Najemnine v Ljubljani

Domen Mohorčič 27. avgust 2020

1 Uvod

Ko se povprečen Slovenec odseli od staršev v svoje stanovanje, je star 28,2 leti (stat.si). Pred izselitvijo pa si mora stanovanje poiskati. Po navadi ljudje pri izbiri stanovanja gledajo na to, ali jim je stanovanje všeč in ali se jim zdi cena ustrezna stanovanju. Od česa pa sploh je odvisna cena stanovanja? Friškovec (2010)[1] ugotavlja, da je oglaševalska cena stanovanja pozitivno odvisna od površine, števila kopalnic in ali gre za mansardno stanovanje, negativno pa predvsem od višine nadstropja. Repič (2014)[2] pa je v magistrski nalogi pokazala, da je prodajna cena stanovanja pozitivno odvisna od prisotnosti dvigala, parkirnega mesta, opremljenosti stanovanja, bližine središča Ljubljane in števila sob v stanovanju, negativno pa na ceno vplivajo starost stanovanja, površina in trajanje, ko je nepremičnina na voljo za prodajo.

V Sloveniji v najemniških stanovanjih živi le 2,4 gospodinjstev (cekin.si). Kljub temu je trg najema nepremičnin kar velik, še posebej v Ljubljani (na nepremicnine.net je od 1500 oglasov za najem, od tega kar 1000 v Ljubljani), kjer pa so najbolj zaželjeni študentje ali posamezniki. Nikjer pa nisem zasledil raziskave, ki bi ugotavljala, kaj vpliva na ceno najema.

Namen seminarske naloge je ugotoviti, kateri dejavniki najbolj vplivajo na ceno najemnin v Ljubljanskima predeloma Vič in Rudnik.

2 Podatki

Podatke sem pridobil iz slovenske spletne strani nepremicnine.net dne 8.8.2020. Iskal sem stanovanja v Ljubljani v predelih Vič in Rudnik. Pri pregledovanju oglasov sem se osredotočil na naslednje podatke: nadstropje, v katerem se stanovanje nahaja, število vseh nadstropij v zgradbi, leto gradnje stavbe, leto prenove stanovanja, število sob v stanovanju, ali ima stanovanje shrambo/klet, ali je stanovanje opremljeno, število pripadajočih parkirišč, velikost

bivalne površine, zunanje površine (balkon, vrt, ...), mesečni stroški bivanja in cena najema. Ker pa sem hotel ugotoviti, ali na ceno najema vpliva tudi lokacija stanovanja, sem poiskal še oddaljenost do središča Ljubljane (v mojem primeru Prešernov trg). Na prej omenjeni spletni strani pa v večini primerov ni napisanega točnega naslova, zato sem iskal samo približne lokacije (ulica ali naselje).

Pri določanju razdalje sem si pomagal z orodjem distance.to. Za analizo podatkov sem uporabil program RStudio.

2.1 Opis spremenljivk

Zbrane podatke sem označil z naslednjimi spremenljivkami:

Tabela 1: Tabela spremenljivk in njihov opis

spremenljivka	opis
nadstropje	V katerem nadstropju se stanovanje nahaja
vsaNadstropja	Število vseh nadstropij v stavbi
letoGradnje	Leto, v katerem je bilo stanovanje zgrajeno
letoPrenove	Leto, v katerem je bilo stanovanje prenovljeno
stSob	Število sob v stanovanju
stParkirisc	Število parkirnih mest, ki pripadajo stanovanju
parkirisce	Ali stanovanju pripada lastno parkirišče
opremljenost	Kako je stanovanje opremljeno (polno, delno ali nič)
shramba	Ali stanovanju pripada zunanja soba za shranjevanje
zunanjePovrsine	Vsota zunanjih površin stanovanja
povrsina	Velikost bivalne površine v stanovanju
oddaljenost	Oddaljenost stanovanja od Prešernovega trga
cena	Cena mesečne najemnine stanovanja
stroski	Cena mesečnih stroškov bivanja
skCena	Seštevek cene in mesečnih stroškov bivanja

Za model napovedi mesečne najemnine sem izbral spremenljivke skCena, parkirisce, povrsina, letoGradnje in oddaljenost. skCena je odvisna spremenljivka, ostale štiri pa so neodvisne.

Spremenljivko letoPrenove sem odstranil iz modela, ker za večino stanovanj podatka nisem našel. nadstropje in vsaNadstropja sem izvzel, ker pri pregledu oglasov nisem dobil občutka, da bi ti dve spremenljivki pomembno vplivali na ceno najemnine. Spremenljivko opremljenost sem odstranil, ker je bilo 89.3% stanovanj opremljenih in tako ni bilo dovolj ra-

znolikosti. Pri pregledu korelacijske matrike sem ugotovil, da sta spremenljivki povrsina in stSob povezani s korelacijskim koeficientom 0.811 zato sem obdržal spremenljivko povrsina. Namesto stParkirisc sem uporabil spremenljivko parkirisce, saj je tako bolje predstavljeno, ali ga stanovanje ima. Spremenljivko zunanjePovrsine pa sem odstranil iz modela, ker je imela večina stanovanj samo balkon, redko pa so se pojavili velikimi vrtovi.

2.2 Analiza podatkov

Izmed petih spremenljivk so letoGradnje, povrsina, oddaljenost in skCena zvezne, parkirisce pa je diskretna. Zbral sem podatke o 120 različnih stanovanjih (N=120).

Za vsako zvezno spremenljivko sem izračunal povprečje, standardni odklon, mediano absolutnih odstopanj od mediane, asimetričnost in sploščenost.

Asimetričnost (skewness) nam pove, kako asimetrični so podatki. Negativna vrednost pove, da je rep podatkov na levi (večina podatkov je na desni stran grafa) in obratno. Na grafu se to vidi kot v katero smer so podatki razvlečeni. Vrednost 0 nam pove, da so podatki porazdeljeni simetrično, > 0 pove, da so podatki razvlečeni v desno, < 0 pa da so razvlečeni v levo.

Sploščenost (kurtosis) nam pove, kako močni so repi podatkov. Pozitivna vrednost pove, da so repi dobro zastopani in graf izgleda bolj ploščato. Negativna vrednost pove, da so repi slabo zastopani in graf izgleda zelo špičast.

V tabeli so predstavljene prej omenjene lastnosti zveznih spremenljivk: minimum (min), maksimum (max), povprečje (avg), mediana (median), standardni odklon (sd), mediana absolutnih odstopanj od mediane (MAD), test asimetričnosti (skew) in test sploščenosti (kurt):

	min	max	avg	sd	median	MAD	skew	kurt
letoGradnje	1895	2020	1984.81		1995	25.20	-1.14	0.81
povrsina	10	207.90	68.92	39.96	65	37.06	0.67	0.23
oddaljenost	0.89	5.07	2.51	1.01	2.22	0.90	0.69	-0.29
skČena	160	3700	945.86	706.03	800	308.38	2.19	5.29

Tabela 2: Tabela lastnosti spremenljivk

Ker pa se vrednosti testa asimetričnosti in sploščenosti razlikujejo od 0, to kaže na nenormalno porazdelitev, in tako nam vrednosti o povprečju ali standardnem odklonu povesta bolj malo. Veliko bolj si lahko pomagamo z mediano in MAD, saj nam podatka data veliko boljši občutek o tem, kakšni

so podatki. Naredil sem še test normalnosti z ukazom shapiro.test() (Shapiro-Wilk) in test simetričnosti z symmetry.test() (MGG):

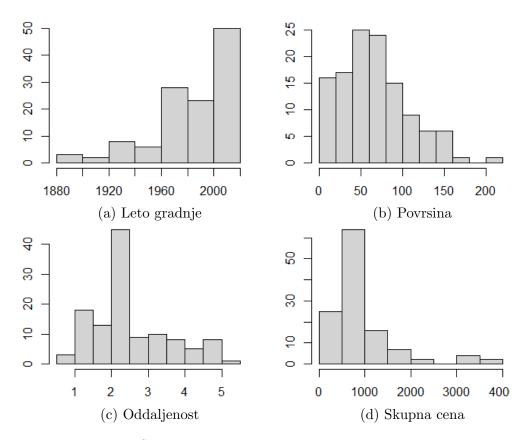
Tabela 3: Tabela rezultatov testa normalnosti in simetrije

	Shapiro-Wilk		MGG		
	w value	p value	Test statistics	p value	
letoGradnje	0.88384	3.184e-08	-5.1319	<2.2e-16	
povrsina	0.95714	0.0007503	1.4438	0.15	
oddaljenost	0.93178	1.244e-05	4.4071	< 2.2e-16	
skCena	0.75813	8.857e-13	3.9694	< 2.2e-16	

Shapiro-Wilk-ov test testira ničelno hipotezo, da je spremenljivka normalno porazdeljena, proti alternativni hipotezi, da ni. Ničelno hipotezo sprejme, če je p vrednost (p value) večja od 0,05. V našem primeru ima najvišjo p vrednost spremenljivka povrsina, vendar je še vedno pod mejo sprejetja. Nobena spremenljivka tako ni normalno porazdeljena.

MGG (Miao, Gel, and Gastwirth) test simetričnosti pa testira hipotezo, da je naš vzorec simetričen proti alternativni hipotezi, da vzorec ni simetričen. Vse spremenljivke razen povrsina imajo p vrednost testa zelo majhno, zato so nesimetrične. Spremenljivka povrsina pa je po MGG testu simetrično porazdeljena. Na njenem grafu pa se vidi, da je bolj na meji simetrije.

Tudi ko pogledamo histograme na sliki 1, vidimo, da ni nobena spremenljivka normalno porazdeljena ali simetrična. Najbližje normalni porazdelitvi je povrsina, vendar je nagnjena v levo. Na grafu leta gradnje 1a se vidi, da je večina najemniških stanovanj novejših. Ker je mediana 1995, je polovica stanovanj mlajših od 25 let. Veliko stanovanj je še iz leta 1960 naprej, starejših pa je že lezo malo. Površina stanovanj na grafu 1b je približno simetrično porazdeljena, vseeno pa je več manjših stanovanj. Redka stanovanja so zelo velika, večina stanovanj ima površino do 150m² Oddaljenost od središča Ljubljane na grafu 1c je skoraj linearna z izjemo večine stanovanj na razdalji 2 km. Zelo redka so tudi stanovanja skoraj v središču ali že izven Ljubljane. Skupna cena mesečne najemnine na grafu 1d pa ima večino podatkov manj od 1000€ na mesec. Stanovanja z najemninami 2000€ ali več pa so stanovanja tipa penthouse in so bolj luksuzna ter redkejša na trgu.



Slika 1: Histogrami zveznih spremenljivk

Spremenljivka *parkirisce* je diskretna, zato jo lahko predstavimo z vzorčnim deležem:

3 Večkratna regresija

Linearna regresija je analiza, pri kateri ugotavljamo funkcijsko zvezo med dvema spremenljivkama (X in Y), pri večkratni regresiji pa funkcijsko zvezo med več spremenljivkami, kjer je ena odvisna (Y), ostale pa neodvisne. Cilj analize je najti linearno funkcijo, ki najbolje opiše obnašanje odvisne spremenljivke v odvisnosti od ostalih spremenljivk. Pri tem pa mora veljati nekaj predpostavk regresijskega modela:

- 1. Yje lienarna funkcija neodvisnih spremenljivk X_1,X_2,\dots
- 2. Napake ϵ_i so med sabo neodvisne,

- 3. Napake ϵ_i imajo konstantno varianco,
- 4. Napake ϵ_i so normalno porazdeljene.

3.1 Koeficienti korelacije

Pri modelu večkratne regresije je najprej potrebno preveriti, kako so neodvisne spremenljivke povezane med sabo. Če so povezane preveč, lahko z neko spremenljivko opišemo drugo, in tako iz druge ne izvemo nič novega ali pa zelo malo o odvisni spremenljivki.

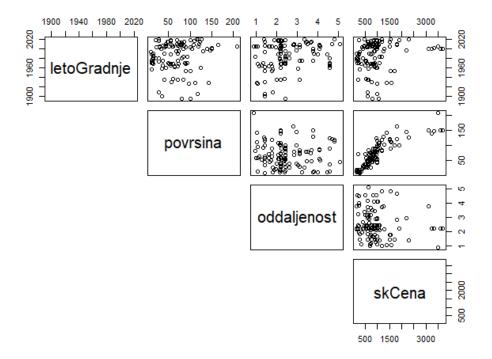
Pearsonov koeficient korelacije meri linearno odvisnost med dvema spremenljivkama ima vrednost med -1 in 1. Če ima vrednost blizu 1, sta spremenljivki pozitivno povezani, če pa ima vrednost blizu -1, sta negativno povezani. Če vrednost znaša 0, spremenljivki nista povezani. Povezanost pa se drugče opisuje kot šibko, srednjo in močno glede na absolutno velikost koeficienta in pozitivno ali negativno glede na predznak. V spodnji tabeli so predstavljeni pearsonovi koeficienti korelacije za zvezne spremenljivke:

Tabela 4: Pearsonovi linearni koeficienti korelacije

	letoGradnje	povrsina	oddaljenost	skCena
letoGradnje	1.000	0.081	0.267	0.176
povrsina	0.081	1.000	-0.070	0.846
oddaljenost	0.267	-0.070	1.000	-0.131
skCena	0.176	0.846	-0.131	1.000

Neodvisne spremenljivke letoGradnje, povrsina in oddaljenost imajo medsebojne koeficiente skoraj 0 z izjemo letoGradnje in oddaljenost, ki imata pozitiven koeficient 0.267. Spremenljivki sta pozitivno šibko povezani, kar pomeni, da se novejša stanovanja nahajajo malo bolj izven središča Ljubljane. Vidimo lahko tudi, da imata spremenljivki povrsina in skCena pearsonov linearni koeficient 0, 846, kar nakazuje na močno linerano odvisnot. Iz tega lahko sklepamo, da je mesečna najemnina stanovanj zelo odvisna od površine le tega.

Na sliki 2 vidimo, kako so posamezne spremenljivke povezane med sabo. Iz grafov med spremenljivkami letoGradnje, povrsina in oddaljenost se ne vidi nobene očitne povezanosti, kljub temu da sta letoGradnje in oddaljenost šibko povezani. Najbolj opazna odvisnost je med povrsina in skCena, ki izgleda zelo linearno z izjemo nekaj točk. To še dodatno potrjuje našo ugotovitev o tem, da sta najemnina in površina stanovanja povezani.



Slika 2: Grafični prikaz povezanosti spremenljivk

3.2 Večkratna regresija

Neodvisne spremenljivke našega modeal so letoGradnje, povrsina, oddaljenost in parkirisce. Odvisna spremenljivka je skCena. Funkcija našega opisnega modela bo imela naslednjo obliko:

$$skCena = a + b*letoGradnje + c*povrsina + d*oddaljenost + e*parkirisce + \epsilon$$
 (1)

b,c,d in e so koeficienti posameznih neodvisnih spremenljivk. a predstavlja začetno vrednost, sam po sebi pa nima smisla (stanovanje z 0 v pri vseh neodvisnih spremenljivkah bi imelo a mesečne najemnine, tako stanovanje pa ne obstaja). ϵ predstavlja odstopanje napovedi od realne vrednosti pri podanih podatkih.

Večkratno regresijo sem določil z ukazom lm(skCena~letoGradnje+povrsina+oddaljenost+parkirisce, data=data). Dobil sem naslednje podatke:

Call:

Residuals:

Coefficients:

```
Estimate Std. Error \mathbf{t} value \Pr(>|\mathbf{t}|)
(Intercept) -7474.6432
                            2290.4060
                                         -3.263
                                                   0.00145 **
letoGradnje
                   3.8508
                                1.1684
                                          3.296
                                                   0.00131 **
povrsina
                  15.4475
                                0.8845
                                         17.465
                                                   < 2e-16 ***
oddaljenost
                 -72.7001
                               33.8045
                                          -2.151
                                                   0.03360 *
parkirisce
                               71.9106
                                         -2.651
                                                   0.00915 **
               -190.6577
```

```
Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. ' 0.1 '_ 1
```

```
Residual standard error: 357 on 115 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.753, Adjusted R-squared: 0.7444 F-statistic: 87.63 on 4 and 115 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Iz tabele koeficientov (Coefficients) lahko razberemo koeficiente naše funkcije, skupaj z njihovo napako ocene, t statistiko in p vrednostjo. P verjetnost nam pomaga pri zavračanju ničelne hipoteze modela: vrednosti koeficientov so enake 0. Pri vseh spremenljivkah so p vrednosti manjše od 0.05, zato ničelno hipotezo zavrnemo. Najbližje potrditvi ničelne hipoteze je spremenljivka oddaljenost, vendar ima p vrednost 0.0336, ki je pod mejo sprejetja ničelne hipoteze 0.05.

Koeficienti spremenljivk letoGradnje, povrsina, oddaljenost in parkirisce so po vrsti 3.8508, 15.4475, -72.7001 in -190.6577. Pri teh podatkih pa moramo imeti v mislih, da je spremenljivka parkirisce diskretna in zavzame vrednosti 0 ali 1, zato v bistvu dobimo dve enačbi (ena za stanovanja s parkiriščem in druga brez). Naša splošna funkcija je tako naslednja:

$$skCena = -7474.6432 + 3.8508 * letoGradnje$$

$$+ 15.4475 * povrsina - 72.7001 * oddaljenost$$

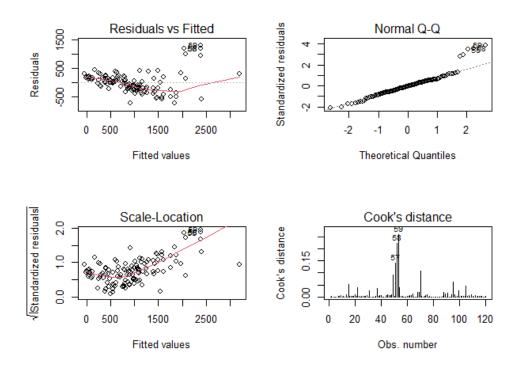
$$- 190.6577 * parkirisce + \epsilon$$

$$(2)$$

3.3 Preverjanje ustreznosti modela

Prirejeni R^2 (Adjusted R-squared) nam pove, kako veliko nam o spremenljivki skCena pove naš model. Vrednost 0.7444 nam pove, da naš regresijski model

pojasni 74.44% variabilnosti spremenljivke skCena. Ker pa je standardni odklon naključnih napak (Residual standard error) precej velik (357), lahko sklepamo, da model ni najboljši. Zato preverimo še štiri predpostavke o regresijskem modelu. Te lahko preverimo z štirimi diagnostičnimi grafi:



Slika 3: Diagnostični grafi za preverjanje ustreznosti modela

Zgornji levi graf (Residuals vs Fitted) preverja linearnost modela. Prikazuje ostanke ϵ_i v odvisnosti od predvidenih vrednosti. Če točke izgledajo naključno razporejene, pomeni da so napake nalkjučno razporejene in naš model je ustrezen. Točke za naš model pa imajo neko zvezo, na prvi pogled izgleda negativno linearna. To pomeni, da v našem modelu manjka neka funkcija, ki bi te napake odpravila. Naš model zato ni najboljši in bi se ga dalo izboljšati.

Zgornji desni graf (Normal Q-Q) prikazuje normalnost porazdelitve standardiziranih ostankov. Če točke tvorijo premico, lahko sklepamo, da so napake normalno porazdeljene in naš model je v redu. Ker točke na desni strani zelo odstopajo od premice, napake ne izgledajo normalno porazdeljene. To dodatno potrdi rezultat ukaza shapiro.test(model\$residuals), ki hipotezo o normalnosti ovrže z w vrednostjo 0.91457 in s p vrednostjo 1.18e-06.

Spodnji levi graf (Scale-Location) predstavlja varianco napak glede na predvidene vrednosti. Če je model dober, je varianca napak konstantna. Na grafu varianca napak ni konstantna in sledi neki polinomski funkciji. To potrjuje tudi Breusch-Pagan-ov test, ki testira hipotezo o konstantnosti napak proti hipotezi, da napake niso konstantne. Kličemo ga s funkcijo ncvTest(model). Za naš model dobimo p vrednost manjšo od 2.22e-16, kar pomeni, da ovržemo hipotezo o konstantnosti napak.

Spodnji desni graf (Cook's distance) prikazuje, kateri podatki najbolj vplivajo na model. Cook-ova razdalja se izračuna tako, da se za vsak podatek izračuna model z njim in brez njega. Razlika med vsemi razlikami teh dveh modelov je Cook-ova razdalja posameznega podatka. Če je razdalja velika, to pomeni, da podatek močno vpliva na model. Če je tak podatek neobičajen in izstopa med drugimi podatki, ga lahko poskusimo odstraniti. Druga možnost pa je, da našim podatkom ustreza nek drugi model, ki bolje opisuje zvezo med neodvisnimi spremenljivkami in odvisno spremenljivko. Za naš primer lahko točke s preveliko razdaljo dobimo z ukazom points \leftarrow which(cooks.distance(model) > 4/118). Ali ima neka točka prevelik vpliv, lahko izračunamo z ukazom any(cooks.distance(fit)[points] >= qf(0.5, 4, 118)). Ukaz vrne FALSE, kar pomeni, da ne rabimo odstraniti nobene točke iz naših podatkov.

Za koeficiente našega modela pa lahko tudi izračunamo intervale zaupanja za 95% gotovost. Intervale za vsak koeficient dobimo z ukazom confint(model), ki nam vrne naslednjo tabelo:

Tabela 5: Intervali zaupanja koeficientov spremenljivk

	2.5%	97.5%
(Intercept)	-12011.4967	-2937.7897
letoGradnje	1.5365	6.1651
povrsina	13.6955	17.1995
oddaljenost	-139.6602	-5.7400
parkirisce	-333.0987	-48.2166

Intervali zaupanja so za vse koeficiente precej veliki, zato naš model ni ustrezen. K velikosti intervalov prispeva standardna napaka posameznih spremenljivk modela, ki jih dobimo pod Std. Error pri izpisu ukaza 3.2.

3.4 Predlogi izboljšave modela

Linearni model se ni izkazal za najboljši opis mojih podatkov, zato sem poskusil še z linearno kombinacijo nelinearnih funkcij spremenljivk. Izračunal sem še kvadratno, korensko, logaritemsko in ekspomentno funkcijo za spremenljivke letoGradnje, povrsina in oddaljenost. Spremenljivke parkirisce se nisem dotikal, saj je diskretna in zavzame samo dve vrednosti.

Najprej sem z ukazom Im preveril regresijski model za kar vse prej naštete spremenljivke. Ta model pravi, da na najemnino vplivata samo člena $e^{povrsina}$ in $povrsina^2$ s p vrednostima 0.00483 in 0.03561. Pri vseh ostalih členih drži ničelna hipoteza linearne regresije, in sicer, da so njihovi koeficienti enaki 0. Model tudi pojasni 80.25% variabilnosti cene, kar je za 5.81% bolje kot prejšnji model, vendar ima še vedno vse pomankljivosti prejšnjega modela. Ta rezultat pa nam pove, da je mesečna najemnina po vsej verjetnosti polinomska funkcija površine stanovanja.

Izračunal sem še nekaj potenčnih vrednosti površine in preveril model samo za ceno v odvisnosti od polinoma površine. Tokrat se je izkazalo, da so vsi členi polinoma obdržali ničelno hipotezo, da so njihovi koeficienti enaki 0. Iz tega lahko sklepamo, da tudi druge spremenljivke vplivajo na mesečno najemnino, saj površina sama ne more opisati cene najemnine.

Preveril sem še nekaj linearnih kombinacij raznih funkcij spremenljivk, vendar nisem našel ustrezne kombinacije, ki bi zadoščala predpostavkam regresijskega modela. Zato sem se odločil še malo pogledati podatke.

Iz grafa preverjanja linearnosti modela iz slike 3 (Residuals vs Fitted) lahko vidimo, da napake padajo z višjo najemnino, torej je model napovedal višje cene za dražja stanovanja, kot pa dejansko so, najdražja stanovanja pa je ocenil z nižjo ceno od dejanske. Če iz podatkov odstranim stanovanja dražja od 1500€ in poskusimo ponovno določiti regresijski model, dobimo dober model za stanovanja, cenejša od 1500€. Standardna napaka novega modela za cenejša stanovanja je samo 144, kar je veliko manj od prvotnega modela. Prirejeni $R^2 = 76.14\%$, kar je za samo 1.7% bolje od prejšnjega modela. Prav tako so za ta model izpolnjeni vsi pogoji regresijskega modela. Napake so porazdeljene normalno, prav tako so konstantne variance napak in nobene točke ni potrebno odstraniti iz modela. Formula modela za stanovanja, cenejša od 1500€, je naslednja:

$$skCena = -3025.2037 + 1.7112 * letoGradnje + 8.3316 * povrsina - 53.7657 * oddal jenost + \epsilon$$

$$(3)$$

Pri tem pa je treba vedeti in paziti, da smo odstranili 17 najdražjih stanovanj, zato modela med sabo nista enakovredna, saj opisujeta druge podatke. Ta

model pa nakazuje na to, da obstajajo različni modeli opisa najemnine glede na cenovni rang mesečne najemnine.

4 Zaključek

Ugotovil sem, da je cena mesečne najemnine odvisna predvsem od površine stanovanja, ki ga najemamo. Model opisa cene najemnine pa ni najboljši, saj pojasni 74.44% variance cene najema, prav tako pa so napake razporejene nenaključno, kar nakazuje na mankajočo funkcijo v modelu opisa. Prav tako je možno, da v modelu manjka neka neznana zvezna spremenljivka. Ugotovil sem tudi, da je možno, da obstajata dva modela opisa najemnine stanovanj, eden za luksuzna in drugi za neluksuzna stanovanja. Na to me napeljuje dejstvo, da sem dobil veliko boljši opisni model po odstranitvi stanovanj, ki so imela najemnino 1500€ in več.

5 Literatura

- [0] https://www.distance.to/
- [1] Analiza dejavnikov oglaševanih cen rabljenih stanovanj v Ljubljani in njeni okolici, Sonja Friškovec, Aleksander Janeš, Univerza na Primorskem, jesen 2010
- [2] Dejavniki oblikovanja prodajnih cen stanovanj, Mojca Repič, Ljubljana, oktober 2014
 - [3] enačba 11
 - [4] A