.

ANSWER

Kaj je prenexna normalna oblika izjavne formule?

QUESTION

Trditev: Vsako izjavno formulo lahko zapišemo tako, da se kvantifikatorji nahajajo na začetku. Izjavno formulo moramo preoblikovati tako da:

a) Preimenujemo spremenljivke
b) Namesto => in <=> uporabljamo ⌐, Λ, V
c) Kvantifikatorje postavimo na začetek formule z uporabo zakonov izjavnega računa

Tako preoblikovani izjavni formuli pravimo prenexna normalna oblika izjavne formule.

ANSWER

Kako iz formule naredimo izjavo?

QUESTION

a) Namesto spremenljivke vstavimo konstante

b) Formulo zapremo s kvantifikatorji

ANSWER

Kaj lahko poveš o zamenjavi kvantifikatorjev?

QUESTION

Zamenjava raznovrstnih kvantifikatorjev (na primer: $\forall x \exists y$) v splošnem ni možna.
Zamenjujemo lahko le istovrstne kvantifikatorje (na primer: $\forall x \forall y <=> \forall y \forall x$

ANSWER

Kako sklepamo v predikatnem računu?

QUESTION

a) Izberemo interpretacijo (če slučajno ni določena)
b) Izjavne formule preoblikujemo tako, da kvantifikatorji nastopajo na začetku
c) Odpravimo kvantifikatorje
d) Sklepamo kot v izjavnem računu
e) Uvedemo kvantifikatorje nazaj
f) Upoštevamo izbrano interpretacijo (ali tisto, ki je določena)

ANSWER

Naštej razlike med predikatnim in izjavnim računom!

QUESTION

Predikat je logična funkcija, ki za svoje argumente dobi elemente iz področja pogovora (PP). Če v predikat vstavimo elemente iz PP dobimo izjave. P(x, y) predikat pove lastnosti svojih argumentov.

Izjavni račun je izjava, ki je lahko neresnična ali resnična.

Predikati nam ne povedo ničesar o (ne)resničnosti. Izjavni račun je sestavljen iz spremenljivk in izjavnih veznikov, predikat pa samo iz spremenljivk/elementov.

ANSWER

Množice

Diskretne strukture

Kako lahko podajamo množice?

QUESTION

a) Z naštevanjem elementov (na primer: A = {0, 1, 2})
b) Z neko izjavno formulo (na primer: A = {x; φ(x) })
Velja naslednje: $x \in A <=> \varphi(x)$

ANSWER

Kdaj pravimo da sta množici enaki?

QUESTION

Množici sta enaki, kadar velja: $A = B <=> \forall x (x \in A <=> x \in B)$

ANSWER

Kdaj je množica A podmnožica množice B?

QUESTION

Množica A je podmnožica množice B, kadar velja:

$$A \subseteq B <=> \forall x(x \in A => x \in B)$$

ANSWER

Kdaj je množica A prava podmnožica množice B?

QUESTION

Množica A je prava podmnožica množice B, kadar velja: $A \subset B <=> A \subseteq B \land A \neq B$
Temu predpisu pravimo tudi relacija stroge inkluzije.

ANSWER

Katere operacije z množicami poznaš?

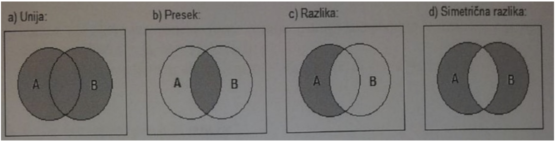
QUESTION

a) Unija: $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}$
b) Presek: $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$
c) Razlika: $A \setminus B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}$
d) Simetrična razlika: $A + B = \{x; x \in A \veebar x \in B\}$

ANSWER

Z Vennovi diagrami predstavi operacije!

QUESTION



ANSWER

Kdaj sta množici disjunktni?

QUESTION

Množici A in B sta disjunktni, če je $A \cap B = 0$.

ANSWER

Katera množica je univerzalna množica?

QUESTION

Univerzalna množica (označimo jo s S – Svet) ustreza področju pogovora v predikatnem računu. Vse obravnavane množice so vsebovane v S.

ANSWER

Kaj je komplement množice?

QUESTION

Komplement množice A (označimo ga z A^C) definiramo kot: $A^C = S \setminus A$

ANSWER

Kaj je potenčna množica?

QUESTION

Potenčna množica PA množice A je množica vseh podmnožic A. Definiramo jo kot:

$$PA = \{B; B \subseteq A\}$$

ANSWER

Kakšna je povezava med množico in njeno potenčno množico (glede na elemente)?

QUESTION

Če množica A vsebuje natanko n elementov (in je n naravno število) potem PA vsebuje natanko 2n elementov.

Trditev: Če je $A \subseteq B$, potem je tudi $PA \subseteq PB$

ANSWER

Kaj je pokritje množice?

QUESTION

Družina množic $A = \{Ai, i \in I\}$, je pokritje množice B, če je $B = U_{i \in I} A_i$

ANSWER

Kaj je razbitje množice?

QUESTION

Družina množic $A = \{Ai, i \in I\}$ je razbitje množice B, če je:

a) A pokritje množice B (velja: $B = U_{i \in I} A_i$
b) Elementi A so neprazni
c) Elementi A so paroma disjunktni

ANSWER

Kako je definiran urejeni par?

QUESTION

Urejeni par s prvo komponento (koordinato) a in drugo komponento b označimo z (a, b) in definiramo kot:
$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$

Trditev: (Osnovna lastnost urejenih parov)
(a, b) = (c, d) <=> a = c in b = d

ANSWER

Kaj je kartezični produkt množic?

QUESTION

Kartezični produkt množic A in B je množica vseh urejenih parov, ki je definirana tako:
$A \times B - \{ (a,b); a \in A \wedge b \in B \}$

ANSWER

Kaj lahko poveš o moči kartezičnega produkta?

QUESTION

Moč kartezičnega produkta je enaka produktu moči obeh faktorjev. Če je množica A končna z m elementi in B končna z n elementi, potem je A × B končna z m*n elementi.

ANSWER

Kdaj je element množice minimalen oz. maksimalen?

QUESTION

Naj bo A delno urejena z relacijo <=. Potem velja:

m je minimalen v A, če: $\forall x \in A: (x <= m => x = m)$

M je maksimalen v A, če:$\forall x \in A: (M <= x => x = M)$

ANSWER

Kdaj je element množice prvi oz. zadnji?

QUESTION

Naj bo a delno urejena z relacijo <=. Potem velja:

a je prvi v A, če: $\forall x \in A: (a <= x)$

a je zadnji v A, če: $\forall x \in A: (x <= z)$

ANSWER

Kaj je supremum?

QUESTION

Če v M obstaja prvi element, je to najmanjša zgornja meja (tudi natančna zgornja meja ali supremum) množice B v množici A. Oznaka sup B.

ANSWER

Kaj je infimum?

QUESTION

Če v m obstaja zadnji element, je to največja spodnja meja (tudi natančna spodnja meja ali infimum) množice B v množici A. Oznaka inf B.

ANSWER

Kaj je moč končne množice?

QUESTION

Naj bo A končna množica. Potem |A| označuje število elementov v množici ali tudi moč množice A.

ANSWER

Kdaj sta končni množici enako močni?

QUESTION

Naj bosta A in B končni množici. Pravimo da sta A in B enako močni, $A \sim B$, če je $|A| = |B|$.

ANSWER

Kdaj je množica končna?

QUESTION

Množica A je končna natanko tedaj, ko ne obstaja prava podmnožica , ki ima enako moč kot A.

Izrek: Množica A je končna, če obstaja tako zaporedja a1, a2, a3 ... an (ki je lahko tudi prazno), da se vsak element a v zaporedju pojavi vsaj enkrat.

ANSWER

Kdaj je množica neskončna?

QUESTION

Množica A je neskončna, kadar je enako močna, kot katera izmed njenih pravih množic.

ANSWER

Relacije

Diskretne strukture

Kaj je relacija?

QUESTION

Relacija je posebna vrsta množice.
Množica R je (dvomestna) relacija, če je vsak njen element urejen par.
R je relacija <=> $\forall x \in R\ \exists u, v : x = (u, v)$

Množica R je (dvomestna) relacija v množici A, če je $R \subseteq A \times A$.
Dogovor: namesto $(x, y) \in R$ pišemo xRy

ANSWER

Kako je definirano definicijsko območje?

QUESTION

Naj bo R relacija v A. Potem definicijsko območje Dr definiramo kot:

$$Dr = \{x;\ \exists y\colon xRy\}$$

ANSWER

Kako je definirana zaloga vrednosti?

QUESTION

Naj bo R relacija v A. Potem zalogo vrednosti Zr definiramo kot:

$$Zr = \{y;\ \exists x : xRy\}$$

ANSWER

Naštej lastnosti relacij!

QUESTION

Naj bo R relacija v A. Pravimo da je:

1) $R\ refleksivna \quad \Leftrightarrow \quad \forall x \in A: xRx$
2) $R\ irefleksivna \quad \Leftrightarrow \quad \forall x \in A: \neg xRx$
3) $R\ simetrična \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y \in A: xRy => yRx$
4) $R\ asimetrična \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y \in A: xRy => \neg yRx$
5) $R\ antisimetrična \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y \in A: xRy \land yRx => x = y$
6) $R\ tranzitivna \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y, z \in A: xRy \land yRz => xRz$r
7) $R\ itranzitivna \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y, z \in A: xRy \land yRz => \neg xRz$
8) $R\ sovisna \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y \in A: x \neq y => xRy \lor yRx$
9) $R\ strogo\ sovisna \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y \in A: xRy \lor yRx$
10) $R\ enolična \quad \Leftrightarrow \quad \forall x, y, z \in A: xRy \land xRz => y = z$

ANSWER

Kako v grafu preverjamo lastnosti relacij?

QUESTION

Refleksivna: v vsaki točki je zanka (kaže sama nase)
Irefleksivna: v nobeni točki ni zanke
Simetrična: povezave so obojestranske
Asimetrična: brez zank in vse puščice so enosmerne
Antisimetrična: nobena povezava ni obojestranska
Tranzitivna: če iz neke točke v drugo pridemo v dveh korakih, lahko tudi v enem samem
Itranzitivna: če iz neke točke v drugo pridemo v 2 korakih, v enem samem ne moremo
Sovisna: vsak par različnih točk grafa je povezan s povezavo vsaj v eno smer
Strogo sovisna: med vsakima dvema točkama je puščica, imamo tudi vse zanke
Enolična: iz vsake točke gre ven kvečjemu ena puščica (ena ali nobena)

ANSWER

Kaj je matrika relacije?

QUESTION

Matrika relacije R v (končni množici) A je kvadratna 0/1 tabelica, B®. Elemente množice A uredimo: a1, a2, a3 ... an
Vrstice in stolpce matrike B(R) indeksiramo (označimo) po vrsti v tem vrstnem redu.

ANSWER

Kako je definirana inverzna relacija?

QUESTION

Naj bo R relacija. Potem je R^{-1} njena inverzna relacija, ki jo definiramo tako:

$$R^{-1} := \{(y, x); (x, y) \in R\}$$

ANSWER

Kako je definiran produkt relacij?

QUESTION

Produkt relacij R in S označimo z R*S in ga definiramo tako:

$R * S := \{(x, y);\ \exists y(xRy \land yRz)\}$

ANSWER

Kaj je tranzitivna ovojnica

QUESTION

Naj bo R relacija v A. Relacijo R^+ imenujemo tranzitivna ovojnica in jo definiramo:

$$R^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} R^k$$

ANSWER

Kaj je tranzitivno-refleksivna ovojnica?

QUESTION

Naj bo R relacija v A. Relacijo R^* imenujemo tranzitivno-refleksivna ovojnica in jo definiramo:

$$R^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} R^k$$

ANSWER

Kaj je funkcija?

QUESTION

Funkcija je enolična relacija.

Relacija $f \subseteq A \times B$ je preslikava iz A v B, če velja:

a) f je enolična
b) Df = A
c) $(Zf \subseteq B)$

ANSWER

Kako je definirana funkcija (kateri dogovori veljajo)?

QUESTION

Dogovor: pišemo tudi f: A --> B

Namesto xfx pišemo y = f(x) .... Pravimo da f (pre)slika x v y

X je argument, y pa vrednost funkcije/preslikave f pri x

ANSWER

Kdaj je funkcija injektivna, surjektivna, bijektivna?

QUESTION

Naj bo f: A --> B. Pravimo, da je f:

a) Injektivna, če velja: $\forall x, y \in A : (f(x) = f(y) => x = y)$
b) Surjektivna, če je Zf = B (pravimo tudi, da f presila iz A na B)
c) Bijektivna, če je surjektivna in injektivna

ANSWER

Kdaj je f^{-1} tudi funkcija oz. preslikava?

QUESTION

Naj bo f: A --> B. Potem je:

a) f^{-1} je enolična (funkcija) natanko tedaj, ko je f injektivna
b) f^{-1}: B --> A natanko tedaj, ko je f bijektivna

ANSWER

Kaj je kompozitum?

QUESTION

Kompozitum preslikav je asociativna operacija, saj velja: $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

ANSWER

Kako je definiran kompozitum?

QUESTION

Naj bosta f: A --> B in g: B --> C. Potem je g o f preslikava iz A v C, določena s predpisom g o f = f*g

Velja (g o f)(a) = g(f(a)) za vse $a \in A$

ANSWER

Naštej lastnosti kompozituma

QUESTION

Trditev: Naj bo f: A --> B. Potem je: $f \circ id_a = id_b \circ f = f$

Trditev: f : B --> C, g : A --> B

a) f, g *injektivni* => $f \circ g$ *injektivna*
b) f, g *surjektivni* => $f \circ g$ *surkejtivna*
c) $f \circ g$ *injektivna* => g *injektivna*
d) $f \circ g$ *surjektivna* => f *surjektivna*

ANSWER

Kaj pravi Dirichletov princip?

QUESTION

Naj bo A končna množica in f: A --> A.
Potem so naslednje trditve enakovredne:

a) f je injektivna
b) f je surjektivna
c) f je bijektivna

ANSWER

Kako je definirana ekvivalenčna relacija?

QUESTION

$R \subseteq A \times A$ je ekvivalenčna če je:

a) Refleksivna
b) Simetrična
c) Tranzitivna

ANSWER

Kaj je kongruenca?

QUESTION

Kongruenca po modulum je ekvivalenčna relacija.
Usklajena je s seštevanjem in množenjem.

ANSWER

Kdaj relacija delno ureja množico?

QUESTION

Naj bo R relacija v množici A. Relacija R delno ureja množico A, če je:
Refleksivna, antisimetrična, tranzitivna

ANSWER

Kdaj relacija linearno ureja množico?

QUESTION

Naj bo R relacija v množici A. Relacija R delno ureja množico A, če:
R delno ureja A in R je sovisna

ANSWER

Kaj je Hassejev diagram?

QUESTION

Hassejev diagram je slikovni prikaz delne urejenosti.

ANSWER

Kaj je to ekvivalenčni razred?

QUESTION

Naj bo $R \subseteq A \times A$ ekvivalenčna in $x \in A$. Potem je $R[x] = \{y \in A; yRx\}$ je ekvivalenčni razred elementa x.

Trditev: Naj bo R ekvivalenčna relacija na A. Potem za poljubna $x, y \in A$ velja:

$R[x] = R[y] <=> xRy$

ANSWER

Diofantske enačbe

Diskretne strukture

Kako dobimo največji skupni delitelj?

QUESTION

Največji skupni delitelj GCD dobimo kot zadnji ne ničelni ostanek v razširjenem Evklidovem algoritmu (REA). Obenem gcd(m, n) zapišemo kot celoštevilsko linearno kombinacijo števil m in n

ANSWER

Kdaj sta si števili tuji?

QUESTION

Števili a in b sta si tuji, če imata za največji skupni delitelj le število 1.
Pišemo: $\gcd(a, b) = 1$

ANSWER

Kaj je diofantska enačba?

QUESTION

Diofantska enačba je enačba z dvema neznankama. Zapišemo jo v obliki $ax + by = c$, kjer so a, b in c elementi celih števil ter iščemo celoštevilsko rešitev x, y.

ANSWER

Kaj je praštevilo?

QUESTION

Praštevilo je število, ki ima natanko dva pozitivna delitelja: število 1 in samega sebe.

ANSWER

Permutacije

Diskretne strukture

Kaj je permutacija?

QUESTION

Naj bo A poljubna množica.
Permutacija na A je vsaka bijektivna preslikava f: A --> A.

ANSWER

Kako zapisujemo permutacije?

QUESTION

Vsako permutacijo lahko zapišemo s tabelico ali pa z disjunktivnimi cikli.

ANSWER

Kaj je ciklična struktura permutacije?

QUESTION

Ciklična struktura permutacije je število dolžin posameznih ciklov v zapisu permutacije z dijunktivnimi cikli.

1 – ciklu pravimo tudi fiksna točka permutacije,
2 – ciklu pa transpozicija

ANSWER

Ali je produkt transpozicij enolično določen?

QUESTION

Vsako permutacijo lahko zapišemo kot produkt transpozicij. Ker zapis cikla ni enoličen tudi zapis kot produkt transpozicij ni enolično določen.

ANSWER

Kaj pravi izrek o parnosti permutacij?

QUESTION

Denimo, da lahko permutacijo π zapišemo kot produkt m transpozicij, pa tudi kot produkt (morda drugih) n transpozicij.

Potem je: $m \equiv n \ (mod\ 2)$

ANSWER

Kdaj je permutacija soda?

QUESTION

Permutacija je soda, če jo lahko zapišemo kot produkt sodo mnogo transpozicij.

ANSWER

Kdaj je permutacija liha?

QUESTION

Permutacija je liha, če jo lahko zapišemo kot produkt liho mnogo transpozicij.

ANSWER

Kdaj pravimo, da sta števili v inverziji?

QUESTION

Pravimo, da sta (v permutaciji π) števili m in n v inverziji, če sta v spodnji vrstici tabelice v napačnem vrstnem redu: m je pred n, toda n je zapisan pred m.

ANSWER

Kaj je red permutacije?

QUESTION

Red permutacije π je najmanjše naravno število k >= 1, za katerega je π = id
Trditev: Red permutacije π^k je najmanjši skupni večkratnik dolžin ciklov v zapisu permutacije π z disjunktivnimi cikli.

ANSWER

Grafi

Diskretne strukture

Kaj je graf?

QUESTION

Graf je urejen par G = (V, E), kjer je:

a) V je neprazna množica točk (vozlišč) grafa G

b) E je množica povezav grafa G, pri čemer je vsaka povezava par točk

ANSWER

Kdaj sta u in v sosednji točki?

QUESTION

Točki u in v sta sosedi, kadar sta krajišči iste povezave e (povezava e povezuje točki u in v). To označimo z $u \sim v$.

ANSWER

Kaj je stopnja točke?

QUESTION

Točka stopnje 0 je izolirna točka (torej nima sosednjih točk). Točki stopnje 1 pa pravimo tudi list grafa.

ANSWER

Kaj je list in kaj izolirna točka?

QUESTION

Točka stopnje 0 je izolirna točka (torej nima sosednjih točk). Točki stopnje 1 pa pravimo tudi list grafa.

ANSWER

Kdaj je graf regularen oz. d-regularen?

QUESTION

Graf G je regularen če imajo vse njegove točke isto stopnjo. Graf G je d-regularen, če imajo vse njegove točke stopnjo d.

ANSWER

Kaj pravi lema o rokovanju?

QUESTION

Naj bo G graf z n točkami in m povezavami. Potem je:

$$\sum_{t=1}^{n} \deg(v_t) = 2 \times m$$

Posledica: V vsakem grafu je sodo mnogo točk lihe stopnje.

Posledica: Naj bo G d-regularen graf z n točkami in m povezavami. Potem je n * d = 2 * m

ANSWER

Kaj je grafično zaporedje?

QUESTION

Končno zaporedje naravnih števil d_1 >= d_2 >= d_3 ... d_n je grafično, če obstaja graf G z n točkami, ki imajo stopnjo enake d_1, d_2, d_3 ... d_n

Posledica: zaporedje d_1 >= d_2 >= d_3 ... d_n je grafično natanko tedaj, ko požrešna metoda uspe

ANSWER

Kdaj pravimo da sta grafa izomorfna?

QUESTION

Grafa G in H sta izomorfna, če obstaja preslikava f: V(G) --> V(H), za katero velja:

a) F je bijektivna
b) U~gv<=>f(u)~hf(v)

Trditev: izomorfizem ohranja število vozlišč, število povezav, stopnjo vozlišč, število trikotnikov ...
V nasprotnem primeru pravimo da sta grafa neizomorfna

ANSWER

Kdaj je graf poln?

QUESTION

Graf je poln, če sta vsaki njegovi točki sosedi. Poln graf na n točkah označimo z k_n

ANSWER

Kdaj je graf prazen?

QUESTION

Graf je prazen, če nobeni njegovi točki nista sosedi. Prazen graf na n točkah označimo z $\overline{kn}$

ANSWER

Kaj je polni dvodelni graf?

QUESTION

$K_{m, n}$ je polni dvodelni graf na n+m točkah. Vsebuje dva barvna razreda s po n in m točkami, točki sta sosedi natanko tedaj, ko sta v različnih barvnih razredih.

ANSWER

Kako je definiran podgraf?

QUESTION

Naj bosta H in G grafa. Pravimo, da je H podgraf grafa G (pišemo $H \subseteq G$), če je $V(H) \subseteq V(G)$ in $E(H) \subseteq E(G)$

ANSWER

Kaj je vpet podgraf?

QUESTION

Podgraf grafa G je vpet podgraf, če je $V(H) = V(G)$

ANSWER

Kaj je induciran podgraf?

QUESTION

Podgraf grafa G je induciran podgraf, če za vsako povezavo $e = uv \in E(G)$ velja: če sta u in v vozlišči grafa E, potem je tudi e povezava v grafu H

ANSWER

Kaj je sprehod v grafu?

QUESTION

Sprehod S v grafu G=(V, E) je zaporedje vozlišč u_0, u_1, u_2 ... u_n pri čemer sta zaporedni vozlišči sprehoda u_i in u_{i+1} sosedi v grafu G
Dolžina sprehoda S = u_0, u_1, u_2 ... u_n je enaka n. Pišemo: |S| = n.

ANSWER

Kaj pravi lema o sprehodu v grafu?

QUESTION

Če v grafu $G = (V, E)$ obstaja $u - v$ sprehod S potem v G obstaja tudi $u - v$ pot.

Posledica: najkrajši $u - v$ sprehod v grafu je pot.

ANSWER

Kdaj je graf povezan?

QUESTION

Graf G je povezan, če za vsaki dve vozlišči $u, v \in V(G)$ v grafu G obstaja u – v sprehod.

ANSWER

Kdaj je graf dvodelen?

QUESTION

Graf G je dvodelen, če lahko točke grafa G pobarvamo z dvema barvama tako, da ima vsaka povezava krajišči različnih barv.

Izrek: Graf G je dvodelen natanko tedaj, ko G ne vsebuje ciklov lihe dolžine.

ANSWER

Kdaj je sprehod v grafu enostaven?

QUESTION

Sprehod v grafu G je enostaven, če vsako povezavo uporabi največ enkrat

ANSWER

Kaj je Eulerjev obhod?

QUESTION

Eulerjev obhod je enostaven sprehod v grafu G, ki vsebuje vse povezave in vse točke grafa.

ANSWER

Kdaj je graf Eulerjev?

QUESTION

Graf G je Eulerjev, če ima kak Eulerjev obhod.

ANSWER

Kaj pravi Eulerjev izrek?

QUESTION

Graf G je Eulerjev natanko tedaj, ko je G povezan in so vse njegove točke sodih stopenj.

Posledica: Graf G je Eulerjev natanko tedaj, ko ga lahko narišemo z eno samo potezo, ki je povrh vsega še sklenjena.

ANSWER

Razloži Eulerjevo formulo!

QUESTION

n ... št. Točk grafa

m ... št. Povezav grafa

f ... št. Lic grafa

Formula: $n - m + f = 2$

ANSWER

Kaj je Hamiltonov cikel?

QUESTION

Hamiltonov cikel je takšen cikel v grafu G, ki vsebuje vse točke grafa G

ANSWER

Kdaj je graf Hamiltonov?

QUESTION

Graf G je Hamiltonov, če vsebuje kak Hamiltonov cikel

ANSWER

Kaj pravi Diracov zadostni pogoj (izrek) ?

QUESTION

Naj bo G graf z vsaj tremi točkami (|V(G)| = n >= 3). Če za vsako točko $v \in V(G)$ velja: deg(v) >= n/2, potem je graf Hamiltonov.

Komentar: Pogoj je zadosten. To pomeni da je vsak graf, ki izpolni omenjeni pogoj Hamiltonov. Ni pa res, da bi vsak Hamiltonov graf izpolnil ta pogoj.

ANSWER

Kaj je potrebni pogoj za Hamiltonov graf (izrek) ?

QUESTION

Naj bo G povezan graf. Denimo da obstaja takšna podmnožica točk $S \subseteq V(G)$ moči |S| = k, za katero velja, da ima G-S vsaj k+1 povezanih komponent. Potem G ni Hamiltonov.
Komentar: Pogoj, da v grafu takšna množica S ne obstaja, je potreben. To pomeni, da vsak Hamiltonov graf zadošča temu pogoju. Toda če graf pogoju zadošča, to še ne pomeni da je Hamiltonov.

ANSWER

Kaj je drevo?

QUESTION

Drevo je povezan graf brez ciklov

ANSWER

Kaj je gozd?

QUESTION

Gozd je graf brez ciklov

ANSWER

Kakšna je povezava med drevesi in gozdovi (trditev)?

QUESTION

G je gozd <=> povezane komponente G so drevesa.

G je drevo <=> G je povezan gozd

ANSWER

Kaj je prerezna točka?

QUESTION

$v \in V(G)$ je prerezna točka grafa G, če ima G – v strogo več povezanih komponent kot G.

ANSWER

Kaj je prerezna povezava?

QUESTION

$e \in E(G)$ je prerezna povezava grafa G, če ima G – e strogo več povezanih komponent kot G.
Trditev: $e \in E(G)$ je prerezna povezava natanko tedaj, ko e ne leži na nobenem ciklu g grafa G

ANSWER

Kaj je vpeto drevo?

QUESTION

Naj bo G graf in $H \subseteq G$. H je vpeto drevo v G, če je:

a) H je vpet podgraf v G
b) H je drevo

ANSWER

Kdaj je graf povezan?

QUESTION

Graf G je povezan natanko tedaj,
ko ima vsaj eno vpeto drevo.

ANSWER

Kaj lahko poveš o barvanju grafa?

QUESTION

k-barvanje točk grafa G je preslikava c: V(G) --> {1, 2, 3 ... k } za katero velja, da je $c(u) \neq c(v)$. To pomeni, da morata biti krajišči vsake povezave različnih barv. Najmanjše naravno število k, za katerega obstaja k-barvanje točk grafa G, imenujemo kromatično število grafa G.
Z $\omega(G)$ označimo velikost največjega polnega podgrafa v G.
Velja $\omega(G) \leq 2$ natanko tedaj, ko je G brez trikotnikov.
$\Delta(G)$ označuje največjo stopnjo točke v grafu G
z $\delta(G)$ pa označimo najmanjšo stopnjo točke grafa G.

ANSWER

Kaj je subdivizija grafa?

QUESTION

Graf H je subdivizija grafa G, če graf H dobimo iz grafa G tako, da na vsaki povezavi dodamo nekaj (nič ali več) točk stopnje 2.

ANSWER

Kdaj je graf ravninski?

QUESTION

Graf G je ravninski, če ga lahko narišemo v ravnini R^2 tako, da se povezave ne sekajo, razen v skupnih krajiščih.
Izrek (Kuratowski): Graf G je ravninski natanko tedaj, ko G ne vsebuje podgrafa izomorfnega subdiviziji k_5 ali k3,3.

ANSWER

Kaj je lice oz. risba grafa?

QUESTION

Naj bo G ravninski graf in $S(G) \subseteq R^2$ njegova risba, na kateri se povezave (razen v skupnih krajiščih) ne sekajo. Povezana območja množice $R^2 \setminus S(G)$ so lica (risbe) grafa G.

ANSWER

Kaj pravi izrek o ravninskih grafih?

QUESTION

Ravninski graf z n >= 3 točkami ima največ 3n – 6 povezav.

Izrek: Ravninski graf z n >= 3 točkami ima največ 3n – 6 povezav.

Posledica: Če je G ravninski graf, potem je $\sigma(G) \leq 5$

Posledica: K_5 ni ravninski graf. Za n >= 5 graf K_n ni ravninski.

Izrek: Dvodelni ravninski graf z n >= 3 točkami ima največ 2n – 4 povezav

Posledica: $K_{3,3}$ ni ravninski graf. Za m >= n >= 3 graf $K_{m,\,n}$ ni ravninski.

ANSWER